

壁面二次电子发射对霍尔推力器放电通道 绝缘壁面双鞘特性的影响*

卿绍伟^{1)†} 鄂鹏²⁾ 段萍³⁾

1) (重庆大学动力工程学院, 重庆 400044)

2) (哈尔滨工业大学电气工程系, 哈尔滨 150001)

3) (大连海事大学物理系, 大连 116026)

(2012年9月13日收到; 2012年10月24日收到修改稿)

为进一步揭示霍尔推力器放电通道绝缘壁面鞘层的特性, 利用考虑了壁面二次电子分布函数的一维稳态流体鞘层模型, 研究了壁面二次电子发射对近壁双鞘特性的影响. 分析结果表明, 由于壁面发射的二次电子对近壁鞘层中的电子密度有增加作用, 存在一个临界二次电子发射系数 σ_{dc} 使得: 当 $\sigma \leq \sigma_{dc}$ 时, 鞘层为单层的正离子鞘结构; 当 $\sigma > \sigma_{dc}$ 时, 鞘层表现为双层的正离子鞘和电子鞘相连接结构, 连接点对应于垂直于壁面方向上电势分布的拐点. 然而, 当 σ 进一步增大到 0.999 时, 鞘层转变为三层的正离子鞘 - 电子鞘 - 正离子鞘交替结构. 数值结果表明: 随着 σ 的增加, 电子鞘与离子鞘的连接点向远离壁面的方向移动, 电子鞘的厚度逐渐增加; 随着壁面出射电子能量系数 a 的增加, 近壁区鞘层的厚度也逐渐增加.

关键词: 霍尔推力器, 双鞘, 壁面二次电子发射

PACS: 52.40.Kh, 52.50.Dg, 52.40.-w

DOI: 10.7498/aps.62.055202

1 引言

霍尔推力器是一种先进的电推进装置, 广泛应用于星际飞行、卫星姿态保持和变轨等航天飞行任务^[1,2]. 其放电过程在两个绝缘套筒之间构成的狭窄通道中进行. 通道两端施加了大约几百伏的放电电压. 通道中大致沿径向的强磁场束缚电子, 与轴向电场共同产生角向的电漂移以降低电子迁移率. 因为通道的特征尺度在离子回旋半径的数量级, 所以可以利用霍尔效应使磁化的电子与非磁化的离子的运动分离: 一方面使电子有足够的停留时间来电离原子; 另一方面, 轴向的强电场使离子加速喷出形成推力. 由于通道的表面积远大于截面积, 并且电子在径向不受磁场约束, 因此在放电过程中, 等离子体与壁面相互作用十分频繁, 成为影响等离

子体放电和推力器性能的一个重要物理过程^[2-5].

等离子体壁面相互作用会在近壁附近形成鞘层, 壁面二次电子发射是影响鞘层的重要因素. 1967年, Hobbs 和 Wesson 针对基于各向同性麦克斯韦分布等离子体的一维平板绝缘壁面鞘层的研究表明二次电子发射会降低鞘层电势降, 从而降低鞘层的绝热特性^[6,7], 并且当二次电子发射系数增加到临界值 σ_c 时, 鞘层进入空间电荷饱和状态, 此时, 壁面二次电子流达到最大值 (近似等于入射电子流). 对于霍尔推力器放电通道中的氮化硼绝缘壁面鞘层而言, 虽然前人对鞘层的结构和边界参数^[8-14]、带电粒子动力学特性^[15,16]做了大量的研究, 但是目前还没有研究者对霍尔推力器中绝缘壁面附近的双鞘特性进行研究. 相比于不发射二次电子的情形, 壁面发射的低能二次电子可以增加鞘层中电子的密度, 因而可能使得近壁附近的电子密

* 中央高校基本科研基金 (批准号: 0903005203189)、国家自然科学基金 (批准号: 11005025, 10975026, 11275034)、哈尔滨工业大学科学研究创新基金 (批准号: HITNSRIF2009044) 和辽宁省科学技术计划重点项目 (批准号: 2011224007) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: qshaowei@gmail.com

度大于离子密度 (即在近壁附近形成电子鞘). 然而, 当壁面发射的低能二次电子被鞘层加速到鞘边附近时, 二次电子的密度将明显降低, 因而在鞘边附近离子密度大于电子密度 (即在鞘边附近形成正离子鞘).

尽管霍尔推力器中绝缘壁面的双鞘与霍尔推力器中空阴极的双鞘在结构及产生机理上类似, 但却有着明显的区别, 如: 1) 空心阴极双鞘是由热阴极发射的热电子引起的, 而绝缘壁面双鞘是由壁面发射的二次电子引起的; 2) 为了加速热电子促进原子电离, 同时也为了提高离子轰击壁面的能量, 空心阴极壁面电位很小 (绝对值为电子温度的若干倍)^[17], 而绝缘壁表面电势随着二次电子发射系数的增大可以迅速增大, 甚至大于零^[6,7,12]. 上述第一个区别只是体现在壁面发射电子方式, 不会对鞘层结构产生本质影响; 然而, 第二个区别则可能对鞘层结构产生深刻影响, 原因在于绝缘壁面鞘层的壁面电势可以接近甚至大于零, 使得鞘层对离子密度的降低作用减弱, 可能使得鞘边区域和近壁区均形成离子鞘层. 本文通过建立考虑壁面二次电子分布函数的一维稳态流体鞘层模型, 对霍尔推力器中绝缘壁面双鞘出现的条件及演化规律进行研究.

