# 星载极化相关型全极化微波辐射计天线交叉极化校正 技术 (I): 天线温度方程推导<sup>\*</sup>

施健康<sup>1)</sup> 陆文<sup>2)†</sup> 严卫<sup>2)</sup> 艾未华<sup>2)3)</sup>

1) (解放军 63655 部队,乌鲁木齐 841700)

2)(解放军理工大学,气象海洋学院,南京 211101)
3)(中国气象局大气物理与大气环境重点开放实验室,南京信息工程大学,南京 210044)
(2012年6月7日收到;2012年11月22日收到修改稿)

星载极化相关型全极化微波辐射计是一种新型空间被动微波遥感仪器,为海面风场等海洋大气环境参数的遥 感探测提供了重要技术途径.天线交叉极化校正是其数据预处理算法的重要环节.本文针对星载极化相关型全极化 微波辐射计天线交叉极化校正需求,以极化相干检测理论为基础,结合 Stokes 参数的定义,自主推导了其适用的全 极化天线温度方程.该方程针对四个 Stokes 参数天线温度,引入了 Stokes 参数之间交叉极化的振幅和相位,并考虑 了极化旋转角对天线方向图计算的影响.最后,建立了天线扫描波束与地球场景的几何对应关系,对天线温度方程 中各参数的确定方法进行了探讨.全极化天线温度方程的建立为进一步开展星载极化相关型全极化微波辐射计天 线交叉极化校正奠定了基础.

关键词: 全极化微波辐射计, 天线交叉极化, 天线温度方程, 相干检测 PACS: 84.40.Ba, 42.25.Ja, 92.60.Gn DOI: 10.7498/aps.62.078402

# 1引言

星载全极化微波辐射计是一种新型空间被动 微波遥感仪器,它在传统双极化微波辐射计探测 垂直极化和水平极化辐射的基础上,进一步提取 观测目标第三和第四个 Stokes 参数分量的极化信 息,为海面风场等海洋大气环境参数的遥感探测 提供了新的途径<sup>[1,2]</sup>.2003年美国发射了世界上第 一台星载全极化微波辐射计 WindSat,首次实现了 星载微波辐射计对目标四个 Stokes 参量的全极化 观测<sup>[3,4]</sup>.

全极化微波辐射计由于天线自身辐射特性以 及方向图旁瓣的贡献会使接收到的天线温度包含 交叉极化分量,产生天线交叉极化<sup>[5]</sup>.天线交叉极 化使得接收的辐射偏离了地球场景辐射原来的极 化状态,降低了辐射计极化测量能力,如不校正将 严重影响到海面风场反演结果的正确性.微波辐射 计天线交叉极化校正的实质是对天线温度方程的 求解过程.建立与全极化微波辐射计极化信号接收 体制对应的 Stokes 天线温度方程是天线交叉极化 校正的基础.

测量全极化矢量的关键技术在于对第三和第 四 Stokes 参数的测量,辐射计根据极化信号接收方 式的不同,可以分为相干检测与非相干检测两类<sup>[6]</sup>. 目前,国内首个在研的星载全极化微波辐射计属于 相干检测类型,采用极化相关工作方式.它通过测 量电磁波垂直和水平极化分量的复相关,得到第三 和第四 Stokes 参数亮温.目前世界上唯一一台以 海面风场为探测使命的全极化微波辐射计 WindSat 属于非相干检测类型,它是通过测量±45°极化和 左右旋圆极化得到第三、第四 Stokes 参数分量.

对于传统微波辐射计,其天线温度方程推导 基于电磁波辐射中极化相关项为零的假设<sup>[7]</sup>. Ko 最早建立了单端口天线对部分极化辐射的接收理

\*国家自然科学基金(批准号:41076118,41005018)和中国气象局大气物理与大气环境重点开放实验室基金(批准号:KDW1105)资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: luwenft@hotmail.com

论<sup>[8,9]</sup>. Claassen 和 Fung<sup>[7]</sup>使用 Ko 理论推导了双 极化天线的温度方程,在天线温度方程中首次体现 了双极化天线的交叉极化,这是传统双极化微波辐 射计天线交叉极化校正的基础,但得到的天线温度 方程不包含第三和第四个 Stokes 参数的影响.对于 全极化微波辐射计,WindSat 由于采用分立馈源式 的非相干极化检测方案,其天线温度方程分别对应 垂直和水平极化、±45°极化以及左右旋圆极化六 个通道. Piepmeier<sup>[10]</sup>运用相关代数理论给出了与 WindSat 匹配的六通道天线温度方程表达式,但这 并不适用于采用极化相关信号检测方案的微波辐 射计.

因此,针对国内在研的星载极化相关型全极化 微波辐射计,需要建立与之对应的四个 Stokes 参数 天线温度方程.本文以极化相干检测理论为基础, 结合 Stokes 参数定义,自主推导了包含四个 Stokes 参数的天线温度方程,明确了各参数的物理意义及 建模方法,为下一步开展星载极化相关型全极化微 波辐射计天线交叉极化校正奠定了基础.

# 2 Stokes 参数与全极化测量原理

通常自然介质发射的电磁波是部分极化的,为 了全面描述辐射的极化状态, Stokes 引入了 *I*, *Q*, *U* 和 *V* 四个参数<sup>[11]</sup>. 这四个参数定义为

$$\begin{pmatrix} I\\ Q\\ U\\ V\\ V \end{pmatrix} = \frac{1}{\eta} \begin{pmatrix} \langle |E_{\rm v}|^2 \rangle + \langle |E_{\rm h}|^2 \rangle\\ \langle |E_{\rm v}|^2 \rangle - \langle |E_{\rm h}|^2 \rangle\\ 2\operatorname{Re} \langle E_{\rm v} E_{\rm h}^* \rangle\\ 2\operatorname{Im} \langle E_{\rm v} E_{\rm h}^* \rangle \end{pmatrix}, \quad (1)$$

这里, η 表示电磁波阻抗, I 表示辐射总能量, Q 表示垂直极化和水平极化能量之差, U 和 V 描述了 垂直极化和水平极化分量的相干关系, 其值分别为 两者复相关结果的实部和虚部. 全极化微波辐射计 的测量值一般用亮温表示, 在实际应用中, 通常将 Stokes 参数转换成亮温表达的形式<sup>[12]</sup>

$$\bar{T}_{\rm B} = \left( \begin{array}{c} T_{\rm Bv} \\ T_{\rm Bh} \\ T_{45^\circ} - T_{-45^\circ} \\ T_{\rm l} - T_{\rm r} \end{array} \right)$$

$$= \frac{\lambda^{2}}{k \cdot \eta} \begin{pmatrix} \langle |E_{v}|^{2} \rangle \\ \langle |E_{h}|^{2} \rangle \\ \langle |E_{45^{\circ}}|^{2} \rangle - \langle |E_{-45^{\circ}}|^{2} \rangle \\ \langle |E_{l}|^{2} \rangle - \langle |E_{r}|^{2} \rangle \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} T_{Bv} \\ T_{Bh} \\ T_{B3} \\ T_{B4} \end{pmatrix} = \frac{\lambda^{2}}{k \cdot \eta} \begin{pmatrix} \langle |E_{v}|^{2} \rangle \\ \langle |E_{h}|^{2} \rangle \\ 2\text{Re} \langle E_{v} E_{h}^{*} \rangle \\ 2\text{Im} \langle E_{v} E_{h}^{*} \rangle \end{pmatrix}, \quad (2)$$

式中,  $\lambda$  是波长, k 为玻尔兹曼常数,  $E_v$ ,  $E_h$ ,  $E_{45^\circ}$ ,  $E_{-45^\circ}$ ,  $E_l$ ,  $E_r$ , 分别为垂直、水平、±45°、左右手圆 极化分量对应的电场强度,  $T_{Bv}$ ,  $T_{Bh}$ ,  $T_{45^\circ}$ ,  $T_{-45^\circ}$ ,  $T_l$ ,  $T_r$  分别表示接收功率中垂直、水平、±45°、左右 旋圆极化分量对应的亮温,  $T_{B3}$ ,  $T_{B4}$  表示第三、第 四 Stokes 参数亮温.

