

辐射压对非同步转动双星系统洛希势函数的影响*

宋汉峰^{1)†} 王靖洲^{2)‡} 李云¹⁾

1) (贵州大学理学院物理系, 贵阳 550025)

2) (贵州省凯里学院物理与电子工程学院, 凯里 556000)

(2012 年 6 月 13 日收到; 2012 年 9 月 21 日收到修改稿)

辐射压是影响大质量恒星结构和演化不可忽视的重要物理因素. 根据辐射压对非同步转动的洛希势函数的影响, 数值计算了洛希瓣的大小和 3 个拉格朗日点的位置和相应的势函数, 并与同步转动的洛希模型计算的结果做了对比. 结果发现: 辐射压可以整体地减小大质量恒星表面的重力加速度, 而转动离心力能最大减少赤道附近的重力加速度. 辐射压和非同步转动均可以明显地改变洛希瓣的大小和 3 个拉格朗日点的位置和势函数, 影响双星系统物质交换的时间. 因此, 研究辐射压, 非同步转动等物理因素对大质量双星系统洛希势函数的影响, 对密近双星的演化具有重要意义.

关键词: 恒星结构与演化, 转动, 辐射压

PACS: 97.80.-d, 97.10.Kc, 97.20.Ec

DOI: 10.7498/aps.62.059701

1 引言

探索恒星结构与演化是天体物理的基础课题, 它了解星系乃至整个宇宙都有重要意义. 宇宙中超过一半的恒星为双星^[1,2]. 双星系统中由于两子星间的相互作用使得它的力学特征非常复杂. 近年来人们逐渐认识到转动效应是影响双星结构和演化非常重要的物理因素^[3-10]. Huang 等^[11,12]提出: 在转动单星中, 离心力使恒星内产生了新的物质运动形式: 子午环流和剪切湍流. 两种物理过程引起恒星内的化学元素和角动量的转移. 而在转动双星中两子星不但受到自转离心力的作用并且受到潮汐力的作用. 由于二者的联合作用, 使双星中的两子星变为非对称旋转椭球, 改变了系统的星风损失和角动量的损失. 因而研究转动和潮汐效应对双星结构演化的影响是恒星物理研究的一个重点问题.

潮汐力不仅拉伸每颗子星产生沿两子星连线方向的隆起, 而且在子星的角速度与公转角速度不同时转移角动量, 使自转角速度与公转角速度趋向

于一致, 称为潮汐锁定. 由于密近双星中潮汐锁定的时标远小于核时标, 因此, 目前的双星演化模型中一般都认为演化中两颗子星的自转与公转完全同步. 描述同步转动的势函数为洛希势函数. 它将双星系统的两颗子星的质量看做全部集中在它们的中心, 且不考虑转动和潮汐效应造成的形变的影响^[13]. Paczynski^[2] 和 Eggleton^[14] 分别给出了洛希瓣大小的近似计算公式. Huang 和 Taam^[15] 精确地计算了洛希瓣的大小. 然而, 在双星演化中除潮汐力之外还存在很多物理过程可以影响双星系统的转动状态, 如恒星演化中的膨胀和收缩, 磁星风, 洛希瓣物质交换等. 如果这些物理过程的影响超过了潮汐作用的影响, 系统将出现非同步转动的情况. 例如, 快速物质交流将系统轨道角动量转化为吸积星的自转角动量, 使主星的自转角速度小于轨道角速度, 而次星的角速度远大于轨道角速度的非同步转动双星系统^[16-18].

另外, 辐射压只有在大质量恒星系统中物理效应才明显这表现为: 1) 若恒星质量约为太阳质量的 20 倍, 其辐射压可达总压强 (气体热压强和辐射压

* 贵州省教育厅自然科学研究项目 (批准号: 黔教科 2010002 号) 和中国科学院天体结构与演化重点实验室开放课题 (批准号: OP201107) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: songhanfeng@163.com

‡ 通讯作者. E-mail: wjz0856@sina.com

总和)的30%,恒星质量越大,辐射压越大.因而辐射压是大质量恒星风物质损失的主要驱动机理之一^[19]. 2)在具有高辐射压的大质量恒星(如O, B等热星)的包层中,强辐射造成形成多个对流区,影响恒星内部传热效率和元素混合^[20]. 因此,考虑辐射压的非同步的洛希势函数将与同步转动的洛希势函数有极大的不同,这将决定非同步转动的双星系统洛希瓣的大小与拉格朗日点的位置与同步转动系统有较大的差异. 因为双星系统洛希瓣物质交换量的多少与洛希势函数或洛希瓣的大小紧密相关,因此研究非同步转动双星的洛希势函数具有重要的意义. 本文研究了考虑辐射压的非同步转动双星系统的势函数、洛希瓣的大小及三个拉格朗日点的位置. 并比较了它们在同步转动和非同步转动情况下的区别. 在第二节中,我们将描述模型中使用的基本公式和数值计算方法. 第三节中,用数值方法计算了洛希瓣和3个拉格朗日点的变化. 在第四节,将计算结果进行了对比和讨论. 并对本工作进行了总结.