2 理论模型

2.1 径向一维稳态流体鞘层模型

假设霍尔推力器放电通道的内或外壁面光滑, 且位于 $x=0$ 处. 在放电通道空间 $0 < x < H$ 内充满了等离子体, 鞘层边界位于 $x=L$ 处, 其中, H 为通道宽度, 满足 $H \gg L$. 静电场满足 Poisson 方程

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi e(n_{ep} + n_{ew} - n_i),$$

$$\phi(L) = 0, \quad \phi(0) = \phi_0. \quad (1)$$

其中, n_{ep} 和 n_{ew} 分别为鞘层中来自等离子体的电子密度和壁面出射电子的密度, 满足总电子密度 $n_e = n_{ep} + n_{ew}$, n_i 为鞘层中离子的密度, e 为单位电荷所带的电量.

在等离子体 - 鞘层边界满足电中性, 即

$$n_0 = n_i(x \geq L) = n_e(x \geq L)$$

$$= n_{ep}(x \geq L) + n_{ew}(x \geq L).$$

假设等离子体中的电子满足各向同性麦克斯韦分布, 温度为 T_e (单位 eV), 则 n_{ep} 近似满足 Boltz-

man 分布

$$n_{ep} = n_{ep}(\infty) \exp(e\phi/T_e)$$

$$= [n_0 - n_{ew}(\infty)] \exp(e\phi/T_e). \quad (2)$$

以氙气为工质气体时, 霍尔推力器放电通道中的离子主要为带一个正电荷的氙离子. 把氙离子看着带一个正电荷的冷流体, 其密度满足

$$n_i(x) = n_0 \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_0 - e\phi} \right)^{1/2},$$

其中, $\epsilon_0 = m_i V_{i0}^2/2$ 为鞘边离子能量, V_{i0} 为鞘边离子速度, m_i 为氙离子质量.

单电子入射引起的出射电子速度分布十分复杂并呈现双峰形貌^[18], 然而由初始麦氏分布^[19] 或非麦氏分布^[20] 电子引起的总二次电子速度分布呈现出类似于麦氏分布的单峰形貌. 因此, 只考虑所有出射电子的总速度分布, 并假设所有出射电子服从各向同性的麦氏分布, 且在垂直于壁面方向, 服从半麦氏分布

$$f_0(V_0) = N \left(\frac{m_e}{2\pi(2aT_e)} \right)^{1/2}$$

$$\times \exp\left(-\frac{m_e V_0^2}{2(2aT_e)}\right), \quad V_0 > 0, \quad (3)$$

其中, a 为出射电子能量系数, $N/2$ 为出射电子数密度. 相比于金属壁面, 霍尔推力器放电通道使用的氮化硼陶瓷材料具有较强的二次电子发射特性, 且在入射电子能量低于 30 eV 时弹性反射特性明显, 出射电子能量不可忽略^[21], 即出射电子能量系数 $a > 0$. 参照文献^[12], a 的估算式为

$$a = \frac{0.55(T_e)^2 + 66.925T_e + 20455}{(23.85 + 1.1T_e)(50 + T_e)^2}, \quad (4)$$

当 $T_e \rightarrow 26$ eV 时, a 的取值范围为 (0.05, 0.15).

由壁面净电流为零, 得到 $\int_0^\infty V_0 f_0(V_0) dV_0 = \frac{\sigma}{1-\sigma} n_0 V_{i0}$, 其中 $\sigma = \Gamma_2/\Gamma_1 = \int_0^\infty V_0 f_0(V_0) dV_0 / \int_{-\infty}^0 |V_0| f_0(V_0) dV_0$ 为壁面总二次电子发射系数, 可得

$$N = \sqrt{4\pi n_0} \frac{\sigma}{1-\sigma} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \left(\frac{\epsilon_0}{2aT_e} \right)^{1/2},$$

其中, Γ_1 , Γ_2 分别为壁面处入射电子通量和出射电子通量.

同理, 由稳态鞘层条件下壁面处净电流为零, 即 $en_0 V_{i0} - e\Gamma_1(1-\sigma) = 0$, 易证, σ 的取值范围为 $0 \leq \sigma < 1$.

根据鞘层空间电势的变化特点, 可以把鞘层划分为三种形态^[6,22], 分别为经典鞘层 ($\sigma < \sigma_c$)、临界空间电荷饱和鞘层 ($\sigma = \sigma_c$) 和空间电荷饱和鞘层 ($\sigma > \sigma_c$)。不同鞘层形态下的鞘层电势形貌如图 1 所示. 当 $\sigma \leq \sigma_c$ 时, 鞘层电势在指向壁面方向上单调降低, 壁面处电势最低. 而当 $\sigma > \sigma_c$ 时, 鞘层电势在壁面附近发生反转, 最低电势点脱离壁面. 下面就这两种情况给出鞘层特性的计算过程.

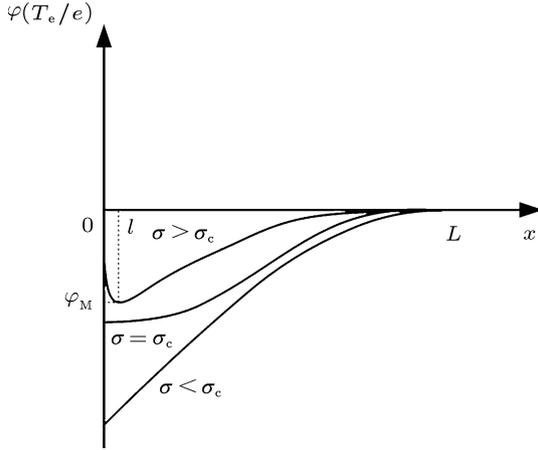


图 1 不同鞘层形态下的鞘层电势分布示意图, 壁面位于 $x=0$ 处, 空间 $x>0$ 充满等离子体, 鞘层边界位于 $x=L$, $\varphi(L)=0$, $\varphi(0)=\varphi_0$. 当 $\sigma > \sigma_c$ 时, 电势最低点位于 $x=l$, 且最低电势值为 φ_M

