

## 微波驱动双模四能级单原子中连续变量纠缠的制备\*

宋明玉<sup>†</sup> 吴耀德

(长江大学物理科学与技术学院, 荆州 434023)

(2012年7月28日收到; 2012年10月16日收到修改稿)

通过两个经典微波场驱动相应的原子精细跃迁诱导产生原子相干, 研究在双模单原子激光器中连续变量量子纠缠的制备和演化. 研究表明: 微波场强度可以有效地控制腔场纠缠特性; 通过调节相应的频率失谐, 能够同步增加腔场总的平均光子数、腔模间的纠缠时间和强度.

**关键词:** 四能级单原子, 原子相干, 连续变量纠缠

**PACS:** 42.50.-P

**DOI:** 10.7498/aps.62.064207

## 1 引言

量子纠缠是量子信息和量子计算中的核心研究内容<sup>[1]</sup>, 它在量子密码、量子搜索、量子隐形传态及多体远程传输、量子 Shors 算法等方面有着极其广泛的应用和发展前景<sup>[2-7]</sup>. 近年来, 人们发现连续变量纠缠态制备过程相对简单易控, 在执行量子信息方案时, 连续变量纠缠态越来越凸显其优势. 因此, 对连续变量纠缠态的制备理论和实验的研究, 成为备受学者们关注的热门课题. 例如, 王海霞等<sup>[8]</sup>研究了耦合量子点中纠缠的测量; Li 等<sup>[9]</sup>, Sun 等<sup>[10]</sup>, Josse 等<sup>[11]</sup>相继提出的用于制备连续变量纠缠态的理论和实验方案; 徐岩等<sup>[12]</sup>提出了在旋量 Bose-Einstein 凝聚体中制备双模最大纠缠态的方案.

此外, Scully 和 Zubairy<sup>[13]</sup>根据 Simon<sup>[14]</sup>和 Duan 等<sup>[15]</sup>提出的连续变量纠缠的判断标准, 提出了在腔 QED 系统, 利用激光诱导原子相干, 将原子与腔模的相互作用效应转化为腔场的纠缠特性, 且该腔 QED 系统还可作为纠缠放大器. 随后, Xiong 等<sup>[16]</sup>利用非简并三能级级联原子系统提出了纠缠放大器方案; Tan 等<sup>[17]</sup>扩展研究了纠缠光在 Wigner 表象中的制备和演化; Tesfa<sup>[18]</sup>在三能级梯型原子中, 通过初始的高能级和低能级原子相干

叠加诱导产生原子相干, 研究了稳态激光纠缠放大等; 而且还相继研究了相位波动和移相对优化连续变量纠缠的影响<sup>[19]</sup>. 王中结等<sup>[20]</sup>提出了利用连续变量纠缠传输单比特量子态的量子信道方案.

同时, 基于单原子激光器, 用单个束缚原子代替原有增益介质来实现宏观纠缠光的制备也引起人们研究的兴趣. 例如, Kiffner 等<sup>[21]</sup>讨论了在双模单原子激光器中制备和演变宏观纠缠光, 其腔场初始状态和控制参数可以有很大变化空间的优势; Kuang 等<sup>[22]</sup>提出了四模连续变量纠缠态的新方案; 卢道明<sup>[23]</sup>提出的  $\wedge$  型和  $\vee$  型三能级原子与耦合腔相互作用系统中的纠缠特性等.

本文以 Duan 等<sup>[15]</sup>提出的纠缠判据, 提出了通过两个经典微波场激发相应的原子精细跃迁诱导产生原子相干, 讨论四能级单原子系统中两个非简并腔模的纠缠特性, 求解出腔场的动力学方程, 并数值模拟系统演化过程. 结果表明, 此方案在短时间内成功地实现了双模连续变量纠缠态. 而且还分析了微波场强度以及相应频率失谐对腔模纠缠特性的影响.

## 2 模型

如图 1 所示, 假设一个四能级结构的原子被囚禁于双模共振腔中. 用中心频率为  $\omega_{d1}$  的经典微波

\* 湖北省教育厅科学技术研究项目 (批准号: B20121209)、湖北省高等学校优秀中青年科技创新团队计划项目 (批准号: T201204) 和湖北省教育厅科学技术研究计划重点项目 (批准号: D20121203) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: mysong@yangtzeu.edu.cn

