## 数字控制单相全桥电压型逆变电路 的改进离散迭代模型\*

#### 吴旋律节 肖国春 雷博

(西安交通大学电气工程学院,电力设备电气绝缘国家重点实验室,西安 710049)

(2012年4月5日收到; 2012年10月12日收到修改稿)

针对数字控制单相全桥电压型逆变电路的非线性动力学特性分析,本文建立了一种改进离散迭代模型. 改进离散迭代模型结合了平均模型和传统离散迭代模型的优点,能够精确分析数字控制延时以及采样保持过程对系统非线性动力学特性的影响,可以在保证精确度的前提下显著降低离散迭代建模过程的复杂程度. 本文以 LC 滤波器电容电压外环、电感电流内环反馈加给定电压前馈的数字控制系统为例,建立了数字控制单相全桥电压型逆变电路的改进离散迭代模型,采用新模型分析了系统的非线性动力学特性,并准确预测了系统的稳定范围以及失稳现象.最后,利用 SIMULINK 仿真模型和物理实验验证了改进离散迭代模型的正确性和有效性.

关键词: 单相全桥逆变电路, 离散迭代模型, 数字控制, 分岔

**PACS:** 05.45.—a, 84.30.Jc, 47.20.Ky **DOI:** 10.7498/aps.62.050503

### 1 引言

单相全桥电压型逆变电路在不间断电源 (UPS)、分布式发电系统 (DG) 以及微型电网 (MG) 中都有着广泛的应用. 近年来, 随着数字信号处理器 (DSP) 性价比的不断提高以及各种新型高效数字脉冲宽度调制 (PWM) 技术的应用, 工业界对数字控制器的研究产生了极大兴趣 [1,2]. 在数字控制单相全桥电压型逆变电路系统中, 除了逆变器自身开关过程的非线性, 数字控制延时和采样保持过程都会给系统带来更加复杂的非线性特性. 对数字控制单相全桥电压型逆变电路的建模和其复杂非线性行为的研究已经成为学术界的热点, 具有重要的理论意义和工程应用价值.

目前,对单相全桥逆变电路进行的研究已经取得了一些成果 <sup>[3-12]</sup>. 文献 [3—5] 建立了一阶单相全桥电路在 DC-DC 状态工作时的离散映射模型,并对系统稳定性进行了分析. 文献 [6] 研究了二阶

单相全桥逆变电路在单闭环比例积分 (PI) 模拟控制器控制下的快尺度和慢尺度稳定性. 文献 [7] 提出了慢变稳定性定理, 并且分析了快变稳定性和慢变稳定性之间的关系. 文献 [8, 9] 采用线性分析方法研究了数字控制延时对桥式逆变电路工作特性的影响

数字控制器的采样、计算延迟会导致最大占空比受限,为了解决这个问题,数字控制系统一般采用一拍延迟控制.线性模型简单易用,但是在处理数字控制延时和采样保持过程时精确度很低.离散迭代模型精确度高,但是建模过于复杂<sup>[10]</sup>.特别地,文献 [11] 对两种模型进行了详细对比.在数字控制系统考虑控制延时的情况下,线性模型的精确度与离散迭代模型有着较大差距,无法精确研究系统的非线性动力学特性.文献 [12] 在考虑数字控制延时的情况下,建立了数字控制单相全桥电压型逆变电路的离散迭代模型,并详细分析了系统中的复杂非线性行为.从文献 [11,12] 可以看出,离散迭代模型可以精确预测单相全桥逆变电路系统的非线

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 51277146) 资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: melody5@stu.xjtu.edu.cn

<sup>© 2013</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

性特性,但是当拓扑序列比较复杂时,多次分段积分和矩阵指数运算会显著增加建模的工作量,不便于在工程实际中应用.

为了在保证精确度的前提下降低离散迭代模型的复杂程度,本文提出了一种改进离散迭代模型.改进离散迭代模型结合了平均模型和传统离散迭代模型的优势.改进离散迭代模型通过在每个开关周期内使用状态空间平均,将传统离散迭代模型中的多次分段积分简化为一次积分,并且只需要进行一次矩阵指数运算.改进离散迭代模型能够方便的分析数字控制延时和采样保持过程对系统非线性运动特性的影响,可以在保证精确度的前提下简化离散迭代建模过程.

本文第二部分首先介绍数字控制单相全桥电 压型逆变电路的结构以及工作原理;第三部分建立 了系统的改进离散迭代模型,并采用改进离散迭代 模型对系统的非线性动力学特性进行了分析;第四 部分利用 SIMULINK 仿真模型和物理实验对理论 分析进行验证;第五部分是全文结论.