2.2 经典及临界空间电荷饱和鞘层

经典及临界空间电荷饱和鞘层 ($\sigma \leq \sigma_c$) 结构下, 出射电子被加速出鞘层区域. 由出射电子在 x 方向上的能量守恒方程 $\frac{1}{2}m_e V_x^2 - e\varphi = \frac{1}{2}m_e V_0^2 - e\varphi_0$, 以及关系式 $f_x(V_x) = f_0(V_0)$, 可得

$$\begin{aligned} n_{ew} &= \int_{\sqrt{\frac{2e(\varphi-\varphi_0)}{m_e}}}^{\infty} f_x(V_x) dV_x \\ &= \int_{\sqrt{\frac{2e(\varphi-\varphi_0)}{m_e}}}^{\infty} f_0 \left(\sqrt{V_x^2 - \frac{2e(\varphi-\varphi_0)}{m_e}} \right) dV_x \\ &= \frac{N}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{e(\varphi-\varphi_0)}{2aT_e}} \exp \left(\frac{e(\varphi-\varphi_0)}{2aT_e} \right), \end{aligned}$$

其中补误差函数 $\operatorname{erfc}(y)$ 定义为

$$\operatorname{erfc}(y) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt.$$

为简化方程, 引入下列无量纲量:

$$\hat{\varphi} = \frac{e\varphi}{T_e}, \quad \hat{\varepsilon}_0 = \frac{\varepsilon_0}{T_e}, \quad \xi = \frac{x}{\lambda_D}, \quad \hat{L} = \frac{L}{\lambda_D},$$

其中 $\lambda_D = (T_e/4\pi e^2 n_0)^{1/2}$, 则 Poisson 方程可表示为

$$\frac{d^2 \hat{\varphi}}{d\xi^2} = (1 - B\hat{\varepsilon}_0) e^{\hat{\varphi}} + A\hat{\varepsilon}_0 \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}_0} \right) e^{\hat{\varepsilon}} - \left(1 - \frac{\hat{\varphi}}{\hat{\varepsilon}_0} \right)^{-1/2},$$

其中 $A = \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{\sigma}{1-\sigma} e^{-\hat{\varphi}_0}$, $B = A \operatorname{erfc} \left(\sqrt{-\hat{\varphi}_0} \right)$,

$$\hat{\varphi} = \frac{\varphi}{2a}, \quad \hat{\varphi}_0 = \frac{\varphi_0}{2a}, \quad \hat{\varepsilon}_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2a}}.$$

将上式乘以 $d\hat{\varphi}/d\xi$ 后从 0 到 ξ 积分得到关于 $\left(\frac{d\hat{\varphi}}{d\xi} \right)^2$ 的表达式:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left(\frac{d\hat{\varphi}}{d\xi} \right)^2 &= 2\hat{\varepsilon}_0 \left[\left(1 - \frac{\hat{\varphi}}{\hat{\varepsilon}_0} \right)^{1/2} - 1 \right] \\ &\quad + (1 - B\hat{\varphi}_0) (e^{\hat{\varphi}} - 1) \\ &\quad + 2aA\hat{\varphi}_0 \left[\operatorname{erfc} \left(\sqrt{\hat{\varphi} - \hat{\varphi}_0} \right) e^{\hat{\varphi}} - \frac{B}{A} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{\hat{\varphi}_0} \left(\sqrt{\hat{\varphi} - \hat{\varphi}_0} - \sqrt{-\hat{\varphi}_0} \right) \right]. \end{aligned}$$

可根据稳态鞘层的两个基本条件获得确定关于 $\hat{\varepsilon}_0$ 和 $\hat{\varphi}_0$ 的两个方程. 由壁面总电流为零得到

$$(1 - B\hat{\varepsilon}_0) e^{\hat{\varphi}_0} = \frac{1}{1-\sigma} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \sqrt{4\pi\hat{\varepsilon}_0}. \quad (5)$$

由鞘层边界上满足电中性条件, 即当 $x \rightarrow 0$ 时, $n_i \geq n_{ep} + n_{ew}$ 且 $\varphi \rightarrow 0$, 则

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_0 &= \frac{1}{2} + B(2a-1) \left(\frac{\hat{\varepsilon}_0}{2a} \right)^{3/2} \\ &\quad - \frac{\sigma}{1-\sigma} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{\hat{\varphi}_0}{2a} \left(-\frac{\hat{\varepsilon}_0}{\hat{\varphi}_0} \right)^{3/2}. \end{aligned} \quad (6)$$

对于给定的 σ , 联立方程 (5) 和 (6), 可以得到 $\hat{\varepsilon}_0$ 和 $\hat{\varphi}_0$ 的精确解. 而当 m_e/m_i 很小时, 可得 $\hat{\varepsilon}_0$ 和 $\hat{\varphi}_0$ 的近似解

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_0 &= -\ln \left[\frac{1-\sigma}{\sqrt{2\pi m_e/m_i}} \right], \\ \hat{\varepsilon}_0 &= \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (7)$$

从上式可以看出, 二次电子发射导致了鞘层电势降的减少, 当总二次电子发射系数 $\sigma \rightarrow 1$ 时, 近似解不存在. 实际上在 σ 增大到 1 之前出现了一个新的重要物理现象.

