

## 一种二次电子发射的复合唯象模型\*

李永东<sup>1)2)†</sup> 杨文晋<sup>1)</sup> 张娜<sup>2)</sup> 崔万照<sup>2)</sup> 刘纯亮<sup>1)</sup>

1) (西安交通大学电子物理与器件教育部重点实验室, 西安 710049)

2) (空间微波技术重点实验室, 西安 710100)

(2012年10月22日收到; 2012年12月4日收到修改稿)

二次电子发射模型的精度对二次电子倍增击穿阈值的模拟计算影响很大, 针对现有两种经典二次电子发射唯象模型的不足, 以修正 Vaughan 模型作为 Furman 模型中的真二次电子发射系数计算模型, 建立起一种二次电子发射的复合唯象模型. 该模型不仅适用于倍增击穿过程的数值模拟, 还很大程度上提高了与实验数据拟合的准确性. 通过对银和铝合金两种材料二次电子发射系数实验结果和模型拟合结果的对比发现, 在不同入射角情况下, 复合唯象模型的平均误差较原有两种模型降低了 10% 以上.

关键词: 二次电子发射, 唯象模型, 击穿阈值

PACS: 79.20.Hx, 73.43.Cd

DOI: 10.7498/aps.62.077901

## 1 引言

二次电子发射是真空电子器件中广泛存在的物理现象, 一方面, 不少需要电子源的器件利用材料表面的二次电子发射能力产生电子, 如电子倍增器、摄像管、放电管等, 该类器件往往希望材料具备较高的二次电子发射系数<sup>[1,2]</sup>; 另一方面, 二次电子发射效应会导致很多真空电子器件的性能降低, 甚至因为二次电子发射产生的热效应使器件烧毁, 如大功率和高功率微波器件、加速器、真空传输线等<sup>[3,4]</sup>. 特别的, 由于航天大功率微波器件在航天器处于轨道运行期间无法更换, 所以设计阶段就需要明确器件的二次电子倍增击穿阈值<sup>[5,6]</sup>(又称微放电阈值). 实验测量<sup>[7]</sup>是对微放电阈值分析的方法之一, 但由于材料的二次电子发射特性受多种因素影响, 不同工艺、不同批次的同种材料的二次电子发射特性可能具有明显差异, 另外, 微放电阈值同时还受器件尺寸和微波频率等因素的影响, 因此实验测量不仅设计成本高而且设计周期长. 这使得理论分析<sup>[8,9]</sup>和数值模拟<sup>[10,11]</sup>成为实验方法的重

要补充.

在对微放电阈值进行理论分析和数值模拟研究时, 需要首先建立一个能够准确描述材料二次电子发射特性的模型, 即二次电子发射模型. 由于空间尺度和时间尺度差异太大, 无法直接将电子在固体中的散射过程为基础的散射理论及蒙特卡罗模型与微放电阈值理论及数值模拟方法结合起来, 所以需要在微放电阈值研究中采用二次电子发射唯象模型. 目前已经建立起来并得到较多应用的唯象模型主要有 Vaughan 模型<sup>[12]</sup>和 Furman 模型<sup>[13]</sup>. 但是, Vaughan 模型是纯数学拟合的模型, 它并没有对二次电子发射按内在物理机理分为反射、散射和真二次电子发射三种情况<sup>[14]</sup>(其中反射和散射又统称为背散射)加以区别对待, 这三种机理分别对应初始电子入射能量的高能(等于入射电子能量)、中间区域和低能(50 eV 以内). 在利用 Vaughan 模型对实验数据进行拟合时, 只能对低能量范围的数值(即真二次电子发射范围)进行较准确的拟合; Furman 模型虽然进行了区分, 而且在统计方法的基础上分别建立起相应的模型, 但它的真二次电子发射模型存在一个关键的缺陷, 即

\* 国家自然科学基金(批准号: 50977076)和空间微波技术重点实验室基金(批准号: 9140C530103110C5301)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: leyond@mail.xjtu.edu.cn

参数形式过于单一, 难以适应二次电子发射曲线形状的变化, 因此也不能满足对实验数据进行准确曲线拟合的要求. 已有的模拟工作表明, 二次电子发射系数 (Secondary Electron Yield, SEY) 15% 左右的误差会产生微放电阈值 40% 以上的偏差, 因此对现有二次电子发射唯象模型的改进很有必要. 本文结合已有的两种唯象模型, 建立起一种二次电子发射复合唯象模型, 显著提高了对实验数据的拟合精度.