## 2 数字控制单相全桥电压型逆变电路的工作原理

数字控制单相全桥电压型逆变电路结构如图 1 所示,系统分为主电路和数字控制系统两部分. 其中,主电路包括直流电源E、H桥逆变器、LC滤波器以及阻性负载R;数字控制系统包含负载电压外环、电感电流内环反馈以及给定电压前馈控制. 控制系统的目的是控制负载电压  $v_C$  跟踪参考电压

v<sub>ref</sub>, 从而保证逆变器给负载的供电质量满足设计要求.

数字控制系统在每个开关周期起始时刻对负载电压  $v_{\rm C}$  和电感电流  $i_{\rm L}$  进行采样. 负载电压给定信号  $v_{\rm ref}$  和负载电压采样信号  $v_{\rm C}$  通过外环控制器得到电流给定信号  $i_{\rm ref}$ . 电流给定信号  $i_{\rm ref}$  和电感电流采样信号  $i_{\rm L}$  经过内环控制器运算后, 加上前馈信号得到控制信号  $v_{\rm con}$ , 再经过归一化和限幅环节后得到控制信号  $v_{\rm con}$ . 由于电路采用的是数字控制系统, 控制信号  $v_{\rm con}$  在每一个开关周期  $T_{\rm s}$  内总是保持不变. 数字控制器最大的特点就是存在采样保持过程和数字控制延时, 第 n 开关周期计算得到的占空比在第 n+1 开关周期才能产生控制作用. 当数字PWM 发生器采用对称型 PWM 调制策略时, 其工作原理如图 2 所示.

从图 2 中的调制原理可以看出, 逆变器在第 n 开关周期的占空比  $d_n$  是数字控制器在第 n-1 开关周期根据参考信号和采样信号计算得到的. 在第 n 开关周期, PWM 信号中央高电平持续时间为  $d_nT_s$ , 两侧对称的两个低电平持续时间为  $(1-d_n)T_s/2$ . PWM 信号高电平对应系统工作状态 1, 代表开关管  $S_1$  与  $S_4$  开通,  $S_2$  与  $S_3$  关断; PWM 信号低电平对应系统工作状态 2, 代表开关管  $S_1$  与  $S_4$  关断,  $S_2$  与  $S_3$  开通.

当外环控制器和内环控制器都选用比例控制器时,控制系统的框图如图 3 所示. 其中,  $k_v$  为外环控制器比例系数,  $k_c$  为内环控制器比例系数,  $k_{pre}$  为前馈系数,  $k_{sat}$  为归一化系数.

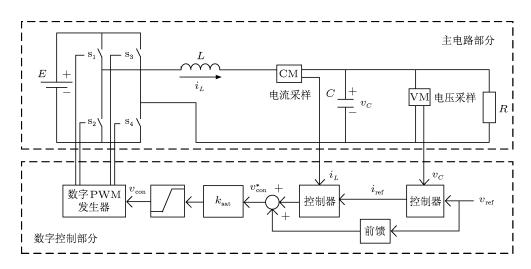


图 1 数字控制单相全桥电压型逆变电路结构图

选取电感电流  $i_L$  和输出电压  $v_C$  为电路状态变量,根据系统不同工作状态下的开关状态,按照图 1 中的参考方向,可以写出主电路的状态方程.

1) 工作状态 1: S<sub>1</sub> 与 S<sub>4</sub> 开通, S<sub>2</sub> 与 S<sub>3</sub> 关断

$$\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -\frac{v_C}{L} + \frac{E}{L},$$

$$\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} = \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}.$$
(1)

2) 工作状态 2:  $S_1$  与  $S_4$  关断,  $S_2$  与  $S_3$  开通

$$\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -\frac{v_C}{L} - \frac{E}{L},$$

$$\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} = \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}.$$
(2)

控制系统参数的变化会对整个系统的稳定性产生很明显的影响,输出电压波形有可能出现明显的振荡现象 [12]. 这种振荡现象会导致系统输出电压总谐波畸变率 (THD) 的升高,降低负载的供电质量,甚至会危害负载的运行安全.