由 (6) 式壁面电场 $(d\hat{\varphi}/d\xi)_0$ 可整理为

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\hat{\varphi}}{d\xi} \right)_0^2 = 2\hat{\varepsilon}_0 \left[\left(1 - \frac{\hat{\varphi}_0}{\hat{\varepsilon}_0} \right)^{1/2} - 1 \right]$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{\pi}(a-\hat{\varepsilon}_0)e^{-\hat{\phi}_0}B/A+\hat{\varepsilon}_0\sqrt{-\frac{1}{\hat{\phi}_0}}}{\sqrt{\pi}(2a-1)e^{-\hat{\phi}_0}B/A+\sqrt{-\frac{1}{\hat{\phi}_0}}} \\ & \times \frac{1}{\hat{\varepsilon}_0}[e^{\hat{\phi}_0}-1] \\ & + \frac{\sqrt{\pi}2a^2(2\hat{\varepsilon}_0-1)e^{-\hat{\phi}_0}}{\sqrt{\pi}(2a-1)e^{-\hat{\phi}_0}B/A+\sqrt{-\frac{1}{\hat{\phi}_0}}} \\ & \times \frac{1}{\hat{\varepsilon}_0}\left[\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{-\hat{\phi}_0}\right)e^{\hat{\phi}_0}-B/A\right]. \end{aligned}$$

我们可以通过近似解 (7) 式来研究该方程的一些特性:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\hat{\phi}}{d\xi}\right)_0^2 \approx (1-2\hat{\phi}_0)^{1/2}-2.$$

可见,随着发射系数 σ 向 1 逐渐增加,鞘层电势降 $|\hat{\phi}_0|$ 以及壁面电场都降低. 当 $\hat{\phi}_0 \simeq -\frac{3}{2}$, 且 $\sigma = \sigma_c$ 时,壁面处电场为 0, 其中 σ_c 接近并小于 1. 当 $\sigma > \sigma_c$ 时,鞘层电势 $\hat{\phi}_0$ 在鞘层空间不再是单调变化,壁面附近会出现一个电势降把部分出射电子吸引回壁面,使得二次电子发射系数趋向于 σ_c . 这种条件下的发射电流满足空间电荷饱和.

为了求 σ_c 的精确解,将方程 (6) 代入方程 (5), 得到方程

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{\pi}(a-\hat{\varepsilon}_{0c})e^{-\hat{\phi}_{0c}}B/A+\hat{\varepsilon}_{0c}\sqrt{-1/\hat{\phi}_{0c}}}{\sqrt{\pi}(2a-1)e^{-\hat{\phi}_{0c}}B/A+\sqrt{-1/\hat{\phi}_{0c}}}\frac{1}{\hat{\varepsilon}_{0c}}e^{\hat{\phi}_{0c}} \\ & = \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}\sqrt{4\pi\hat{\varepsilon}_{0c}} \\ & + \frac{a\sqrt{8a}\sqrt{\pi}(2\hat{\varepsilon}_{0c}-1)}{\sqrt{\pi}(2a-1)e^{-\hat{\phi}_{0c}}B/A+\sqrt{-1/\hat{\phi}_{0c}}}\frac{1}{\hat{\varepsilon}_{0c}}. \quad (8) \end{aligned}$$

由 $(d\hat{\phi}/d\xi)_0 = 0$ 得到方程

$$\begin{aligned} 0 & = 2\hat{\varepsilon}_{0c}\left[\left(1-\frac{\hat{\phi}_{0c}}{\hat{\varepsilon}_{0c}}\right)^{1/2}-1\right] \\ & + \frac{\sqrt{\pi}(a-\hat{\varepsilon}_{0c})e^{-\hat{\phi}_{0c}}B/A+\hat{\varepsilon}_{0c}\sqrt{-1/\hat{\phi}_{0c}}}{\sqrt{\pi}(2a-1)e^{-\hat{\phi}_{0c}}B/A+C\sqrt{-1/\hat{\phi}_{0c}}}\frac{e^{\hat{\phi}_{0c}}-1}{\hat{\varepsilon}_{0c}} \\ & + \frac{\sqrt{\pi}2a^2(2\hat{\varepsilon}_{0c}-1)e^{-\hat{\phi}_{0c}}}{\sqrt{\pi}(2a-1)e^{-\hat{\phi}_{0c}}B/A+\sqrt{-1/\hat{\phi}_{0c}}} \\ & \times \frac{1}{\hat{\varepsilon}_{0c}}\left[\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{-\hat{\phi}_{0c}}\right)e^{\hat{\phi}_{0c}}-\frac{B}{A}\right]. \quad (9) \end{aligned}$$

联立方程 (8), (9), 对特定的等离子体和出射电子能量系数 a , 可计算 $\hat{\phi}_{0c}$ 和 $\hat{\varepsilon}_{0c}$ 的精确解, 代入方程 (6) 可求出 σ_c .

