

超新星爆发环境核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 的电子俘获\*

刘晶晶†

(琼州学院理工学院, 三亚 572022)

(2012年7月27日收到; 2012年11月13日收到修改稿)

基于壳模型与 Random Phase Approximation 理论, 利用 Shell-Model Monte Carlo 方法, 研究了超新星爆发环境核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 的电子俘获与电子丰度变化率. 我们的结果与利用 Aufderheide 方法计算的结果进行了误差对比. 结果表明: 电子俘获率受温度和密度的影响大大增加, 甚至增加达 6 个数量级以上 (如在  $\rho_7 = 0.43, Y_e = 0.48$  核素<sup>57,59,60</sup>Co). 另一方面, 随着温度和密度的增大, 电子丰度变化率大大降低, 甚至减小达 5 个数量级以上 (如在  $\rho_7 = 5.86, Y_e = 0.47$  核素<sup>59</sup>Co). 通过对误差因子的分析表明, 在低温低密度环境二种结果误差较大; 而在高温高密度环境, 二种结果误差相对较小.

关键词: 电子俘获, 超新星

PACS: 23.40.-s, 97.60.Bw

DOI: 10.7498/aps.62.072301

## 1 引言

电子俘获与电子丰度变化是超新星爆发数据模拟及超新星爆发机理研究中最关键物理因素. 电子俘获不仅对超新星内部元素的核合成及中微子产生速率非常重要, 也是核心坍缩型的超新星爆发中的一个非常重要而关键的物理过程. 电子俘获率的高低不仅影响着前身星演化阶段的中子剩余, 也大大降低了电子丰度和核心内部的熵, 电子俘获反应还伴随着数以千计的中微子产生, 中微子带走大量的能量而冷却铁核以加速恒星的演化. 研究表明 [1-10], 核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 电子俘获率在恒星晚期演化, 特别是超新星爆发机理的理论研究中非常重要. 采用核壳层模型, Fuller 等 (FFN)<sup>[8]</sup> 讨论了 Gamow-Teller(GT) 跃迁的共振能量和强度, 详细计算了核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 的电子俘获率. Liu 和 Luo<sup>[1-3]</sup> 对这些核素的电子俘获进行了研究. Heger 等<sup>[9]</sup> 和 Aufderheide 等人<sup>[10]</sup> 也研究了这些核素的电子俘获, 认为它们是影响超新星爆发的重要核素.

由于这些核素在超新星爆发和恒星晚期演化的重要性, 基于核的壳模型, 根据 Random Phase

Approximation (RPA) 理论, 利用 Shell-Model Monte Carlo (SMMC) 方法<sup>[11]</sup>, 从电子俘获反应截面的角度, 本文对这些典型核素的电子俘获和电子丰度变化率进行讨论, 我们的结果将与利用 Aufderheide<sup>[10]</sup> (AUFD) 的计算方法所得结果进行对比分析.

## 2 恒星内部核素的电子俘获过程

恒星内部  $k$  核俘获电子从初态  $i$  跃迁到终态  $f$  的电子俘获率为  $\lambda_k$ , 考虑到初态对应所有的可能的终态贡献时, 与初态  $i$  对应的俘获率为  $\lambda_i$ <sup>[8]</sup>, 则

$$\lambda_k = \sum_i \frac{(2J_i + 1) e^{-E_i/KT}}{G(Z, A, T)} \sum_f \lambda_{if}, \quad (1)$$

其中  $J_i$  和  $E_i$  母核自旋和激发态能级,  $G(Z, A, T)$  为核配分函数, 从初态到所有可能的终态电子俘获率表示为  $\lambda_{if}$ . 根据单粒子数球参量 RPA 理论, 电子俘获率由俘获反应截面  $\sigma_{ec}$  表示为<sup>[11]</sup>

$$\lambda_{if} = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \sum_{if} \int_{\epsilon_0}^{\infty} p_e^2 \sigma_{ec}(\epsilon_n, \epsilon_i, \epsilon_f) \times f(\epsilon_n, U_F, T) d\epsilon_n, \quad (2)$$

其中  $\epsilon_0 = \max(Q_{if}, 1)$ .  $p_e = (\epsilon_n - 1)^{1/2}$  是能量为  $\epsilon_n$  的入射电子动量,  $U_F$  为电子气体化学势,  $T$  为电

\* 三亚市高等院校专项基金 (批准号: 2011YD14) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liujingjing68@126.com