辐射计亮温的不同表达形式决定了辐射信号 接收存在不同的方式.(2)式第一行等号对应于 WindSat 的信号接收方式,即测量垂直和水平极化、 ±45°极化以及左右旋圆极化六个通道亮温;第二 行等号则对应于极化相关型全极化微波辐射计的 接收方式,即通过将垂直水平极化通道信号进行复 相关得到第三、第四 Stokes 参数亮温.因此,不同 的全极化亮温测量原理决定了与辐射计天线温度 计算对应的天线温度方程也不同.

### 3 全极化天线温度方程推导

# 3.1 垂直和水平极化端口天线温度方程 推导

天线接收的频率为 v 的入射电磁波可以表示 为水平和垂直方向上电场强度矢量的叠加,表示为

$$\boldsymbol{E} = E_{\rm v} \hat{i}_{\rm v} + E_{\rm h} \hat{i}_{\rm h},\tag{3}$$

其中, E 表示入射电磁波的电场矢量,  $E_v$  和  $E_h$  表示 入射电磁波在垂直和水平极化方向上的电场强度,  $\hat{i}_v$  和  $\hat{i}_h$  分别为电磁波垂直和水平极化方向上的单 位矢量. 在匹配无损耗的条件下,在天线某一极化 端口产生平均功率  $P_v$  可表示为 <sup>[7]</sup>

$$P_{\rm v} = \frac{1}{32\pi R_a} \iint_{4\pi} \left\langle v_{\rm oc} \cdot v_{\rm oc}^* \right\rangle \mathrm{d}\Omega, \tag{4}$$

其中, Ra 表示天线端口的辐射阻抗, voc 为天线端口的开路电压.通常, 天线发射和接收部份极化电磁

波的能力可以用复有效长度矢量 l<sub>p</sub> 来表示<sup>[13]</sup>

$$l_{p} = l_{pv'}\hat{i}_{v'} + l_{ph'}\hat{i}_{h}, \qquad (5)$$

下标 p = v 或 h, 分别对应于天线的垂直或水平极 化端口;  $\hat{i}_{v'}$  和  $\hat{i}_{h'}$  分别表示天线极化基准下垂直和 水平极化方向上的单位矢量. 那么辐射阻抗  $R_a$  表 示为 <sup>[7]</sup>

$$R_{\rm a} = \frac{Z_0}{4\lambda^2} \iint_{4\pi} l_p \cdot l_p^* \mathrm{d}\Omega, \qquad (6)$$

其中, Z<sub>0</sub> 为天线端口的特征阻抗, λ 为波长. 天线端口的开路电压表示为

$$\begin{aligned} v_{\rm oc} = & \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{l}_p \\ = & (E_{\rm v} \hat{i}_{\rm v} + E_{\rm h} \hat{i}_{\rm h}) \cdot (l_{pv'} \hat{i}_{\rm v'} + l_{p{\rm h}'} \hat{i}_{\rm h'}) \\ = & (E_{\rm v} l_{pv'} \hat{i}_{\rm v} \hat{i}_{\rm v'} + E_{\rm v} l_{p{\rm h}'} \hat{i}_{\rm v} \hat{i}_{\rm h'} \\ & + E_{\rm h} l_{pv'} \hat{i}_{\rm h} \hat{i}_{\rm v'} + E_{\rm h} l_{p{\rm h}'} \hat{i}_{\rm h} \hat{i}_{\rm h'}. \end{aligned}$$
(7)

因此, (4) 式表示的天线极化端口产生的平均 功率 *P*v 可以写成

$$P_{\rm v} = \frac{1}{32\pi R_{\rm a}} \iint_{4\pi} \left\langle |\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{l}_p|^2 \right\rangle \mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}. \tag{8}$$

在辐射计天线中心视线以外的波束方向, 天线的极化基准与地球场景的极化基准存在以视线为轴的旋转, 称之为极化旋转角  $\varphi_A^{[12]}$ . 沿辐射计天线的扫描视线方向, 取天线极化基准相对于地球场景极化基准顺时针旋转时的旋转角为正, 如图 1 所示, 则有

$$\hat{i}_{v}\hat{i}_{v'} = \hat{i}_{h}\hat{i}_{h'} = \cos\varphi_{A},$$
  
$$-\hat{i}_{v}\hat{i}_{h'} = \hat{i}_{h}\hat{i}_{v'} = \sin\varphi_{A}.$$
 (9)



图 1 未匹配的天线极化基准与地球场景极化基准关系图

将(9)式代入(7)式可得

 $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{l}_p = (E_{\rm v} l_{p {\rm v}'} \cos \varphi_{\rm A} - E_{\rm v} l_{p {\rm h}'} \sin \varphi_{\rm A}$ 

 $+ E_{\rm h} l_{p{\rm v}'} \sin \varphi_{\rm A} + E_{\rm h} l_{p{\rm h}'} \cos \varphi_{\rm A}). \qquad (10)$ 

因此有

$$\langle |\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{l}_{p}|^{2} \rangle = \langle (E_{v}l_{pv'}\cos\varphi_{A} - E_{v}l_{ph'}\sin\varphi_{A} + E_{h}l_{pv'}\sin\varphi_{A} + E_{h}l_{ph'}\cos\varphi_{A}) \\ \times (E_{v}l_{pv'}\cos\varphi_{A} - E_{v}l_{ph'}\sin\varphi_{A} + E_{h}l_{ph'}\cos\varphi_{A})^{*} \rangle \\ = \langle |E_{v}|^{2} \rangle [|l_{pv'}|^{2}\cos^{2}\varphi_{A} + |l_{ph'}|^{2}\sin^{2}\varphi_{A} - \operatorname{Re}(l_{pv'}l_{ph'}^{*})\sin2\varphi_{A}] \\ + \langle |E_{h}|^{2} \rangle [|l_{pv'}|^{2}\sin^{2}\varphi_{A} - \operatorname{Re}(l_{pv'}l_{ph'}^{*})\sin2\varphi_{A}] \\ + \langle |E_{h}|^{2} \rangle [|l_{pv'}|^{2}\sin^{2}\varphi_{A} + \operatorname{Re}(l_{pv'}l_{ph'}^{*})\sin2\varphi_{A}] \\ + 2\operatorname{Re}\langle E_{v}E_{h}^{*} \rangle \cdot \frac{1}{2} [|l_{pv'}|^{2} - |l_{ph'}|^{2}]\sin2\varphi_{A} \\ + 2\operatorname{Re}\langle E_{v}E_{h}^{*} \rangle \cdot \operatorname{Re}(l_{pv'}l_{ph'}^{*})\cos2\varphi_{A} \\ - 2\operatorname{Im}\langle E_{v}E_{h}^{*} \rangle \cdot \operatorname{Im}(l_{pv'}l_{ph'}^{*}).$$
(11)

