

# 随机扰动下 Lorenz 混沌系统的 自适应同步与参数识别\*

祝大伟 涂俐兰<sup>†</sup>

(冶金工业过程系统科学湖北省重点实验室, 武汉科技大学, 武汉 430065)

(2012 年 9 月 21 日收到; 2012 年 10 月 21 日收到修改稿)

本论文研究了具有随机扰动和未知参数的 Lorenz 混沌系统, 其中随机扰动是一维标准 Wiener 随机过程. 基于随机李雅普洛夫稳定性理论、Itô (伊藤) 公式以及自适应控制方法, 本文分别通过设置三个和两个控制器, 从理论上提出了两个均方渐近自适应同步标准, 这些标准简单易行, 不仅能使得随机扰动下的驱动系统和响应系统达到均方渐近同步, 而且能同时识别出系统中的未知参数. 最后的 Matlab 数值模拟验证了提出的理论结果的正确性和有效性.

**关键词:** 随机扰动 Lorenz 混沌系统, 自适应同步, 随机李雅普洛夫稳定性理论, 参数识别

**PACS:** 05.40.Ca, 05.45.Xc

**DOI:** 10.7498/aps.62.050508

## 1 引言

混沌的发现, 始于 1963 年 Lorenz<sup>[1,2]</sup> 关于大气在温度梯度作用下的自然对流系统的研究, 通过对天气预报的一种简化, 得到了著名的 Lorenz 方程, 成为在一个耗散系统内, 一个确定的方程却能导出混沌解的第一个实例. 尽管 Lorenz 系统起源于大气对流模型, 但事实上它是很多物理系统的共同简化模型, 如激光装置、磁流发电机以及几个相关的对流问题. 1999 年和 2002 年, 文献 [3, 4] 从理论上严格证明了 Lorenz 吸引子的存在<sup>[3,4]</sup>.

自从 Lorenz 发现第一个混沌吸引子以来, 混沌在许多领域中获得了巨大而深远的发展<sup>[2,5-7]</sup>. 目前对于混沌控制与同步的研究已经遍及许多学科领域, 在过去的 20 多年里, 已经出现了很多种混沌控制同步的方法<sup>[8-19]</sup>, 譬如 OGY 方法<sup>[8]</sup>、PC 方法<sup>[9]</sup>、脉冲方法<sup>[10]</sup>、滑模方法<sup>[11]</sup>、active 控制方

法<sup>[12]</sup>、 $H_\infty$  方法<sup>[13-14]</sup>、非线性控制<sup>[15]</sup> 以及自适应反馈控制方法<sup>[16-18]</sup> 等等. 此外, 参数未知情况下的混沌控制与同步是近十年兴起的研究热点之一<sup>[19-22]</sup>. 文献 [19, 20] 利用 backstepping 控制方法分别研究了 Lü 系统和一般混沌系统的同步以及对未知参数进行了识别. 文献 [21, 22] 基于自适应同步分别对临界系统和 Hindmarsh-Rose 混沌神经元进行了未知参数识别. 因为在现实生活中, 系统的参数经常未知或者不确定, 为了更好地分析和应用混沌系统, 我们需要知道系统的具体参数.

更进一步地, 我们知道, 混沌系统不是孤立地生存在社会中, 具有一定的社会性, 当然就存在着扰动. 随机扰动在研究混沌的基础研究中起着重要的作用, 在具体函数形式中的随机干扰项具有非常丰富的内容. 扰动的存在会使得系统出现不稳定且难以控制等现象, 所以在混沌系统的同步控制中必须要考虑如何减少扰动的影响. 然而现有的工作, 大多数同步控制方法均是在没有扰动的情况下给

\* 国家自然科学基金 (批准号: 60904060, 61104127) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: tulilan2012@163.com

出的<sup>[5-22]</sup>, 对于系统中存在随机扰动的情况, 据我们所知较少被涉及<sup>[23]</sup>, 那么对于随机扰动下混沌系统未知参数识别的研究更具有挑战性.