## 2 二次电子发射唯象模型

### 2.1 经典唯象模型

Vaughan 模型中, 二次电子发射系数  $\delta$  是初始电子入射能量  $E$  和入射角  $\theta$  的函数, 即

$$\delta(E, \theta) = \delta_{\max 0} \left( 1 + k_s \frac{\theta^2}{2\pi} \right) \times f(w, k), \quad (1)$$

其中,  $\delta_{\max 0}$  是初始电子垂直入射时的最大二次电子发射系数,  $k_s$  是表面光滑度因子,  $f(w, k)$  是以经验参数为自变量的拟合函数, 它满足

$$f(w, k) = \begin{cases} (we^{(1-w)})^k, & k = \begin{cases} 0.56, & w \leq 1, \\ 0.25, & 1 < w \leq 3.6, \end{cases} \\ 1.125w^{-0.35}, & w > 3.6, \end{cases} \quad (2)$$

$$w = \frac{E - E_0}{E_{\max 0} - E_0}, \quad (3)$$

其中,  $E_0$  为二次电子发射阈值, 在该模型中, 二次电子发射系数在初始电子入射能量小于 50 eV 时趋近于 0, 与实验有明显差异. 在此基础上, Vaughan 又提出了一个修正模型<sup>[15]</sup>, 将初始电子入射能量小于 50 eV 的二次电子发射系数人为设为 0.5.

Furman 模型对反射、散射和真二次电子发射建立起各自不同的模型, 其中入射能量为  $E$ , 入射角为  $0$  和  $\theta$  时的反射系数分别为

$$\delta_e(E, 0) = P_{1,e}(\infty) + (\hat{P}_{1,e} - P_{1,e}(\infty)) e^{-(|E - \hat{E}_e|/W_e)^p/p}, \quad (4)$$

$$\delta_e(E, \theta) = \delta_e(E, 0) \times [1 + e_1(1 - \cos^2 \theta)], \quad (5)$$

其中,  $P_{1,e}(\infty)$  代表电子垂直入射时入射电子能量趋于无穷大时的反射系数;  $\hat{P}_{1,e}$  代表电子垂直入射时

反射系数的峰值;  $\hat{E}_e$  代表电子垂直入射时反射系数达到峰值所对应的入射电子能量值;  $W_e$  和  $p$  为拟合参数, 共同决定函数  $\delta_e(E, 0)$  的峰值宽度和曲线变化趋势;  $e_1$  和  $e_2$  共同决定函数  $\delta_e(E, \theta)$  的变化趋势.

散射系数为

$$\delta_r(E, 0) = P_{1,r}(\infty) [1 - e^{-(E/E_r)^r}], \quad (6)$$

$$\delta_r(E, \theta) = \delta_r(E, 0) \times [1 + r_1(1 - \cos^2 \theta)], \quad (7)$$

其中,  $P_{1,r}(\infty)$  代表电子垂直入射时入射能量趋于无穷大时的散射系数;  $E_r$  和  $r$  共同决定函数  $\delta_r(E, 0)$  的变化趋势;  $r_1$  和  $r_2$  共同决定函数  $\delta_r(E, \theta)$  的变化趋势.

真二次电子发射系数为

$$\delta_{ts}(E, \theta) = \hat{\delta}(\theta) D(E/\hat{E}(\theta)), \quad (8)$$

其中

$$D(x) = \frac{sx}{s-1+x^s}, \quad (9)$$

$$\hat{\delta}(\theta) = \hat{\delta}_{ts} \times [1 + t_1(1 - \cos^2 \theta)], \quad (10)$$

$$\hat{E}(\theta) = \hat{E}_{ts} \times [1 + t_3(1 - \cos^4 \theta)], \quad (11)$$

其中,  $\hat{\delta}_{ts}$  代表电子垂直入射时真二次电子发射系数的峰值;  $\hat{E}_{ts}$  代表电子垂直入射时真二次电子发射系数峰值对应的入射电子能量值;  $s, t_1-t_4$  为由实验结果拟合得到的经验参数, 共同决定函数  $\delta_{ts}(E, \theta)$  的变化趋势.