子气体温度. 本文中动量以  $m_e c$  为单位, 能量  $\varepsilon_n$  以  $m_e c^2$  为单位,  $m_e$  为电子质量,  $c$  为光速. 电子化学势与电子数密度满足下列关系:

$$n_e = \rho / \mu_e = \frac{8\pi}{(2\pi)^3} \int_0^\infty p_e^2 (f_{-e} - f_{+e}) dp_e, \quad (3)$$

$\rho$  是电子密度, 单位为  $\text{g/cm}^3$ ,  $\mu_e$  为平均分子权重.  $\lambda_e = h/m_e c$  为 Compton 波长,  $f_{-e} = \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_n - U_F - 1}{kT}\right)\right]^{-1}$  与  $f_{+e} = \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_n + U_F + 1}{kT}\right)\right]^{-1}$  分别是电子和正电子的分布函数,  $k$  为 Boltzman 常数. 电子相空间因子定义为

$$f(\varepsilon_n, U_F, T) = \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_n - U_F}{kT}\right)\right]^{-1}, \quad (4)$$

其中, 电子能量  $\varepsilon_n$  来自于内部单质子态能量  $\varepsilon_i$  与单中子态粒子能量  $\varepsilon_f$ . 根据能量守恒定律, 电子俘获反应  $Q$  值与单粒子 (电子、质子、中子、中微子) 能量之间有如下关系 [12]:

$$Q_{if} = \varepsilon_e - \varepsilon_\nu = \varepsilon_n - \varepsilon_\nu = \varepsilon_f^n - \varepsilon_i^p, \quad (5)$$

$$\varepsilon_f^n - \varepsilon_i^p = \varepsilon_{if}^* + \hat{\mu} + \Delta_{np}, \quad (6)$$

其中,  $\hat{\mu} = \mu_n - \mu_p$  为核内中子和质子的化学势之差.  $\Delta_{np} = M_n c^2 - M_p c^2 = 1.293 \text{ MeV}$  为中子和质子的质量之差.  $Q_{00} = M_f c^2 - M_i c^2 = \hat{\mu} + \Delta_{np}$ ,  $M_i$  与  $M_f$  分别为母核与子核质量;  $\varepsilon_{if}^*$  为零温状态下子核激发态能量. 电子俘获反应包括所有态之间反应的俘获截面为 [11]

$$\begin{aligned} \sigma_{ec}(E_e) &= \sigma_{ec}(\varepsilon_n) \\ &= \sum_{if} \frac{(2J_i + 1) \exp(-\beta E_i)}{Z_A} \sigma_{fi}(E_e) \\ &= \sum_{if} \frac{(2J_i + 1) \exp(-\beta E_i)}{Z_A} \sigma_{fi}(\varepsilon_n) \\ &= 6g_{wk}^2 \int d\xi (\varepsilon_n - \xi)^2 \frac{G_A^2}{12\pi} S_{GT^+}(\xi) \\ &\quad \times F(Z, \varepsilon_n), \end{aligned} \quad (7)$$

$g_{wk} = 1.1661 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$  为弱耦合常数,  $G_A = 1.25$ , 是零动量状态下轴矢量因子.  $S_{GT^+}$  是一个与核内跃迁矩阵元  $|M_{GT}|_{if}^2$  相关的来自核初态跃迁到所有终态总的 GT 共振强度.  $F(Z, \varepsilon_n)$  为库仑校正因子.

根据简并相对论电子气体超流所包含的所有反应电子俘获截面贡献, 超新星电子俘获率可以表示为 [13]

$$\lambda_{ec} = \lambda_{SMMC}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\ln 2}{6163} \int_0^\infty d\xi S_{GT^+} \frac{c^3}{(m_e c^2)^5} \int_{p_0}^\infty dp_e p_e^2 \\ &\quad \times (-\xi + \varepsilon_n) F(Z, \varepsilon_n) f(\varepsilon_n, U_F, T), \end{aligned} \quad (8)$$

$p_0$  定义为

$$p_0 = \begin{cases} (Q_{if}^2 - 1)^{1/2}, & (Q_{if} < -1), \\ 0, & (Q_{if} \geq -1), \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $Q_{if} = E_i - E_f$  为核初态  $i$  与终态  $f$  之间的能量差. 另一方面, 影响恒星演化和超新星爆发的一个最关键的因素是物质的电子丰度. 为了更好的评估电子俘获过程对恒星演化和超新星爆发的影响, 我们定义电子丰度变化率

$$Y_e^{ec}(k) = -\frac{X_k}{A_k} \lambda_k^{ec}, \quad (10)$$

$X_k, A_k$  分别为第  $k$  核的电子质量分数与质量数.