根据文献 [7], (11) 式中的相关项可以表示为

$$\frac{\left\langle |E_{\rm v}|^2 \right\rangle}{2Z_0} = \frac{4\pi k T_{\rm Bv} B}{\lambda^2},$$
$$\frac{\left\langle |E_{\rm h}|^2 \right\rangle}{2Z_0} = \frac{4\pi k T_{\rm Bh} B}{\lambda^2},$$
(12)

以及

$$\frac{2\text{Re}\langle E_{\rm v}E_{\rm h}^*\rangle}{2Z_0} = \frac{4\pi kT_{\rm B3}B}{\lambda^2},$$
$$\frac{2\text{Im}\langle E_{\rm v}E_{\rm h}^*\rangle}{2Z_0} = \frac{4\pi kT_{\rm B4}B}{\lambda^2}.$$
(13)

(11) 式中复有效长度 *l<sub>p</sub>* 与天线方向图对应的增益 之间的关系可以表示为<sup>[7]</sup>

$$g_{pv'} = \frac{|l_{pv'}|^2}{|l_p^{max}|^2},$$
  

$$g_{ph'} = \frac{|l_{ph'}|^2}{|l_p^{max}|^2},$$
(14)

并且,复有效长度矢量 $l_p$ 与电场强度 $E_p$ 的大小成比例<sup>[7]</sup>,那么有

$$g_{pv'} = \frac{|E_{pv'}|^2}{|E_{p}^{max}|^2},$$
  

$$g_{ph'} = \frac{|E_{ph'}|^2}{|E_{p}^{max}|^2},$$
(15)

通过复有效长度矢量  $l_p$  还可以确定天线的相对相 位因子  $\beta_p$ . 某一特定极化在天线某端口的复有效长 度表示为

$$l_{pq} = |l_{pq}| e^{\mathbf{i}\beta_{pq}}, \tag{16}$$

其中, p = v,h, q = v',h'.  $\beta_{pq}$  表示复有效长度的相位. 那么有

$$l_{pv'}l_{ph'}^{*} = |l_{pv'}|l_{ph'}^{*}|e^{i\beta_{p}}$$
  
= |l\_{pv'}||l\_{ph'}^{\*}|e^{i(\beta\_{pv'} - \beta\_{ph'})}  
= |l\_{p}^{\max}|^{2}\sqrt{g\_{pv'}g\_{ph'}}e^{i(\beta\_{pv'} - \beta\_{ph'})}. (17)

这里,  $\beta_p = \beta_{pv'} - \beta_{ph'}$  就表示天线的相对相位因子. 因此

$$\sin\beta_{p} = \frac{\mathrm{Im}(l_{pv'}l_{ph'}^{*})}{|l_{pv'}||l_{ph'}^{*}|},$$
(18a)

$$\cos \beta_p = \frac{\text{Re}(l_{pv'}l_{ph'}^*)}{|l_{pv'}||l_{ph'}^*|}.$$
 (18b)

并且,有

$$\mathrm{Im}(l_{pv'}l_{ph'}^{*}) = \sin\beta_{p} |l_{pv'}| |l_{ph'}^{*}|, \qquad (19a)$$

$$\operatorname{Re}(l_{pv'}l_{ph'}^{*}) = \cos\beta_{p}|l_{pv'}||l_{ph'}^{*}|.$$
(19b)

那么天线的相对相位因子的表达式就写成

$$\beta_p = \tan^{-1} \left[ \frac{\text{Im}(l_{pv'} l_{ph'}^*)}{\text{Re}(l_{pv'} l_{ph'}^*)} \right].$$
 (20)

根据被动微波遥感理论,天线接收的功率表示为<sup>[14]</sup>

$$P_{\upsilon} = kT_{\mathrm{A}p}B. \tag{21}$$

那么将(8)式等号右边上下同除 |*l*<sup>max</sup>|<sup>2</sup>,结合 (11)式—(15)式以及(18)式—(21)式,最终得到天 线垂直和水平极化端口天线温度方程为

$$T_{Ap} = \frac{1}{\Lambda} \iint_{4\pi} \left\{ (g_{pv'} \cos^2 \varphi_A + g_{ph'} \sin^2 \varphi_A - \sqrt{g_{pv'} g_{ph'}} \cos \beta_p \sin 2\varphi_A) T_{Bv} + (g_{pv'} \sin^2 \varphi_A + g_{ph'} \cos^2 \varphi_A + \sqrt{g_{pv'} g_{ph'}} \cos \beta_p \sin 2\varphi_A) T_{Bh} + \left[ \frac{1}{2} (g_{pv'} - g_{ph'}) \sin 2\varphi_A + \sqrt{g_{pv'} g_{ph'}} \cos \beta_p \cos 2\varphi_A \right] T_{B3} - \sqrt{g_{pv'} g_{ph'}} \sin \beta_p T_{B4} \right\} d\Omega, \qquad (22)$$

式中, 
$$\Lambda = \iint_{4\pi} (g_{pv'} + g_{ph'}) d\Omega$$
,  $p = v$  或 h.  
上式就是垂直极化和水平极化端口的天线

上式就是垂直极化和水平极化端口的天线温 度方程.

# **3.2** 第三和第四 Stokes 参数天线温度方程 推导

极化相关型全极化微波辐射计采用直接极化 相关的信号检测方法, 第三和第四个 Stokes 参数是 通过相关器对垂直和水平极化端口的输出信号进 行复相关得到的<sup>[15]</sup>. 正交通道亮温, 如垂直极化或 水平极化通道亮温, 也可以认为是将两路端口的输 出信号进行自相关的结果. 因此根据极化相关测量 理论<sup>[16,17]</sup>, 第三、第四 Stokes 参数亮温天线温度 方程的推导在原理上可以借鉴垂直和水平极化端 口天线温度方程推导的思路. 首先, 计算垂直和水 平极化端口开路电压的复相关

$$\langle (E \cdot l_{v}) (E \cdot l_{h})^{*} \rangle$$

$$= \langle (E_{v}l_{vv'}\cos\varphi_{A} - E_{v}l_{vh'}\sin\varphi_{A} + E_{h}l_{vh'}\cos\varphi_{A})$$

$$+ E_{h}l_{vv'}\sin\varphi_{A} + E_{h}l_{vh'}\cos\varphi_{A})$$

$$\times (E_{v}l_{hv'}\cos\varphi_{A} - E_{v}l_{hh'}\sin\varphi_{A} + E_{h}l_{hv'}\cos\varphi_{A})^{*} \rangle$$

$$= \langle |E_{v}|^{2} \rangle \left[ l_{vv'}l_{hv'}^{*}\cos^{2}\varphi_{A} + l_{vh'}l_{hh'}^{*}\sin^{2}\varphi_{A} - \frac{1}{2} (l_{vv'}l_{hh'}^{*} + l_{vh'}l_{hv'}^{*})\sin 2\varphi_{A} \right]$$

