

一种基于 Logistic 模型的突变过程性分析方法及其应用*

闫冠华¹⁾²⁾ 颜鹏程^{3)†} 侯威⁴⁾ 吴浩⁵⁾

1) (南京信息工程大学, 大气科学学院, 南京 210044)

2) (中国气象局, 气象干部培训学院, 北京 100081)

3) (西北师范大学, 物理与电子工程学院, 兰州 730070)

4) (中国气象局, 国家气候中心, 北京 100081)

5) (扬州大学, 物理科学与技术学院, 扬州 225002)

(2012年10月27日收到; 2012年11月12日收到修改稿)

传统突变检测方法往往将突变检测的关键放在“突变点”上而忽略突变事件发生、发展乃至消亡的过程. 本文提出一种新的检测突变过程的方法, 其基于 Logistic 模型推导出能够反应均值突变过程的分段函数, 利用分段函数对实际时间序列进行参数提取, 借助参数的物理意义, 研究分析完整的突变过程, 从而加深对突变过程性的理解和认识, 为进一步研究突变的形成机理、影响因素乃至发展趋势奠定重要的科学基础. 文章还对太平洋年代际振荡 (PDO) 指数进行突变过程性检测, 发现 1940/1942, 1977, 1987 年开始序列发生突变, 突变持续时间锁定在某些固定值, 并且系统相图表明一般性系统存在三种基本的状态.

关键词: 均值突变, 参数提取, 突变过程, 突变持续时间

PACS: 92.70.Aa

DOI: 10.7498/aps.62.079202

1 引言

自 Thom 在 1972 年提出突变理论^[1]以来, 突变理论被广泛应用于生物学、生态学、医学、气候学等各个领域的研究, Thom 的研究指出系统控制参数不大于 4、状态变量不大于 2 的时候系统存在最多不超过 7 种基本类型的突变. 符淙斌等^[2]归纳并定义气候系统存在四种突变类型: 均值突变、方差突变、跷跷板突变以及转折突变, 李建平等^[3]随后补充定义了回归突变、概率突变、空间型突变、分布突变以及混合型突变, 并给出突变更为完备性的定义: 对气候统计量, 一个性质的气候状态变化到另一个性质的气候状态, 期间的过渡时期远小于他们各自的维持状态, 称该统计量发生了气候突变.

由此可见, 实际存在的气候突变, 在不同系统状态间跳转的时候是存在一定的“过渡期”的. 已有的突变检测方法, 包括克拉默法 (Cramer's)、滑动 T 检验 (MTT)、山本 (Yamamoto)^[4]、Mann-Kendall (MK)^[5], 以及封国林等发展的启发式分割 (BG) 算法^[6,7]、滑动移除重标极差分析 (MC-R/S)^[8]、滑动移除近似熵 (MC-ApEn)^[9-11]等方法主要是针对突变序列中的突变“点”进行检测, 给出突变点两侧的序列存在差异作为判断突变的标准, 往往忽略了实际突变行为中的准连续性, 忽略突变事件的发生、发展乃至消亡的持续性过程.

研究突变的持续性过程, 包括对突变事件的起始时间、持续过程以及突变过程中突变幅度的大小等物理量进行分析, 对于认识突变的形成机理、影响因素以及突变自身的规律性都有着极其重要

* 国家自然科学基金 (批准号: 41175067) 和全球变化研究国家重大科学研究计划 (批准号: 2012CB955901) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: pch.yem@gmail.com

的科学价值和现实意义. 本文借助 Logistic 模型, 推导满足突变形式的分段函数, 对可能发生突变的时间序列进行相关参量提取, 通过分析提取参量对突变的过程性加以分析研究.

2 方法介绍

2.1 Logistic 模型

2.1.1 模型介绍及解的一般性讨论

Logistic 模型^[12] 被用于描述虫口扩张的非线性过程, 方程如下:

$$\dot{x} = \lambda x - \kappa x^2, \quad (1)$$

右边第一项表示虫口数量的增长率与虫口基数 x 成正比, λ 被认为是引起虫口数量增长的系数; 第二项是由于虫口之间的相互竞争引起的数目减少^[13], 减小系数用 κ 表示. 令 $v = \lambda/\kappa$, 则上述方程可作如下变形:

$$\dot{x} = \kappa x(\lambda/\kappa - x) = \kappa x(v - x). \quad (2)$$

将方程 (2) 改写为差分格式 $x_{i+1} = x_i + \tau \kappa x_i(v - x_i)$ (式中参数 τ 为积分步长), 并进行数值求解, 得到图 1 的数值结果.