场耦合原子跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  (其共振频率为  $\omega_{21}$ ); 用中心频率为  $\omega_{d2}$  的微波场耦合原子跃迁  $|3\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  (其共振频率为  $\omega_{43}$ ). 两个频率分别为  $\nu_1$  和  $\nu_2$  的非简并的腔模分别诱导原子跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  (共振频率为  $\omega_{13}$ ) 和  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  (共振频率为  $\omega_{24}$ ). 两个腔模与原子跃迁  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  和  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  之间的频率失谐量为  $\Delta_2$  ( $\Delta_2 = \omega_{13} - \nu_1$ ) 和  $\Delta_4$  ( $\Delta_4 = \omega_{24} - \nu_2$ ).  $\Delta_1 = \omega_{21} - \omega_{d1}$  和  $\Delta_3 = \omega_{43} - \omega_{d2}$  是两个经典微波场与相应的原子跃迁之间的频率失谐量.  $\gamma_{31}$ ,  $\gamma_{43}$  和  $\gamma_{42}$  分别表示原子从态  $|3\rangle$  到  $|1\rangle$ ,  $|4\rangle$  到  $|3\rangle$  和  $|4\rangle$  到  $|2\rangle$  的自发衰减率. 为了分析和计算简便, 我们假设  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ ,  $\Delta_3 = -\Delta_4 = \delta$ . 两个非简并的腔模分别与原子跃迁  $|4\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  和  $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  相互作用,  $g_1$  和  $g_2$  为相应的耦合常数. 原子的另外两个跃迁  $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  和  $|4\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  分别由 Rabi 频率为  $\Omega_{d1}$ ,  $\Omega_{d2}$  的两个经典场驱动.  $\Delta_i$  ( $i=1-4$ ) 表示相应的频率失谐量.

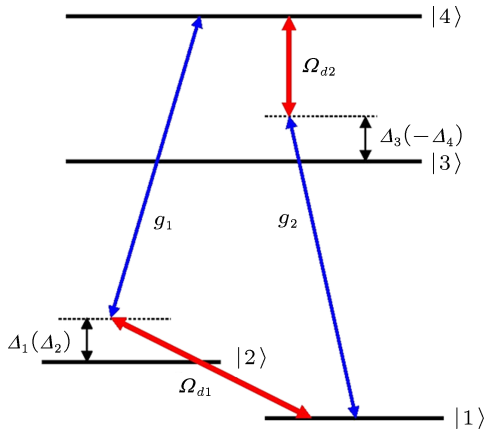


图 1 囚禁于普通双模共振腔<sup>[21]</sup>中的四能级原子的结构

该系统相互作用绘景中的哈密顿量, 经过偶极-偶极和旋波近似后, 应写为 ( $\hbar = 1$ )<sup>[24,25]</sup>

$$H_I = -\delta|3\rangle\langle 3| + \Delta|2\rangle\langle 2| - (\Omega_{d1}|2\rangle\langle 1| + \Omega_{d2}|4\rangle\langle 3| + \text{H.c.}) + (g_1 a_1|4\rangle\langle 2| + g_2 a_2|3\rangle\langle 1| + \text{H.c.}), \quad (1)$$

其中符号 H.c. 表示公式前面部分的厄米共轭, 此外我们已经将基态  $|1\rangle$  选为能量的零点.

$\Omega_{d1} = |\Omega_{d1}| \exp(i\phi_{d1})$  和  $\Omega_{d2} = |\Omega_{d2}| \exp(i\phi_{d2})$  分别为两个微波场的 Lamor 频率,  $\phi_{d1}$ ,  $\phi_{d2}$  为相位,  $g_1$ ,  $g_2$  为相应的原子-腔场耦合常数. 对系统密度矩阵通过原子自由度的求迹运算, 就能得到腔场  $\rho_f$  的运动方程<sup>[24]</sup> 如下

$$\dot{\rho}_f = -\frac{i}{\hbar} \text{Tr}_{\text{atom}} [H_I, \rho_{\text{atom-field}}]$$

$$= (-ig_1 [a_1^\dagger, \rho_{42}] - ig_2 [a_2^\dagger, \rho_{31}] + \text{H.c.}), \quad (2)$$

其中  $\rho_{\text{atom-field}}$  为原子场密度算符且

$$\rho_{42} = \langle 4 | \rho_{\text{atom-field}} | 2 \rangle,$$

$$\rho_{21} = \langle 3 | \rho_{\text{atom-field}} | 1 \rangle.$$

考虑系统自发衰减, 由文献 [24] 提出的标准的激光理论可以得出, 以原子与腔场的耦合常数  $g_1$ ,  $g_2$  来表示  $\rho_{24} - \rho_{13}$  的一阶微分为

$$\dot{\rho}_{24} = \left( -\frac{\gamma_{42} + \gamma_{43}}{2} - i\Delta \right) \rho_{24} + i\Omega_{d1} \rho_{12} - i\Omega_{d2}^* \rho_{23} - ig_1 a_1 \rho_{44}^{(0)} + i\rho_{22}^{(0)} g_1 a_1, \quad (3a)$$