$$+ \langle |E_{h}|^{2} \rangle \left[ l_{vv'}l_{hv'}^{*}\sin^{2}\varphi_{A} + l_{vh'}l_{hh'}^{*}\cos^{2}\varphi_{A} + \frac{1}{2} (l_{vv'}l_{hh'}^{*} + l_{vh'}l_{hv'}^{*})\sin 2\varphi_{A} \right]$$

$$+ 2\text{Re} \langle E_{v}E_{h}^{*} \rangle \left[ \frac{1}{2} (l_{vv'}l_{hh'}^{*} + l_{vh'}l_{hv'}^{*})\cos 2\varphi_{A} + \frac{1}{2} (l_{vv'}l_{hh'}^{*} - l_{vh'}l_{hh'}^{*})\sin 2\varphi_{A} \right]$$

$$+ 2\text{Im} \langle E_{v}E_{h}^{*} \rangle \left[ \frac{j}{2} (l_{vv'}l_{hh'}^{*} - l_{vh'}l_{hv'}^{*}) \right].$$

$$(23)$$

 $P_{\rm v} = \frac{1}{32\pi R_{\rm a}} \iint_{4\pi} \left\langle (E \cdot l_{\rm v}) (E \cdot l_{\rm h})^* \right\rangle \mathrm{d}\Omega. \tag{24}$ 

那么天线端口的辐射阻抗改写为

$$R_{a} = \frac{Z_{0}}{4\lambda^{2}} \iint_{4\pi} \boldsymbol{l}_{v} \cdot \boldsymbol{l}_{h}^{*} d\Omega = \frac{Z_{0}}{4\lambda^{2}} \iint_{4\pi} \left( \sqrt{(g_{vv'} + g_{vh'})} \right)$$
$$\times \sqrt{(g_{hh'} + g_{hv'})} d\Omega.$$
(25)

第三和第四 Stokes 参数表示的是垂直水平极化之间的相关关系,天线端口接收的功率依据 (21) 式可以改写为

$$P_{\rm v} = \frac{1}{2}k \big( T_{\rm A3} + j T_{\rm A4} \big) B.$$
 (26)

$$l_{vq_{1}}l_{hq_{2}}^{*} = |l_{vq_{1}}||l_{hq_{2}}^{*}|e^{i\beta_{x}}$$
  
= |l\_{vq\_{1}}||l\_{hq\_{2}}^{\*}|e^{i(\beta\_{vq\_{1}}-\beta\_{vq\_{2}})}  
= |l\_{v}^{max}||l\_{h}^{max}|\sqrt{g\_{vq\_{1}}g\_{hq\_{2}}}e^{i(\beta\_{vq\_{1}}-\beta\_{vq\_{2}})}. (27)

根据 (17) 式, 有

这里  $q_1 = v', h', q_2 = v', h', x = 1,2,3,4, x$  的四个取值 分别与 v'v', h'h', v'h', h'v' ——对应. 那么有

$$\sin \beta_{x} = \frac{\operatorname{Im}(l_{vq_{1}}l_{hq_{2}}^{*})}{|l_{vq_{1}}||l_{hq_{2}}^{*}|},$$
  
$$\cos \beta_{x} = \frac{\operatorname{Re}(l_{vq_{1}}l_{hq_{2}}^{*})}{|l_{vq_{1}}||l_{hq_{2}}^{*}|}.$$
 (28)

综合 (12) 式 —(15) 式以及 (23) 式 —(28) 式可以 得到

$$T_{A3} + jT_{A4} = \frac{2}{\Lambda} \iint_{4\pi} \left\{ \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hv'}} e^{j\beta_1} \cos^2 \varphi_A + \sqrt{g_{vh'}g_{hh'}} e^{j\beta_2} \sin^2 \varphi_A - \frac{1}{2} \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} e^{j\beta_3} + \sqrt{g_{vh'}g_{hv'}} e^{j\beta_4} \right) \sin 2\varphi_A \right) T_{Bv} + \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hv'}} e^{j\beta_1} \sin^2 \varphi_A + \sqrt{g_{vh'}g_{hh'}} e^{j\beta_2} \cos^2 \varphi_A + \frac{1}{2} \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} e^{j\beta_3} + \sqrt{g_{vh'}g_{hv'}} e^{j\beta_4} \right) \sin 2\varphi_A \right) T_{Bh} + \frac{1}{2} \left[ \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} e^{j\beta_2} \right) \sin 2\varphi_A + \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} e^{j\beta_2} \right) \sin 2\varphi_A + \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} e^{j\beta_3} + \sqrt{g_{vh'}g_{hh'}} e^{j\beta_2} \right) \sin 2\varphi_A + \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} e^{j\beta_3} + \sqrt{g_{vh'}g_{hh'}} e^{j\beta_4} \right) \cos 2\varphi_A \right] T_{B3} + \frac{j}{2} \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} e^{j\beta_4} \right) T_{B4} \right\} d\Omega.$$
(29)

式中

$$\Lambda = \iint\limits_{4\pi} \Big( \sqrt{(g_{\mathbf{v}\mathbf{v}'} + g_{\mathbf{v}\mathbf{h}'})} \sqrt{(g_{\mathbf{h}\mathbf{h}'} + g_{\mathbf{h}\mathbf{v}'})} \Big) \mathrm{d} \boldsymbol{\Omega}.$$

并且

$$\beta_{1} = \tan^{-1} \left[ \frac{\mathrm{Im}(l_{vv'}l_{hv'}^{*})}{\mathrm{Re}(l_{vv'}l_{hv'}^{*})} \right],$$
  
$$\beta_{2} = \tan^{-1} \left[ \frac{\mathrm{Im}(l_{vh'}l_{hh'}^{*})}{\mathrm{Re}(l_{vh'}l_{hh'}^{*})} \right],$$
  
$$\beta_{3} = \tan^{-1} \left[ \frac{\mathrm{Im}(l_{vv'}l_{hh'}^{*})}{\mathrm{Re}(l_{vv'}l_{hh'}^{*})} \right],$$

$$\beta_4 = \tan^{-1} \left[ \frac{\operatorname{Im}(l_{vh'}l_{hv'}^*)}{\operatorname{Re}(l_{vh'}l_{hv'}^*)} \right],$$

表示天线的相对相位因子. (29) 式即为第三和第四 Stokes 参数天线温度方程的综合形式.