2 包括辐射压的非同步转动双星系统的洛希势函数

2.1 包括辐射压的非同步转动的洛希势函数和拉格朗日点的位置

建立以主星中心为坐标原点的坐标系,主、次星中心连线为 x 轴,轨道平面为 xoy 平面,主星、次星的自转角速度分别为 ω_1 和 ω_2 ,它们的方向为 z 轴. 假设公转角速度 Ω 与主、次星自转角速度平行同向,但并不相等. 两子星相互绕转的轨道为圆形. 主、次星质量分别为 M_1 和 M_2 ,双星间距为 D , r 为主星中心到点 P 的矢径,点 P 在主星附近. r' 为次星中心到点 P 的矢径, X_ω 为主星中心到系统质心的距离 $X_\omega = \frac{M_2 D}{M_1 + M_2}$. 则主、次星对点 p 的引力势为

$$\psi_g = -\frac{GM_1}{r} - \frac{GM_2}{r'}, \quad (1)$$

其中

$$r' = \sqrt{r^2 + D^2 - 2rD \sin \theta \cos \varphi}. \quad (2)$$

主星自转的离心势和公转离心势为

$$\psi_r = -\frac{1}{2}\omega_1^2 r^2 \sin^2 \theta - \frac{1}{2}\Omega^2 \frac{M_2^2 D^2}{(M_1 + M_2)^2}. \quad (3)$$

系统的公转角速度为 $\Omega^2 = \frac{G(M_1 + M_2)}{D^3}$,由于次星对主星质量中心的引力从而使各质点相对于

主星质量中心产生一个反向加速度,分量为 $(-\frac{GM_2}{D^2}, 0, 0)$,这个加速度的势函数可表示为

$$\psi_t = +\frac{GM_2}{D^2} r \sin \theta \cos \varphi, \quad (4)$$

得到主星非同步转动的洛希模型的势函数为

$$\begin{aligned} -\psi_R = & \frac{GM_1}{r} + \frac{GM_2}{r'} + \frac{1}{2}\omega_1^2 r^2 \sin^2 \theta \\ & + \frac{1}{2}\Omega^2 \frac{M_2^2 D^2}{(M_1 + M_2)^2} \\ & - \frac{GM_2}{D^2} r \sin \theta \cos \varphi. \end{aligned} \quad (5a)$$

考虑辐射压时的非同步转动的洛希模型的势函数变为

$$\begin{aligned} -\psi_R = & \frac{GM_1}{r}(1 - g_{r1}) + \frac{GM_2}{r'}(1 - g_{r2}) \\ & + \frac{1}{2}\omega_1^2 r^2 \sin^2 \theta + \frac{1}{2}\Omega^2 \frac{M_2^2 D^2}{(M_1 + M_2)^2} \\ & - \frac{GM_2}{D^2} r \sin \theta \cos \varphi. \end{aligned} \quad (5b)$$

利用上式我们得到主星与轨道运动非同步时的有效重力加速度的三个分量,它们分别为

$$\begin{aligned} g_r = & -\frac{\partial \Psi}{\partial r} \\ = & -\frac{GM_1}{D} \left[\frac{D}{r^2}(1 - g_{r1}) \right. \\ & + \frac{q(1 - g_{r2})D(r - D \sin \theta \cos \varphi)}{\sqrt{(r^2 - 2rD \sin \theta \cos \varphi + D^2)^3}} \\ & \left. + \frac{q \sin \theta \cos \varphi}{D} - \frac{D}{GM_1} \omega_1^2 \sin^2 \theta \right], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} g_\theta = & -\frac{\partial \Psi}{r \partial \theta} \\ = & -\frac{GM_1}{r} \left[\frac{-qrD \cos \theta \cos \varphi(1 - g_{r2})}{\sqrt{(r^2 - 2rD \sin \theta \cos \varphi + D^2)^3}} \right. \\ & + \frac{qr \cos \theta \cos \varphi}{D^2} \\ & \left. - \frac{1}{GM_1} \omega_1^2 r^2 \sin \theta \cos \theta \right], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} g_\phi = & -\frac{\partial \Psi}{r \sin \theta \partial \phi} \\ = & -\frac{GM_1}{r} \left[\frac{qrD \sin \phi(1 - g_{r2})}{\sqrt{(r^2 - 2rD \sin \theta \cos \phi + D^2)^3}} \right. \\ & \left. + \frac{qr \sin \phi}{D^2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

总的有效重力加速度为

$$g_{\text{eff}}(\theta, \phi) = \sqrt{g_r^2 + g_\theta^2 + g_\phi^2}. \quad (9)$$

若令 (6), (7) 和 (8) 式中的 $\omega_1^2 = \Omega^2 = \frac{G(M_1 + M_2)}{D^3}$, 可以得到同步转动下的有效重力加速度的三个分量. 定义一个无量纲的势函数为^[12]

$$\xi = -\frac{D\psi_R}{GM_1} - \frac{1}{2} \frac{q^2}{1+q},$$

其中 $q = \frac{M_2}{M_1}$, 取 $\lambda = \sin \theta \cos \phi$, $\mu = \sin \theta \sin \phi$, $\nu = \cos \theta$, 对于主星非同转动情况下无量纲的势函数可表示为

$$\begin{aligned} \xi_1 = & \frac{1}{\tilde{r}_1} + \frac{q_1}{\sqrt{\tilde{r}_1^2 - 2\tilde{r}_1\lambda + 1}} - q_1\tilde{r}_1\lambda \\ & + \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2(1-\nu^2)\tilde{r}_1^2. \end{aligned} \quad (10)$$

同理我们可得到次星非同转动情况下无量纲的势函数为

$$\begin{aligned} \xi_2 = & \frac{1}{\tilde{r}_2} + \frac{q_2}{\sqrt{\tilde{r}_2^2 - 2\tilde{r}_2\lambda + 1}} - q_2\tilde{r}_2\lambda \\ & + \frac{1}{2}(1+q_2)(1+f_2)^2(1-\nu^2)\tilde{r}_2^2. \end{aligned} \quad (11)$$

若考虑辐射压时, 主、次星非同转动情况下无量纲的势函数可表示为

$$\begin{aligned} \xi_1 = & \frac{1-g_{r1}}{\tilde{r}_1} + \frac{q_1(1-g_{r2})}{\sqrt{\tilde{r}_1^2 - 2\tilde{r}_1\lambda + 1}} - q_1\tilde{r}_1\lambda \\ & + \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2(1-\nu^2)\tilde{r}_1^2, \quad (12) \\ \xi_2 = & \frac{1-g_{r2}}{\tilde{r}_2} + \frac{q_2(1-g_{r1})}{\sqrt{\tilde{r}_2^2 - 2\tilde{r}_2\lambda + 1}} - q_2\tilde{r}_2\lambda \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2}(1+q_2)(1+f_2)^2(1-\nu^2)\tilde{r}_2^2. \quad (13)$$