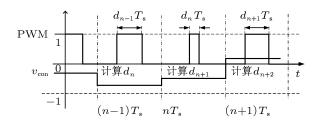
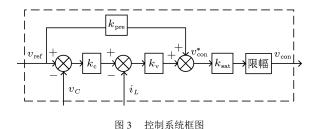


图 2 对称型数字 PWM 调制原理



3 基于改进离散迭代模型的非线性动力学特性分析

#### 3.1 改进离散迭代模型

对系统进行建模时,可以先把系统分为数字控制系统和主电路两部分,然后分别进行建模.根据图 3 中的控制系统框图,考虑到数字控制延时,可以得到数字控制器输出占空比的表达式,即系统控制部分的数学模型为

$$d_{n+1} = [k_{\text{pre}}v_{\text{ref}(n)} + k_{\text{C}}(k_{\text{v}}(v_{\text{ref}(n)} - v_{\text{C}(n)}))]$$

$$-i_{L(n)}$$
]  $\frac{k_{\text{sat}}}{2} + 0.5.$  (3)

从(3)式可以看出,改进离散迭代模型可以精确描述数字控制延时.

以  $\boldsymbol{x} = [i_L \ v_C]^T$  为系统的状态变量列向量, 把系统的状态方程 (1), (2) 式改写为向量形式, 如下式所示:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 E \quad (工作状态 1),$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{B}_2 E \quad (工作状态 2),$$
(4)

其中

$$egin{aligned} m{A}_1 &= m{A}_2 &= m{A} = egin{bmatrix} 0 & -rac{1}{L} \ rac{1}{C} & -rac{1}{RC} \end{bmatrix}, \ m{B}_1 &= egin{bmatrix} rac{1}{L} \ 0 \end{bmatrix}, \ m{B}_2 &= egin{bmatrix} -rac{1}{L} \ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

传统离散迭代模型需要对 (4) 式进行分段积分运算, 还会引入多次矩阵指数运算, 导致建模过程过于复杂 [12]. 由于系统开关频率很高, 改进离散迭代模型可以在每个开关周期中进行状态空间平均运算 [13], 得到系统在整个第 n 开关周期的一个平均状态方程. 改进离散迭代模型与传统离散迭代模型的原理如图 4 所示. 从图 4 中可以看出, 改进离散迭代模型将平均模型和传统离散迭代模型的优势结合在一起, 不仅简化了离散迭代建模过程, 还保留了传统离散迭代模型可以精确分析数字控制延时的优势.

将 (4) 式在第n 开关周期中进行状态空间平均运算,得到系统在第n 开关周期的状态空间平均模型为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = A_n x + B_n E, \quad (nT_\mathrm{s} \leqslant t < (n+1)T_\mathrm{s}), \quad (5)$$

$$\ddagger \oplus$$

$$\mathbf{A}_n = [\mathbf{A}_1 d_n + \mathbf{A}_2 (1 - d_n)]$$

$$= \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_n = [\mathbf{B}_1 d_n + \mathbf{B}_2 (1 - d_n)]$$

$$= \left[ \begin{array}{c} \frac{2d_n - 1}{L} \\ 0 \end{array} \right].$$

只需要将 (5) 式在整个开关周期上进行一次积分, 就能得到系统主电路部分的离散迭代模型:

$$x_{n+1} = e^{AT_s}x_n + \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} e^{A[(n+1)T_s-\tau]}B_nEd\tau.$$
 (6)

对 (6) 式进行积分变换. 令  $\xi = (n+1)T_s - \tau$ , 可以得到

$$\mathbf{x}_{n+1} = e^{\mathbf{A}T_s} \mathbf{x}_n + \int_{T_s}^{0} e^{\mathbf{A}\xi} \mathbf{B}E(-\mathrm{d}\xi)$$

$$= e^{\mathbf{A}T_s} \mathbf{x}_n + \int_{0}^{T_s} e^{\mathbf{A}\xi} \mathbf{B}E\mathrm{d}\xi$$

$$= e^{\mathbf{A}T_s} \mathbf{x}_n + \left(e^{\mathbf{A}T_s} - \mathbf{I}\right) \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_n E, \qquad (7)$$

其中, I 为二阶单位矩阵.

把 (7) 式中的主电路模型和 (3) 式中的控制器模型合并起来, 就能得到整个系统的改进离散迭代模型为

$$\boldsymbol{x}_{n+1} = e^{\boldsymbol{A}T_{s}} \boldsymbol{x}_{n} + (e^{\boldsymbol{A}T_{s}} - \boldsymbol{I}) \boldsymbol{A}^{-1} \boldsymbol{B}_{n} \boldsymbol{E},$$

$$\boldsymbol{d}_{n+1} = \left[ k_{\text{pre}} v_{\text{ref}(n)} + k_{\text{C}} \left( k_{\text{v}} \left( v_{\text{ref}(n)} - v_{\text{C}(n)} \right) - i_{L(n)} \right) \right] \frac{k_{\text{sat}}}{2} + 0.5.$$
(8)

从上述推导过程可以看出,改进离散迭代模型将传统离散迭代模型中的多次分段积分简化为一次积分,并且只需要进行一次矩阵指数运算.改进建模方法与精确建模方法相比,保留了所有频闪采样点的状态变量信息,只是忽略了开关状态变化时刻的状态变量信息.可以证明,改进型离散迭代模型不仅可以分析 Hopf 分岔,也可以分析快尺度失稳现象.上述建模过程中使用了状态空间平均,所以当开关频率很低时,改进型模型的精度会变差.但是,由于实际电力电子系统一般都工作在较高的开关频率,改进型模型具有很高的精度.