$$\dot{\rho}_{14} = -\frac{\gamma_{43}}{2} \rho_{14} - i\Omega_{d2}^* \rho_{13} + i\Omega_{d1}^* \rho_{24} - ig_2 a_2^+ \rho_{34}^{(0)} + ig_1 \rho_{12}^{(0)} a_1, \quad (3b)$$

$$\dot{\rho}_{23} = \left( -\frac{\gamma_{42} + \gamma_{31}}{2} + i\Delta + i\delta \right) \rho_{23} + i\Omega_{d1} \rho_{13} - i\Omega_{d2} \rho_{24} - ig_1 a_1 \rho_{43}^{(0)} + ig_2 \rho_{21}^{(0)} a_2^+, \quad (3c)$$

$$\dot{\rho}_{13} = -\left( \frac{\gamma_{31}}{2} + i\delta \right) \rho_{13} + i\Omega_{d1}^* \rho_{23} - i\Omega_{d2} \rho_{14} - ig_2 a_2^+ \rho_{33}^{(0)} + ig_2 \rho_{11}^{(0)} a_2^+, \quad (3d)$$

其中  $\rho_{ij}^{(0)}$  可以通过求解下面的零阶方程获得:

$$\dot{\rho}_{22}^{(0)} = -\gamma_{24} \rho_{22}^{(0)} + i\Omega_{d1} \rho_{12}^{(0)} - i\Omega_{d1}^* \rho_{21}^{(0)}, \quad (4a)$$

$$\dot{\rho}_{44}^{(0)} = \gamma_{24} \rho_{22}^{(0)} - \gamma_{43} \rho_{44}^{(0)} + i\Omega_{d2} \rho_{34}^{(0)} - i\Omega_{d2}^* \rho_{43}^{(0)}, \quad (4b)$$

$$\dot{\rho}_{33}^{(0)} = \gamma_{43} \rho_{44}^{(0)} - \gamma_{31} \rho_{33}^{(0)} + i\Omega_{d2}^* \rho_{43}^{(0)} - i\Omega_{d2} \rho_{34}^{(0)}, \quad (4c)$$

$$\dot{\rho}_{11}^{(0)} = \gamma_{31} \rho_{33}^{(0)} + i\Omega_{d1}^* \rho_{21}^{(0)} - i\Omega_{d1} \rho_{12}^{(0)}, \quad (4d)$$

$$\dot{\rho}_{12}^{(0)} = \left( -\frac{\gamma_{24}}{2} + i\Delta \right) \rho_{12}^{(0)} + i\Omega_{d1}^* (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}), \quad (4e)$$

$$\dot{\rho}_{34}^{(0)} = \left( -\frac{\gamma_{31} + \gamma_{43}}{2} + i\delta \right) \rho_{34}^{(0)} + i\Omega_{d2}^* (\rho_{44}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)}). \quad (4f)$$

联合求解方程 (3) 和 (4), 就得出  $\rho_{24}$  和  $\rho_{31}$  的精确表达式<sup>[17,21]</sup>. 然后将  $\rho_{24}$  和  $\rho_{31}$  的表达式代入方程 (2) 就可以得到腔场密度算符  $\rho_f$  的运动方程:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_f = & \left[ -A_{11} (a_1^\dagger a_1 \rho_f - a_1 \rho_f a_1^\dagger) \right. \\ & - A_{12} (a_1^\dagger a_2^+ \rho_f - a_2^+ \rho_f a_1^\dagger) \\ & - B_{11} (a_1^\dagger \rho_f a_1 - \rho_f a_1 a_1^\dagger) \\ & - B_{12} (a_1^\dagger \rho_f a_2^+ - \rho_f a_2^+ a_1^\dagger) \\ & - A_{22} (a_2^+ a_2 \rho_f - a_2 \rho_f a_2^+) \\ & - A_{21} (a_2^+ a_1^+ \rho_f - a_1^+ \rho_f a_2^+) \\ & - B_{22} (a_2^+ \rho_f a_2 - \rho_f a_2 a_2^+) \\ & \left. - B_{21} (a_2^+ \rho_f a_1^+ - \rho_f a_1^+ a_2^+) + \text{H.c.} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\kappa_1(a_1^+ a_1 \rho_f - \rho_f a_1^+ a_1 - 2a_1 \rho_f a_1^+) \\
 & -\kappa_1(a_2^+ a_2 \rho_f - \rho_f a_2^+ a_2 - 2a_2 \rho_f a_2^+), \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中  $\kappa_1, \kappa_2$  是两个腔模的自发衰减率, 系数  $A_{ij}$  和  $B_{ij}(i, j = 1, 2)$  见附录 A. 在系统主方程 (2)—(5) 的推导过程中, 采用了与文献 [21] 一致的近似, 在线性理论的框架下, 从物理本质上忽略了系统的饱和和效益. 由于耦合常数  $g_1$  和  $g_2$  与其他的系统参数比起来是非常小的, 因此对  $g_1$  和  $g_2$  只考虑到二阶, 而对经典场 Rabi 频率  $\Omega_{d1}, \Omega_{d2}$  考虑了所有的阶数.