(12) 和 (13) 式中的 $\tilde{r}_{1,2} = \frac{r_{1,2}}{D}$, 分别表示点 P 在主星附近 (或在次星附近) 时, 它到主星 (或次星) 中心的距离. $q_1 = \frac{1}{q_2} = \frac{M_2}{M_1}$, 因子 $f_{1,2} = \frac{\omega_{1,2}}{\Omega} - 1$, 当该系统转动为同步时, $f_{1,2} = 0$. $f_{1,2} > 0$ 时表示主、次星的自转角速度大于轨道角速度, $-1 < f_{1,2} < 0$ 则表示主、次星的自转角速度小于轨道角速度. 辐射因子 $g_{r1,2}$ 为 $g_{r1,2} = \frac{\kappa L_{1,2}}{4\pi c G M_{1,2}}$.

2.2 非同转动双星系统拉格朗日点的计算

根据 (12) 式我们可以计算拉格朗日点的位置, 对内拉格朗日点 L_1 ($\theta = \frac{\pi}{2}, \phi = 0$), 其无量纲势函数为

$$\begin{aligned} \xi = & \frac{1-g_{r1}}{x} + \frac{q_1(1-g_{r2})}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} - q_1x \\ & + \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2x^2. \end{aligned} \quad (14)$$

对上式求导令 $d\xi/dx = 0$, 有

$$\begin{aligned} -\frac{1-g_{r1}}{x^2} - q_1(1-g_{r2}) \left(\frac{x-1}{(x^2-2x+1)^{3/2}} + 1 \right) \\ - q_1 + (1+q_1)(1+f_1)^2x = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

而

$$\begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dx^2} = & \frac{2(1-g_{r1})}{x^3} + \frac{2q_1(1-g_{r2})}{(x^2-2x+1)} \\ & + (1+q_1)(1+f_1)^2. \end{aligned} \quad (16)$$

因为内拉格朗日点 L_1 的位置介于双星之间, x 取初始值为 0.5, 利用 Newton-Raphson 迭代法,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{-\frac{1-g_{r1}}{x_n^2} - q_1(1-g_{r2}) \left(\frac{x_n-1}{(x_n^2-2x_n+1)^{3/2}} + 1 \right) - q_1 + (1+q_1)(1+f_1)^2x_n}{\frac{2(1-g_{r1})}{x_n^3} + \frac{2q_1(1-g_{r2})}{(x_n^2-2x_n+1)} + (1+q_1)(1+f_1)^2}, \quad (17)$$

可得到 x 的解. 将其解代入 (14) 式, 可得到内拉格朗日点的势能. 请注意计算拉格朗日点 L_2 的位置和势能可以采用相同的方法, 因为通常情况下外拉格朗日点 L_2 的位置 $x > 1$, 可以取初值 $x = 1.5$ 迭代求解. 对于外拉格朗日点 L_3 ($\theta = \frac{\pi}{2}, \phi = \pi$), 因而 $\nu = 0$, 并且 $\lambda = -1$, 其势函数可以表示为

$$\xi = \frac{1-g_{r1}}{x} + \frac{q_1(1-g_{r2})}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} + q_1x$$

$$+ \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2x^2, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dx} = & -\frac{1-g_{r1}}{x^2} - q_1(1-g_{r2}) \\ & \times \left(\frac{x+1}{\sqrt{(x^2-2x+1)^3}} + 1 \right) \\ & + (1+q_1)(1+f_1)^2x, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{2(1-g_{r1})}{x^3} + \frac{2q_1(1-g_{r2})}{(x^2+2x+1)^{3/2}} + (1+q_1)(1+f_1)^2. \quad (20)$$

采用 Newton-Raphson 迭代法求解为

$$x_{n+1} = x_n - \frac{-\frac{1-g_{r1}}{x_n^2} - q_1(1-g_{r2})\left(\frac{x_n+1}{\sqrt{(x_n^2-2x_n+1)^3}} + 1\right) + (1+q_1)(1+f_1)^2x_n}{\frac{2(1-g_{r1})}{x_n^3} + \frac{2q_1(1-g_{r2})}{(x_n^2+2x_n+1)^{3/2}} + (1+q_1)(1+f_1)^2} \quad (21)$$

2.3 非同步转动双星系统洛希瓣的计算

对主星 M_1 , 其洛希瓣可以根据拉格朗日点 L_1 的势函数计算得到

$$\xi_{L1} = \frac{1-g_{r1}}{x_{L1}} + \frac{q_1(1-g_{r2})}{\sqrt{x_{L1}^2-2x_{L1}+1}} - q_1x_{L1} + \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2x_{L1}^2. \quad (22)$$

因为洛希瓣为等势面, 主星的洛希等势面可由下列方程决定:

$$\begin{aligned} \frac{1-g_{r1}}{\tilde{r}_1} &= \frac{1-g_{r1}}{x_{L1}} + \frac{q_1(1-g_{r2})}{\sqrt{x_{L1}^2-2x_{L1}+1}} \\ &- q_1x_{L1} + \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2x_{L1}^2 \\ &- q_1(1-g_{r2})\frac{1}{\sqrt{\tilde{r}_1^2-2\tilde{r}_1\lambda+1}} + q_1\tilde{r}_1\lambda \\ &- \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2(1-v^2)\tilde{r}_1^2. \end{aligned} \quad (23)$$