### 2.2 复合唯象模型

通过对比发现, Vaughan 模型的分段函数形式很适合用来描述 Furman 模型中的真二次电子发射, 这样, 能将两种模型的优点结合到一起, 建立起复合唯象模型. 该模型中, 反射和散射系数保持采用 (4)–(7) 式来计算, 而将真二次电子发射系数的计算改进为

$$\delta_{ts}(E, \theta) = \hat{\delta}(\theta) \times f(w, k), \quad (12)$$

$$\hat{\delta}(\theta) = \hat{\delta}_{ts} \times [1 + t_1(1 - \cos^2 \theta)], \quad (13)$$

$$f(w, k) = \begin{cases} (we^{(1-w)})^k, & k = \begin{cases} s_1, & w \leq 1, \\ s_2, & 1 < w \leq A, \end{cases} \\ Cw^B, & w > A, \end{cases} \quad (14)$$

其中

$$A = s_3 - \frac{\theta}{100}, \quad (15)$$

$$B = -\left(s_4 - \frac{1 - \cos \theta}{\pi^2}\right), \quad (16)$$

$$C = \left((Ae^{(1-A)})^{s_2}\right)/A^B, \quad (17)$$

$$w = \frac{E - E_0}{\hat{E}(\theta) - E_0}, \quad (18)$$

$$\hat{E}(\theta) = \hat{E}_{1s} \times [1 + t_3(1 - \cos^4 \theta)], \quad (19)$$

其中  $s_1$  参数调节  $0-\hat{E}(\theta)$  能量范围的曲线形状;  $s_2$  参数调节  $\hat{E}(\theta)$  至后面关键拐点处能量范围的曲线形状;  $A$  参数调节关键拐点的位置, 它随  $\theta$  减小;  $s_3$  参数由  $\theta = 0$  时的关键拐点位置所确定;  $B$  参数调节关键拐点之后范围的曲线形状;  $s_4$  参数由  $\theta = 0$  时的关键拐点之后的曲线形状所确定;  $C$  参数用于保证关键拐点处的连续性. 如果材料表面不光滑, 关键拐点位置和拐点后曲线的形状基本不受入射角的影响<sup>[16]</sup>, 此时  $A, B$  可设为与入射角无关的固定值.

### 3 模型验证

作为验证, 利用粒子群优化算法<sup>[17]</sup>结合实验测量获得的银 (Ag) 和铝合金材料的二次电子发射

系数, 确定修正 Vaughan 模型、Furman 模型和新建立的复合模型的参数值. 比较三者相对于实验结果的相对误差的平均值和均方差. 本文采用的银材料由西安空间微波技术重点实验室加工, 铝合金材料由西安交通大学电子科学与技术系张海波教授课题组加工, 所有二次电子发射系数的测量工作在西安空间微波技术重点实验室的二次电子发射特性研究平台上完成.

### 3.1 银材料的二次电子发射系数

利用银材料二次电子发射系数的实验结果确定了三种模型相应的最优参数, 其中修正 Vaughan 模型的参数为  $\delta_{\max 0} = 1.94, k_s = 1$ ; Furman 模型的主要参数如表 1 所示; 复合模型的主要参数如表 2 所示 (其余参数参见文献 [13]). 表 2 中  $s_1$  参数利用最小二乘法结合  $w \in (0, 1)$  间的银材料二次电子发射系数实验值所确定;  $s_2$  参数利用最小二乘法结合  $w \in (1, A)$  间的银材料二次电子发射系数实验值所确定;  $s_3$  参数由  $\theta = 0$  时的银材料二次电子发射系数实验值的关键拐点位置所确定;  $s_4$  参数利用最小二乘法结合关键拐点之后的银材料二次电子发射系数实验值所确定. 实验所得不同入射角情况下二次电子发射系数曲线与三种模型最优拟合结果的对比如图 1 所示.