### 3 腔场纠缠特性分析

纠缠是指当一个系统不可分割时, 此系统就是纠缠的. 即当系统的密度算符  $\rho_f$  不能写成如下形式

$$\rho_f = \sum_j \rho_j \rho_j^{(1)} \otimes \rho_j^{(2)} \quad (6)$$

时, 系统就是纠缠的. 在  $\rho_j \geq 0, \sum_j \rho_j = 1$  的情况下,  $\rho_j^{(1)}$  和  $\rho_j^{(2)}$  表示两种场模状态.

首先根据 Duan 等 [15] 提出的纠缠判据, 研究两腔模间的纠缠特性.

如果两个腔模的 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 型算符  $\hat{u}$  和  $\hat{v}$  满足不等式

$$\langle (\Delta\hat{u})^2 + (\Delta\hat{v})^2 \rangle < 2 \quad (7)$$

时, 那么就称此双模腔场是纠缠的. 其中

$$\hat{u} = \hat{x}_1 + \hat{x}_2, \quad \hat{v} = \hat{p}_1 + \hat{p}_2, \quad (8)$$

$\hat{x}_j = (a_j + a_j^+)/\sqrt{2}$  和  $\hat{p}_j = (a_j - a_j^+)/\sqrt{2}i$  ( $j = 1, 2$ ) 是模式 1 和 2 的正交算符. 将 (8) 式代入 (7) 式, 可以用算符  $a_j$  和  $a_j^+$  来表示  $\hat{u}$  和  $\hat{v}$  的方差, 得到

$$\begin{aligned}
 & \langle (\Delta\hat{u})^2 + (\Delta\hat{v})^2 \rangle \\
 & = 2 \left[ 1 + \langle a_1^+ a_1 \rangle + \langle a_2^+ a_2 \rangle + \langle a_1^+ a_2^+ \rangle + \langle a_1 a_2 \rangle \right. \\
 & \quad - \langle a_1 \rangle \langle a_1^+ \rangle - \langle a_2 \rangle \langle a_2^+ \rangle - \langle a_1 \rangle \langle a_2 \rangle \\
 & \quad \left. - \langle a_1^+ \rangle \langle a_2^+ \rangle \right]. \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中相对应的系统参数如下:  $\gamma_{24} = \gamma_{43} = \gamma_{31} = 5g, g_1 = g_2 = g, \kappa_1 = \kappa_2 = 0.001g, |\Omega_{d1}| = 10g, \Delta = 35g, \delta = 0$  以及  $\phi_{d2} - \phi_{d1} = -\pi/2$ .

由方程 (5) 和已得到的结论  $\frac{d}{dt} \langle b(t) \rangle = \text{Tr}(\dot{\rho}_f b)$  [13] ( $b$  表示方程 (9) 中的场算符), 可以得到方程 (9) 中的各个量满足的动力学方程:

$$\frac{d}{dt} \langle a_1 \rangle = -(\alpha_{11} + \kappa_1) \langle a_1 \rangle - \alpha_{12} \langle a_2^+ \rangle, \quad (10a)$$

$$\frac{d}{dt} \langle a_2^+ \rangle = -\alpha_{21}^* \langle a_1 \rangle - (\alpha_{22}^* + \kappa_2) \langle a_2^+ \rangle, \quad (10b)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \langle a_1^+ a_1 \rangle & = -\beta_{11} \langle a_1^+ a_1 \rangle - \alpha_{12}^* \langle a_1 a_2 \rangle \\
 & \quad - \alpha_{12} \langle a_1^+ a_2^+ \rangle - (B_{11} + B_{11}^*), \quad (10c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \langle a_2^+ a_2 \rangle & = -\beta_{22} \langle a_2^+ a_2 \rangle - \alpha_{21}^* \langle a_1 a_2 \rangle \\
 & \quad - \alpha_{21} \langle a_1^+ a_2^+ \rangle - (B_{22} + B_{22}^*), \quad (10d)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \langle a_1 a_2 \rangle & = -\alpha_{21} \langle a_1^+ a_1 \rangle - \alpha_{12} \langle a_2^+ a_2 \rangle \\
 & \quad - \beta_{12} \langle a_1 a_2 \rangle - (A_{12} + A_{21}^*), \quad (10e)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \langle a_1^+ a_2^+ \rangle & = -\alpha_{21}^* \langle a_1^+ a_1 \rangle - \alpha_{12}^* \langle a_2^+ a_2 \rangle \\
 & \quad - \beta_{12}^* \langle a_1^+ a_2^+ \rangle - (A_{12}^* + A_{21}^*), \quad (10f)
 \end{aligned}$$