由于 (8) 式中的矩阵指数 e<sup>AT</sup>s 项与状态变量 无关,可以作为常数提前计算.为了得到状态变量 互相独立的离散迭代模型,需要将矩阵指数部分进 行展开.

设  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  为矩阵  $AT_s$  的特征值,  $\kappa$  为矩阵  $AT_s$  的特征向量矩阵, 并表示为如下形式:

$$\boldsymbol{\kappa} = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\kappa}^{-1} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}.$$

可以将矩阵指数展开为如下形式[14]:

$$e^{\mathbf{A}T_{s}} = \kappa \begin{bmatrix} e^{\lambda_{1}} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_{2}} \end{bmatrix} \boldsymbol{\rho}$$

$$= \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_{1}} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \kappa_{11}\rho_{11}e^{\lambda_{1}} + \kappa_{12}\rho_{21}e^{\lambda_{2}} & \kappa_{11}\rho_{12}e^{\lambda_{1}} + \kappa_{12}\rho_{22}e^{\lambda_{2}} \\ \kappa_{21}\rho_{11}e^{\lambda_{1}} + \kappa_{22}\rho_{21}e^{\lambda_{2}} & \kappa_{21}\rho_{12}e^{\lambda_{1}} + \kappa_{22}\rho_{22}e^{\lambda_{2}} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

定义函数

$$\varepsilon(x, y, z) = \kappa_{yx} \rho_{xz}, \qquad (10)$$

其中, x, y, z 的取值范围为 1 或 2.

定义函数

$$\sigma(d,a,b) = \begin{bmatrix} e^{d\lambda_1}, & e^{d\lambda_2} \end{bmatrix}$$

$$\times \left[ \varepsilon \left( 1, a, b \right), \varepsilon \left( 2, a, b \right) \right]^{\mathrm{T}},$$
 (11)

其中, a, b 的取值范围为 1 或 2, d 的取值范围为  $0 < d \le 1$ .

采用 (10) 和 (11) 式定义的函数, 可以将 (9) 式表示为

$$\begin{split} \mathbf{e}^{\boldsymbol{A}T_{S}} &= \begin{bmatrix} \kappa_{11}\rho_{11}\mathbf{e}^{\lambda_{1}} + \kappa_{12}\rho_{21}\mathbf{e}^{\lambda_{2}} & \kappa_{11}\rho_{12}\mathbf{e}^{\lambda_{1}} + \kappa_{12}\rho_{22}\mathbf{e}^{\lambda_{2}} \\ \kappa_{21}\rho_{11}\mathbf{e}^{\lambda_{1}} + \kappa_{22}\rho_{21}\mathbf{e}^{\lambda_{2}} & \kappa_{21}\rho_{12}\mathbf{e}^{\lambda_{1}} + \kappa_{22}\rho_{22}\mathbf{e}^{\lambda_{2}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{e}^{\lambda_{1}}\boldsymbol{\varepsilon}\left(1,1,1\right) + \mathbf{e}^{\lambda_{2}}\boldsymbol{\varepsilon}\left(2,1,1\right) & \mathbf{e}^{\lambda_{1}}\boldsymbol{\varepsilon}\left(1,1,2\right) + \mathbf{e}^{\lambda_{2}}\boldsymbol{\varepsilon}\left(2,1,2\right) \\ \mathbf{e}^{\lambda_{1}}\boldsymbol{\varepsilon}\left(1,2,1\right) + \mathbf{e}^{\lambda_{2}}\boldsymbol{\varepsilon}\left(2,2,1\right) & \mathbf{e}^{\lambda_{1}}\boldsymbol{\varepsilon}\left(1,2,2\right) + \mathbf{e}^{\lambda_{2}}\boldsymbol{\varepsilon}\left(2,2,2\right) \end{bmatrix} \end{split}$$