表 1 银材料二次电子发射系数曲线 Furman 模型最优拟合参数

| $P_{1,e}(\infty)$ | $\hat{P}_{1,e}$ | $\hat{E}_e$         | $w$            | $p$  | $e_1$ | $e_2$ | $P_{1,r}(\infty)$ | $E_r$ | $r$   |
|-------------------|-----------------|---------------------|----------------|------|-------|-------|-------------------|-------|-------|
| 0.02              | 0.1             | 0.0                 | 50             | 1.0  | 0.26  | 2.0   | 0.4               | 0.041 | 0.104 |
| $r_1$             | $r_2$           | $\hat{\delta}_{1s}$ | $\hat{E}_{1s}$ | $s$  | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$             | $t_4$ |       |
| 0.26              | 2.0             | 1.54                | 316            | 1.55 | 2.786 | 0.094 | 2.641             | 0.136 |       |

表 2 银材料二次电子发射系数曲线复合模型最优拟合参数

| $P_{1,e}(\infty)$ | $\hat{P}_{1,e}$     | $\hat{E}_e$    | $w$   | $p$   | $e_1$ | $e_2$ | $P_{1,r}(\infty)$ | $E_r$ | $r$   | $r_1$ |
|-------------------|---------------------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------------------|-------|-------|-------|
| 0.02              | 0.1                 | 0.0            | 50    | 1.0   | 0.26  | 2.0   | 0.4               | 0.041 | 0.104 | 0.26  |
| $r_2$             | $\hat{\delta}_{1s}$ | $\hat{E}_{1s}$ | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $s_1$             | $s_2$ | $s_3$ | $s_4$ |
| 2.0               | 1.54                | 316            | 2.786 | 0.094 | 2.641 | 0.136 | 1.1               | 0.3   | 2.9   | 0.4   |