我们根据 SMMC 方法计算讨论电子俘获过程所得结果  $\lambda_{SMMC}^{LJ}$  与使用 AUFD 方法所得的结果  $\lambda_{AUFD}^{LJ}$  进行比较, 定义如下误差因子  $C$ :

$$C = \left( \lambda_{SMMC}^{LJ} - \lambda_{AUFD}^{LJ} \right) / \lambda_{SMMC}^{LJ}. \quad (11)$$

### 3 恒星内核素 $^{56,57,59,60}\text{Co}$ 电子俘获率的计算结果与分析

图 1 给出了核素  $^{56,57}\text{Co}$ ,  $^{59,60}\text{Co}$  在  $T_9 = 5.43, 14.5$  电子俘获率作为密度的关系 ( $\rho_7$  是以  $10^7 \text{ g/cm}^3$  为密度单位,  $T_9$  是以  $10^9 \text{ K}$  为温度单位). 图 2 给出了核素  $^{56,57}\text{Co}$ ,  $^{59,60}\text{Co}$  在不同的密度点电子俘获率作为温度的关系. 由图可知, 随着密度和温度的增大, 电子俘获率大大增加. 密度和温度越低, 电子俘获率增大越快, 密度和温度越高, 电子俘获率增加相对缓慢. 图 1 表明核素  $^{59,60}\text{Co}$  的电子俘获率增加达 5 个数量级以上, 而核素  $^{56,57}\text{Co}$  增加约 4 个数量级. 图 2 表明, 低密时, 随着温度的增大核素  $^{57,59,60}\text{Co}$  的电子俘获率增加达 6 个数量级以上.

比较图 1 和图 2 可知, 温度和密度越低, 电子俘获率的影响越大, 曲线上升的越陡. 温度密度越高, 电子俘获率变化相对平缓. 这是由于高温高密度环境, 电子平均能量和化学势相对较大, 电子跃迁到高能级的概率增加, GT 跃迁的比例加大. 而低温低密度环境, 电子的费米能较低, 电子的平均动能相对较小, 电子处于弱简并状态, 因此对电子俘获影响偏大. 由于各核素在俘获过程对激发态的不

同选择性和俘获反应的不同的  $Q$  值, 曲线在上升过程出现了一些变化和差异.

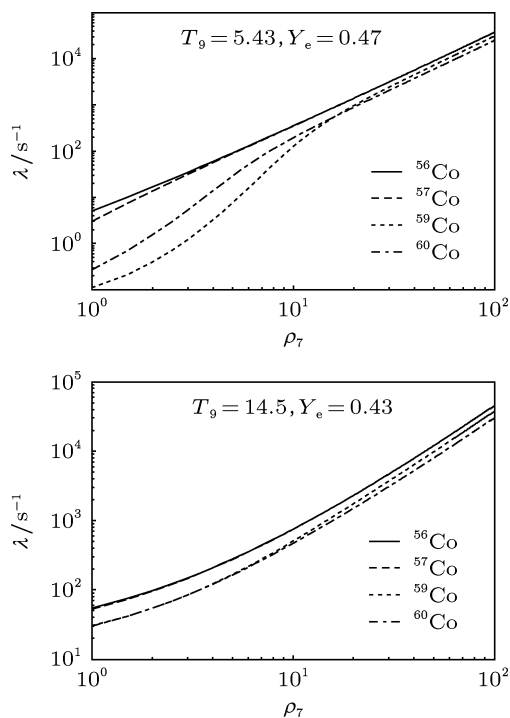


图1 核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 在温度点  $T_9 = 5.43, 14.5$  电子俘获率作为密度的函数