可得到主星的洛希等势面为

$$r_{n+1} = r_n - \frac{f(r_n)}{f'(r_n)}, \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} f(r_n) &= \frac{r_n(1-g_{r1})}{x_{L1}} + \frac{q_1r_n(1-g_{r2})}{\sqrt{x_{L1}^2-2x_{L1}+1}} \\ &- q_1x_{L1}r_n + \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2x_{L1}^2r_n \\ &- q_1(1-g_{r2})\left(\frac{\tilde{r}_n}{\sqrt{\tilde{r}_n^2-2\tilde{r}_n\lambda+1}}\right) + q_1\tilde{r}_n^2\lambda \\ &- \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2(1-v^2)\tilde{r}_n^3 \\ &- (1-g_{r1}), \\ f'(r_n) &= \frac{1-g_{r1}}{x_{L1}} + \frac{q_1(1-g_{r2})}{\sqrt{x_{L1}^2-2x_{L1}+1}} - q_1x_{L1} \\ &+ \frac{1}{2}(1+q_1)(1+f_1)^2x_{L1}^2 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} &- q_1(1-g_{r2})\left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{r}_n^2-2\tilde{r}_n\lambda+1}}\right. \\ &- \tilde{r}_n(\tilde{r}_n-\lambda)(\tilde{r}_n^2-2\tilde{r}_n\lambda+1)^{-3/2}) \\ &+ 2q_1r_n\lambda - \frac{3}{2}(1+q) \\ &\times (1+f_1)^2(1-v^2)\tilde{r}_n^2. \end{aligned} \quad (26)$$

3 数值计算结果

我们采用英国剑桥大学 Eggleton, 2005 年版 TWIN CODE 做数值计算. 双星系统的初始参数为: 主星质量为 $30 M_\odot$, 主星半径为 $6.084 R_\odot$, 次星质量为 $20 M_\odot$, 次星半径为 $5.31 R_\odot$. 初始公转周期为 2 天, 将两子星的自转角速度 f_1, f_2 和辐射参数 g_{r1} 和 g_{r2} 当成自由参数. 两子星均采用标准太阳金属丰度 $X_H = 0.7, Z = 0.02$.

在大质量双星系统星风可以改变双星系统两子星的质量比和转动角速度, 影响洛希势函数. 但大质量星星风损失为 $M \approx 10^{-7} M_s/a$, 要明显改变双星质量比则需要约 $10^7 a$ 以上. 因为潮汐转矩远比单位时间内星风带走的角动量要大, 星风明显改变自转角速度的时间也应大于同步时标 $10^6-10^7 a$ ^[21], 因此, 星风物质损失对洛希势函数的影响是一个非常缓慢的过程, 辐射压力可以达到重力加速度的 0.1 倍以上, 影响比较显著. 另外, 假设星风产生的冲撞压力也远小于辐射压力, 因此, 不考虑星风物质损失对洛希势函数的影响. 计算结果如下:

图 1(a) 中给出按洛希模型计算出的主星表面的重力加速度分布, 这时取 $f = 0$; 图 1(b) 给出的是非同步势函数算出的重力加速度分布, 这时取 $f = 1$, 即主星自转角速度是轨道角速度的 2 倍. 图 1(c) 给出包括辐射压的同步转动洛希势函数算出的重力加速度分布, 这时取 $f = 0$, $g_{r1} = 0.44$, $g_{r2} = 0.298$. 图 1(d) 给出包括辐射压的非同步转动势函数算出的重力加速度分布, 这

时取 $f = 1$, $g_{r1} = 0.44$, $g_{r2} = 0.298$. 在图 1(a)—(d) 中, x 轴表示 θ (余纬角), y 轴表示 φ (赤经角), z 轴表示 g_{eff} 的大小. 在图 1(a) 中, 有效重力加速度 g_{eff} 在两极 ($\theta = 0, \pi$) 处最大, 可达到 $1.5026 \times 10^4 \text{ cm/s}^2$. 在赤道面上正对次星处 (对应 $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$ 处) 有效重力加速度达到最小值为 $1.348 \times 10^4 \text{ cm/s}^2$. 而在背对次星处 (对应 $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi$ 处), 达到次极小值为 $1.4495 \times 10^4 \text{ cm/s}^2$. 最小值和次极小值的差别主要是由于次星的引力势 $W(r_1) = -G \frac{M_2}{r_2} = -G \frac{M_2}{D} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r_1}{D}\right)^n P_n(\cos \chi)$ (χ 为 r_1 与双星 D 之间的夹角, $P_n(\cos \chi)$ 为 n 阶勒让德函数) 中 $n > 2$ 的高阶项所引起的. 图 1(b) 中有效重力加速度在两极点处的值为 $1.5026 \times 10^4 \text{ cm/s}^2$, 与同步转动情况下该处的有效重力加速度的值相等, 这是因为离心力在两极点的值为零的缘故. 在赤道面上正对次星处 (即 $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$ 处) 有效重力加速度达到最小值 $1.1843 \times 10^4 \text{ cm/s}^2$. 此地的有效重力加速度比同步转动时减小了约 14.4%. 背对次星处 (即 $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi$ 处) 的有效重力加速度的值为 $1.2845 \times 10^4 \text{ cm/s}^2$, 比同步转动时减小了约 5%. 对比两图可以看出转动离心力可以最大地减小赤道处的重力加速度, 这显然是离心力在赤道处达到最大的缘故. 当子星的角速度大于轨道运动角速度时, 其表面平均重力加速度小于同步转动情况下的平均重力加速度, 反之, 则大于同步转动情况下的平均重力加速度. 这将对双星结构和演化产生重要影响.

在图 1(c) 中, 有效重力加速度 g_{eff} 在两极 ($\theta = 0, \pi$) 处最大, 可达到 8105 cm/s^2 . 在赤道面上正对次星处 (对应 $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$ 处) 有效重力加速度达到最小值为 $6.580 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$. 而在背对次星处 (对应 $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi$ 处), 达到次极小值为 $7.435 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$. 与图 1(a) 相比, 有效重力加速度的极大值下降了约 46%, 极小值下降了约 51%, 次极小值下降了约 48.7%. 在图 1(d) 中, 有效重力加速度 g_{eff} 在两极 ($\theta = 0, \pi$) 处最大, 可达到 8105 cm/s^2 . 在赤道面上正对次星处 (对应 $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$ 处) 有效重力加速度达到最小值为 $4.477 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$. 而在背对次星处 (对应 $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi$ 处), 达到次极小值为 $5.331 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$. 与图 1(b) 相比, 有效重力加速度的极大值下降了约 46%, 极小值下降了约 66%, 次极小值下降了约 58.48%. 说明在大质量双星系统, 辐射压可以整体地, 明显地减小恒星表面的有效重力加速度从而降低恒星达到临界转动的

速度.