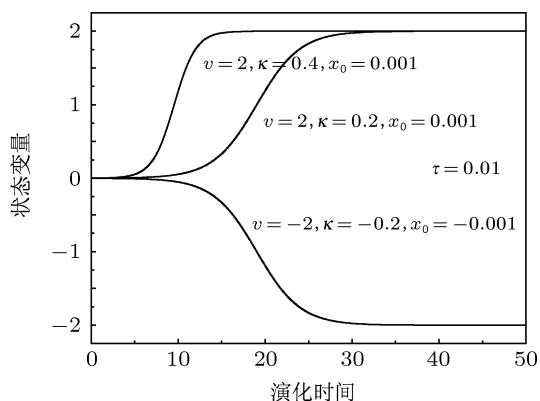


图 1 Logistic 方程的解 (三条曲线参数分别如图中所示)

可见系统在参数取值合适的时候, 总是趋近于方程的两个解 $x_1 = 0, x_2 = v$ ^[14], 其中一个解是非稳定平衡解, 另一个是稳定平衡解. 注意到方程 (2) 的解满足均值突变类型, 因此可以用之表示系统从一个平衡状态向另一个平衡状态的转变. 考虑到实际气候系统序列的突变具有从任何状态向任何状态转变的特性, 将方程 (2) 改写为以下形式:

$$\dot{x} = \kappa(x - \mu)(v - x), \quad (3)$$

μ, v 是系统的两个状态, 不妨设定 $\mu > v$, 参照文献 [11] 对方程 (2) 解的讨论, 给出方程如表 1 的稳定性.

表 1 Logistic 模型解的稳定性分析

κ	状态变量初值选取	系统最终状态
$\kappa > 0$	$x_0 < v$	不稳定、发散
	$x_0 > v$	稳定: 收敛于 $x = \mu$
$\kappa < 0$	$x_0 < \mu$	稳定: 收敛于 $x = v$
	$x_0 > \mu$	不稳定发散

2.1.2 混沌状态下的方程解

需要说明的是, Logistic 模型还是随着参数 κ 取值不同而容易出现分岔/混沌的方程, 图 2 给出几种不同参数条件下, 状态变量出现的分岔以及混沌现象.

图 2 中参数 $\mu = 2, v = -2, \tau \kappa$ 取值较大 (相比图 1 中 $\tau \kappa = 0.001$ 而言), 此时系统出现分岔/混沌现象, 图 2(a) 中, 系统状态变量分裂成两个均可稳定存在的平衡态; 图 2(b) 中在图 2(a) 分裂出来的两个平衡态的基础上, 每一支又分裂成两股, 呈现四个平衡态; 当参数 $\tau \kappa$ 取值增加到图 2(c) 中 0.65 时, 注意到此时分裂成的两股, 每股已经趋于混沌状态; 图 2(d) 中, 系统整体趋于混沌. 可见方程 (3) 中参数 κ 取值越大, 系统越趋向于混沌, 本文及以下的讨论中, 取 κ 值均较“小”, 以保证系统能够从一种平衡态转变为另一种平衡态而不出现分岔/混沌现象, 即认为此时系统发生均值突变.

2.1.3 非分岔/混沌状态下参数取值与方程解的关系

下面就系统状态发生这种均值突变的非分岔/混沌状态下的情况展开讨论, 分析系统参数取值不同时, 系统在两种状态之间相互转换时的影响情况.

图 3(a) 是参数 $v = -2, \mu = 2, \tau = 0.01$ 时, κ 取值不同时系统均值突变的情况, 可以发现 $|\kappa|$ 取值越大, 系统突变到稳定态需要的时间越短、速度越快, 表明 κ 是一个决定系统突变速度的参量; 图 3(b) 是给定参数 $\tau \kappa = 0.001, v = -2$ 时, 参数 μ 取值不同时的突变情况, 可以发现当系统从非稳定平衡态 v 向稳定平衡态 μ 突变时, 突变幅度 $\mu - v$ 不一致、突变完成时间也有差别, 且突变幅度越大, 突变变化越快, 表明系统在不同稳定状态之间变化的幅度差对突变的速度有一定的影响. 为了较好的描述不同参数下, 系统在两种状态之间的突变情况,