$$= \begin{bmatrix} \left[ e^{\lambda_{1}}, e^{\lambda_{2}} \right] \left[ \varepsilon(1, 1, 1), \varepsilon(2, 1, 1) \right]^{T} & \left[ e^{\lambda_{1}}, e^{\lambda_{2}} \right] \left[ \varepsilon(1, 1, 2), \varepsilon(2, 1, 2) \right]^{T} \\ \left[ e^{\lambda_{1}}, e^{\lambda_{2}} \right] \left[ \varepsilon(1, 2, 1), \varepsilon(2, 2, 1) \right]^{T} & \left[ e^{\lambda_{1}}, e^{\lambda_{2}} \right] \left[ \varepsilon(1, 2, 2), \varepsilon(2, 2, 2) \right]^{T} \end{bmatrix} \\
= \begin{bmatrix} \sigma(1, 1, 1) & \sigma(1, 1, 2) \\ \sigma(1, 2, 1) & \sigma(1, 2, 2) \end{bmatrix}. \tag{12}$$

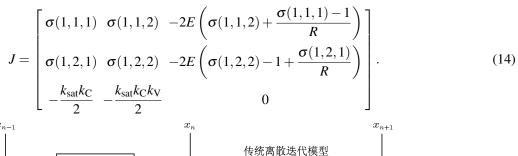
将(12)式代入(8)式,可以得到系统状态变量互相独立的离散迭代方程为

$$i_{L(n+1)} = i_{L(n)}\sigma(1,1,1) + v_{C(n)}\sigma(1,1,2) - E\left[2d_n - 1\right] \left[\sigma(1,1,2) + \frac{\sigma(1,1,1) - 1}{R}\right],$$

$$v_{C(n+1)} = i_{L(n)}\sigma(1,2,1) + v_{C(n)}\sigma(1,2,2) - E\left[2d_n - 1\right] \left[\sigma(1,2,2) - 1 + \frac{\sigma(1,2,1)}{R}\right],$$

$$d_{(n+1)} = \left[k_{\text{pre}}v_{\text{ref}(n)} + k_C\left(k_v\left(v_{\text{ref}(n)} - v_{C(n)}\right) - i_{L(n)}\right)\right] \frac{k_{\text{sat}}}{2} + 0.5.$$
(13)

根据 (13) 式中状态变量互相独立的离散迭代方程, 可以很方便的求得系统的 Jacobian 矩阵为



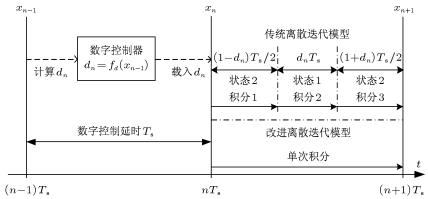


图 4 离散迭代模型原理

从 (14) 式可以看出, 在数字控制单相全桥电压型逆变电路的非线性动力学特性分析中, 通过改进离散迭代模型求出的 Jacobian 矩阵与系统的平衡点无关, 这是因为状态空间平均过程略去了不同平衡点稳定性之间的微小差异. 采用传统离散迭代模型分析与本文研究对象类似的文献 [12] 表明, 不同平衡点稳定性之间的差异非常微小, 在忽略这个微小差异的情况下, 可以对该系统的非线性运动特性进行精确地预测.

#### 3.2 系统非线性动力学特性分析

通过判断 (14) 式中 Jacobian 矩阵的特征值是

否在单位圆内,可以判断系统的稳定性. 使用上述改进离散迭代模型得到的系统稳定范围与控制参数  $k_v$ ,  $k_c$  以及负载 R 的关系如图 5 所示. 系统参数见表 1.

表 1 系统参数

直流电压 E/V	200	电感 L/mH	0.8
负载 R/Ω	60	电容 C/μF	20
参考电压 ν <sub>ref</sub> /sin(ωt) V	100	角频率 $\omega$ /( $\pi$ ·rad/s)	100
开关频率 f <sub>s</sub> /kHz	15	前馈系数 $k_{pre}$	0.96

图 5(a) 为系统稳定范围与  $k_v$ ,  $k_c$ , R 的三维关系. 从图中可以看出, 随着负载阻值 R 的减小, 系统的稳定范围会扩大. 图 5(b) 为 R=60  $\Omega$  在图 5(a)

中的截面图, 反映了  $R = 60 \Omega$  时系统的稳定范围 和  $k_v$ ,  $k_c$  的关系. 图 5(c) 为  $R = 60 \Omega$  时稳定范围

的局部放大图. 从图 5(c) 中可以看出, 当  $k_v = 0.49$ ,  $k_c = 0.43$  时, 系统不稳定.