将 (29) 式写成 T<sub>3</sub> 和 T<sub>4</sub> 独立表示的形式, 那么 第三 Stokes 参数天线温度表示为

$$T_{A3} = \frac{2}{\Lambda} \iint_{4\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left[ 2\sqrt{g_{vv'}g_{hv'}} \cos\beta_1 \cos^2 \varphi_A + 2\sqrt{g_{vh'}g_{hh'}} \cos\beta_2 \sin^2 \varphi_A - \left(\sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} \cos\beta_3 + \sqrt{g_{vh'}g_{hv'}} \cos\beta_3 + \sqrt{g_{vh'}g_{hv'}} \cos\beta_4 \right) \sin 2\varphi_A \right] T_{Bv} + \frac{1}{2} \left[ 2\sqrt{g_{vv'}g_{hv'}} \cos\beta_1 \sin^2 \varphi_A + 2\sqrt{g_{vh'}g_{hh'}} \cos\beta_2 \cos^2 \varphi_A + \left(\sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} \cos\beta_3 + \sqrt{g_{vh'}g_{hv'}} \cos\beta_4 \right) \sin 2\varphi_A \right] T_{Bh} + \frac{1}{2} \left[ \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hv'}} \cos\beta_4 \right) \sin 2\varphi_A \right] T_{Bh} + \frac{1}{2} \left[ \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hv'}} \cos\beta_2 \right) \sin 2\varphi_A + \left(\sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} \cos\beta_2 \right) \sin 2\varphi_A + \left(\sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} \cos\beta_3 + \sqrt{g_{vh'}g_{hh'}} \cos\beta_2 \right) \sin 2\varphi_A + \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} \cos\beta_4 \right) \cos 2\varphi_A \right] T_{B3} + \frac{1}{2} \left( \sqrt{g_{vv'}g_{hv'}} \sin\beta_4 - \sqrt{g_{vv'}g_{hh'}} \sin\beta_3 \right) T_{B4} \right\} d\Omega.$$
(30)

第四 Stokes 参数天线温度表示为

$$T_{A4} = \frac{2}{\Lambda} \iint_{4\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left[ 2\sqrt{g_{vv'}g_{hv'}}\sin\beta_1\cos^2\varphi_A + 2\sqrt{g_{vh'}g_{hh'}}\sin\beta_2\sin^2\varphi_A - \left(\sqrt{g_{vv'}g_{hh'}}\sin\beta_3 + \sqrt{g_{vh'}g_{hv'}}\sin\beta_4\right)\sin2\varphi_A \right] T_{Bv} + \frac{1}{2} \left[ 2\sqrt{g_{vv'}g_{hv'}}\sin\beta_4\right)\sin^2\varphi_A + 2\sqrt{g_{vh'}g_{hh'}}\sin\beta_2\cos^2\varphi_A + \left(\sqrt{g_{vv'}g_{hh'}}\sin\beta_2\cos^2\varphi_A + \left(\sqrt{g_{vv'}g_{hh'}}\sin\beta_3 + \sqrt{g_{vh'}g_{hv'}}\sin\beta_4\right)\sin2\varphi_A \right] T_{Bh}$$

078402-5

$$+\frac{1}{2}\left[\left(\sqrt{g_{vv'}g_{hv'}}\sin\beta_{1}\right) - \sqrt{g_{vh'}g_{hh'}}\sin\beta_{2}\right)\sin 2\varphi_{A} + \left(\sqrt{g_{vv'}g_{hh'}}\sin\beta_{3}\right) + \sqrt{g_{vh'}g_{hv'}}\sin\beta_{4}\cos 2\varphi_{A}\right]T_{B3} + \frac{1}{2}\left(\sqrt{g_{vv'}g_{hh'}}\cos\beta_{3}\right) - \sqrt{g_{vh'}g_{hv'}}\cos\beta_{4}T_{B4}d\Omega.$$
(31)

## 3.3 天线温度方程的整体表达

为了表达方便,现将四个 Stokes 参数的天线温度方程写成统一用矩阵表达的形式.在微波遥感中,遥感仪器的天线温度通常写成如下的形式<sup>[14]</sup>:

$$T_{\rm A} = \frac{A_{\rm e}}{\lambda^2} \iint_{4\pi} F_{\rm n} T_{\rm B} \,\mathrm{d}\Omega, \qquad (32)$$

其中,  $T_{\rm B}$  表示地球场景温度,  $F_{\rm n}$  表示归一化的天 线电场方向图,  $\lambda$  指电磁波波长,  $A_{\rm e}$  表示天线的有 效口径, 并且  $A_{\rm ep} = \frac{\lambda^2}{\Omega_p}$ ,  $\Omega_p = \iint_{4\pi} (g_{pv'} + g_{ph'}) d\Omega$ , p = v 或 h. 根据 (7) 式, 天线端口的开路电压与电 磁波电场强度、天线复有效长度、极化旋转角均 有关系. 那么对于四个 Stokes 参数天线温度方程来 说, 将物理量写成矩阵表达的形式, 电场强度矩阵

$$\bar{R}_{\mathbf{a}}^{\prime} = \begin{bmatrix} \left(\frac{Z_{0}}{4\lambda^{2}} \iint_{4\pi} l_{\mathbf{v}} \cdot l_{\mathbf{v}}^{*} \mathrm{d}\Omega\right)^{-1} & 0 \\ 0 & \left(\frac{Z_{0}}{4\lambda^{2}} \iint_{4\pi} l_{\mathbf{h}} \cdot l_{\mathbf{h}}^{*} \mathrm{d}\Omega\right)^{-1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

在矩阵符号的书写上,这里做出统一的规定, 小写字母上加一横表示 2×1 的矩阵,例如  $\bar{e}$ 等;小 写字母加两横表示 2×2 的矩阵,例如  $\bar{l}$ 等;大写字 母加一横表示 4×1 的矩阵,例如  $\bar{P}$ 等;大写字母加 两横表示 4×4 的矩阵,例如  $\bar{R}_a$ 等.

天线的增益与归一化场方向图之间的关系可

表示为

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} E_{\rm e} \\ E_{\rm h} \end{bmatrix}.$$
 (33)

天线复有效长度矩阵表示为

$$\bar{\bar{l}} = \begin{bmatrix} l_{vv'} & l_{vh'} \\ l_{hv'} & l_{hh'} \end{bmatrix}.$$
 (34)

极化旋转矩阵表示为

$$\bar{\bar{p}} = \begin{bmatrix} \hat{i}_{v}\hat{i}_{v'} & \hat{i}_{h}\hat{i}_{v'} \\ \hat{i}_{v}\hat{i}_{h'} & \hat{i}_{h}\hat{i}_{h'} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \cos\varphi_{A} & \sin\varphi_{A} \\ -\sin\varphi_{A} & \cos\varphi_{A} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

天线端口的开路电压表示为

$$\bar{v}_{\rm oc} = \begin{bmatrix} E \cdot l_{\rm v} \\ E \cdot l_{\rm h} \end{bmatrix}.$$
(36)

那么对于四个 Stokes 参数来说, (7) 式可以表示为

$$\bar{v}_{\rm oc} = \bar{\bar{l}} \cdot \bar{\bar{p}} \cdot \bar{e}. \tag{37}$$

并且 (4) 式表达的天线某一极化端口产生平均功率 可以改写为

$$\bar{P} = \frac{\bar{R}'_{a}}{32\pi} \iint_{4\pi} \left\langle \bar{v}_{\rm oc} \otimes \bar{v}^{*}_{\rm oc} \right\rangle \mathrm{d}\Omega, \qquad (38)$$

其中,符号  $\otimes$  表示矩阵的外积. 辐射阻抗矩阵  $\bar{R'}_a$  表示为



以表示为

$$g_{pq} = \left| f_{\mathbf{n},pq} \right|^2,\tag{40}$$

其中, p = v,h, q = v',h'. 根据文献 [7], 复有效长 度  $l_{pq}$  与天线电场归一化方向图  $f_{n,pq}$  之间存在比

(42)