2.3 空间电荷饱和鞘层

当 $\sigma > \sigma_c$ 时,空间电荷饱和鞘层的电势分布如图 1 所示. 此时,壁面发射的电子一部分被反射回壁面,余下的具有较高能量的出射电子才能克服近壁势垒进入 $x > l$ 区域. 在 $x > l$ 区域,根据文献 [17], 或 $\frac{1}{2}m_eV_x^2 - e\phi = \frac{1}{2}m_eV_0^2 - e\phi_0$, 以及关系式 $f_x(V_x) = f_0(V_0)$, 可得

$$\begin{aligned} n_{cw} & = \int_{\sqrt{\frac{2e(\phi_0-\phi_M)}{m_e}}}^{\infty} f_x(V_x)dV_x \\ & = \int_{\sqrt{\frac{2e(\phi_0-\phi_M)}{m_e}}}^{\infty} f_0\left(\sqrt{V_x^2 - \frac{2e(\phi-\phi_0)}{m_e}}\right)dV_x \\ & = \frac{N}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{e(\phi-\phi_M)}{2aT_e}}\right)\exp\left(\frac{e(\phi-\phi_0)}{2aT_e}\right). \end{aligned}$$

在 $x < l$ 区域,由于近壁势垒的作用,部分出射电子被反射回壁面,将被反射的指向壁面的电子密度折算到 n_{ep} 中(考虑到方程 (2) 使得 n_{ep} 大于真实值),可近似认为出射电子密度 n_{cw} 仍满足上式.

引入无量纲量, Poisson 方程可表示为

$$\begin{aligned} \frac{d^2\hat{\phi}}{d\xi^2} & = (1-B_M\hat{\varepsilon}_0)e^{\hat{\phi}}+A\hat{\varepsilon}_0\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\hat{\phi}-\hat{\phi}_M}\right)e^{\hat{\phi}} \\ & - \left(1-\frac{\hat{\phi}}{\hat{\varepsilon}_0}\right)^{-1/2}, \end{aligned}$$

其中 $B_M = A\operatorname{erfc}\left(\sqrt{-\hat{\phi}_M}\right)$. 将上式乘以 $d\hat{\phi}/d\xi$ 后从 0 到 ξ 积分得到关于 $\left(\frac{d\hat{\phi}}{d\xi}\right)^2$ 的表达式

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\left(\frac{d\hat{\phi}}{d\xi}\right)^2 & = 2\hat{\varepsilon}_0\left[\left(1-\frac{\hat{\phi}}{\hat{\varepsilon}_0}\right)^{1/2}-1\right] \\ & + [1-B_M\hat{\varepsilon}_0](e^{\hat{\phi}}-1) \\ & + 2aA\hat{\varepsilon}_0\left[e^{\hat{\phi}}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\hat{\phi}-\hat{\phi}_M}\right)\right. \\ & \left.-\frac{B_M}{A}+\frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{\hat{\phi}_M}\left(\sqrt{\hat{\phi}-\hat{\phi}_M}\right.\right. \\ & \left.\left.-\sqrt{-\hat{\phi}_M}\right)\right]. \quad (10) \end{aligned}$$

下面将根据稳态鞘层的两个基本条件获得确定 $\hat{\varepsilon}_0$ 和 $\hat{\phi}_0$ 的两个方程. 由壁面总电流为零得到

$$(1-B_M\hat{\varepsilon}_0)e^{\hat{\phi}_0}+2\sqrt{2a}A\hat{\varepsilon}_0(e^{\hat{\phi}_0}-e^{\hat{\phi}_M})$$

$$= \frac{1}{1-\sigma} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} (4\pi\hat{\epsilon}_0)^{1/2}. \quad (11)$$

由鞘层边界上满足电中性条件, 即当 $x \rightarrow L$ 时, $n_i \geq n_{ep} + n_{ew}$ 且 $\varphi \rightarrow 0$, 则

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_0 = & \frac{1}{2} + B_M(2a-1) \left(\frac{\hat{\epsilon}_0}{2a} \right)^{3/2} \\ & - \frac{\sigma}{1-\sigma} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{\hat{\phi}_M}{2a} \exp\left(\hat{\phi}_M - \hat{\phi}_0\right) \left(-\frac{\hat{\epsilon}_0}{\hat{\phi}_M} \right)^{3/2}. \end{aligned} \quad (12)$$

在电势最低点 $x = l$ 处, $\hat{\phi}(l) = \hat{\phi}_M$ 且 $(d\hat{\phi}/d\xi)|_{x=l} = 0$, 代入方程 (10) 可得

$$\begin{aligned} 0 = & 2\hat{\epsilon}_0 \left[\left(1 - \frac{\hat{\phi}_M}{\hat{\epsilon}_0} \right)^{1/2} - 1 \right] + \left[1 - B_M \hat{\epsilon}_0 \right] \left(e^{\hat{\phi}_M} - 1 \right) \\ & + 2aA\hat{\epsilon}_0 \left[e^{\hat{\phi}_M} - \frac{B_M}{A} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{-\hat{\phi}_M} e^{\hat{\phi}_M} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

对于给定的总二次电子发射系数 $\sigma > \sigma_c$ 和出射电子能量系数 a , 联立方程 (11), (12) 和 (13), 可得 $\hat{\epsilon}_0$, $\hat{\phi}_0$ 和 $\hat{\phi}_M$ 的精确解.

3 计算结果及分析

为了区分离子鞘层和电子鞘层, 我们设鞘层空间的净电荷密度为

$$n_{net} = n_i - n_e = n_i - (n_{ep} + n_{ew}). \quad (14)$$

$n_{net} > 0$ 的区域为离子鞘层, $n_{net} < 0$ 的区域为电子鞘层. 一般而言, 随着壁面总二次电子发射系数 σ 的增加, 壁面二次电子流对鞘层中电子密度的贡献逐渐增大, 鞘层会从单层的正离子鞘结构逐渐形成双层的正离子鞘和电子鞘连接结构.