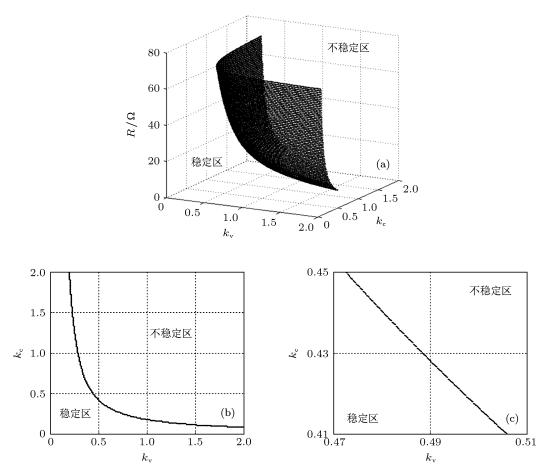


图 5 系统稳定范围与参数的关系 (a)  $k_v$ ,  $k_c$ , R 的稳定范围; (b)  $R=60~\Omega$  的稳定范围; (c)  $R=60~\Omega$  的稳定范围放大图

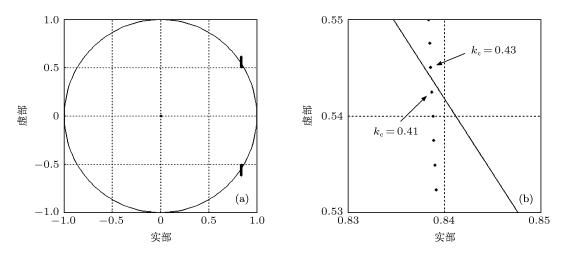


图 6  $R=60~\Omega, k_{\rm v}=0.49$  时 Jacobian 矩阵的特征值轨迹 (a) 特征值轨迹; (b) 特征值轨迹局部放大图

对于  $k_v = 0.49$  求解方程, 可以得到系统 Jacobian 矩阵的特征值在  $k_c$  变化时的轨迹, 如图 6 所示. 其中, 图 6(a) 为  $k_v = 0.49$  时 Jacobian 矩阵的特征值轨迹; 图 6(b) 为特征值轨迹上半部分的局部放大图. 从图 6(b) 中可以看出, 当  $k_c = 0.43$  时, 有一对共轭复数特征值穿出单位圆, 可以判断系统将发生 Hopf 分岔 [15-18].

系统发生 Hopf 分岔后会产生震荡 <sup>[19,20]</sup>, 假设系统发生 Hopf 振荡时 Jacobian 矩阵的特征值可以表示为  $\lambda = a \pm bi$ , 则 Hopf 振荡频率  $f_{osc}$  可以通过特征值进行预测:

$$f_{\rm osc} = f_{\rm s} \times \left(\arctan\left|\frac{b}{a}\right|\right) \times \frac{1}{2\pi}.$$
 (15)

由于系统 Jacobian 矩阵的特征值与系统参数有关, 当系统失稳发生 Hopf 振荡时, 不同的系统参数会对应不同的振荡频率. 当  $R=60~\Omega$  时, 已知系统的一组分岔参数为  $k_{\rm v}=0.49,~k_{\rm c}=0.43,$ 对应的 Jacobian 矩阵的一组共轭特征值为  $\lambda=0.8386\pm0.5450$ i. 根据 (15) 式, 可以计算出系统失稳发生 Hopf 振荡的频率  $f_{\rm osc}$  为 1375.81 Hz.

#### 4 SIMULINK 仿真和物理实验验证

#### 4.1 SIMULINK 仿真模型验证

使用 Matlab 搭建系统的 SIMULINK 仿真模型 如图 7 所示. 根据系统的工作原理, 数字控制延时 为一个开关周期  $T_s$ . 为了尽可能精确的模拟数字控制系统的采样保持过程, 将 SIMULINK 模型中所有比较模块 (Sum) 的采样时间设置为逆变器的开关周期  $T_s$ . 设置离散延时模块 (Delay) 将信号波滞后一个开关周期  $T_s$  后再计算占空比, 从而模拟数字控制系统中的占空比载入延时. SIMULINK 仿真系统在每一个开关周期进行一次采样计算, 并将计算结果保持不变到下一个采样周期.

选取  $k_v = 0.49$ , 当  $k_c$  分别取 0.41 和 0.43 时, 通过 SIMULINK 仿真模型得到的负载电压  $v_C$  时域波形以及  $v_C$ - $i_L$  相图分别如图 8 和图 9 所示. 从 FFT 分析结果可以看出, 当  $k_c = 0.43$  时系统失稳发生 Hopf 振荡的频率约为 1375 Hz, 与理论计算结果吻合, 如图 10 所示.