## 2 随机扰动下的 Lorenz 混沌系统和预备知识

在这一节, 首先将给出随机扰动下的 Lorenz 混沌系统的驱动系统和响应系统的数学模型, 再介绍文中需要用到的预备知识.

设随机扰动下 Lorenz 混沌系统的驱动系统的数学模型如下:

$$\begin{aligned} dx_1 &= [a(y_1 - x_1)]dt + H_1(t, x_1)dw(t), \\ dy_1 &= [bx_1 - x_1z_1 - y_1]dt + H_2(t, y_1)dw(t), \\ dz_1 &= (x_1y_1 - cz_1)dt + H_3(t, z_1)dw(t), \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $w(t)$  是随机扰动, 它是一维标准 Wiener 随机过程, 且满足

$$E(dw(t)) = 0, \quad E(dw(t)^2) = dt,$$

$H_i(t, x)(i = 1-3)$  是非线性函数, 且满足 Lipschitz 条件, 即

$$|H_i(t, x_1) - H_i(t, x_2)| \leq L_i|x_1 - x_2|, \quad (2)$$

其中  $L_i < 1(i = 1-3)$ .

**注 1** 为了给出参数识别, 我们假设驱动系统 (1) 中的系数  $a, b, c$  是未知的.

类似地, 现设随机扰动下的 Lorenz 混沌系统的响应系统如下:

$$\begin{aligned} dx_2 &= [\hat{a}(y_2 - x_2) + u_1]dt \\ &\quad + H_1(t, x_2)dw(t), \\ dy_2 &= [\hat{b}x_2 - x_2z_2 - y_2 + u_2]dt \\ &\quad + H_2(t, y_2)dw(t), \\ dz_2 &= (x_2y_2 - \hat{c}z_2 + u_3)dt \\ &\quad + H_3(t, z_2)dw(t), \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$  是  $a, b, c$  各自的估计值,  $u_1, u_2, u_3$  是三个待定控制器.

定义响应系统 (3) 和驱动系统 (1) 之间的状态误差如下:

$$e_1 = x_2 - x_1,$$

$$\begin{aligned} e_2 &= y_2 - y_1, \\ e_3 &= z_2 - z_1, \end{aligned} \quad (4)$$

并设

$$\begin{aligned} \tilde{a} &= \hat{a} - a, \\ \tilde{b} &= \hat{b} - b, \\ \tilde{c} &= \hat{c} - c. \end{aligned} \quad (5)$$

**注 2** 本文的目标是通过响应系统 (3) 设置三个控制器  $u_1, u_2, u_3$ , 使得系统 (1) 和 (3) 达到完全均方渐近同步, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E\{e_1^2\} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E\{e_2^2\} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E\{e_3^2\} = 0.$$

同时, 对未知参数进行识别, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{a} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{b} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{c} = 0.$$

本文下一节中需要用到 Itô (伊藤) 公式如下.

**引理 1** (Itô (伊藤) 公式<sup>[24]</sup>) 设  $f(t, X(t))$  是关于  $t$  和随机过程  $\{X(t), t \in T\}$  的二次微分函数, 若  $X(t)$  的随机微分是  $dX(t) = A(t)dt + B(t)dW(t)$ , 则  $Y(t) = f(t, X(t))$  有

$$\begin{aligned} dY(t) &= [f'_t(t, X(t)) + f'_X(t, X(t))A(t) \\ &\quad + \frac{1}{2}f''_{XX}(t, X(t))B^2(t)]dt \\ &\quad + f'_X(t, X(t))B(t)dW(t), \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} dt \cdot dt &= dW(t) \cdot dt = dt \cdot dW(t) = 0, \\ dW(t) \cdot dW(t) &= dt. \end{aligned}$$

## 3 主要结果

本节将利用自适应控制的方法, 对响应系统 (3) 分别施加 3 个控制器和 2 个控制器, 提出定理 1 和定理 2, 获得驱动系统和响应系统达到均方渐近同步和未知参数识别的条件.