-

例关系

$$l_{pq} \propto f_{\mathrm{n},pq}.\tag{41}$$

那么天线相对相位因子的正弦值可以表示为

$$\begin{split} \sin \beta_{\rm v} &= \frac{{\rm Im} \big( f_{\rm n,vv'} f_{\rm n,vh'} \big)}{|f_{\rm n,vv'}| |f_{\rm n,vh'}^*|},\\ \sin \beta_{\rm h} &= \frac{{\rm Im} \big( f_{\rm n,hv'} f_{\rm n,hh'} \big)}{|f_{\rm n,hv'}| |f_{\rm n,hh'}^*|},\\ \sin \beta_1 &= \frac{{\rm Im} \big( f_{\rm n,vv'} f_{\rm n,hv'} \big)}{|f_{\rm n,vv'}| |f_{\rm n,hv'}^*|},\\ \sin \beta_2 &= \frac{{\rm Im} \big( f_{\rm n,vv'} f_{\rm n,hv'} \big)}{|f_{\rm n,vh'}| |f_{\rm n,hh'}^*|},\\ \sin \beta_3 &= \frac{{\rm Im} \big( f_{\rm n,vv'} f_{\rm n,hh'} \big)}{|f_{\rm n,vv'}| |f_{\rm n,hh'}^*|},\\ \sin \beta_4 &= \frac{{\rm Im} \big( f_{\rm n,vh'} f_{\rm n,hv'} \big)}{|f_{\rm n,vh'}| |f_{\rm n,hv'}^*|}. \end{split}$$

相对相位因子的余弦值表示为

$$\cos \beta_{\rm v} = \frac{\operatorname{Re}(f_{\rm n,vv'}f_{\rm n,vh'})}{|f_{\rm n,vv'}||f_{\rm n,vh'}^*|},$$

$$\cos \beta_{\rm h} = \frac{\operatorname{Re}(f_{\rm n,hv'}f_{\rm n,hh'})}{|f_{\rm n,hv'}||f_{\rm n,hh'}^*|},$$

$$\cos \beta_{\rm l} = \frac{\operatorname{Re}(f_{\rm n,vv'}f_{\rm n,hv'})}{|f_{\rm n,vv'}||f_{\rm n,hv'}^*|},$$

$$\cos \beta_{\rm 2} = \frac{\operatorname{Re}(f_{\rm n,vh'}f_{\rm n,hh'})}{|f_{\rm n,vh'}||f_{\rm n,hh'}^*|},$$

$$\cos \beta_{\rm 3} = \frac{\operatorname{Re}(f_{\rm n,vv'}f_{\rm n,hh'})}{|f_{\rm n,vh'}||f_{\rm n,hh'}^*|},$$

$$\cos \beta_{\rm 4} = \frac{\operatorname{Re}(f_{\rm n,vh'}f_{\rm n,hv'})}{|f_{\rm n,vh'}||f_{\rm n,hh'}^*|}.$$
(43)

那么根据 (32) 式—(43) 式,四个 Stokes 参数的天线 温度方程就可以表示为

$$\bar{T}_{\rm A} = \frac{1}{\lambda^2} \bar{\bar{A}}_{\rm e} \int_{4\pi} \bar{\bar{F}}_{\rm n} \bar{T}_{\rm B} \,\mathrm{d}\Omega, \qquad (44)$$

其中,天线的有效口径矩阵Āe表示为

$$\bar{\bar{A}}_{e} = \begin{bmatrix} A_{ev} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{eh} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{A_{ev}A_{eh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{A_{ev}A_{eh}} \end{bmatrix}.$$
(45)

R 表示天线的极化旋转矩阵,写成

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi_A & \sin^2 \varphi_A & \frac{1}{2} \sin 2\varphi_A & 0\\ \sin^2 \varphi_A & \cos^2 \varphi_A & -\frac{1}{2} \sin 2\varphi_A & 0\\ -\sin 2\varphi_A & \sin 2\varphi_A & \cos 2\varphi_A & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
(46)

F 是天线的电场方向图辐射矩阵

$$\begin{split} \bar{\bar{F}}_{n} \\ = \begin{bmatrix} |f_{n,vv'}|^{2} & |f_{n,vh'}|^{2} & \operatorname{Re}(f_{n,vv'}f_{n,vh'}^{*} & \operatorname{Im}(f_{n,vv'}f_{n,vh'}^{*}) \\ |f_{n,hv'}|^{2} & |f_{n,hh'}|^{2} & \operatorname{Re}(f_{n,hh'}f_{n,hv'}^{*} & \operatorname{Im}(f_{n,hh'}f_{n,hv'}^{*}) \\ 2\operatorname{Re}(f_{n,vv'}f_{n,hv'}^{*}) & 2\operatorname{Re}(f_{n,hh'}f_{n,vh'}^{*}) & \operatorname{Re}(f_{n,vv'}f_{n,hh'}^{*}) + \operatorname{Re}(f_{n,vh'}f_{n,hv'}^{*}) & \operatorname{Im}(f_{n,vv'}f_{n,hh'}^{*}) + \operatorname{Im}(f_{n,vh'}f_{n,hv'}^{*}) \\ 2\operatorname{Im}(f_{n,vv'}f_{n,hv'}^{*}) & -2\operatorname{Im}(f_{n,hh'}f_{n,vh'}^{*}) & \operatorname{Im}(f_{n,vv'}f_{n,hh'}^{*}) + \operatorname{Im}(f_{n,vh'}f_{n,hv'}^{*}) & \operatorname{Re}(f_{n,vv'}f_{n,hh'}^{*}) - \operatorname{Re}(f_{n,vh'}f_{n,hv'}^{*}) \\ \end{bmatrix} \end{split}$$

$$(47)$$

那么四个 Stokes 参数的天线温度方程就写成 了天线温度方程的整体表达形式.根据 (44) 式,全 极化的天线温度方程包含了天线的有效口径、天 线方向图、极化旋转以及 Stokes 亮温等参数. 有效 口径与天线方向图的乘积 $\bar{A}_{e}\bar{F}_{n}$ 相当于一个 Stokes Mueller 矩阵. 根据 Mueller 矩阵可以转换得到全极 化天线温度方程的系数矩阵,即将天线反射面视为 一个散射体,反射面反射地球场景辐射的过程看成 是地球场景辐射被反射面散射的过程<sup>[18]</sup>.和传统 双极化微波辐射计相比,全极化天线温度方程增加 了四个 Stokes 参数之间的交叉极化和相位,这主要 通过辐射方向图  $\bar{F}_n$ 体现,同时极化旋转矩阵  $\bar{R}$ 也 包含了四个 Stokes 参数间交叉极化的影响.

4 天线温度方程的参数确定

天线温度方程的计算需要知道天线的增益和 相对相位因子.通过以天线波束照射的几何关系和 天线波束随入射角的变化为基础,天线的增益和相 对相位因子可以利用天线方向图计算得到.天线温 度方程的计算还需要明确极化旋转角.本节讨论这 些天线温度方程相关参数的确定方法.