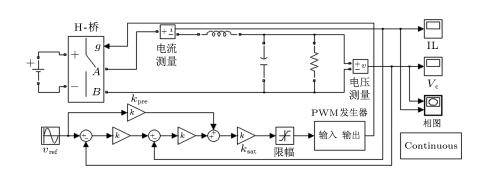
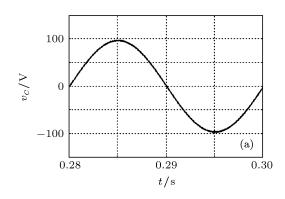


图 7 系统 SIMULINK 仿真模型



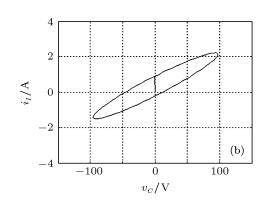
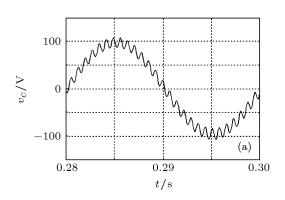


图 8  $k_c = 0.41$  时的 SIMULINK 仿真结果 (a)  $v_C$  时域波形; (b)  $v_{C}$ - $i_L$  相图



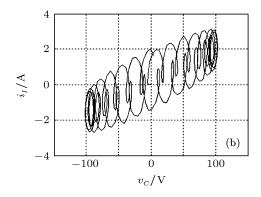


图 9  $k_c=0.43$  时的 SIMULINK 仿真结果 (a)  $v_C$  时域波形; (b)  $v_C$ - $i_L$  相图

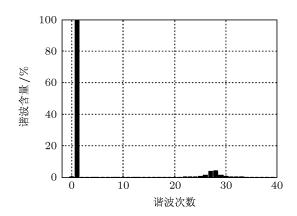


图 10  $k_c = 0.43$  时的  $\nu_C$  时域波形 FFT 分析结果

#### 4.2 物理实验验证

按表 1 中的系统参数和图 1 中的系统结构 图搭建物理实验平台对理论分析结果进行验证. 物理实验平台各部分照片及说明如图 11 所示. 选用 TMS320F2812 DSP 实现数字控制器. 使用 Tektronix 示波器捕获  $v_{\rm C}$  时域波形, 并使用 HIOKI 3197 功率分析仪对  $v_{\rm C}$  的谐波含量进行分析. 选取  $k_{\rm v}=0.49$ , 观察不同  $k_{\rm c}$  参数下系统运行状态的变化. 通过实验发现, 当  $k_{\rm c}$  在 0.45 附近时系统会失稳发生 Hopf 振荡. 图 12 是  $k_{\rm c}=0.4$  和  $k_{\rm c}=0.5$  时输出电压时域波形及其 FFT 分析结果.

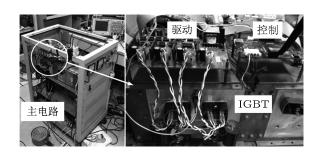


图 11 物理实验平台照片及说明

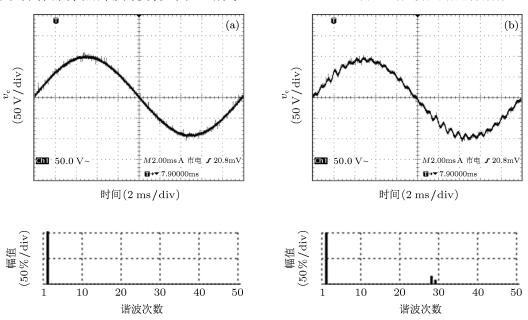


图 12 实验  $v_C$  时域波形和 FFT 分析结果 (a)  $k_c = 0.4$ ; (b)  $k_c = 0.5$ 

从图 12 中的实验波形可以看出,实验结果与理论分析以及 SIMULINK 仿真结果吻合. 当  $k_c = 0.4$  时,系统稳定工作;当  $k_c = 0.5$  时,输出电压波形出现了明显的 Hopf 振荡现象. 使用功率分析仪测得的振荡频率约为 1400 Hz,与理论计算结果基本一致. 由于建模过程没有考虑电感和电容寄生参数以及逆变器开关管死区的影响,实验结果与理论计算结果产生了微小的偏差.