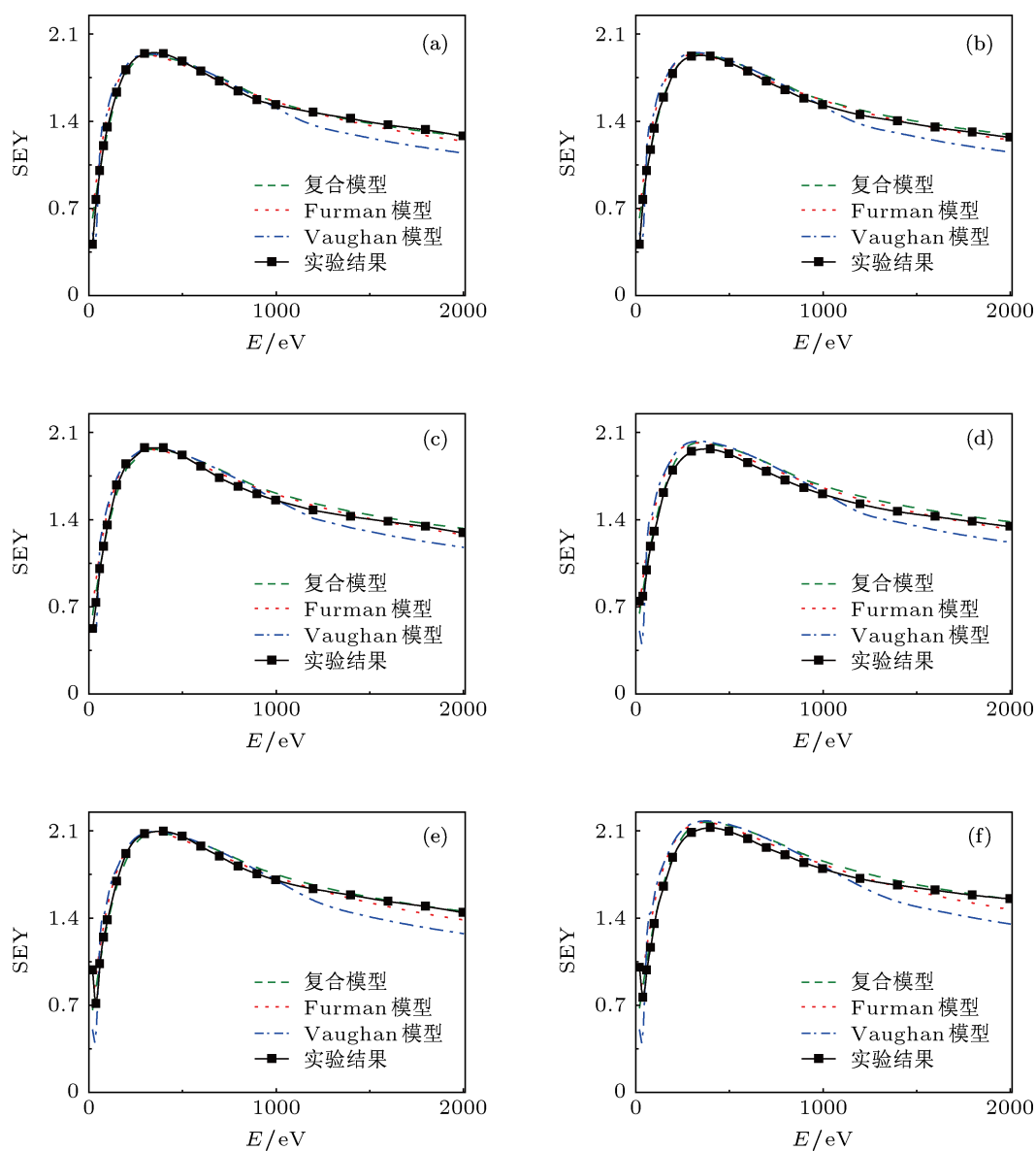


图1 银的二次电子发射系数及其优化拟合曲线 (a) 垂直入射; (b) 10° 入射角; (c) 20° 入射角; (d) 30° 入射角; (e) 40° 入射角; (f) 50° 入射角

表3 三种模型与银材料实验结果的相对误差

| 电子入射角度 / (°) | 修正 Vaughan 模型 |       | Furman 模型 |       | 复合模型  |       |
|--------------|---------------|-------|-----------|-------|-------|-------|
|              | 平均值/%         | 均方差/% | 平均值/%     | 均方差/% | 平均值/% | 均方差/% |
| 0            | 8.85          | 14.75 | 5.42      | 10.44 | 3.24  | 7.97  |
| 10           | 8.87          | 14.65 | 5.52      | 10.69 | 3.44  | 8.08  |
| 20           | 7.51          | 12.55 | 5.05      | 8.57  | 3.58  | 5.52  |
| 30           | 11.54         | 18.42 | 4.91      | 6.80  | 3.83  | 4.68  |
| 40           | 12.40         | 24.71 | 5.74      | 10.57 | 4.67  | 11.44 |
| 50           | 14.91         | 27.03 | 7.23      | 11.23 | 5.36  | 11.28 |

三种模型的优化结果与银材料二次电子发射系数实验结果相对误差的平均值和均方差如表 3 所示. 表 3 和图 1 中结果显示, 银材料的复合模型可以更好地拟合其二次电子发射系数的实验数据, 误差显著降低, 尤其在曲线后半段与实验结果的二次电子发射曲线趋势符合得更好.

### 3.2 铝合金材料的二次电子发射系数

与上节类似, 经过优化拟合, 获得修正 Vaughan 模型的参数为  $\delta_{\max 0} = 3.215$ ,  $k_s = 1$ ; Furman 模型的

参数如表 4 所示; 复合模型的参数如表 5 所示. 三种模型的优化结果与铝合金材料二次电子发射系数实验结果相对误差的平均值和均方差如表 6 所示. 实验所得不同入射角情况下二次电子发射系数曲线与三种模型最优拟合结果的对比如图 2 所示.

显然, 表 6 和图 2 中铝合金材料的复合模型拟合结果同样与实验结果符合的更好, 对于铝合金材料, 修正 Vaughan 模型由于控制参数太少, 拟合结果的相对误差平均值达到 18% 以上, 可见修正 Vaughan 模型在三者之间最不准确.