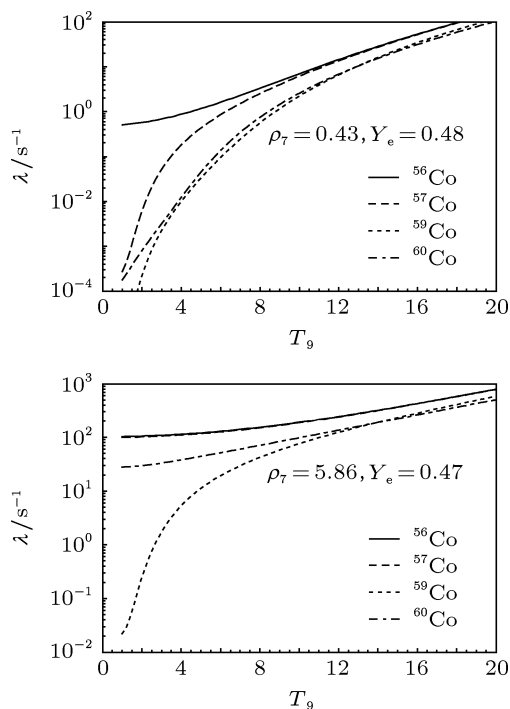


图2 核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 密度点  $\rho_\tau = 0.43, 5.86$  电子俘获率作为温度的函数

图3和图4给出了核素<sup>56,57,59,60</sup>Co不同的密度温度对电子丰度变化率的影响. 由图可知, 随着

温度和密度的增大, 电子俘获率大大增加, 电子丰度变化率大大降低. 密度和温度越低, 电子丰度变化率降低越快, 密度和温度越高, 电子丰度变化率相对平缓. 如图4中核素<sup>59</sup>Co的电子丰度变化率下降达5个数量级以上.

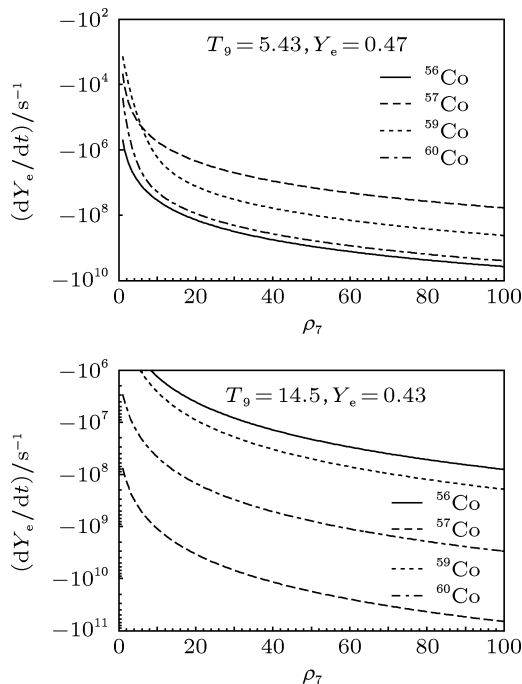


图3 核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 在温度点  $T_0 = 5.43, 14.5$  电子丰度的变化率作为密度的函数

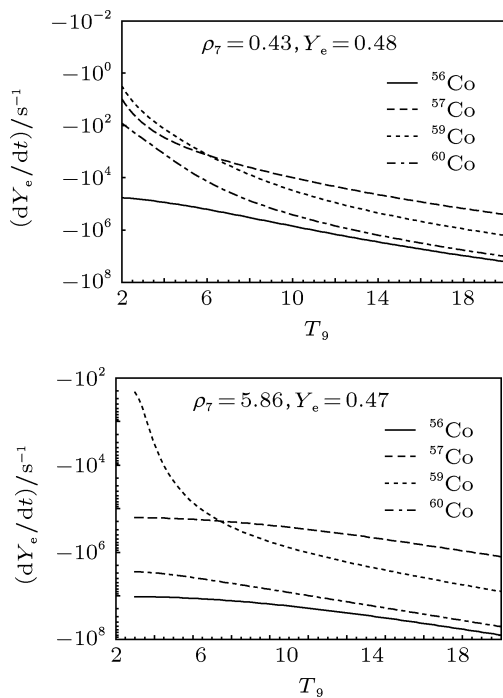


图4 核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 不同密度点  $\rho_\tau = 0.43, 5.86$  电子丰度的变化率作为温度的函数

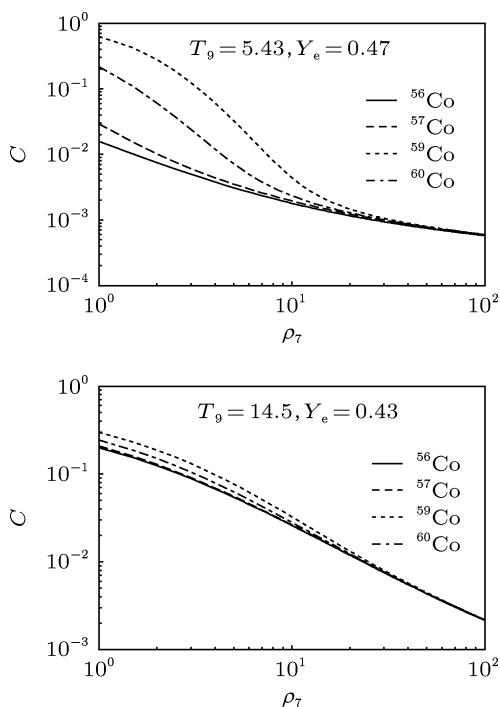


图5 核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 不同温度点  $T_9 = 5.43, 14.5$  误差因子  $C$  作为密度的函数