从第 2 节可知, 当总二次电子发射系数 σ 大于或小于空间电荷饱和鞘层的临界二次电子发射系数 σ_c 时, 鞘层的结构不同, 相应的鞘层参数的计算方法也不同. 因此, 我们首先要确定双鞘的出现是在临界空间电荷饱和鞘层之前还是之后, 即需要确定 σ_{dc} 与 σ_c 的关系 (设 σ_{dc} 为出现双鞘的临界二次电子发射系数). 下面我们计算临界空间电荷饱和鞘层的边界参数及 n_{net} 分布情况. 取 $a = 0.05$ 时, 通过联立方程 (8), (9), 求得 $\hat{\epsilon}_{0c} = 0.6147$, $\hat{\phi}_{0c} = -0.7882$, $\sigma_c = 0.9859$. 再代入 Poisson 方程和密度方程, 可得 $\hat{\phi}_{0c}$, n_e , n_i 以及 n_{net} 的空间分布. 从下图可以看出, 当 $\sigma = \sigma_c$ 时, 在近壁附近 ($0 < x < h_{ds}$ 区域) 净电荷密度 $n_{net} < 0$, 而

在 $x > h_{ds}$ 区域 $n_{net} > 0$, 表明鞘层为双鞘结构. 因此 $\sigma_{dc} < \sigma_c$, 即双鞘的出现是从经典鞘层开始的.

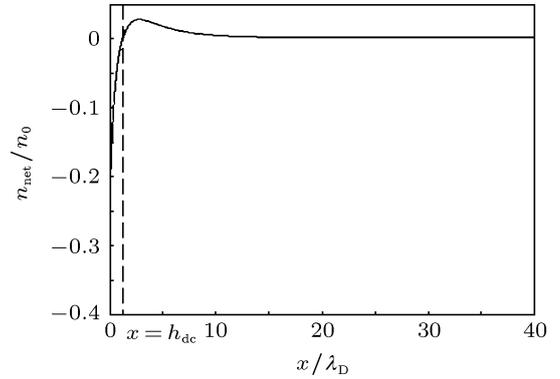


图 2 临界空间电荷饱和条件下, 净电荷密度 n_{net} 的分布, 计算中取 $a = 0.05$

3.1 临界双鞘的判定准则

由前面的分析可知, 双鞘的出现始于经典鞘层, 即 $\sigma_{dc} < \sigma_c$. 因此, 我们用经典鞘层的计算方法 (2.2 节) 来计算 σ_{dc} . 在临界双鞘条件下 ($\sigma = \sigma_{dc}$), 壁面 $x = 0$ 处的净电荷密度零, 即 $n_i(0) = n_e(0) = n_{ew}(0) + n_{ep}(0)$, 于是可得

$$\begin{aligned} \left(\frac{\hat{\epsilon}_0}{\hat{\epsilon}_0 - \hat{\phi}_0} \right)^{1/2} = & \exp(\hat{\phi}_0) + \sqrt{\pi} \frac{\sigma_{dc}}{1 - \sigma_{dc}} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \hat{\epsilon}_0 \\ & \times \left[1 - \operatorname{erfc} \sqrt{-\hat{\phi}_0} \right. \\ & \left. \times \exp\left(\hat{\phi}_0 - \hat{\phi}_0\right) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

取 $a = 0.05$ 时, 联立方程 (5), (6) 和 (15) 可以求得 $\sigma_{dc} = 0.9734$, 相应的 $\hat{\epsilon}_{0c} = 0.5287$, $\hat{\phi}_{0c} = -1.5810$.

根据文献 [12, 21], 霍尔推力器放电通道典型的氮化硼陶瓷绝缘壁面的总二次电子发射系数可以表示为线性关系式

$$\sigma(\bar{\epsilon}_p) = 0.45 + 0.55 \frac{\bar{\epsilon}_p}{\epsilon^*}, \quad (16)$$

其中, $\bar{\epsilon}_p = 2T_e$ 为壁面处入射电子的平均动能, $\epsilon^* = 53 \text{ eV}$. 于是可以得到, 临界双鞘层条件下 (即 $\sigma = \sigma_{dc} = 0.9734$), 对应的临界电子温度 $T_{edc} = 25.2184 \text{ eV}$. 也就是说, 当电子温度 T_e 逐渐增加至大于 $T_{edc} = 25.2184 \text{ eV}$ 时, 霍尔推力器放电通道中的氮化硼绝缘壁面鞘层由单层的正离子鞘转变为双层的正离子鞘和电子鞘相连接结构.

3.2 二次电子发射系数对双鞘特性的影响

从 Poisson 方程, 即方程 (1) 可以看出, 双鞘的连接点 $x = h_{ds}$ 位于 x 方向上电势分布的拐点. 结合图 1 中关于空间电荷饱和鞘层的电势形貌, 进一步可得, 当 $\sigma > \sigma_c$ 时, x 方向上电势分布有拐点, 即空间电荷饱和条件下, 近壁鞘层是双鞘结构. 下面我们以二次电子发射系数 $\sigma = \sigma_c = 0.9859$, $\sigma = 0.99$ 和 $\sigma = 0.999$ 为例, 说明壁面二次电子发射系数对双鞘特性的影响.

如图 3 所示, 相比于 $\sigma = \sigma_c = 0.9859$ 的情形, 当 σ 增加到 0.99 时, h_{ds} 明显增加, 即电子鞘的厚度增大, 相应的电势分布的拐点也逐渐远离壁面. 然而, 当 σ 增加到 0.999 时, 鞘层结构变为离子鞘 - 电子鞘 - 离子鞘的三层交替结构, 即在 $0 < x < h_{ds1}$ 区域为离子鞘、在 $h_{ds1} < x < h_{ds2}$ 区域为电子鞘、而在 $x > h_{ds2}$ 区域为离子鞘. 从图 3(b) 可以看出, 在近壁区域 ($0 < x < h_{ds1}$) 之所以会出现离子鞘, 是因为近壁附近电势发生较大反转, 即电位差 $\phi_0 - \phi_M$ 的值较大, 造成离子密度在该区域迅速增加. 相比于 $\sigma = 0.99$ 的情形, $\sigma = 0.999$ 时电子鞘的厚度 ($h_{ds2} - h_{ds1}$) 明显增大, 表明随着壁面二次电子发射系数 σ 的增加, 电子鞘的厚度在逐渐增加.

