## 非均匀地表空气动力学有效粗糙度的统计特征\*

黄瑾1) 钟中2)† 郭维栋3) 卢伟2)

(南京工程学院基础部,南京 211167)
 (解放军理工大学气象海洋学院气象系,南京 211101)
 (南京大学气候与全球变化研究院,南京 210093)
 (2012 年 8 月 25 日收到; 2012 年 10 月 3 日收到修改稿)

利用基于大气边界层 Monin-Obukhov 相似理论、通量守恒和质量守恒原理设计的非均匀地表空气动力学有效 粗糙度计算方案,研究了3种不同地表类型情况下有效粗糙度的统计特征,并分析了大气层结稳定度和粗糙变率对 有效粗糙度的影响.结果表明,有效粗糙度总是大于面积加权平均粗糙度,大部分情况下有效拖曳系数比平均拖曳 系数大10%以上;有效粗糙度虽然和大气层结稳定度有关,但对粗糙变率更敏感,粗糙变率加倍将使有效粗糙度相 对变化百分比达到加倍前的4倍,有效拖曳系数相对变化百分比达到加倍前的3倍.因此,非均匀下垫面的数值模 式中,不能简单地采用面积加权平均粗糙度,需要采用能表示下垫面非均匀性综合效应的有效粗糙度.

关键词:非均匀性,有效粗糙度,粗糙变率,层结稳定度 PACS: 42.68.Bz, 92.60.Kc, 92.40.Zg DOI: 10.7498/aps.62.054204

### 1引言

粗糙度是运动流体边界面粗糙程度的度量参 数,对大尺度和微尺度流体运动都有不可忽视的影 响<sup>[1-4]</sup>. 空气动力学粗糙度是研究污染物扩散、水 循环、环境风效应以及大气边界层特性数值模式 的重要外参数之一. 在数值模式中. 粗糙度的值直 接影响地表和低层大气之间的动量、热量和物质 传输的计算,从而影响地表和高空大气环流的模拟 结果<sup>[1,2,5]</sup>. 对于均匀的下垫面地表类型而言, 粗糙 度已得到较好的确定,但在非均匀地表类型区域, 如何在数值模式中考虑不同地表类型粗糙度的综 合效应成为数值模式外参数计算的关键.自20世 纪80年代以来,考虑非均匀地表类型综合效应的 "有效粗糙度"概念和计算方法已引起相关科学家 的广泛关注 [6-12]. 通过对有效粗糙度和加权平均 粗糙度进行大量对比研究,数值模式在描述陆气相 互作用方面取得了很大进展<sup>[13]</sup>.

最近, Zhong 等<sup>[12]</sup> 基于大气边界层 Monin-

Obukhov 相似理论、通量守恒和质量守恒原理,提出了一个计算有效粗糙度的新方案.通过与 Bou-Zeid 等<sup>[10,11]</sup>利用 2 种下垫面的大涡模拟 (LES) 结果反演的粗糙度进行对比发现,新方案的计算精度明显优于加权平均方案,且由于新方案同时考虑了粗糙变率和局地零平面位移等对有效粗糙度的贡献,因而能更真实地表达有效粗糙度的动力学属性.

由于在 2 种以上地表类型情况下不同类型 面积百分比组合的样本很多,关于有效粗糙度 方案的研究一般都以 2 种类型情况进行性能检 验<sup>[7,10-12]</sup>,本文在 3 种典型下垫面地表类型情况下, 研究 Zhong 等 <sup>[12]</sup>的新方案计算的有效粗糙度统计 特征,并分析复杂非均匀地表有效粗糙度对大气层 结稳定度和粗糙变率的敏感性,为有效粗糙度在数 值模式中的应用提供依据.