#### 5 结 论

本文针对数字控制单相全桥电压型逆变电路

建立了系统的改进离散迭代模型,并对系统运动特性进行了分析. 改进离散迭代模型结合了平均模型和传统离散迭代模型的优点,既保留了传统离散迭代模型能精确分析数字延时和采样保持的优势,又简化了传统离散迭代建模过程. 采用改进离散迭代模型,揭示了单相全桥数字控制电压型逆变电路在控制参数变化时有可能会失稳发生 Hopf 振荡现象,并且准确地预测了系统的稳定范围以及失稳振荡频率. SIMULINK 仿真和物理实验结果证明了改进离散迭代模型的正确性和优越性. 改进离散迭代模型简单实用且精确度高,具有较大的工程应用价值.

- Miao B, Zane R, Maksimovic D 2005 IEEE Trans. Power Electron. 20 1093
- [2] Liu Y F, Sen P C 2005 Proceedings of the 2005 IEEE Conference on Control Applications Toronto, Canada, August 28–31 p635
- [3] Robert B, Robert C 2002 Int. J. Contr. 75 1356
- [4] Iu H H C, Robert B, 2003 IEEE Trans. Circ. syst. I 50 1125
- [5] Robert B, Feki M, Iu H H C 2006 Int. J. Bifurcation and Chaos 16 113
- [6] Li M, Dai D, Ma X K 2008 Circuits Syst. Signal Processing 27 811
- [7] Wang X M, Zhang B, Qiu D Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2248 (in Chinese) [王学梅, 张波, 丘东元 2009 物理学报 **58** 2248]
- [8] Hyosung K, Seung-Ki S 2005 IEEE Trans. Power Electron. 20 1169
- [9] Escobar G, Valdez A 2003 IEEE Trans. Ind. Electron. 54 504
- [10] Tse CK, Di Bernardo M 2002 Proceedings of the IEEE. 90 768
- [11] Abdelali El Aroudi, Enric Rodriguez, Mohamed Orabi, Eduard Alarcon 2011 Int. J. Circ. Theor. Appl. 39 175
- [12] Lei B, Xiao G C, Wu X L, Qi Y R 2011 Acta Phys. Sin. 60 122 (in

Chinese) [雷博, 肖国春, 吴旋律, 齐元瑞 2011 物理学报 60 122]

- [13] Middlebrook R D, Cuk S 1976 IEEE PESC Rec. 18-34
- [14] Moler C, Loans C V, SIAM REVIEW, Oct. 1978. vol. 20(4) 801
- [15] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1522 (in Chinese) [王发强, 张浩, 马西奎 2008 物理学报 **57** 1522]
- [16] Zhang X T, Ma X K, Zhang H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6174 (in Chinese) [张笑天, 马西奎, 张浩 2008 物理学报 **57** 6174]
- [17] Zhang Y, Zhang H, Ma X K 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8432 (in Chinese) [张源, 张浩, 马西奎 2010 物理学报 **59** 8432]
- [18] Lei B, Xiao G C, Wu X L 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 153 (in Chinese) [雷博, 肖国春, 吴旋律 2012 物理学报 **61** 153]
- [19] Mazumder S K, Nayfeh A, Boroyevich D 2001 IEEE Trans. Power Electron 16 201
- [20] Zhao Y B, Luo X S, Fang J Q, Wang B H 2005 Acta Phys. Sin. **54** 5022 (in Chinese) [赵益波, 罗晓曙, 方锦清, 汪秉宏 2005 物理学报 **54** 5022]

# Improved discrete-time model for a digital controlled single-phase full-bridge voltage inverter\*

Wu Xuan-Lü<sup>†</sup> Xiao Guo-Chun Lei Bo

(State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment, School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 5 April 2012; revised manuscript received 12 October 2012)

#### Abstract

An improved discrete-time model for a digital controlled single-phase full-bridge voltage inverter is proposed in this paper. Based on state-space averaging in every switching cycle, the improved discrete-time model combines the advantages of the average model and the traditional discrete-time model, which can accurately analyze the digital control delay and sample-and-hold process inherently in digital controlled system. Consequently, under the accuracy premise, the improved discrete-time model can effectively simplify the traditional discrete-time modeling. As an example, an *LC* filter capacitor-voltage and inductor-current feed-back plus voltage-reference feed-forward control algorithm is analyzed based on the improved discrete-time model. The stability boundary and oscillation frequency are accurately predicted. Finally, theoretical results are verified by simulations and experiments.

**Keywords:** H-bridge inverter, discrete-time iterative map, digital control, bifurcation

**PACS:** 05.45.—a, 84.30.Jc, 47.20.Ky **DOI:** 10.7498/aps.62.050503

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51277146).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: melody5@stu.xjtu.edu.cn