在这里  $\alpha_{ij} = A_{ij} + B_{ij}, \beta_{ii} = A_{ii} + A_{ii}^* + B_{ii} + B_{ii}^* + 2\kappa_i$  ( $i, j = 1, 2$ ) 并且有

$$\beta_{12} = A_{11} + B_{11} + \kappa_1 + \kappa_2.$$

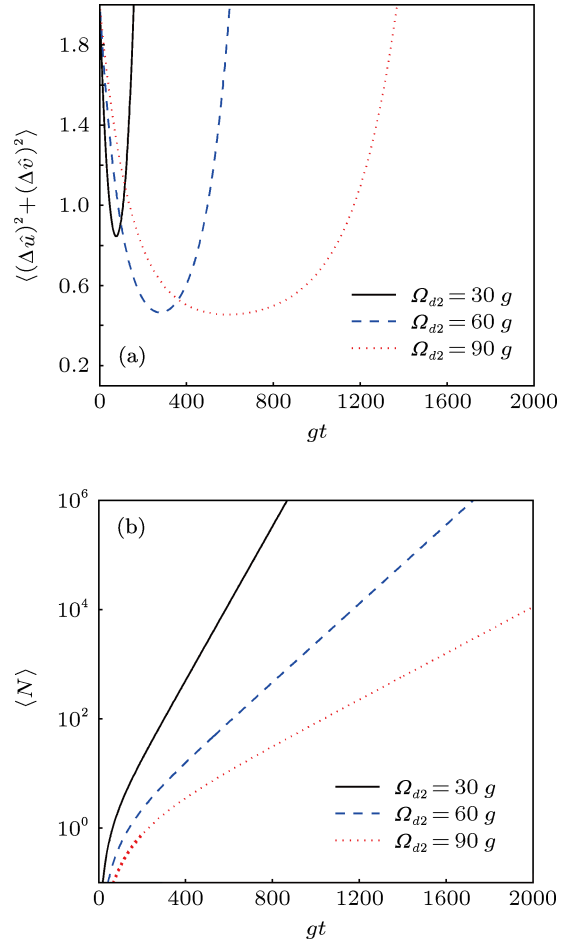


图2 初始腔场真空态时, EPR 算符总方差  $\langle (\Delta\hat{u})^2 + (\Delta\hat{v})^2 \rangle$  (a) 和平均光子数  $\langle \hat{N} \rangle$  (b) 随时间的演化曲线 (不同控制场强度  $|\Omega_{d2}|$  如图中所示)

下面通过数值求解方程 (9) 和 (10). 为计算简便, 相应的系统参数以  $g$  为单位. 如图 3 所示, 初始腔场分别为真空压缩态和  $|100, -100\rangle$  的相干态情况下, 我们给出了在不同参量下 EPR 算符  $\hat{u}$  和  $\hat{v}$  的方差和以及两个腔模的平均光子数  $\langle \hat{N} \rangle$  ( $\langle \hat{N} \rangle = \langle a_1 a_1^\dagger + a_2 a_2^\dagger \rangle$ ) 随时间演化的数值结果. 结果表明: 可以实现具有较长的纠缠时间和更大的平均光子数的双模连续变量纠缠态.

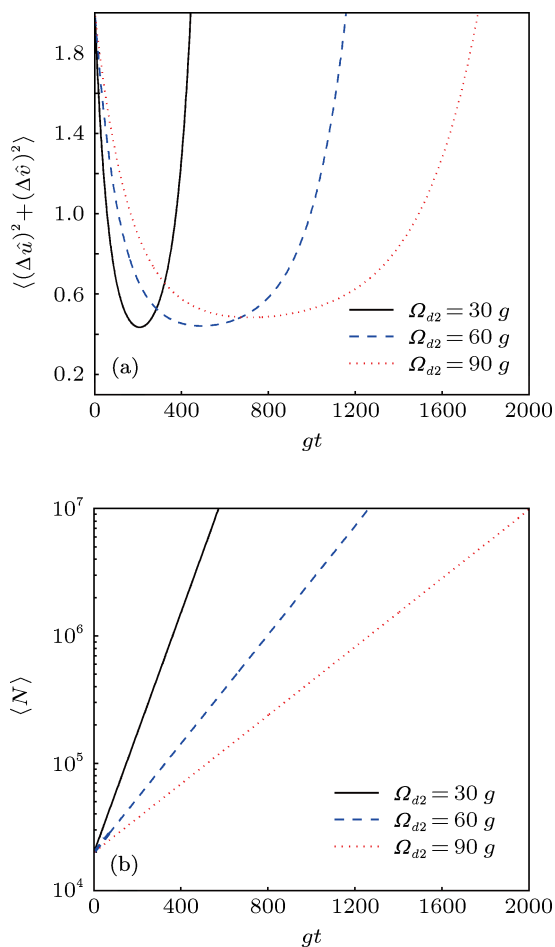


图 3 当腔场处于相干态  $|100, -100\rangle$  时, 不同微波场强度  $|\Omega_{d2}|$  对应的 EPR 算符总方差  $\langle (\Delta \hat{u})^2 + (\Delta \hat{v})^2 \rangle$  (a) 和平均光子数  $\langle \hat{N} \rangle$  (b) 随时间演化图 (相应的系统参数同图 2)