2 有效粗糙度新方案简介

根据 Monin-Obukhov 相似理论, 大气近地层通

<sup>\*</sup>国家重点基础研究发展计划(批准号: 2011CB952002, 2010CB428505)资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: zhong\_zhong@yeah.net

<sup>© 2013</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

量廓线关系可写成如下形式:

$$U = \frac{u_*}{\kappa} \left[ \ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right) - \psi_{\rm m}(\zeta) \right],\tag{1}$$

$$\Delta \theta = \theta - \theta_0 = P_{\rm r0} \frac{\theta_*}{\kappa} \left[ \ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right) - \psi_{\rm h}(\zeta) \right].$$
(2)

(1) 和 (2) 式中 *z* 是几何高度, *U* 是风速, *u*<sub>\*</sub> 是摩擦 速度,  $\theta$ ,  $\theta_0$  和  $\theta_*$  分别是位温、地表参考位温和位 温标度, *z*<sub>0</sub> 和 *d* 分别是粗糙度和零平面位移, *P*<sub>t0</sub> 是 动量涡旋扩散系数和热量涡旋扩散系数之比, 称之 为扰动 Prandtl 数,  $\psi_m$  和  $\psi_h$  分别是动量和热量影 响函数,  $\kappa = 0.4$  是 Karman 常数, 稳定度参数  $\zeta$  和 总体 Richardson 数 *R*<sub>ib</sub> 的表达式分别为

$$\zeta = \frac{z-d}{L} = \frac{\kappa(z-d)g\theta_*}{\theta_0 u_*^2},\tag{3}$$

$$R_{\rm ib} = \frac{g}{\theta_0} \frac{\Delta \theta (z - d - z_0)}{U^2}.$$
 (4)

(3) 和 (4) 式中, g 是重力加速度,  $L = \theta u_*^2 / \kappa g \theta_*$  是 Monin-Obukhov 长度.

当采用 Businger<sup>[14]</sup> 的通量廓线关系函数形式 后,  $\psi_m$  和  $\psi_h$  的表达式如下.

稳定层结条件下 (*R*<sub>ib</sub> ≥ 0):

$$\psi_{\rm m} = -\beta_{\rm m}(\zeta - \zeta_0), \qquad (5)$$

$$\psi_{\rm h} = -\beta_{\rm h}(\zeta - \zeta_0). \tag{6}$$

不稳定层结条件下 (R<sub>ib</sub> < 0):

$$\psi_{\rm m} = 2\ln\frac{(1+x)}{(1+x_0)} + \ln\frac{(1+x^2)}{(1+x_0^2)} - 2\tan^{-1}(x) + 2\tan^{-1}(x_0),$$
(7)

$$\psi_{\rm h} = 2\ln\frac{(1+y^2)}{(1+y_0^2)}.$$
 (8)

(5)—(8) 式中  $\zeta = \frac{z-d}{L}$ ,  $\zeta_0 = \frac{z_0}{L}$ , 而  $x = (1 - \gamma_m \zeta)^{1/4}$ ,  $x_0 = (1 - \gamma_m \zeta_0)^{1/4}$ ,  $y = (1 - \gamma_h \zeta)^{1/4}$ ,  $y_0 = (1 - \gamma_h \zeta_0)^{1/4}$ . 根据 Businger<sup>[14]</sup>的研究结果, 取  $\beta_m = 4.67$ ,  $\beta_h = 6.35$ ,  $\gamma_m = 15$ ,  $\gamma_h = 9$ , 并近似地取  $P_{r0} \approx \beta_m / \beta_h = 0.74$ .

根据通量和质量守恒原理以及 Byun<sup>[15]</sup> 和 Lo<sup>[16]</sup> 推导出的稳定度参数 ζ 的解析表达式,可 以得到关于有效粗糙度 (z<sub>0</sub><sup>eff</sup>) 和有效零平面位移 (d<sup>eff</sup>) 的 2 个控制方程

$$C_{\rm D}(z_0^{\rm eff}, d^{\rm eff}) = \sum_{i=1}^n r_i C_D(z_{0i}, d_i), \qquad (9)$$
$$\int_{d^{\rm eff} + z_0^{\rm eff}}^{z_{\rm m}} \frac{u_*}{\kappa} \left[ \ln \frac{z - d^{\rm eff}}{z_0^{\rm eff}} - \psi_{\rm m} \left(\frac{z}{L}\right) \right] \mathrm{d}z$$
$$= \sum_{i=1}^n r_i \int_{d_i + z_{0i}}^{z_{\rm m}} \frac{u_*}{\kappa} \left[ \ln \frac{z - d_i}{z_{0i}} - \psi_{\rm m} \left(\frac{z}{L}\right) \right] \mathrm{d}z. \qquad (10)$$