由系统 (1) 和系统 (3) 以及状态误差 (4) 可知,

系统状态误差方程为

$$\begin{aligned} de_1 &= [ae_2 - ae_1 + (\hat{a} - a)(y_2 - x_2)]dt \\ &\quad + u_1 dt + [H_1(t, x_2) - H_1(t, x_1)]dw(t), \\ de_2 &= [be_1 - z_2 e_1 - x_1 e_3 + (\hat{b} - b)x_2 - e_2]dt \\ &\quad + u_2 dt + [H_2(t, y_2) - H_2(t, y_1)]dw(t), \\ de_3 &= [x_2 e_2 + y_1 e_1 - (\hat{c} - c)z_2 - ce_3]dt \\ &\quad + u_3 dt + [H_3(t, z_2) - H_3(t, z_1)]dw(t). \end{aligned} \quad (6)$$

**定理 1** 对于随机误差方程 (6), 若有  $u_1 = (z_2 - a - b)e_2$ ,  $u_2 = x_1 e_3$ ,  $u_3 = -x_2 e_2 - y_1 e_1$  且  $a - L_1^2 > 0$ ,  $1 - L_2^2 > 0$ ,  $c - L_3^2 > 0$ , 则误差系统 (6) 在零点达到均方渐近稳定.

**证明** 为了更好地证明, 现设

$$\begin{aligned} \tilde{H}_1(t, e_1) &= H_1(t, x_2) - H_1(t, x_1), \\ \tilde{H}_2(t, e_2) &= H_2(t, y_2) - H_2(t, y_1), \\ \tilde{H}_3(t, e_3) &= H_3(t, z_2) - H_3(t, z_1). \end{aligned} \quad (7)$$

构造一个 Lyapunov (李雅普洛夫) 函数如下:

$$V(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \tilde{a}^2 + \tilde{b}^2 + \tilde{c}^2),$$

其中  $e = (e_1, e_2, e_3)$ . 由系统 (6) 和引理 1 可知, 对  $V(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$  求微分为

$$\begin{aligned} dV(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) &= Lv(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})dt + e_1 \tilde{H}_1(t, e_1)dw(t) \\ &\quad + e_2 \tilde{H}_2(t, e_2)dw(t) + e_3 \tilde{H}_3(t, e_3)dw(t), \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $Lv(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$  是  $dV(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$  应用 Itô 公式后的前一部分, 它可以表示为

$$\begin{aligned} Lv(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) &= -ae_1^2 - e_2^2 - ce_3^2 + \tilde{a}e_1(y_2 - x_2) \\ &\quad + \tilde{b}x_2 e_2 - \tilde{c}z_2 e_3 + \tilde{a}\dot{\tilde{a}} + \tilde{b}\dot{\tilde{b}} + \tilde{c}\dot{\tilde{c}} \\ &\quad + \tilde{H}_1(t, e_1)^2 + \tilde{H}_2(t, e_2)^2 + \tilde{H}_3(t, e_3)^2. \end{aligned}$$

因为后一部分是与随机扰动  $w(t)$  有关的, 且我们知道它是一维标准 Wiener 随机过程, 所以它的均值为零. 于是研究误差系统的均方稳定性, 只需要讨论  $Lv(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$  这一部分, 这是我们所研究的问题的核心, 下面我们只讨论  $Lv(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$ . 再设未知参数的自适应律满足

$$\begin{aligned} \tilde{a}e_1(y_2 - x_2) + \tilde{a}\dot{\tilde{a}} &= 0, \\ \tilde{b}x_2 e_2 + \tilde{b}\dot{\tilde{b}} &= 0, \\ -\tilde{c}z_2 e_3 + \tilde{c}\dot{\tilde{c}} &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

且由条件 (2), 则  $Lv(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$  就可化简成如下形式:

$$\begin{aligned} Lv(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) &= [-ae_1^2 - e_2^2 - ce_3^2] + \tilde{H}_1(t, e_1)^2 \\ &\quad + \tilde{H}_2(t, e_2)^2 + \tilde{H}_3(t, e_3)^2 \\ &\leq [-ae_1^2 - e_2^2 - ce_3^2] \\ &\quad + [(L_1 e_1)^2 + (L_2 e_2)^2 + (L_3 e_3)^2] \\ &\leq -(a - L_1^2)e_1^2 - (1 - L_2^2)e_2^2 \\ &\quad - (c - L_3^2)e_3^2. \end{aligned} \quad (10)$$