表 4 铝合金材料二次电子发射系数曲线 Furman 模型最优拟合参数

| $P_{1,e}(\infty)$ | $\hat{P}_{1,e}$ | $\hat{E}_e$         | $w$            | $p$   | $e_1$ | $e_2$ | $P_{1,r}(\infty)$ | $E_r$  | $r$ |
|-------------------|-----------------|---------------------|----------------|-------|-------|-------|-------------------|--------|-----|
| 0.07              | 0.5             | 0.0                 | 100            | 0.9   | 0.26  | 2.0   | 0.74              | 40     | 1   |
| $r_1$             | $r_2$           | $\hat{\delta}_{ts}$ | $\hat{E}_{ts}$ | $s$   | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$             | $t_4$  |     |
| 0.26              | 2.0             | 2.38                | 370            | 2.125 | 0.121 | 3.124 | -0.112            | -1.339 |     |

表 5 铝合金材料二次电子发射系数曲线复合模型最优拟合参数

| $P_{1,e}(\infty)$ | $\hat{P}_{1,e}$     | $\hat{E}_e$    | $w$   | $p$   | $e_1$  | $e_2$  | $P_{1,r}(\infty)$ | $E_r$ | $r$   | $r_1$ |
|-------------------|---------------------|----------------|-------|-------|--------|--------|-------------------|-------|-------|-------|
| 0.07              | 0.5                 | 0.0            | 100   | 0.9   | 0.26   | 2.0    | 0.74              | 40    | 1     | 0.26  |
| $r_2$             | $\hat{\delta}_{ts}$ | $\hat{E}_{ts}$ | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$  | $t_4$  | $s_1$             | $s_2$ | $s_3$ | $s_4$ |
| 2.0               | 2.38                | 370            | 0.121 | 3.124 | -0.112 | -1.339 | 1.8               | 0.85  | 2.5   | 0.95  |

表 6 三种模型与铝合金材料实验结果的相对误差

| 电子入射角度 / (°) | 修正 Vaughan 模型 |       | Furman 模型 |       | 复合模型  |       |
|--------------|---------------|-------|-----------|-------|-------|-------|
|              | 平均值/%         | 均方差/% | 平均值/%     | 均方差/% | 平均值/% | 均方差/% |
| 0            | 20.34         | 28.10 | 6.30      | 10.09 | 3.38  | 3.87  |
| 10           | 20.84         | 28.65 | 7.45      | 11.09 | 3.60  | 4.85  |
| 20           | 20.81         | 29.06 | 6.86      | 9.77  | 5.07  | 6.42  |
| 30           | 22.88         | 30.43 | 9.28      | 11.97 | 3.70  | 4.57  |
| 40           | 18.87         | 25.94 | 7.44      | 12.51 | 5.13  | 7.12  |
| 50           | 23.76         | 32.26 | 8.65      | 11.29 | 3.87  | 4.86  |