3.3 出射电子能量系数 a 对双鞘特性的影响

前面的计算都固定取 $a = 0.05$, 但实际上从方程 (4) 可知, a 的取值有一定的范围. 由于临界双鞘条件下 $\sigma = \sigma_{dc} \rightarrow 1$, 因此结合氮化硼的二次电子发射关系 (16) 式可知, 双鞘条件下 a 的取值范围为 (0.05, 0.15). 下面, 我们在固定二次电子发射系数 σ 条件下 ($\sigma = 0.99, 0.999$), 比较出射电子能量系数 a 对双鞘特性的影响, 如图 4 所示. 对于只出现正离子鞘和电子鞘连接的双鞘结构而言, 如图 4(a) 所示, 随着出射电子能量系数 a 的增加, 近壁处电子鞘厚度 h_{ds} 逐渐增加; 对于出现正离子鞘-电子鞘-正离子鞘的三层交替鞘层结构而言, 如图 4(b) 所示, 随着出射电子能量系数 a 的增加, 近壁处离子鞘厚度 h_{ds1} 逐渐增加, 电子鞘的厚度 ($h_{ds2} - h_{ds1}$) 也呈现增加趋势.

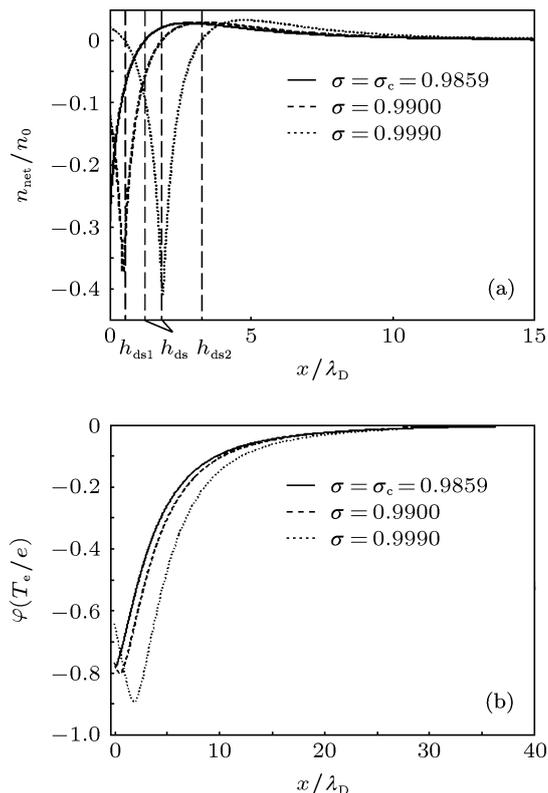


图 3 不同二次电子发射系数条件下的分布特性 (a) 净电荷密度 n_{net} 的分布; (b) 电势 ϕ , 计算中统一取 $a = 0.05$

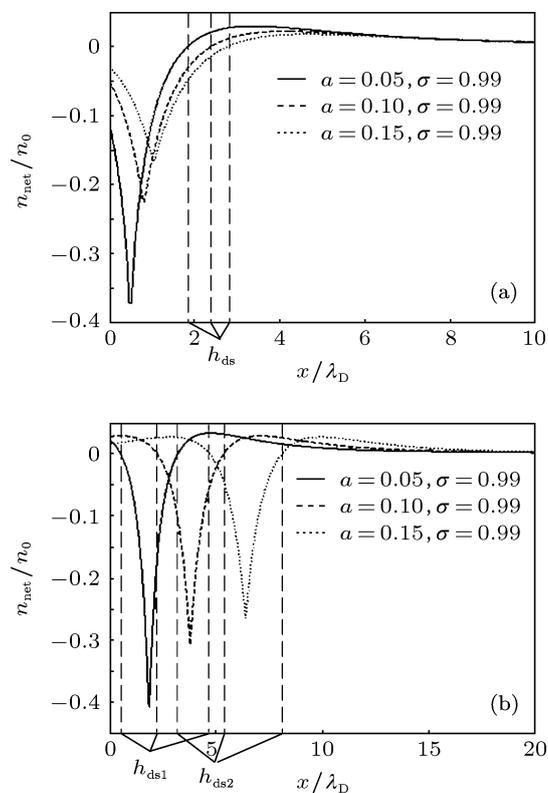


图 4 不同出射电子能量系数条件下净电荷密度 n_{net} 的分布特性 (a) $\sigma = 0.99$; (b) $\sigma = 0.999$, 计算中分别取 $a = 0.05, 0.1, 0.15$

4 结 论

本文建立了考虑壁面二次电子分布函数的一维稳态流体鞘层模型,研究了霍尔推力器放电通道绝缘壁面的二次电子发射对近壁双鞘特性的影响.结果表明:1)当壁面二次电子发射系数 σ 小于临界值 σ_{dc} 时,壁面二次电子流对鞘层中电子密度的贡献不足,鞘层为单层的正离子鞘结构;2)当 σ 大于 σ_{dc} 时,壁面二次电子流对鞘层中电子密度的贡献较大,鞘层表现为双层的正离子鞘和电子鞘相连接结构,连接点对应于垂直于壁面方向上电势分布的拐