#### 4.1 天线波束照射地球的几何关系

根据天线温度方程,建立天线波束与地球场景的几何关系模型是计算天线温度的基础.不同倾角和方位角下的天线波束照射到地球场景时的入射角和极化基准各不相同,天线温度方程中的地球场景辐射亮温和极化旋转角随着天线波束指向的不同而发生变化,要对天线温度方程进行积分运算就必须搭建天线波束与地球场景的几何关系.参照文献[19],建立的天线波束照射地球场景的几何关系如图 2 所示<sup>[20]</sup>,



图 2 天线波束与地球场景的几何关系 [20]

图 2 中, 以辐射计所在位置为原点建立直角坐标系 *xyz*, 以辐射计指向地心的直线为 *z* 轴, 辐射计飞行速度矢量的方向为 *y* 轴, *x* 轴通过右手螺旋原则确定.为方便描述不同倾角和方位角对应的天线 波束, 以辐射计所在位置为原点再新建直角坐标系 *x'\z'z'*, *x'* 轴与 *x* 轴相同, 以辐射计观测视线矢量 (中

心波束方向)为 z'轴, y'轴由右手螺旋原则确定. α 为辐射计观测视线的天底角, η 为辐射计天线某一 波束对应的天底角. h 表示辐射计轨道高度, R<sub>e</sub> 表 示地球半径.

xyz 坐标系与 x'y'z' 坐标系的变换关系为

$$x' = x,$$
  

$$y' = y \cos \alpha - z \sin \alpha,$$
  

$$z' = y \sin \alpha + z \cos \alpha.$$
 (48)

定义天线波束的方位角如图 3 所示<sup>[20]</sup>,那么 当天线波束的倾角固定,方位角在 0 至 2π 范围内 变化时,其变化轨迹是一个锥面.因此在 *x'y'z'* 坐标 系中,对应于某一倾角 θ 和方位角 φ 的天线波束是 一条由以下方程描述的直线:

$$z' = \cot \theta \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2},\tag{49}$$

$$\begin{cases} y' = x' \tan \phi, & \phi \neq 90^{\circ}, 270^{\circ}, \\ x' = 0, & \phi = 90^{\circ}, 270^{\circ}, \end{cases}$$
(50)



图 3 天线波束的方位角变化 [20]

式中 $\theta$ 和 $\phi$ 的取值范围分别为 $0 < \theta < 180^{\circ}$ ,  $0 \le \phi < 360^{\circ}$ .  $\theta = 0$ 时对应于主波束中心. 当  $0 < \theta < 90^{\circ}$ ,  $-90^{\circ} < \phi < 90^{\circ}$ 时, 天线波束所在直线 对应的方向向量 $\vec{l}$ 可表示为

$$l = \begin{vmatrix} \hat{i}_{x'} & \hat{i}_{y'} & \hat{i}_{z'} \\ \frac{x' \cot \theta}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} & \frac{y' \cot \theta}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} & -1 \\ -\tan \phi & 1 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= \hat{i}_{x'} + \tan \phi \cdot \hat{i}_{y'} + \sec \phi \cot \theta \cdot \hat{i}_{z'}, \qquad (51)$$

其单位向量*î* 为

$$\hat{l}' = \sin\theta\cos\phi\cdot\hat{i}_{x'} + \sin\theta\sin\phi\cdot\hat{i}_{y'}$$

 $+\cos\theta\cdot\hat{i}_{z'}.\tag{52}$ 

在 θ 和 φ 取其他值的情况下 (52) 式亦成立.

天线波束对应的天底角  $\eta$  定义为天线波束 所在直线与天底的夹角. 天底方向在 *xyz* 坐标系 的单位向量为  $\hat{m} = (0,0,1)$ ,转换到 *x'y'z'* 坐标系为  $\hat{m'} = (0, -\sin\alpha, \cos\alpha)$ ,因此天底角对应的余弦值为

 $\cos \eta = \hat{l}' \cdot \hat{m}' = \cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta \sin \phi. \quad (53)$ 

# 4.2 入射角随天线波束的变化

入射角随天线波束的变化是定量确定全极化 微波辐射计扫描几何关系的重要组成部分,其定义 为天线入射波束与地表入射点法线的夹角,如图 4 所示.由余弦定理得到天线波束从辐射计到地表入 射点连线的距离为

$$L = (R_{\rm e} + h) \cos \eta - \sqrt{R_{\rm e}^2 - (R_{\rm e} + h)^2 (1 - \cos^2 \eta)}.$$
 (54)

因此对应的入射角 BEIA 为

$$\theta_{\rm EIA} = \pi - \arccos\left(\frac{L^2 + R_{\rm e}^2 - (R_{\rm e} + h)^2}{2LR_{\rm e}}\right).$$
 (55)

# 4.3 极化旋转角随天线波束的变化

在图 1 中,介绍了天线极化基准与地球目标极 化基准失配产生极化旋转角的情形.在非中心波束 视线方向,天线接收的辐射都会有极化旋转角产生. 极化旋转角的计算需要定义电磁波的交叉极化.电 磁波交叉极化的定义主要有三种,本文对于天线方 向图参考极化和交叉极化的描述采用 Ludwig 的第 三种定义<sup>[21]</sup>,如图 5 所示.其参考极化与交叉极化 单位矢量的表达式分别为

$$\hat{i}_{ref} = -(1 - \cos \theta) \sin \phi \cos \phi \cdot \hat{i}_X + [1 - \sin^2 \phi (1 - \cos \theta)] \cdot \hat{i}_Y - \sin \theta \sin \phi \cdot \hat{i}_Z,$$
(56)

$$i_{\text{cross}} = [1 - \cos^2 \phi (1 - \cos \theta)] \cdot i_X$$
$$- (1 - \cos \theta) \sin \phi \cos \phi \cdot \hat{i}_Y$$
$$- \sin \theta \cos \phi \cdot \hat{i}_Z, \qquad (57)$$

式中  $\hat{i}_X$ ,  $\hat{i}_Y$ ,  $\hat{i}_Z$  分别为图 2 中直角坐标系的 X, Y, Z 轴的单位向量. 与图 2 比较可知,  $\hat{i}_{x'} = \hat{i}_X$ ,  $\hat{i}_{y'} = \hat{i}_Y$ ,  $\hat{i}_{z'} = \hat{i}_Z$ , 代入 (56) 式和 (57) 式即可得到 x'y'z' 坐标 系中倾角为 θ、方位角为 φ 的天线波束参考极化 和交叉极化单位向量.



图 4 天线波束与入射角的几何关系



图 5 天线方向图测量系统示意图 [21]

对于地球场景辐射,如图 6 所示,其极化基准 描述为

$$\hat{h} = \frac{\hat{k} \times \hat{n}}{|\hat{k} \times \hat{n}|}, \quad \hat{\nu} = \hat{h} \times \hat{k}, \tag{58}$$

其中,  $\hat{k}$  为电磁波辐射传播方向的单位向量,  $\hat{n}$  为地 球场景的单位法向量,  $\hat{h}$  为水平极化的单位向量,  $\hat{v}$ 为垂直极化的单位向量.显然有  $\hat{k} = -\hat{l}$ . (58) 式中 包含了天线波束入射点的地面法向量, 不方便求其 解析式表达式.根据向量积的性质及图 2, 可使用  $-\hat{m}'$  取代地面法向量.即

$$\hat{h} = \frac{-\hat{l}' \times (-\hat{m}')}{|\hat{l}' \times \hat{m}'|} = \frac{\hat{l}' \times \hat{m}'}{\sin \eta}, \quad \hat{v} = \hat{h} \times (-\hat{l}'),$$
(59)

$$\hat{h} = \frac{(\cos\alpha\sin\theta\sin\phi + \sin\alpha\cos\theta) \cdot \hat{i}_{x'} - \cos\alpha\sin\theta\cos\phi \cdot \hat{i}_{y'} - \sin\alpha\sin\theta\cos\phi \cdot \hat{i}_{z'}}{\sqrt{(\sin\theta\cos\phi)^2 + (\sin\alpha\cos\theta + \cos\alpha\sin\theta\sin\phi)^2}}.$$
(60)