由定理 1 中的条件可知  $Lv(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) < 0$ , 那么  $V(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$  是减函数, 因为  $V(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$  是一个正函数, 于是有  $V(e, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) \rightarrow 0 (t \rightarrow +\infty)$ , 且  $(e_1, e_2, e_3, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) \rightarrow (0, 0, 0, 0, 0, 0)$ , 所以  $e_1, e_2, e_3, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c} \rightarrow L_\infty (t \rightarrow +\infty)$ . 因此响应系统 (3) 和驱动系统 (1) 在控制器的设置下能实现均方渐近同步, 并且有  $\tilde{a}(t), \tilde{b}(t), \tilde{c}(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow +\infty)$ , 则可说明未知参数被识别.

因为在混沌系统的同步控制中, 所设计混沌同步的控制器数量越少, 那么该方法就越好, 所以对控制器减少到两个后, 下面我们提出定理 2.

**定理 2** 对于驱动系统 (1) 和响应系统 (3), 若  $u_1 = (z_2 - a - b)e_2$ ,  $u_3 = x_1 e_2 - x_2 e_2 - y_1 e_1$ ,  $u_2 = 0$ , 且  $a - L_1^2 > 0$ ,  $1 - L_2^2 > 0$ ,  $c - L_3^2 > 0$ , 则响应系统 (3) 均方渐近自适应同步于驱动系统 (1).

**证明** 类似定理 1 可证明. 此处证明省略.

本节主要讨论了三个控制器和两个控制器下的同步问题, 这两种方式最终都能够实现随机扰动下的 Lorenz 混沌系统的同步, 同时, 可以给出未知参数的识别. 因为在混沌系统的同步控制中, 所设置的控制器数目越少, 那么这个方法就越好, 所以定理 2 相比于定理 1 来说要好一些.

## 4 数值模拟

为了能更好的说明所提出的均方渐近自适应同步标准的可行性和有效性, 本小节将利用数值模拟的结果来直观地予以解释说明. 这一小节将从两个方面进行数值模拟, 即分别设置三个控制器和两个控制器进行数值模拟.

在所有的数值模拟中, 总假设  $a = 10$ ,  $b = 28$ ,

$c = 8/3$ , 给定状态变量的初始条件  $x_1(0) = -4$ ,  $y_1(0) = 10$ ,  $z_1(0) = -5$ ,  $x_2(0) = 0$ ,  $y_2(0) = 1$ ,  $z_2(0) = 1$ , 并设  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$ ,  $\tilde{c}$  的初始值为  $\tilde{a}(0) = -1$ ,  $\tilde{b}(0) = 10$ ,  $\tilde{c}(0) = 4$ .