在图 2 和图 3 中, 给出了在不同的微波场强度  $|\Omega_{d2}|$  时, 方差  $\langle (\Delta \hat{u})^2 + (\Delta \hat{v})^2 \rangle$  和平均光子数  $\langle \hat{N} \rangle$  随时间的演化过程曲线. 从图中可以看出, 无论系统初始处于真空态还是相干态  $|100, -100\rangle$ , 都可以通过加强  $|\Omega_{d2}|$  来增大腔模的纠缠周期, 同时保持腔模的平均光子数不减少. 这是因为, 随着原子能级  $|3\rangle$  和  $|4\rangle$  之间的微波场强度的增加, 使原子跃迁  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  和  $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  之间的量子干涉效应也有效地增强. 因此所产生的纠缠态的纠缠周期随着微波场强度增大而变大. 即通过适当地选择强的微波场

来诱导相应的原子介质而获得更大的纠缠时间和平均光子数的双模连续变量纠缠态.

相应的系统参数为  $\gamma_{24} = \gamma_{43} = \gamma_{31} = 5g$ ,  $g_1 = g_2 = g$ ,  $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.001g$ ,  $|\Omega_{d1}| = 10g$ ,  $|\Omega_{d2}| = 100.8g$ ,  $\delta = 0$  和  $\phi_{d1} - \phi_{d2} = -\pi/2$ .

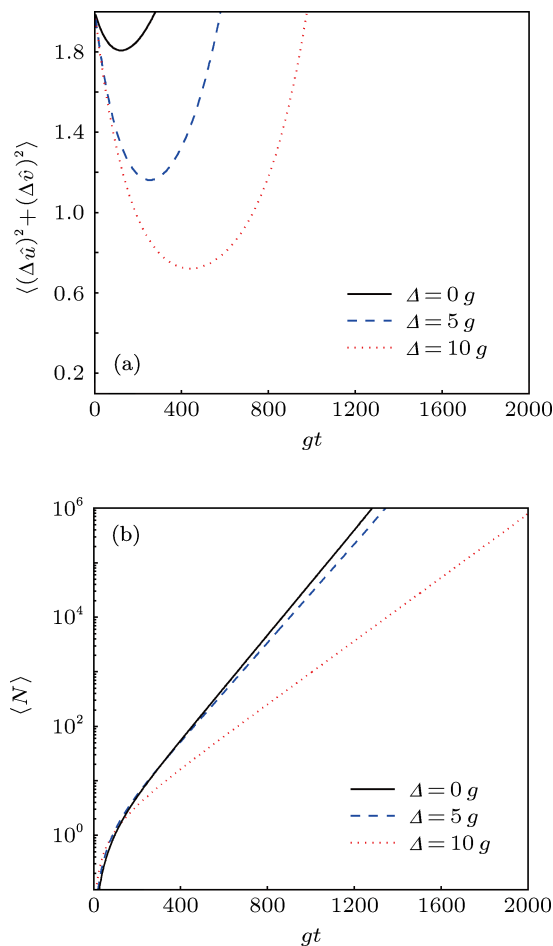


图 4 腔场初始真空态下, 不同频率失谐量  $\Delta$  对应的 EPR 算符总方差  $\langle (\Delta \hat{u})^2 + (\Delta \hat{v})^2 \rangle$  (a) 和平均光子数  $\langle \hat{N} \rangle$  (b) 随时间演化曲线

很显然, 图 4(a) 和图 5(a) 表明, 无论腔场初始处在真空态还是相干态, 只要适当调节频率失谐量  $\Delta$ , 就可以同时增加腔模的纠缠强度和增大纠缠周期. 这是因为当频率失谐量  $\Delta$  增加时, 在能级  $|2\rangle$ ,  $|3\rangle$  上的布居数减少, 对应的自发辐射率减小, 因此在腔场之间可以产生更大的关联, 那么纠缠强度和周期可以得到增加. 同时, 从图 4(b) 和图 5(b) 还可以看出, 随着失谐量  $\Delta$  的增大, 腔模的平均光子数  $\langle \hat{N} \rangle$  也增多. 因此, 只要正确选择微波场  $\Omega_{d2}$  的失谐频率, 就可以在本单原子腔 QED 系统中实现更大的平均光子数和更长纠缠时间的双模连续变量纠缠态.