(9) 式中 CD 是动量拖曳系数, 其表达式为

$$C_{\rm D}(z_0, d) = \frac{\kappa^2}{\left[\ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right) - \psi_{\rm m}(\zeta)\right]^2}.$$
 (11)

(9)—(11) 式中, *n* 是地表类型总数, *r<sub>i</sub>*, *z*<sub>0i</sub> 和 *d<sub>i</sub>* 分别 是每一种地表类型的面积百分比、粗糙度和零平 面位移, 参考高度 *z*<sub>m</sub> = 80 m. 根据 Lo<sup>[16]</sup> 的理论推 导可以得到:

稳定层结条件下 ( $R_{ib} \ge 0$ ),

$$\boldsymbol{\chi}(z_0^{\text{eff}}, d^{\text{eff}}) = \sum_{i=1}^n r_i \boldsymbol{\chi}(z_{0i}, d_i); \quad (12a)$$

不稳定层结条件下 (Rib < 0),

$$\pi(z_0^{\text{eff}}, d^{\text{eff}}) = \sum_{i=1}^n r_i \pi(z_{0i}, d_i).$$
(12b)

$$\chi(z_{0i}, d_i) = (z_{\rm m} - d_i) - \frac{(z_{\rm m} - d_i) + \frac{\beta_{\rm m}}{2L}(z_{\rm m} - d_i)^2 - z_{0i} - \frac{\beta_{\rm m}}{2L}z_{0i}^2}{\ln\frac{z_{\rm m} - d_i}{z_{0i}} + \frac{\beta_{\rm m}}{L}(z_{\rm m} - d_i - z_{0i})},$$
(13a)

(12) 式中

$$\pi(z_{0i}, d_i) = (z_{\rm m} - d_i) + \frac{4L}{3\gamma_{\rm m}} \frac{(x_{\rm m}^3 - x_0^3)}{\ln\frac{z_{\rm m} - d_i}{z_{0i}} - 2\ln\frac{1 + x_{\rm m}}{1 + x_0} - \ln\frac{1 + x_{\rm m}^2}{1 + x_0^2} + 2\tan^{-1}(x_{\rm m}) - 2\tan^{-1}(x_0)}.$$
 (13b)

方程 (9) 和 (12) 构成了求解 z<sub>0</sub><sup>eff</sup> 和 d<sup>eff</sup> 的联立 方程组,可以用迭代方法在已知每一种地表类型面 积百分比、粗糙度和零平面位移条件下求出 z<sub>0</sub><sup>eff</sup> 和 d<sup>eff</sup> 的数值解,关于有效粗糙度新方案的详细推导 参见文献 [12]. 3 有效粗糙度的统计特征

Taylor<sup>[7]</sup> 认为面积加权对数平均粗糙度 (z<sub>0</sub><sup>m</sup>, 简称平均粗糙度) 是有效粗糙度的一个很好的近似值.本节将针对 3 种非均匀地表类型研究有效粗糙

度的统计特征. 不失一般性, 假定 3 种类型的粗糙 度分别是  $z_{01} = 1.0 \text{ m}$ ,  $z_{02} = 0.316 \text{ m}$  和 $z_{03} = 0.1 \text{ m}$ , 这分别是城市、城郊和农田等 3 种典型地表类 型的粗糙度值. 这 3 种粗糙度之间具有 3 种粗糙 变率 (s), 即  $s_{12} = \ln \frac{z_{01}}{z_{02}} = 1.15$ ,  $s_{23} = \ln \frac{z_{02}}{z_{03}} = 1.15$ ,  $s_{13} = \ln \frac{z_{01}}{z_{03}} = 2.30$ . 为简单起见, 本文假定城市的零 平面位移  $d_1 = 20 \text{ m}$ , 城郊和农田的零平面位移为 零, 即  $d_2 = d_3 = 0$ .