由图 2(a) 可以看出, 随着双星质量比 q_1 的增加, 内拉格朗日点的坐标值 X_{L1} 减小. 对于相同的双星质量比 q_1 , 当主星转动角速度增加时, 其拉格朗日点的坐标值 X_{L1} 反而减小. 当主星转动角速度小于轨道角速度时 (即当 $f = -0.4$ 时), 对于同一质量比 q , 考虑辐射压时的坐标值 X_{L1} 大于不考虑辐射压时的 X_{L1} 的坐标值. 相反, 则小于不考虑辐射压时的 X_{L1} 的坐标值. 由图 2(b) 可以看出, 随着双星质量比 q_1 和主星转动角速度的增加, 无量纲势函数 ξ_{L1} 单调增加, 相应 (5) 式中的势函数 ψ_{L1} 单调递减, 说明随着主星转速的增加, 双星间发生物质交换的条件降低了, 有利于发生内拉格朗日点 L_1 的物质交换. 相同条件下, 当考虑辐射压时, 无量纲势函数 ξ_{L1} 单调减小, 相应 (5) 式中的势函数 ψ_{L1} 单调增加, 说明考虑辐射压时不利于内拉格朗日点 L_1 的物质交换.

由图 3(a) 可以看出, 外拉格朗日点的坐标值 X_{L2} 随着双星质量比 q_1 的增加而增加. 对于相同的双星质量比 q_1 , 当主星转动角速度增加时, 其外拉格朗日点的坐标值 X_{L2} 反而减小. 在相同条件下, 考虑辐射压时, 外拉格朗日点的坐标值 X_{L2} 减小. 由图 3(b) 可以看出, 无量纲的势函数 ξ_{L2} 随双星质量比 q_1 单调递增. 对于相同的质量比 q_1 , 无量纲的势函数 ξ_{L2} 随主星的转动角速度的增加而单调增加, 因而势函数 ψ_{L2} 单调递减. 势函数 ψ_{L2} 和外拉格朗日点 L_2 的变化意味着随着主星转速的增加发生外拉格朗日点物质损失的条件降低了, 有利于双星系统发生外拉格朗日点 L_2 的物质损失. 然而在相同条件下, 考虑辐射压时, 无量纲的势函数 ξ_{L2} 减小, 相应势函数 ψ_{L2} 增加, 说明考虑辐射压, 不利于发生双星系统发生外拉格朗日点 L_2 的物质损失.

图 4(a) 中可以看出随着 q_1 的增加, 外拉格朗日点 L_3 的位置 X_{L3} 增加. 对于相同的双星质量比 q_1 , 随着主星转动角速度的增加, 外拉格朗日点的坐标值 X_{L3} 增加. 相同条件下, 考虑辐射压时, 使外拉格朗日点 L_3 的位置 X_{L3} 增加. 由图 4(b) 可以看出: 势函数 ξ_{L3} 随双星质量比 q_1 的增加单调递增. 对于相同的双星质量比 q_1 , 当主星转动角速度增加时, 势函数 ξ_{L3} 反而减小, 相应势函数 ψ_{L3} 却增加, 这就意味着随着主星转动速度的增加, 主星不容易发生外拉格朗日点 L_3 的物质损失. 同时发现随着主星转动速度的增加, ψ_{L3} 大于 ψ_{L1} 和 ψ_{L2} , 主星发生外拉格朗日点 L_3 物质损失比发生内拉格朗日点

L_1 物质交换和发生外拉格朗日点 L_2 物质外流都要困难. 表明发生外拉格朗日点 L_3 物质损失要滞后于发生内拉格朗日点 L_1 物质交换和发生外拉格朗

日点 L_2 物质外流. 相同条件下, 考虑辐射压时, 势函数 ξ_{L3} 减小, 而 ψ_{L3} 增加, 表示考虑辐射压后更不容易发生外拉格朗日点 L_3 的物质损失.