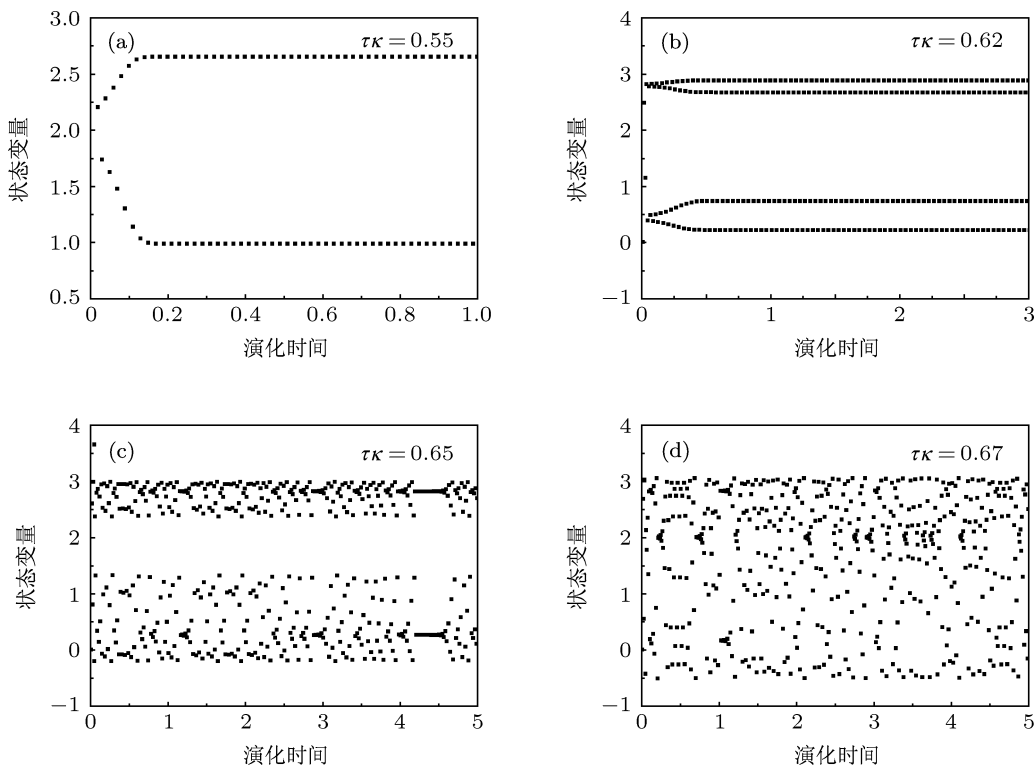


图2 Logistic 模型的混沌特性

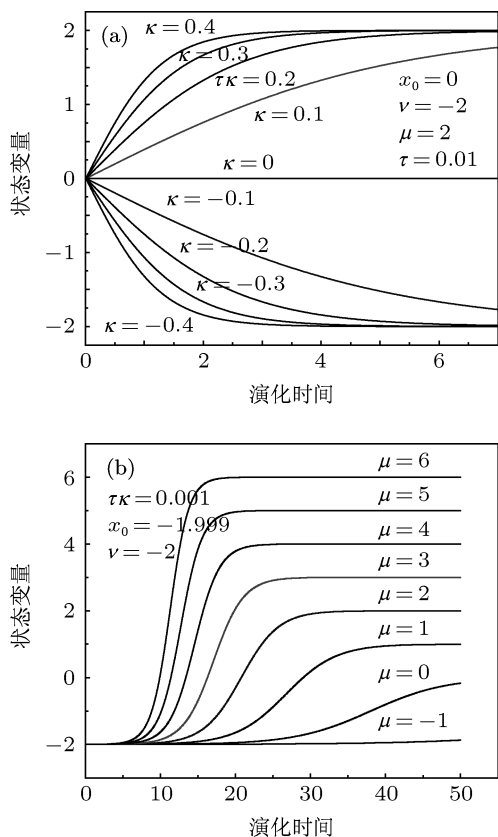


图3 Logistic 模型参数取值对系统突变的影响

定义系统在一段时间内的突变幅度与这一段时间

的比称为突变变率指数, 可用下式表示:

$$\eta = \frac{x_\alpha - x_\beta}{t_\alpha - t_\beta}, \quad (4)$$

其中 α, β 分别表示系统的两个状态 (如图 5 中所示), 再定义:

$$\theta = \frac{x_\theta - v}{\mu - v}, \quad \theta = \alpha, \beta, \quad (5)$$