将(60)式,(56)式和(57)式代入(9)式可得

$$\cos\varphi_{\rm A} = \hat{i}_{\phi}\hat{i}_{\rm h'} = \hat{h}\hat{i}_{\rm cross} = \frac{\cos\alpha\sin\theta\sin\phi + \sin\alpha[1 + \sin^2\phi(\cos\theta - 1)]}{\sqrt{(\sin\theta\cos\phi)^2 + (\sin\alpha\cos\theta + \cos\alpha\sin\theta\sin\phi)^2}},\tag{61}$$

$$\sin\varphi_{\rm A} = \hat{i}_{\phi}\hat{i}_{\nu'} = \hat{h}\hat{i}_{\rm ref} = \frac{\cos\phi[\sin\alpha\sin\phi(1-\cos\theta)-\cos\alpha\sin\theta]}{\sqrt{(\sin\theta\cos\phi)^2 + (\sin\alpha\cos\theta+\cos\alpha\sin\theta\sin\phi)^2}}.$$
(62)

这就得到了极化旋转角的正弦、余弦表达式, 可直接代入天线温度方程的积分运算中.



图 6 地球场景辐射极化基准与天线极化基准示意图

### 5 结 论

本文针对国内在研的星载极化相关型全极化

微波辐射计应用需求,以极化相干检测理论为基础, 自主推导了其适用的全极化天线温度方程.

和传统单端口双极化辐射计天线温度方程相 比,全极化天线温度方程推导的关键之处是引入了 四个 Stokes 参数之间交叉极化的振幅和相位,这同 时也体现了天线方向图中天线与地球场景之间的 交叉极化.和采用非相干检测方案的全极化微波辐 射计 (如 WindSat) 天线温度方程相比,方程形式由 针对垂直水平极化、±45°极化以及左右旋圆极化 亮温计算的六个方程,变化为针对四个 Stokes 参数 亮温计算的四个方程.此外,天线温度方程中,根据 天线方向图的性质,其包含了一个变相的 Mueller 矩阵,它表达的含义与矢量辐射传输理论 (vector radiative transfer, VRT) 中关于 Stokes 参数的散射和 传输表述是一致的.

全极化天线温度方程的建立为进一步开展极 化相关型全极化微波辐射计天线交叉极化校正技 术研究奠定了基础.

- Ulaby F T, Moore R K, Fung A K 1981 Microwave remote sensing: active and passive (Vol. 1) (Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company) pp229–285
- Martine S 2004 An introduction to ocean remote sensing (Cambridge: Cambridge University Press) pp201–227
- [3] Gaiser P W, Twarog E M, Karen L L 2004 IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 42 2347
- [4] Wang Z Z, Jiang J S, Liu J Y, Yin X B 2008 Eng. Sin. 10 76 (in Chinese) [王振占, 姜景山, 刘憬怡, 殷晓斌 2008 中国工程科学 10 76]
- [5] Plonski M, Smith C 2001 Algorithm theoretical basis document (ATBD) for the conical-scanning microwave imager/sounder (CMIS)

environmental data records (EDRs) (Vol.1 17) (Lexington: AER) pp1– 132

- [6] Wang X B, Li J, Jiang J S 2008 Remote Sens. Tech. App. 23 582 (in Chinese) [王新彪, 李靖, 姜景山 2008 遥感技术与应用 23 582]
- [7] Claassen J, Fung C 1974 IEEE Trans. Antennas Propagat. 22 433
- [8] Ko H 1962 *Proc. IRE* **50** 1950
- [9] Ko H 1961 IEEE Trans. Antennas Propagat. 9 581
- [10] Piepmeier J, Long D, Njoku E 2008 IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 46 516
- [11] Stokes G G 1852 Trans. Cambridge Phil. Soc. 9 399
- [12] Lu W, Yan W, Wang R, Wang Y Q 2012 Acta Phys. Sin. 61 018401 (in Chinese) [陆文, 严卫, 王蕊, 王迎强 2012 物理学报 61 018401]

- [13] Sinclair G. 1950 Proc. IRE 38 148
- [14] Zhang Z Y, Lin S J 1995 Microwave radiation measurement technology and Application (Beijing: Electronic Industry Press) (in Chinese) [张祖荫, 林士杰 1995 微波辐射测量技术与应用 (北京: 电子工业 出版社)]
- [15] Skou N B, Laursen 1999 IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 37 12165
- [16] Hamaker J P, Bregman J D, Sault R J 1996 Astronomy Astrophysics Supplement Series 117 137
- [17] Schmeider R 1969 J Opt. Soc. Amer. 59 297

- [18] Chang M, Jin Y Q 2002 Acta Phys. Sin. 51 74 (in Chinese) [常梅, 金 亚秋 2002 物理学报 51 74]
- [19] Dinnat E P, Vine D M L 2007 IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 45 2051
- [20] Shi J K 2009 MS Thesis (Nanjing: Institute of Meteorology, PLA University of Science & Technology) (in Chinese) [施健康 2009 硕士学 位论文 (南京: 解放军理工大学气象学院)]
- [21] Ludwig A C 1973 IEEE Trans. Antennas Propagat. 21 116

# Antenna cross-polarization correction for spaceborne polarimetric microwave correlation radiometer (I): Derivation of the antenna temperature equation\*

Shi Jian-Kang<sup>1)</sup> Lu Wen<sup>2)†</sup> Yan Wei<sup>2)</sup> Ai Wei-Hua<sup>2)3)</sup>

1) (Unit 63655 of PLA, Urumchi 841700, China)

2) (College of Meteorology and Oceanography, PLA University of Science & Technology, Nanjing 211101, China)

3) (CMA Key Laboratory for Atmospheric Physics and Environment, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China )

(Received 7 June 2012; revised manuscript received 22 November 2012)

#### Abstract

Spaceborne polarimetric microwave correlation radiometer is a new type of instrument for the passive microwave remote sensing from space, which can provide an important way for remote sensing of sea surface wind vector and other ocean atmosphere environmental parameters. Antenna cross-polarization correction is an important part of the data pre-processing algorithm. In this paper, for the demand of antenna cross-polarization correction in spaceborne polarimetric microwave correlation radiometer, we have independently derived the full polarization antenna temperature equation based on the polarization coherent detection theory and the definition of Stokes parameters. The equation for the four parameters of Stokes antenna temperature introduced the cross polarization amplitude and phase between the Stokes parameters. Besides, the influence of the polarization rotation angle on the antenna pattern computation was considered. Finally, we established a geometric correspondence between the antenna scanning beam and the earth scene. The principle for determining the parameters of the antenna temperature equation was also discussed. Stokes antenna temperature equation laid the foundation for antenna cross-polarization correction for spaceborne polarimetric microwave correlation radiometer in the future.

Keywords: polarimetric microwave radiometer, antenna cross-polarization, antenna temperature equation, coherent detection

PACS: 84.40.Ba, 42.25.Ja, 92.60.Gn

**DOI:** 10.7498/aps.62.078402

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41076118, 41005018), and the foundation of CMA key laboratory for atmospheric physics and environment (Grant No. KDW1105).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: luwenft@hotmail.com