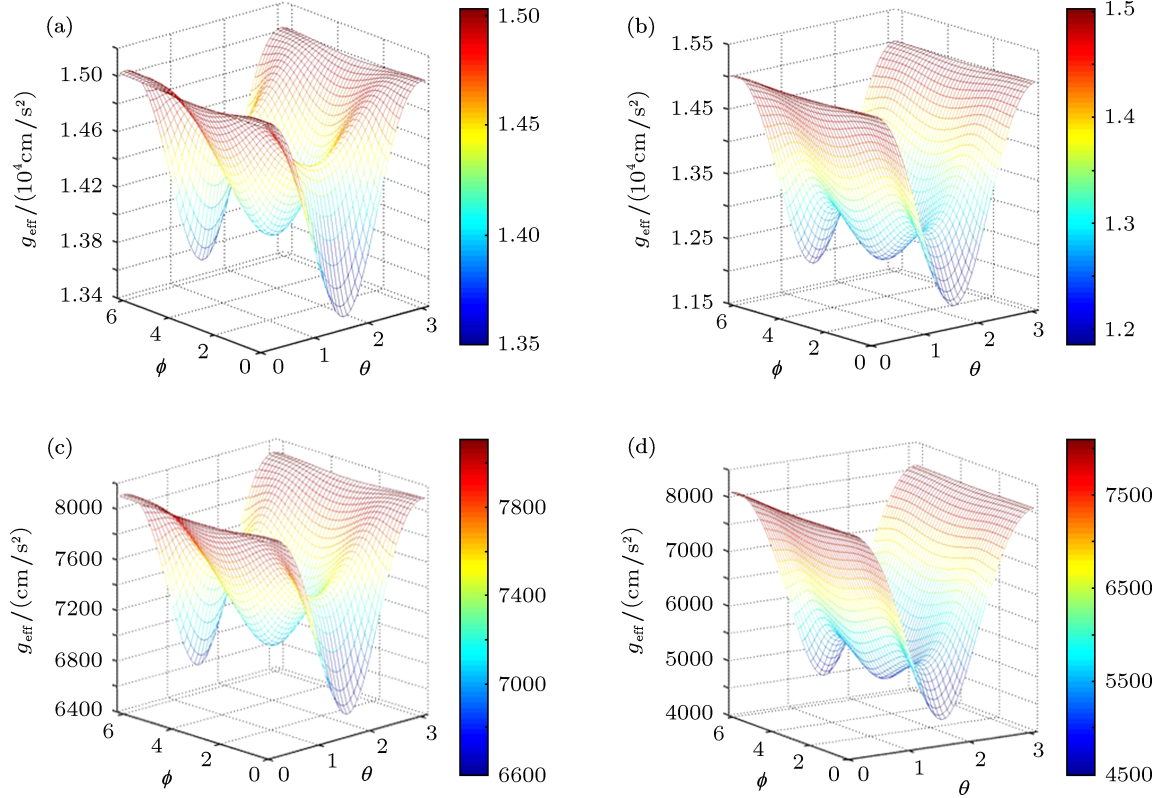


图 1 (a) 给出同步转动洛希模型计算出的主星表面的重力加速度分布, 这时 $f_1 = 0$, $g_{r1} = 0$, $g_{r2} = 0$; (b) 给出非同步转动洛希模型计算出的主星表面的重力加速度分布 $f_1 = 1$, $g_{r1} = 0$, $g_{r2} = 0$; (c) 给出包括主、次星辐射压的同步转动洛希模型计算出的主星表面的重力加速度分布 $f_1 = 0$, $g_{r1} = 0.44$, $g_{r2} = 0.298$; (d) 给出包括主、次星辐射压的非同步转动洛希模型计算出的主星表面的重力加速度分布 $f_1 = 1$, $g_{r1} = 0.44$, $g_{r2} = 0.298$

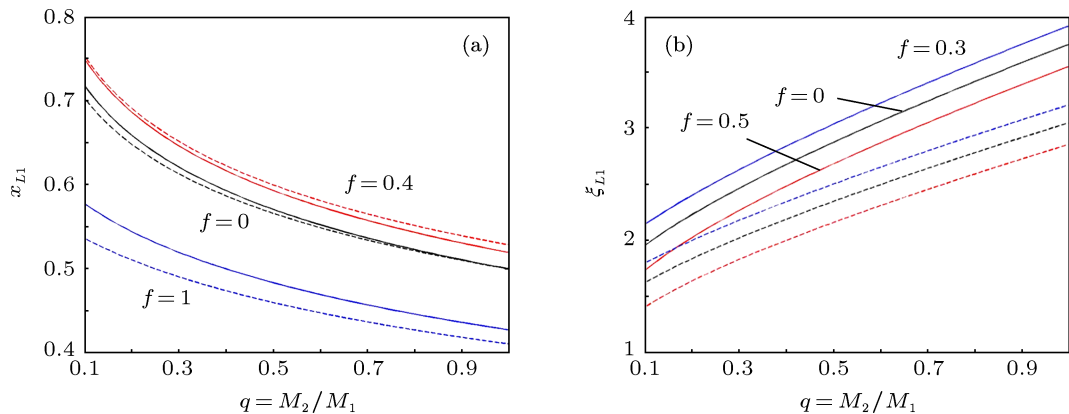


图 2 (a) 中蓝色、黑色和红色实线分别表示当主星自转参数 f_1 分别为 1, 0, -0.4 时, 内拉格朗日点 L_1 的位置随双星质量比 $q_1 = M_2/M_1$ 的变化. 对应蓝色、黑色和红色划线分别表示, 辐射参数取为 $g_{r1} = 0.2$, $g_{r2} = 0.15$ 时, 自转参数 f_1 分别取上述值时, L_1 的位置的变化; (b) 中蓝色、黑色和红色实线分别表示当主星自转参数 $f_1 = 0.3, 0, -0.5$ 时, 无量纲势函数 ξ_{L1} 随双星质量比 $q_1 = M_2/M_1$ 的变化. 对应蓝色、黑色和红色划线分别表示, 辐射参数取为 $g_{r1} = 0.2$, $g_{r2} = 0.15$ 时, 自转参数 f_1 分别取上述值时, 势函数 ξ_{L1} 的变化

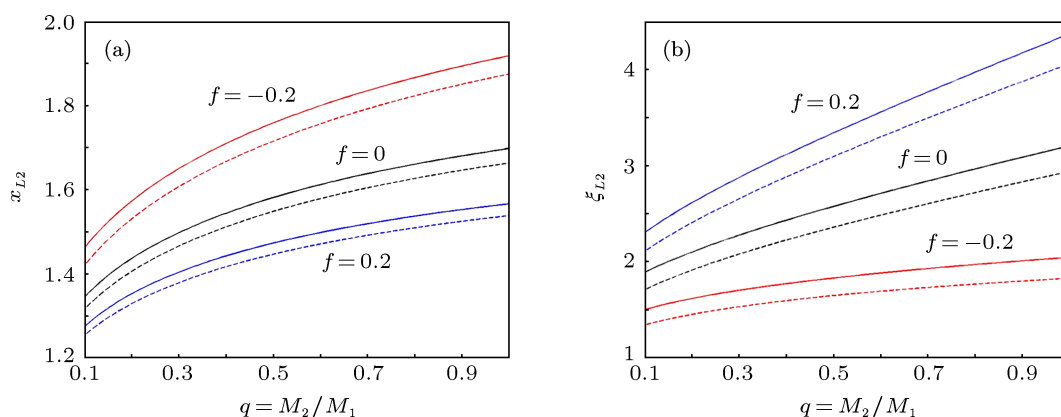


图3 (a)和(b)中蓝色,黑色和红色实线分别表示当主星自转参数分别为 $f_1 = -0.2, 0, 0.2$ 时,外拉格朗日点 L_2 的位置和其对应的无量纲势函数 ξ_{L2} ,随双星质量比 $q_1 = M_2/M_1$ 的变化.对应蓝色、黑色和红色划线分别表示,辐射参数取为 $g_{r1} = 0.2, g_{r2} = 0.15$ 时,自转参数取上述值时,外拉格朗日点 L_2 的位置和其对应的无量纲势函数 ξ_{L2} 的变化