为考察有效粗糙度的统计特征,对3种地 表类型面积百分比的 10000 种随机组合方案分 别计算了有效粗糙度. 不稳定大气层结 ( $R_{\rm th}$  = -0.2) 条件下 10000 种随机组合方案计算得到 的有效粗糙度相对于平均粗糙度的变化百分比 散点分布如图1所示.由图1 100% 可见,和2种地表类型情况相同<sup>[12]</sup>,3种地表类型 的有效粗糙度也总是大于平均粗糙度,且10000种 随机组合中相对变化百分比大于10%的情况超过 9800种,出现最多的情况是介于 20%—50%之间. 由于大气环流对粗糙度变化很敏感<sup>[1,2]</sup>,甚至于大 规模风电装置所造成的地表粗糙度变化都会引起 大气环流的变化 [17], 因此, 大多数情况下不能用平 均粗糙度代替有效粗糙度.有效粗糙度相对变化落 入不同百分比区间的随机试验个数见表 1.

由于粗糙度的作用是通过拖曳系数在数值模式中体现出来,因此,需要分析选用不同粗糙度计算方案对拖曳系数的影响.图2是和图1对应的拖曳系数散点图.可见用有效粗糙度计算的拖曳系数(简称有效拖曳系数)也都大于用平均粗糙度的计算值,且绝大部分情况下拖曳系数相对变化介于5%—25%之间,其中介于10%—20%之间的随机试验个数超过6600,而大于10%的试验个数约为

7800 个 (表 1). 由表 1 还可以计算出有效粗糙度相 对变化加权平均百分比约为 37.0%, 而有效拖曳系 数相对变化加权平均百分比约为 14.1%, 这表明采 用平均粗糙度计算拖曳系数将使得数值模式计算 的陆气相互作用通量出现很大误差, 由此将导致表 层大气物理量和大气环流的模拟计算存在不可忽 视的误差.



图 1 R<sub>ib</sub> = -0.2 时 10000 种随机组合试验的有效粗糙度相对 变化百分比散点图



图 2 同图 1(但为有效拖曳系数)

粗糙度相对变化		拖曳系数相对变化	
百分比区间/%	落入区间试验个数	百分比区间/%	落入区间试验个数
0—10	165	0—5	399
10—20	876	5—10	1676
20—30	2066	10—15	3460
30—40	2586	15—20	3263
40—50	2402	20—25	1202
50—60	1371	25—30	0
60—70	534	30—35	0

表 1 R<sub>ib</sub> = -0.2 时有效粗糙度和有效拖曳系数相对变化落入不同百分比区间的随机试验个数

对稳定层结 (*R*<sub>ib</sub> = 0.2) 条件下同样进行 10000 次随机组合试验计算,结果表明,有效粗糙度统计 特性和不稳定层结情况类似.虽然有效粗糙度和 有效拖曳系数在所有试验中均分别大于平均粗糙 度和平均拖曳系数,但有效粗糙度相对变化落入不 同百分比区间个数的分布有所不同.总体上看,有 效粗糙度相对变化大于 50%的试验个数明显减少, 尽管出现最多的情况仍然是介于 20%—50%之间, 但更集中出现在 30%—40%之间 (图 3 和表 2).有 效拖曳系数也总体呈现相对变化百分比减小的趋



图 3 R<sub>ib</sub> = 0.2 时 10000 种随机组合试验的有效粗糙度相对变 化百分比分布散点图

势,且不再出现大于 20%的情况,其中集中出现在 10%—15%之间的随机试验个数有 4500 个 (图 4 和 表 2).此时,由表 2 可以计算出有效粗糙度相对变 化加权平均百分比约为 33.0%,有效拖曳系数相对 变化加权平均百分比约为 11.4%.因此,稳定层结 情况下,有效粗糙度和有效拖曳系数与各自平均值 的差别比不稳定层结情况略小,但这种差别没有量 级上的变化,稳定层结和不稳定层结情况下都不能 直接用平均粗糙度代替有效粗糙度.