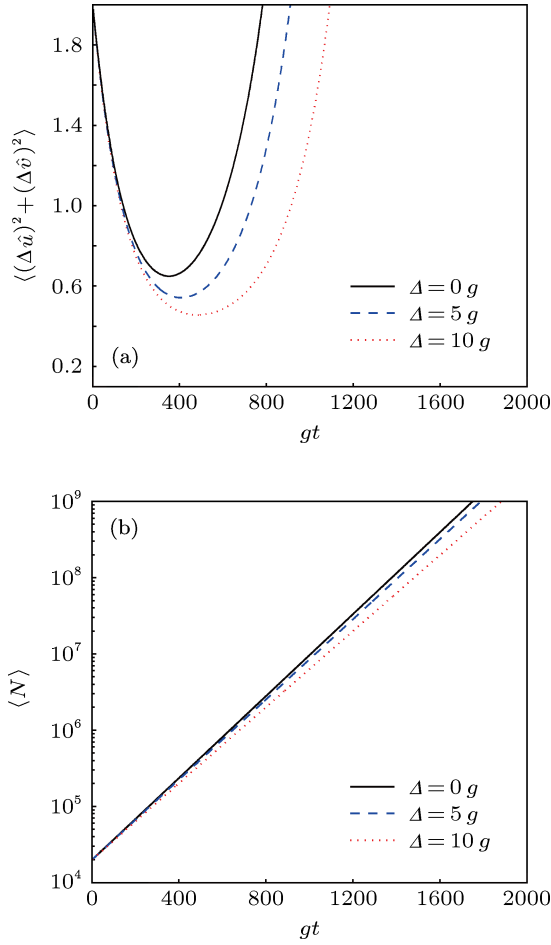


图5 当腔场初始处在相干态  $|100, -100\rangle$  时, 不同频率失谐量  $\Delta$  对应的 EPR 算符总方差  $\langle(\Delta\hat{u})^2 + (\Delta\hat{v})^2\rangle$  (a) 和平均光子数  $\langle\hat{N}\rangle$  (b) 随时间的演化图 (相应的系统参数同图4)

## 4 总结

本文提出了在一个全新的单原子模型中, 由微波场诱导的原子相干来实现双模连续变量纠缠态的制备方案. 通过数值模拟不同参数条件下双模连续变量纠缠随时间的演化和相关特性. 结果表明: 经典微波场强度会显著影响腔场的纠缠特性, 调节经典微波场的强度可实现对纠缠时间和腔场总的平均光子数的控制. 并且双模纠缠的强度和纠缠持续时间、两个腔场模式的总的平均光子数, 可以通

过适当调节泵场的失谐频率而同步增加. 这一研究结果为实现预期的、同时具有较大的纠缠时间和大量平均光子数的连续变量量子纠缠具有十分重要的意义.

感谢徐大海、程庆华教授和孙利辉博士的有益讨论.

## 附录 A: 系数

$$A_{11} = 4g_1^2 |\Omega_{d_1}|^2 \left[ -i\Delta(\gamma^2 + 4|\Omega_{d_2}|^2) + \gamma(\gamma^2 + 2|\Omega_{d_1}|^2 + 4|\Omega_{d_2}|^2) \right] / D,$$

$$B_{11} = 8g_1^2 |\Omega_{d_1}|^2 \left[ \gamma\Delta^2 + 2i\Delta(|\Omega_{d_1}|^2 - 2|\Omega_{d_2}|^2) + \gamma(\gamma^2 + 2|\Omega_{d_1}|^2 + |\Omega_{d_2}|^2) \right] / D,$$

$$A_{12} = -8ig_1g_2|\Omega_{d_1}|^2\Omega_{d_1}\Omega_{d_2}^*(3\gamma - 2i\Delta) / D,$$

$$B_{12} = 8ig_1g_2\Omega_{d_1}\Omega_{d_2}^* \left[ 2i\gamma|\Omega_{d_1}|^2 + (i\gamma + 2\Delta) \times (\gamma^2 + i\gamma\Delta + \Delta^2 + |\Omega_{d_2}|^2) \right],$$

$$A_{22} = 2g_2^2 \left[ 4\gamma\Delta^4 + \gamma\Delta^2(5\gamma^2 + 8|\Omega_{d_1}|^2 + 4|\Omega_{d_2}|^2) + 8i\Delta^3|\Omega_{d_1}|^2 + 8i\Delta|\Omega_{d_1}|^2|\Omega_{d_2}|^2 + \gamma(\gamma^4 + 4|\Omega_{d_1}|^4 + \gamma^2|\Omega_{d_2}|^2 + 4|\Omega_{d_1}|^2(\gamma^2 + 2|\Omega_{d_2}|^2)) \right] / D,$$