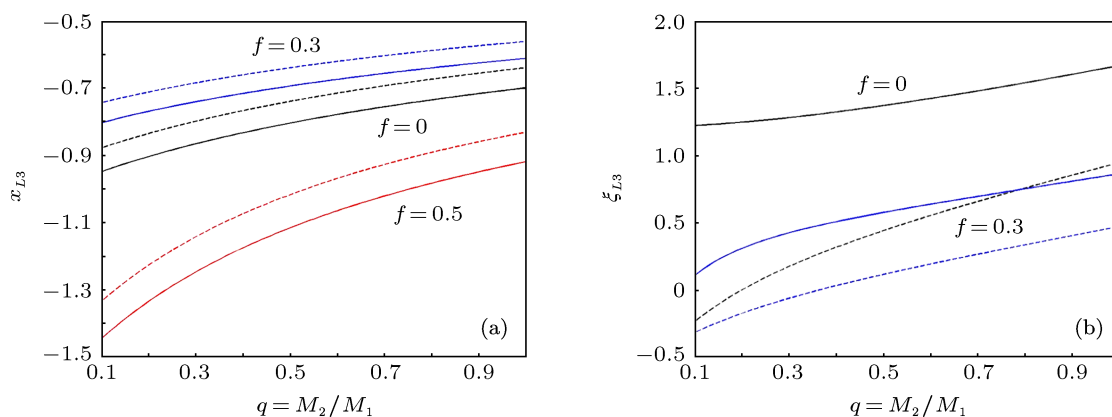


图4 (a)和(b)中蓝色,黑色和红色实线分别表示当主星自转参数 f_1 分别为 $-0.5, 0, 0.3$ 时,外拉格朗日点 L_3 的位置随着双星质量比 q_1 的变化.对应蓝色、黑色和红色划线分别表示,辐射参数取为 $g_{r1} = 0.2, g_{r2} = 0.15$ 时,外拉格朗日点 L_3 的位置和势函数 ξ_{L3} 的变化

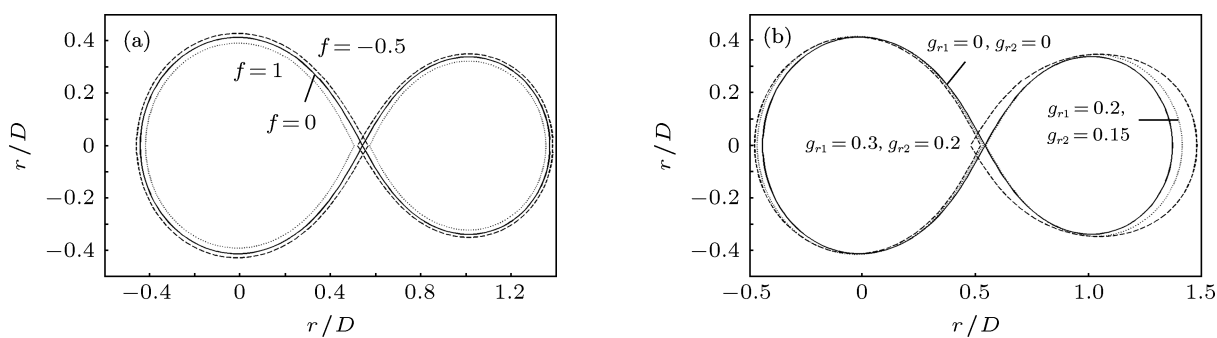


图5 (a)点划线,实线和点线表示主星自转参数 f_1 分别为 $-0.5, 0, 1.0$ 时,洛希等势面的变化;(b)表示不同辐射因子时主、次星洛希瓣的影响

图5(a)分别给出当主星自转参数 f_1 分别为 $-0.5, 0, 1$ 时,洛希等势面的变化.可以看出,当两颗子星的角速度小于轨道角速度时,双星系统的洛希瓣大于同步转动的洛希瓣,反之则小于同步转动的洛希瓣.当主、次星转动角速度均小于轨道角速

度时,它们的洛希瓣有两个交点,但主、次星的洛希瓣上的势函数的大小却不相等.当两颗子星的角速度大于轨道角速度时,主、次星的洛希瓣虽然没有公共交点,但并非不能进行物质交换.因为若当主星的势函数 ψ_{L1} 高于次星的对应洛希瓣的势

函数 ψ'_{L1} 时, 流体元有占据低能态的趋势, 当主星膨胀充满它的洛希等势面时, 若有外界的扰动, 物质仍可从主星流向次星. 因此, 对于主星自转速度大于轨道角速度的双星系统, 物质交换的时间应比同步转动的双星系统提前. 图 5(b) 实线, 点线和点划线分别表示辐射因子为 (a) $g_{r1} = 0, g_{r2} = 0$, (b) $g_{r1} = 0.2, g_{r2} = 0.15$ 和 (c) $g_{r1} = 0.3, g_{r2} = 0.2$ 时洛希瓣的变化, 可以看出随着辐射参数的增加, 主星洛希瓣拉格朗日点 L_1 向左端移动, 次星的洛希瓣逐渐增加. 然而 Huang 和 Taam^[15] 指出, 当主星充满洛希瓣, 并通过内拉格朗日点流出物质时, 在洛希瓣内的物质密度可以使光学深度 $\tau = 100$, 因此, 在洛希瓣内来自两子星的辐射都被吸收掉. 若真如此, 那么它们对洛希瓣的影响以及对物质交换的影响也就不存在了.