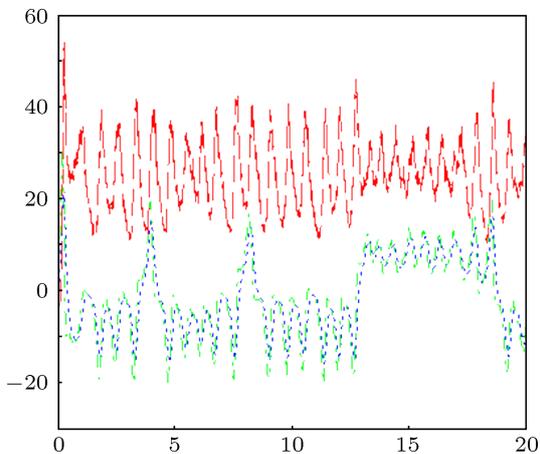


图1 随机扰动下系统(1)的轨迹图

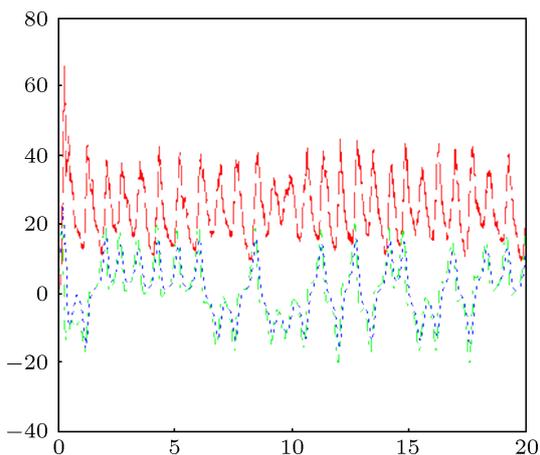


图2 随机扰动下系统(3)的轨迹图

1) 若采用三个控制器, 即  $u_1 = (z_2 - a - b)e_2$ ,  $u_2 = x_1e_3$ ,  $u_3 = -x_2e_2 - y_1e_1$ .

设函数  $H_1(t, x) = 0.2 \sin(x)$ ,  $H_2(t, x) = 0.1x$ ,  $H_3(t, x) = 0.3x$ , 从而得到随机扰动下 Lorenz 驱动系统 (1) 和响应系统 (3) 的运行轨迹图, 如图 1 和图 2 所示. 从图 1 和图 2 可以发现它们的运行轨迹是无序的、混沌的.

由定理 1 中所设的控制器和条件, 利用 Matlab 工具, 可以获得状态误差轨迹图和未知参数识别图, 分别如图 3 和图 4 所示. 从图 3 可以看出, 在  $0 < t < 5$  时, 状态误差 (6) 的轨迹是很紊乱的, 但

是随着时间的增加, 两个系统之间的状态误差 (6) 最终趋于零并达到稳定, 由此可以说明, 响应系统 (3) 和驱动系统 (1) 达到了完全均方渐近同步. 而图 4 中点线表示的是  $\hat{a}$ , 虚线、点线结合表示的是  $\hat{b}$ , 虚线表示的是  $\hat{c}$ , 可以看出  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$  这三个估计值在  $0 < t < 5$  时, 轨迹是不规则的, 但是随着时间的后移, 它们的轨迹分别趋近于 10, 28,  $8/3$  并且达到稳定, 这就表明未知参数已被准确识别.

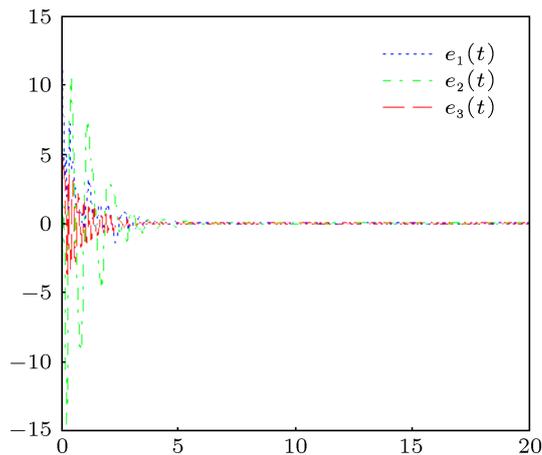


图3 状态误差(6)的轨迹图

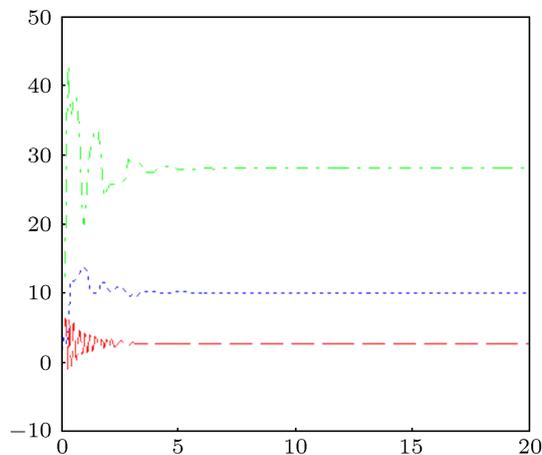


图4 未知参数  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$  识别结果

2) 采用两个控制器, 即  $u_1 = (z_2 - a - b)e_2$ ,  $u_2 = 0$ ,  $u_3 = x_1e_2 - x_2e_2 - y_1e_1$ .