图 4 同图 3(但为有效拖曳系数)

粗糙度相对变化		拖曳系数相对变化		
百分比区间/%	落入区间试验个数	百分比区间/%	落入区间试验个数	
0—10	227	0—5	696	
10—20	1236	5—10	2822	
20—30	2467	10—15	4561	
30—40	3031	15—20	1921	
40—50	2056	20—25	0	
50—60	897	25—30	0	
60—70	36	30—35	0	

表 2 R<sub>ib</sub> = 0.2 时有效粗糙度和有效拖曳系数相对变化落入不同百分比区间的随机试验个数

需要进一步指出的是,有效粗糙度以及有效拖 曳系数相对于各自平均值的变化百分比对粗糙变 率的变化更为敏感.例如,不稳定层结条件下,当 取 $z_{01} = 1.0$  m, $z_{02} = 0.1$  m 和 $z_{03} = 0.01$  m 时,3种 粗糙变率分别是 $s_{12} = s_{23} = 2.30$ 和 $s_{13} = 4.60$ ,这 相当于上述算例中粗糙变率加倍的情况.此种情 况的计算表明,有效粗糙度相对变化大于100%的 试验有7500个以上,相应地,约有9800个随机试 验的有效拖曳系数相对变化百分比超过10%,且 最大相对变化百分比超过 70%(表 3). 由表 3 可以 计算出有效粗糙度相对变化加权平均百分比达到 155.0%, 约为粗糙变率不加倍情况的 4 倍, 而有效 拖曳系数相对变化加权平均百分比达到 39.0%, 约 为粗糙变率不加倍情况的 3 倍. 因此, 粗糙变率对 有效粗糙度的影响远大于大气层结稳定度, 在地表 粗糙变率较大的情况下平均粗糙度将失效, 此时必 须采用有效粗糙度才能对陆气相互作用通量进行 较准确模拟计算. Zhong 等 <sup>[18]</sup> 的研究曾表明, 在 2 种地表类型情况下,当其粗糙变率小于 1.2 时平均 粗糙度才能作为有效粗糙度的近似值,但从本文在 3 中地表类型情况下的统计计算结果可以发现,随 着地表类型种类的增多, 地表非均匀性增加, 而增加的非均匀性也有可能对有效粗糙度产生一定的 贡献.

表 3 同表 1(但取 $z_{01} = 1.0$ m, $z_{02} = 0.1$ m 和 $z_{03} = 0.01$ m	)
--------------------------------------------------------------------	---

粗糙度相对变化		拖曳系数相对变化	
百分比区间/%	落入区间试验个数	百分比区间/%	落入区间试验个数
0—50	540	0—10	213
50—100	1939	10—20	744
100—150	2519	20—30	1649
150—200	2438	30—40	2322
200—250	1472	40—50	2625
250—300	729	50—60	1628
300—350	341	60—70	794
350—400	22	70—80	25

#### 4 结 论

本文根据 Zhong 等<sup>[12]</sup> 提出的非均匀地表有效 粗糙度计算方案,研究了 3 种非均匀地表类型情况 下有效粗糙度的统计特征,并分析了大气层结稳定 度和地表粗糙变率对有效粗糙度的影响,得到以下 结论.

和已有的2种类型情况类似,3种地表类型情况下有效粗糙度仍然大于面积加权对数平均粗糙度,相应地由有效粗糙度计算的有效拖曳系数大于采用平均粗糙度的计算值.由于大部分情况下有效拖曳系数比平均拖曳系数大10%以上,因此,数值模式中采用面积加权平均粗糙度将会使陆气相互作用通量计算产生很大的误差.

有效粗糙度虽然和大气层结稳定度有关,但对 地表粗糙变率更敏感.地表粗糙变率加倍将使有效 粗糙度相对变化百分比达到加倍前的4倍,有效拖 曳系数相对变化百分比达到加倍前的3倍.

如今,工程化方法已广泛应用于数值模式程序 设计工作,现代数值预报模式的分辨率和网格点的 位置可根据需要进行任意调整,网格区域内地表类 型的数量也会随模式分辨率和网格点位置而变化. 由于有效粗糙度对模式网格区域内非均匀地表粗 糙变率十分敏感,如何确定模式网格点有效粗糙度 问题变得越发突出,设计能客观表征非均匀地表类 型综合效应的有效粗糙度计算方案仍然是需要深 入研究的模式参数计算问题之一.