4 结 论

本文的主要结论为:

1. 转动离心力可以极大地减小双星系统子星赤道面上的重力加速度. 对恒星结构和演化将产生重要的影响. 赤道面上重力加速度极小值和次极小值之差是由伴星引力势的高阶项造成的. 在大质量

双星系统, 辐射压可以整体地, 明显地减小恒星表面的有效重力加速度和恒星达到临界转动的速度.

2. 随着质量比的增加, 内拉格朗日点 L_1 坐标值 X_{L1} 的值减小. 对于相同的双星质量比 q_1 , 当主星转动角速度增加时, 其内拉格朗日点的坐标值 X_{L1} 反而减小. 随着双星质量比 q_1 的增加, 外拉格朗日点 L_2, L_3 的坐标值 X_{L2} 和 X_{L3} 增加. 对于相同质量比, 随着主星转动角速度的增加, X_{L2} 的值减小, X_{L3} 的值增加, 其势函数 ξ_{L1} 和 ξ_{L2} 都增加而 ξ_{L3} 减小. 说明随着主星转动角速度的增加, 主星有利于发生内拉格朗日点 L_1 的物质交换和外拉格朗日点 L_2 的物质损失, 不容易发生外拉格朗日点 L_3 的物质损失. 考虑辐射压后, 不利于发生内拉格朗日点 L_1 的物质交换、外拉格朗日点 L_2 和 L_3 的物质损失.

3. 当两颗子星的角速度小于轨道角速度时, 大质量双星系统的洛希瓣大于同步转动的洛希瓣, 反之则小于同步转动的洛希瓣. 当两颗子星的角速度大于轨道角速度时, 主、次星的洛希瓣虽然没有公共交点, 但仍可进行物质交换, 这时物质交换的时间提前. 对大质量双星系统主、次星均考虑辐射压时, 随着辐射参数的增加, 主星的拉格朗日点 L_1 向左端移动, 次星的洛希瓣逐渐增加.

-
- [1] 黄润乾 2006 恒星物理 (2006 5 第 1 版) (北京: 中国科学技术出版社) p313
 - [2] Paczynski B 1971 *ARA and A* **9** 183
 - [3] Kippenhahn R, Thomas H C 1970 *Proceedings of IAU Colloq.* 4 Ohio State University Columbus Ohio, September 8–11, 1969 p20
 - [4] Endal A S, Sofia S 1976 *ApJ* **210** 184
 - [5] Pinsonneault M H, Kawaler S D, Sofia S, Demarque P 1989 *ApJ* **338** 424
 - [6] Pinsonneault M H, Kawaler S D, Demarque P 1990 *ApJS* **74** 501
 - [7] Pinsonneault M H, Deliyannis C P, Demarque P 1991 *ApJ* **367** 239
 - [8] Wang Y Z, Wu X, Zhong S Y 2012 *Acta phy. Sin.* **61** 61160401 (in Chinese) [王玉诏, 伍歆, 钟双英 2012 物理学报 **61** 160401]
 - [9] Wen D H, Chen W 2011 *Chin. Phys.* **20** 029701
 - [10] Wen D H, Chen W, Liu L G 2005 中国物理快报 **22** 1604
 - [11] Huang R Q 2004 *A&A* **425** 591
 - [12] Huang R Q 2004 *A&A* **422** 981
 - [13] Kopal Z 1959 *Close Binary Systems* (1st Edn.) (New York: Wiley) p30
 - [14] Eggleton P P 1983 *ApJ* **268** 368
 - [15] Huang R Q, Taam R E 1990 *A&A* **236** 107
 - [16] Packet W 1981 *A&A* **102** 17
 - [17] Petrovic J, Langer N 2005 *A&A* **435** 1013
 - [18] de Mink S E, Pols O R, Glebbeek E 2007 *AIPC* **948** 321
 - [19] Dermine T, Jorissen A, Siess L, Frankowski A 2009 *A&A* **507** 891
 - [20] Maeder A, Georgy C, Meynet G 2008 *A&A* **479** 37
 - [21] Claret A, Cunha N C S 1997 *A&A* **318** 187

The effect of the radiative pressure on the potential function in asynchronous rotational binary *

Song Han-Feng^{1)†} Wang Jing-Zhou^{2)1)‡} Li Yun¹⁾

1) (College of Science, Guizhou University, Guizhou 550025, China)

2) (School of Physics and Electronic Engineering, Kaili University, Kaili 556000, China)

(Received 13 June 2012; revised manuscript received 21 September 2012)

Abstract

Radiative pressure is an important physical factor and can affect the structure and evolution of the massive star. The Roche lobe, three Lagrangian points and the corresponding Roche potentials are calculated according to the asynchronous rotational Roche potential which includes the radiative pressure. They are compared with the corresponding synchronous rotational Roche potentials. It is found that the centrifugal force greatly reduces the gravitational acceleration at the equator while the radiative pressure can reduce the gravitational acceleration of the massive star. Both the asynchronous rotation and the radiative pressure have an obvious influence on the Roche lobe, the positions of three Lagrangian points, the Roche potentials and the time of mass overflow. Therefore, it is very important to calculate the asynchronous rotational Roche potential which includes the radiative pressure in the massive close binaries.

Keywords: stellar structure and evolution, rotation, radiative pressure

PACS: 97.80.—d, 97.10.Kc, 97.20.Ec

DOI: 10.7498/aps.62.059701

* Project supported by the Key Foundation at Guizhou Education Department (Grant No. 2010002), and the Key Laboratory for the Structure and Evolution of Celestial Objects, Chinese Academy of Sciences, (Grant No. OP201107).

† Corresponding author. E-mail: songhanfeng@163.com

‡ Corresponding author. E-mail: wjz0856@sina.com