设函数为  $H_1(t, x) = 0.2x$ ,  $H_2(t, x) = 0.1x$  及  $H_3(t, x) = 0.3x$ , 利用 Matlab, 有状态误差轨迹图和未知参数识别图, 分别如图 5 和图 6 所示. 从图 5 可以看出, 在  $0 < t < 4$  时, 状态误差 (6) 的轨迹是很紊乱的, 但是随着时间的增加, 两个系统之间的状

态误差 (6) 最终趋于零并达到稳定, 由此可以说明,

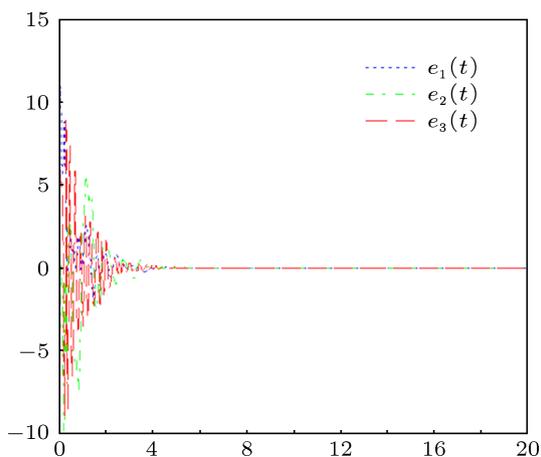


图5 状态误差的轨迹图

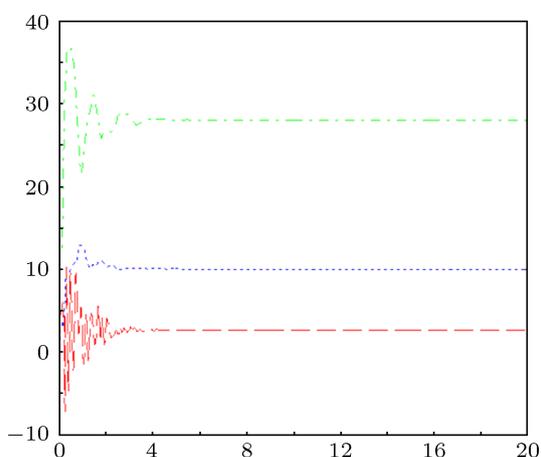


图6 未知参数  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$  识别结果

响应系统 (3) 和驱动系统 (1) 达到了均方渐近同步.

图6 中点线表示的是  $\hat{a}$ , 虚线、点线结合表示的是  $\hat{b}$ , 虚线表示的是  $\hat{c}$ , 可以看出  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$  这三个估计值在  $0 < t < 4$  时, 轨迹是不规则的, 但是随着时间的后移, 它们的轨迹分别趋近于 10, 28,  $8/3$  并且达到稳定, 这说明未知参数识别成功. 从上述的数值模拟中可以看出, 本文所提出的随机扰动下 Lorenz 混沌系统的同步及参数识别方案是可行的、有效的.

## 5 结论

本文主要探讨了随机扰动下 Lorenz 混沌系统的自适应均方渐近同步和参数识别问题. 由于本文同时考虑了 Lorenz 混沌系统的响应系统和驱动系统均存在随机扰动且驱动系统中的参数是未知的, 所以本课题的研究更具有代表性. 利用随机李雅普洛夫稳定性理论、伊藤公式以及自适应控制方法, 通过对响应系统中控制器的设置及优化, 本文从理论上提出了随机扰动下的驱动系统和响应系统的均方渐近自适应同步的充分条件, 并对未知参数进行识别. 这些充分条件简单且易于实现, 最后通过 Matlab 数值模拟表明了理论结果的可行性和有效性. 本文下一步的工作是继续探讨这种问题, 即研究是否能把控制器的个数减少到只剩一个, 另外, 如何对一般的具有随机扰动的混沌系统的参数进行识别也值得我们深究.