点;3)当 σ 进一步增大到0.999时,壁面二次电子流对鞘层中电子密度的贡献进一步增大,但近壁附近电势发生较大反转,造成离子密度在近壁区域迅速增加,因而鞘层呈现出三层的正离子鞘-电子鞘-正离子鞘交替结构;4)随着 σ 的增加,鞘层连接点向远离壁面的方向移动,近壁区电子鞘的厚度逐渐增加.数值结果也表明,随着出射电子能量系数 a 的增加,双鞘条件下近壁区电子鞘的厚度 h_{ds} 逐渐增加,三鞘条件下近壁区离子鞘厚度 h_{ds1} 和电子鞘厚度 $(h_{ds2} - h_{ds1})$ 均逐渐增加.

- [1] Kim V 1998 *J. Propul Power.* **14** 736
- [2] Zhurin V V, Kaufman H R, Robinson R S 1999 *Plasma Sources Sci. Technol.* **8** R1
- [3] Raitses Y, Ashkenazy J, Appelbaum G 1997 *25th International Electric Propulsion conference* (Electric Rocket Propulsion Society, Cleveland, OH), Paper No. IEPC 97 056
- [4] Ahedo E, Gallardo J M, Martinez-Sanchez M 2003 *Phys. Plasmas* **10** 3397
- [5] Yu D R, Zhang F K, Li H, Liu H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3 (in Chinese) [于达仁, 张凤奎, 李鸿, 刘辉 2009 物理学报 **58** 3]
- [6] Hobbs G D, Wesson J A 1967 *Plasma Phys.* **9** 85
- [7] Schwager L A 1993 *Phys. Fluids B* **5** 631
- [8] Taccogna F, Longo S, Capitelli M 2005 *Phys. Plasmas* **12** 093506
- [9] Ahedo E 2002 *Phys. Plasmas* **9** 4340
- [10] Ahedo E, Parra F I 2005 *Phys. Plasmas* **12** 073503
- [11] Ahedo E, DePablo V 2007 *Phys. Plasmas* **14** 083501
- [12] Yu D R, Qing S W, Wang X G, Ding Y J, Duan P 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 025204 (in Chinese) [于达仁, 卿绍伟, 王晓钢, 丁永杰, 段萍 2011 物理学报 **60** 025204]
- [13] Duan P, Li X, E Peng, Qing S W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 125203 (in Chinese) [段萍, 李昕, 鄂鹏, 卿绍伟 2011 物理学报 **60** 125203]
- [14] Xue Z H, Zhao X Y, Wang F, Liu J Y, Liu Y, Gong Y 2009 *Plasma Sci. and Technol.* **11** 57
- [15] Sydorenko D, Smolyakov A, Kaganovich I, Raitses Y 2006 *Phys. Plasmas* **13** 014501
- [16] Sydorenko D, Smolyakov A, Kaganovich I, Raitses Y 2006 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **34** 815
- [17] Wang D Y, Ma J X, Li Y R, Zhang W G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8432 (in Chinese) [王道泳, 马锦秀, 李毅人, 张文贵 2009 物理学报 **58** 8432]
- [18] Morozov A I, Savelyev V V 2001 *Reviews of Plasma Physics* (Volume 21) (New York Consultants Bureau, New York) p241
- [19] Taccogna F, Longo S, Capitelli M 2004 *Vacuum* **73** 89
- [20] Ahedo E, De Pablo V 2007 *Phys. Plasmas* **14** 083501
- [21] Barral S, Makowski K, Peradzynski Z, Gascon N, Dudeck M 2003 *Phys. Plasmas* **10** 4137
- [22] Morozov A I, Savelyev V V 2004 *Plasma Phys. Rep.* **30** 299

Effect of wall secondary electron emission on the characteristics of double sheath near the dielectric wall in Hall thruster*

Qing Shao-Wei^{1)†} E Peng²⁾ Duan Ping³⁾

1) (*Institute of Power Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China*)

2) (*Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China*)

3) (*Department of Physics, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China*)

(Received 13 September 2012; revised manuscript received 24 October 2012)

Abstract

To further reveal the characteristics of sheath near the dielectric wall in Hall thruster discharge channel, a one-dimensional fluid sheath model combined with the velocity distribution function of electron emitted from wall is used to study the influence of secondary electron emission yield (SEEy) σ on the characteristics of double sheath near wall. Analytic results show that because of the contribution of secondary electron flux to the density of sheath electron, the sheath presents single-layer positive ion sheath formation when σ is lower than a critical SEEy σ_{dc} , and also presents double-layers formation that joins with positive ion sheath and electron sheath when $\sigma > \sigma_{dc}$. However, when σ further increases to 0.999, the sheath presents the formation of three-layers that are alternated by positive ion sheath, electron sheath and positive ion sheath. Numerical results also indicate that with the increase of σ , the joining point between positive ion sheath and electron sheath moves away from wall, and the thickness of electron sheath increases obviously.

Keywords: Hall thruster, double sheath, secondary electron emission

PACS: 52.40.Kh, 52.50.Dg, 52.40.-w

DOI: 10.7498/aps.62.055202

* Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. 0903005203189), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11005025, 10975026, 11275034), the Scientific Research Innovation Foundation of Harbin Institution of Technology, China (Grant No. HITNSRIF2009044), and the Key Project of the Scientific Technology Program of Liaoning Province (Grant No. 2011224007).

† Corresponding author. E-mail: qshaowei@gmail.com