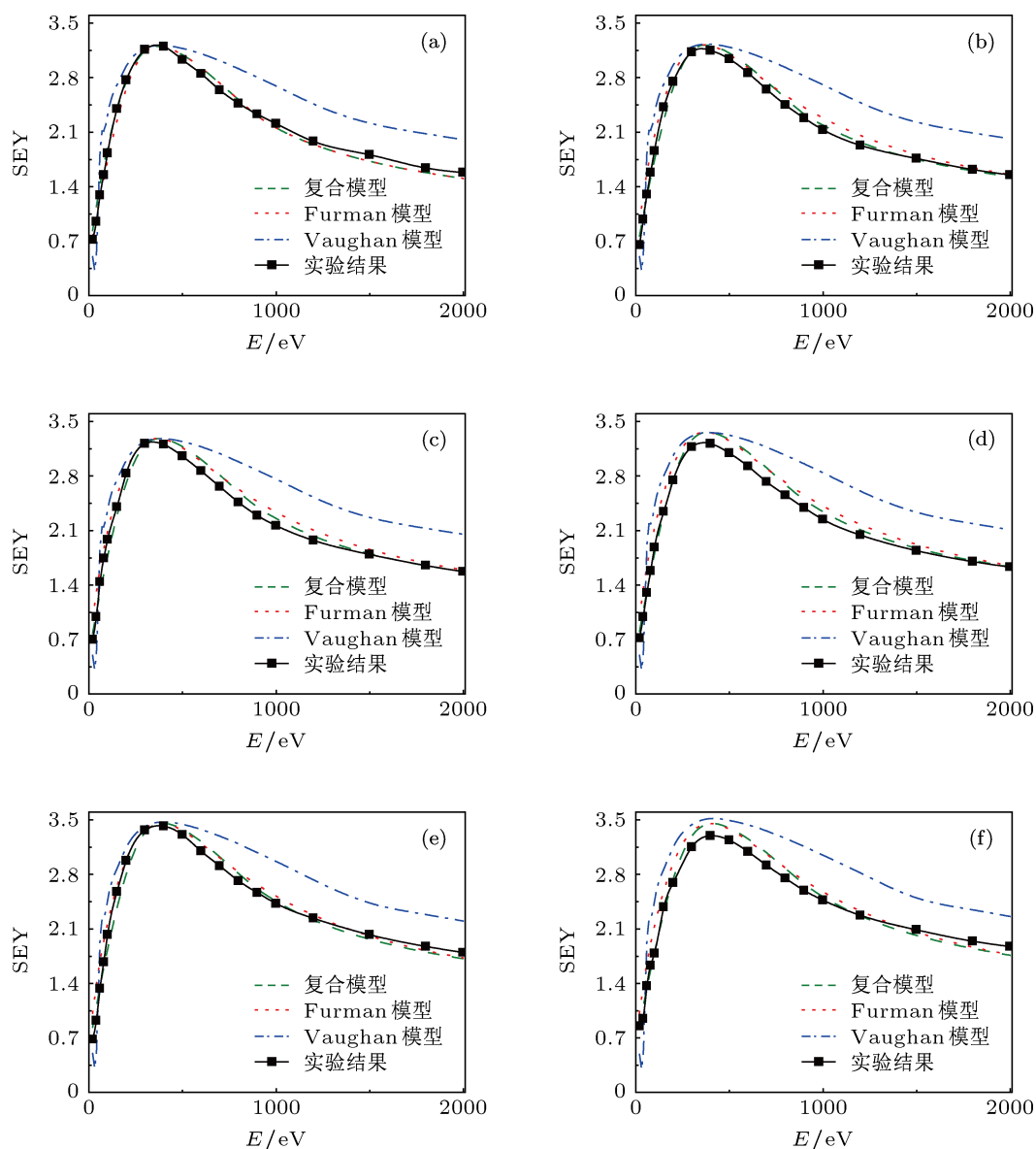


图2 铝合金材料的二次电子发射系数及其优化拟合曲线 (a) 垂直入射; (b)  $10^\circ$  入射角; (c)  $20^\circ$  入射角; (d)  $30^\circ$  入射角; (e)  $40^\circ$  入射角; (f)  $50^\circ$  入射角

## 4 结论

基于二次电子发射从内在物理机理上分为反射、散射和真二次电子发射三种基本情况,对现有二次电子发射唯象模型(包括修正 Vaughan 模型和 Furman 模型)进行了分析和对比,通过结合两者的优点,建立了一种复合的唯象模型.该模型在低入射能量、高入射能量以及中间区域都能对实验结果进行较高精度的拟合,以银和铝合金材料的二次电子发射系数实验结果为参照,复合模型的最优拟合结果较修正 Vaughan 模型的最优拟合结

果精度显著提高,较 Furman 模型的最优拟合结果的误差也有明显减小.在不同入射角情况下,复合模型的平均误差和均方差比 Furman 模型都减小了 10%—60%.复合模型在一定程度上改进了 Furman 模型,该模型表征的材料二次电子发射效应可以更好地符合实际情况,且该模型形式简洁,便于在微放电粒子模拟软件中实现,并有望显著提高对大功率微波部件微放电阈值预测的准确度.