- [1] Sud Y C, Smith W E 1985 Bound. Lay. Meteorol. 33 1
- [2] Sud Y C, Shukla J, Mintz Y 1988 J. Appl. Meteorol. 27 1036
- [3] Hao P F, Yao Z H, He F 2007 Acta Phys. Sin. 56 4728 (in Chinese) [郝 鹏飞,姚朝晖, 何枫 2007 物理学报 56 4728]
- [4] Zhang C B, Chen Y P, Shi M H, Fu P P, Wu J F 2009 Acta Phys. Sin.
   58 7050 (in Chinese) [张程宾, 陈永平, 施明恒, 付盼盼, 吴嘉峰 2009 物理学报 58 7050]
- [5] Li H Q, Guo W D, Sun G D, Zhang Y C 2011 Acta Phys. Sin. 60 019201 (in Chinese) [李红祺, 郭维栋, 孙国栋, 张耀存 2011 物理学 报 60 019201]
- [6] André J C, Blondin C 1986 Bound. Lay. Meteorol. 35 231
- [7] Taylor P A 1987 Bound. Lay. Meteorol. 39 403
- [8] Lhomme J P, Chehbouni A, Monteny B 1994 Bound. Lay. Meteorol.

**71** 297

- [9] Hasager C B, Jensen N O 1999 Quater. J. Roy. Meteorol. Soc. 125 2075
- [10] Bou-Zeid E, Meneveau C, Parlange M B 2004 Water Resour. Res. 40 W02505
- [11] Bou-Zeid E, Parlange M B, Meneveau C 2007 J. Atmos. Sci. 64 216
- [12] Zhong Z, Lu W, Song S, Zhang Y 2011 J. Hydrometeor. 12 1610
- [13] Jiménez P A, Dudhia J 2012 J. Appl. Meteorol. Climatol. 51 300
- [14] Businger J A, Wyngaard J C, Izumi Y, Badgley E F 1971 J. Atmos. Sci. 28 181
- [15] Byun D W 1990 J. Appl. Meteorol. 29 652
- [16] Lo A K 1995 Bound. Lay. Meteorol. 75 381
- [17] Kirk-Davidoff D B, Keith D W 2008 J. Atmos. Sci. 65 2215
- [18] Zhong Z, Zhao M, Su B K, Tang J P 2003 Adv. Atmos. Sci. 20 71

# Statistical features of aerodynamic effective roughness length over heterogeneous terrain\*

Huang Jin<sup>1)</sup> Zhong Zhong<sup>2)†</sup> Guo Wei-Dong<sup>3)</sup> Lu Wei<sup>2)</sup>

(Department of Basic Course, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China)
 (College of Meteorology and Oceanography, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China)
 (ICGCR, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

(Received 25 August 2012; revised manuscript received 3 October 2012)

#### Abstract

With a new scheme of effective roughness length for heterogeneous terrain, based on the atmospheric boundary layer Monin-Obukhov similarity theory as well as flux and mass conservation principles, the statistical features of effective roughness length and its sensitivity to atmospheric stratification stability and roughness step for three surface category case are investigated. The results show that the effective roughness length is greater than the area-weighted logarithmic average one and the effective drag coefficient is more than 10% greater than the average one in most cases. The effective roughness length is much more sensitive to the roughness step, though it is dependent on the atmospheric stratification stability, and the relative percentage of effective roughness length and the effective drag coefficient will be 4 times and 3 times, respectively, for the double roughness step case. Therefore, the area-weighted average roughness length should be replaced by the effective one when the surface heterogeneity is considered in numerical models, which can represent the integrated effect of heterogeneous terrain.

Keywords: heterogeneity, effective roughness length, roughness step, stratification stability

PACS: 42.68.Bz, 92.60.Kc, 92.40.Zg

DOI: 10.7498/aps.62.054204

<sup>\*</sup> Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant Nos. 2011CB952002, 2010CB428505).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: zhong\_zhong@yeah.net