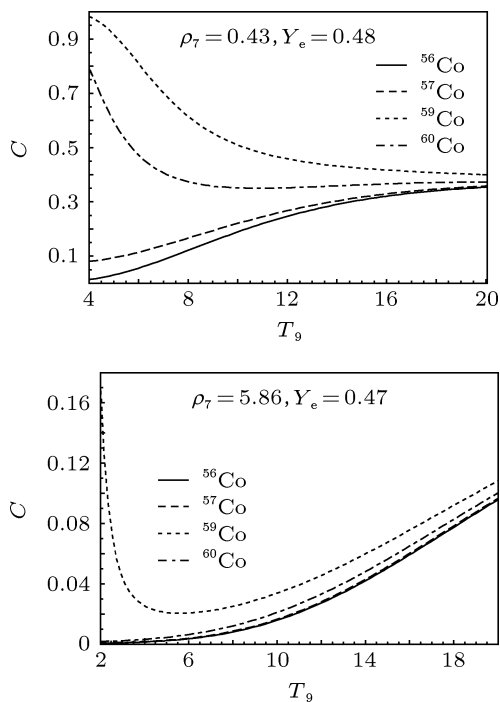


图6 核素<sup>56,57,59,60</sup>Co 不同密度点  $\rho_7 = 0.43, 5.86$  误差因子  $C$  作为温度的函数

图5和图6给出了核素<sup>56,57,59,60</sup>Co不同的密度温度点对误差因子 $C$ 的影响。从两图中可知,温度和密度对误差因子 $C$ 影响很大。根据我们的计算,在低温低密度环境二种结果误差最大(如 $\rho_7 = 0.43,$

$Y_e = 0.48, T_9 = 4,$ 核素<sup>59,60</sup>Co 误差因子最大分别约为97%, 80%);而在高温高密度环境(如 $T_9 = 14.5, Y_e = 0.43, \rho_7 \geq 10^2$ ),两种结果误差最小。

在低温低密度环境,电子俘获过程主要是以低能态为主导,高能态GT跃迁电子俘获为次要,因此电子俘获率相对较小。我们从电子俘获反应截面角度,全面考察电子俘获反应过程。AUFD的工作简化了核能级跃迁的计算方法,将能态分为基态附近的低能部分和共振态附近的高能部分,分别由基态跃迁率和共振态跃迁率之和来表征俘获率,其工作过于简化,精度有限。因此,二者相差偏大。另一方面,在高温高密度环境,由于电子俘获过程主要是以高能激发态GT电子俘获为主导,AUFD采用边缘假设方法评估电子俘获率,我们采用RPA理论与SMMC方法,其实是得出一个平均的GT强度分布。因此,误差相对较小。

只要知道核的激发态的分布情况,核的电子俘获率是容易计算的,但由于超新星前身星阶段所涉及的很多核的激发态是非稳定的,难于知道其分布情形,对每一核获得其激发态的精确分布情况是非常困难的,因为高激发态能级的分布近乎是连续的(对于重核尤其如此)。因此,人们主要利用核壳层模型来分析核子激发能级。近年来,由于关于原子核内GT分布的实验数据成为可以获得的信息,表明FFN采用的GT贡献参量值有较大误差。实验数据表明:在子核中,GT强度消失,并分裂成好几个激发能不大的状态。需要我们改进以前的理论描述,需要对核内的GT分布进行可靠的复制,要求对放大的电子壳层模型进行仔细分析。通过更多详细的实验去分析和计算GT跃迁能态分布和共振强度,科学改进电子俘获计算模型和方法,以达到不断减小误差之目的。这将是我們下一步面临的具挑战性的课题。