感谢西安交通大学电子科学与技术系张海波教授与硕士研究生王蕊提供的铝合金材料实验数据.

- [1] Flyckt S O, Marmonier C 2002 *Photomultiplier Tubes: Principles and Applications* (France: Photonis Brive)
- [2] Bogaerts A, Neyts E, Gijbels R, Mullen J V 2002 *Spectrochim. Acta. B* **57** 609
- [3] Hoff B W, Mardahl P J, Gilgenbach R M, Haworth M D, French D M, Lau Y Y, Franzi M 2009 *Rev. Sci. Instrum.* **80** 094702
- [4] Shiffler D, Baca G, Englert T, Haworth M D, Hendricks K J, Henley D, Sena M, Spencer T A *IEEE T. Plasma Sci.* **26** 304
- [5] Kudsia C, Cameron R, Tang W C 1992 *IEEE T. Microw. Theory* **40** 1133
- [6] Graves T P, La Bombard B, Wukitch S, Hutchinson I 2006 *Rev. Sci. Instrum.* **77** 014701
- [7] Gengy R L, Belomestnykh S H Padamsee, Reilly J, Goudketz P, Dykes D M, Carter R G 2002 *Proceedings of EPAC Paris, France* p2238
- [8] Kishek R A, Lau Y Y, Ang L K, Valfells A, Gilgenbach R M 1998 *Phys. Plasmas* **5** 2120
- [9] Sazontov A G, Sazontov V A, Vdovicheva N K 2008 *Contrib Plasma Phys.* **48** 331
- [10] Burt G, Carter R G, Dexter A C, Hall B, Smith J D A, Goudket P 2009 *Proceedings of SRF 2009 Berlin, Germany* Sept. 20–25, 2009 p321
- [11] Nieter C, Stoltz P H, Roark C, Mahalingam S 2010 *AIP Conf Proc* **1299** 399
- [12] Rodney J, Vaughan M 1989 *IEEE T Electron Dev.* **36** 1963
- [13] Furman M A, Pivi M T F 2003 *Tech. Rep.* (Lawrence Berkeley National Laboratory, No. SLAC-PUB-9912/LBNL-49771)
- [14] Reimer L, Drescher H 1977 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **10** 805
- [15] Anza S, Vicente C, Gimeno B, Boria V E, Armendáriz J 2007 *Phys. Plasmas* **14** 082112
- [16] Balcon N, Payan D, Belhaj M, Tondu T, Inguibert V 2012 *IEEE T. Plasma Sci.* **40** 282
- [17] Zhan Z H, Zhang J, Li Y, Chung H S H 2009 *IEEE T Syst. Man. Cy. A* **39** 1362

## A combined phenomenological model for secondary electron emission\*

Li Yong-Dong<sup>1)2)†</sup> Yang Wen-Jin<sup>1)</sup> Zhang Na<sup>2)</sup>  
Cui Wan-Zhao<sup>2)</sup> Liu Chun-Liang<sup>1)</sup>

1) (Key Laboratory for Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

2) (Science and Technology on Space Microwave Laboratory, Xi'an 710100, China)

(Received 22 October 2012; revised manuscript received 4 December 2012)

### Abstract

The accuracy of the model for secondary electron yield (SEY) has a remarkable influence on the simulation result of multipactor threshold. A new combined phenomenological model for SEY was proposed based on the corrected Vaughan model and Furman model. It combines virtues of the latter two models by integrating corrected Vaughan model into Furman model for its calculation of yield of true secondary electron. The new model provides high flexibility and accuracy to fit experimental data of SEY as a function. For comparison, experimental data of silver and aluminum alloys were tested with the three models. It was found that the fitting accuracy has been improved by at least 10% under the circumstances of different incident angles of the original electron.

**Keywords:** secondary electron emission, combined phenomenological model, multipactor threshold

**PACS:** 79.20.Hx, 73.43.Cd

**DOI:** 10.7498/aps.62.077901

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50977076) and the National Key Laboratory Foundation of China (Grant No. 9140C530103110C5301).

† Corresponding author. E-mail: leyond@mail.xjtu.edu.cn