$$B_{22} = -8g_2^2 |\Omega_{d_1}|^2 \left[ \gamma\Delta^2 + (2\gamma + 2i\Delta)|\Omega_{d_1}|^2 + \gamma|\Omega_{d_2}|^2 + \gamma^3 \right] / D,$$

$$A_{21} = 8g_1g_2\Omega_{d_1}\Omega_{d_2}^* \left[ 2\Delta(\gamma^2 + |\Omega_{d_2}|^2) + i\gamma(\gamma^2 - 4|\Omega_{d_1}|^2 + |\Omega_{d_2}|^2) + i\gamma\Delta^3 + 2\Delta^3 \right] / D,$$

$$B_{21} = 8ig_1g_2|\Omega_{d_1}|^2\Omega_{d_2}^*(3\gamma + 2i\Delta) / D.$$

其中

$$D = (\gamma^2 + 4\Delta^2 + 16|\Omega_{d_1}|^2) (\gamma^4 + 4|\Omega_{d_1}|^4 + 5\gamma^2|\Omega_{d_2}|^2) + 4|\Omega_{d_2}|^4 + 4|\Omega_{d_1}|^2 (\gamma^2 - 2|\Omega_{d_2}|^2) + \Delta^2 (\gamma^2 + 4|\Omega_{d_2}|^2).$$

[1] Braunstein S L, Lock P V 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 513  
 [2] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press)  
 [3] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895  
 [4] Hu X Y, Gu Y, Gong Q H, Guo G C 2010 *Chin. Phys. B* **19** 050305

[5] Feng M 2002 *Phys. Rev. A* **66** 054303  
 [6] Zheng S B, Guo G C 2006 *Phys. Rev. A* **73** 032329  
 [7] Gong Z X 2007 *J. Phys. B* **40** 1245  
 [8] Wang H X, Yin W, Wang F W 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5241 (in Chinese) [王海霞, 殷雯, 王芳卫 2010 物理学报 **59** 5241]  
 [9] Li G X, Yang Y P, Allaart K, Lenstra D 2004 *Phys. Rev. A* **69** 014301

- [10] Sun L H, Li G X, Zbigniew F 2011 *New J. Phys.* **13** 093019
- [11] Josse V, Dantan A, Bramati A, Pinard M, Giacobino E 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 123601
- [12] Xu Y, Fan W, Chen B, Li Z X 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 0603051 (in Chinese) [徐岩, 樊炜, 陈兵, 李照鑫 2011 物理学报 **60** 0603051]
- [13] Scully M O, Zubairy M S 1987 *Phys. Rev. A* **35** 752
- [14] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726
- [15] Duan L M, Giedke G, Cirac J I, Zoller P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2722
- [16] Xiong H, Scully M O, Zubairy M S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 023601
- [17] Tan H T, Zhu S Y, Zubairy M S 2005 *Phys. Rev. A* **72** 022305
- [18] Tesfa S 2006 *Phys. Rev. A* **74** 043816
- [19] Tesfa S 2012 *Chin. Phys. B* **21** 014204
- [20] Wang Z J, Zhang K, Fan C Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 110311
- [21] Kiffner M, Zubairy M S, Evers J, Keitel C H 2007 *Phys. Rev. A* **75** 033816
- [22] Kuang M H, Ma S J, Liu D M, Wang S J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1065
- [23] Lu D M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 1203031 (in Chinese) [卢道明 2011 物理学报 **60** 1203031]
- [24] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press) 409
- [25] Wu Y 2005 *Phys. Rev. A* **71** 053820

# Generation of continuous-variable entanglement in a two-mode four-level single-atom driven by microwave\*

Song Ming-Yu<sup>†</sup> Wu Yao-De

(College of Physical Science and Technology, Yangtze University, Jingzhou, 430023, China)

(Received 28 July 2012; revised manuscript received 16 October 2012)

## Abstract

In this paper, we discuss the generation and evolution of continuous-variable entanglement in a two-mode single-atom laser, where the atomic coherence is induced by two classical microwave fields, which drive the corresponding fine atomic transitions. The results show that the intensity of the microwave field can influence effectively the entanglement properties of the cavity field. In addition, our numerical results also show that the intensity and the period of entanglement between the two cavity modes as well as the total mean photon number of the cavity field can be increased synchronously by adjusting the corresponding frequency detuning.

**Keywords:** four-level single-atom, atomic coherence, continuous-variable entanglement

**PACS:** 42.50.-P

**DOI:** 10.7498/aps.62.064207

\* Science and Technology Research Project Department of Education of the Hubei Province, China (Grant No. B20121209), the Middle-aged and Young Scientists Innovation Groups Project of Higher Education of Hubei Province, China (Grant No. T201204), and the Key Project of Science and Technology Research Program of Education Department of Hubei Province, China (Grant No. D20121203).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: mysong@yangtzeu.edu.cn