#### 4 结论

我们研究了超新星爆发环境核素<sup>56,57,59,60</sup>Co的电子俘获和电子丰度变化率。我们的结果与利用AUFD方法计算的结果进行了误差对比。结果表明:这些核素的电子俘获过程的受温度和密度的影响明显。密度和温度越低,电子俘获率影响越大。如在 $T_9 = 5.43, Y_e = 0.47$ 核素<sup>59,60</sup>Co的电子俘获率增加达5个数量级以上,在 $\rho_7 = 0.43, Y_e = 0.48$ 核素<sup>57,59,60</sup>Co的电子俘获率增加约6个数量级。另一

方面,随着温度和密度的增大电子丰度变化率大大降低.密度和温度越低,电子丰度变化率降低越快,密度和温度越高,电子丰度变化率相对平缓.如在  $\rho_7 = 5.86$ ,  $Y_e = 0.47$  核素  $^{59}\text{Co}$  的电子丰度变化率下降约 5 个数量级.通过误差因子的分析,在低温低密度环境二种结果误差最大;而在高温高密度环境,二种结果误差相对较小.

众所周知,由于温度与密度对电子俘获的影响

剧烈,导致电子丰度大大降低,电子简并压将剧烈下降,这将加剧恒星的核心坍塌和演化,最终导致超新星爆发.研究表明,恒星演化晚期的白矮星、中子星、黑洞和超磁星,电子俘获过程产生数以千计的带走大量能量的中微子,对恒星的冷却至关重要,因此,我们所得到的结论可能对超新星爆发机理与数字模拟及中子星和超磁星晚期的演化和重元素的核合成的进一步研究具有重要的意义.

- 
- [1] Liu J J, Luo Z Q, Liu H L, Lai X J 2007 *International Journal of Modern Physics A* **22** 3305
- [2] Liu J J, Luo Z Q 2007 *Chin. Phys.* **16** 2671
- [3] Liu J J, Luo Z Q 2008 *Communications in Theoretical Physics* **49** 239
- [4] Liu J J, Luo Z Q 2007 *Chin. Phys. Lett.* **16** 1861
- [5] Liu J J, Luo Z Q 2007 *Chin. Phys.* **16** 3624
- [6] Liu J J 2010 *Chin. Phys. B* **19** 099601
- [7] Liu J J 2010 *Acta. Phys. Sin.* 59 5169 (in Chinese) [刘晶晶 2010 物理学报 **59** 5169]
- [8] Fuller G M, Fowler W A, Newan M J 1980 *Astrophysical Journal Supplement* **42** 447
- [9] Aufderheide M B, Fushiki I, Woosely E S, Hartmann D H 1994 *Astrophysical Journal Supplement* **91** 389
- [10] Heger A, K, Langanke G, Martinez-Pinedo, Woosley S E 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 1678
- [11] Dean D J, Langanke K, Chatterjee L, Radha P B, Strayer M R 1998 *Phys. Rev. C* **58** 536
- [12] Cooperstein J, Wambach J 1984 *Nucl. Phys. A* **420** 591
- [13] Langanke K, Martinez P G 1998 *Phys. Lett. B* **436** 19

# Electron capture of nuclides $^{56,57,59,60}\text{Co}$ in supernova explosive surrounding\*

Liu Jing-Jing<sup>†</sup>

(College of Science and Technology, Qiongzhou University, Sanya 572022, China)

(Received 27 July 2012; revised manuscript received 13 November 2012)

## Abstract

Based on the shell model and random phase approximation theory, and using a shell-model Monte Carlo (SMMC) method, we have investigated the electron capture (EC) for nuclides  $^{56,57,59,60}\text{Co}$ , and the rate of change of electron fraction (RCEF) in supernova explosive surroundings. We compared our results, which were obtained by using SMMC method, with those analyzed by using Aufderheide's method. The results show that the EC rates increase greatly, even more than 6 orders of magnitude (e. g. for  $^{57,59,60}\text{Co}$  at  $\rho_7 = 0.43$ ,  $Y_e = 0.48$ ). On the other hand, with the increase in temperature and density, the RCEF decreases greatly, even by 5 orders of magnitude (e. g. for  $^{59}\text{Co}$  at  $\rho_7 = 5.86$ ,  $Y_e = 0.47$ ). The discussions of error factor show that in a lower density and temperature surrounding, the error is relatively great. But it may be small in the higher density and temperature surroundings.

**Keywords:** electron capture, supernova

**PACS:** 23.40.-s, 97.60.Bw

**DOI:** 10.7498/aps.62.072301

---

\* Project supported by the Advanced Academy Special Foundation of Sanya (Grant No. 2011YD14).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: liujingjing68@126.com