- [1] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
- [2] Chen G R, Lü J H 2003 *The Dynamics Analysis, Control and Synchronization of the Family of Lorenz System* (Beijing: Science press) (in Chinese) [陈关荣, 吕金虎 2003 Lorenz 系统族的动力学分析、控制与同步 (北京: 科学出版社) 第 9 页]
- [3] Stewart I 2002 *Nature* **406** 948
- [4] Tucker W 1999 *C R Acad Sci Paris* **328** 119
- [5] Chua L O, Komuro M, Matsumoto T 1986 *IEEE Trans. On Circuits & Systems-I* **33** 1072
- [6] Chen G R, Ueta T 1999 *Int. J. of Bifur Chaos* **9** 1465
- [7] Lü J H, Chen G R 2002 *Int. J. of Bifur Chaos* **12** 659
- [8] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [9] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [10] Hu M, Yang Y, Xu Z Z 2008 *Phys. Lett. A* **372** 3228
- [11] Wang H, Han Z Z, Xie Q Y, Zhang W 2009 *Commun Nonlinear Sci Numer Simul.* **14** 1410
- [12] Li G H 2005 *Chin. Phys.* **14** 472
- [13] Park J H, Ji D H, Won S C, Lee S M 2008 *Applied Mathematics and Computation* **204** 170
- [14] Hou Y Y, Liao T L, Yan J J 2007 *Physica A* **379** 81
- [15] Liu B, Shi P M, Liu S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 074383 (in Chinese) [刘彬, 时培明, 刘爽 2009 物理学报 **58** 074383]
- [16] Zhao J C, Zhang Q J, Lu J A 2011 *Chin. Phys. B* **20** 050507
- [17] Lin J S, Yan J J 2009 *Nonlinear Anal RWA* **10** 1151
- [18] Li W L, Liu Z H, Miao J 2010 *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **15** 3015
- [19] Wu X, Lu J 2003 *Chaos, Solitons and Fractals* **18** 721
- [20] Guo Z A, Lü L, Li Y, Xia X L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 95 (in Chinese) [郭治安, 吕翎, 李岩, 夏晓岚 2007 物理学报 **56** 95]
- [21] Tu L L, Lu J A 2005 *Chin. Phys.* **14** 1755
- [22] Ma J, Su W T, Gao J Z 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1554 (in Chinese) [马军, 苏文涛, 高加振 2010 物理学报 **59** 1554]
- [23] Tu L L, Ke C, Ding Y M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 056803 (in Chinese) [涂俐兰, 柯超, 丁咏梅 2011 物理学报 **60** 056803]
- [24] Gong G L, Qian M P 2004 *Application of Random process and the random model in algorithm and intelligent computer* (Beijing: Tsinghua University Press)

# Adaptive synchronization and parameter identification for Lorenz chaotic system with stochastic perturbations\*

Zhu Da-Wei Tu Li-Lan<sup>†</sup>

(Hubei Province Key Laboratory of Systems Science in Metallurgical Process, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China)

(Received 21 September 2012; revised manuscript received 24 October 2012)

## Abstract

In this paper, Lorenz chaotic system with stochastic perturbation and unknown parameters is investigated, in which the stochastic perturbations is one-dimensional random process of the standard Wiener. Based on stochastic Lyapunov stability theory, Itô formula and adaptive control method combined with three adaptive control laws and two adaptive control laws respectively, two mean square Asymptotic adaptive synchronization standards are put forward theoretically. These new standards are in a simple form and easy to deal with. Moreover, with these standards, not only drive system with stochastic perturbations can be synchronized with the respond system, but also unknown parameters in the system can be identified. Finally, the Matlab numerical simulations confirm that the proposed results are correct and effective.

**Keywords:** Lorenz chaotic system with stochastic perturbation, adaptive synchronization, stochastic Lyapunov stability theory, parameter identification

**PACS:** 05.40.Ca, 05.45.Xc

**DOI:** 10.7498/aps.62.050508

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60904060, 61104127).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: tulilan2012@163.com