表示系统所处状态与突变之前平衡态之间的差与整个突变过程中的幅度之比. 通过对 (5) 式简单变形, 可以得到系统状态变量的值

$$x_\theta = \theta(\mu - v) + v, \quad \theta = \alpha, \beta. \quad (6)$$

下面对方程 (3) 进行求解:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \kappa(x - \mu)(v - x) \\ \Rightarrow \frac{1}{\mu - v} \int_{x_0}^x \left(\frac{1}{x - v} - \frac{1}{x - \mu} \right) dx &= \kappa \int_{t_0}^t dt \\ \Rightarrow \ln \left(\frac{x - v}{x - \mu} \right) \left(\frac{x_0 - \mu}{x_0 - v} \right) &= \kappa (\mu - v) (t - t_0) \\ \Rightarrow \frac{x - v}{x - \mu} &= \frac{x_0 - v}{x_0 - \mu} e^{\kappa(\mu - v)(t - t_0)}, \end{aligned} \quad (7)$$

为简便计算, 设中间变量:

$$\xi(t) = \frac{x_0 - v}{x_0 - \mu} e^{\kappa(\mu - v)(t - t_0)} = \frac{x - v}{x - \mu}, \quad (8)$$

则

$$t = t_0 + \frac{1}{(\mu - \nu)\kappa} \ln \frac{x_0 - \mu}{x_0 - \nu} \xi(t). \quad (9)$$

再将 (6), (8), (9) 式代入突变变率定义 (4) 式, 得到如下关系成立:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{x_\beta - x_\alpha}{t_\beta - t_\alpha} \\ &= \frac{[\beta(\mu - \nu) + \nu] - [\alpha(\mu - \nu) + \nu]}{\frac{1}{(\mu - \nu)\kappa} \left(\ln \frac{x_0 - \mu}{x_0 - \nu} \xi(t_\beta) - \ln \frac{x_0 - \mu}{x_0 - \nu} \xi(t_\alpha) \right)} \\ &= \frac{\kappa(\mu - \nu)^2(\beta - \alpha)}{\ln \frac{\xi(t_\beta)}{\xi(t_\alpha)}} \\ &= \frac{\kappa(\mu - \nu)^2(\beta - \alpha)}{\ln \frac{\beta(\alpha - 1)}{\alpha(\beta - 1)}}. \end{aligned} \quad (10)$$

设比例系数 $\chi = \frac{(\beta - \alpha)}{\ln \frac{\beta(\alpha - 1)}{\alpha(\beta - 1)}}$, 则 (10) 式突变变率可以写为

$$\eta = \kappa(\mu - \nu)^2 \chi. \quad (11)$$

考虑到系数 χ 是一个仅与 α, β 相关的参量, 且 $\alpha \in [0, 1], \beta \in [0, 1]$, 则可以通过数值计算给出如下关系成立.

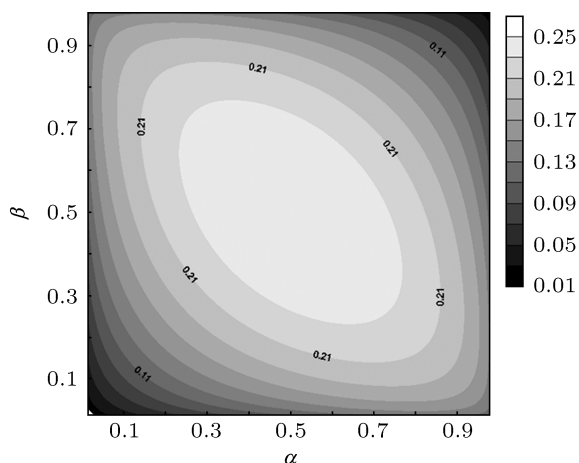


图4 系数 χ 与参数 α, β 的关系

图4给出的关系可以发现, 当参数 α, β 在一定范围内取值的时候 (图中白色区域), 对应系数 χ 的改变较小, 即可以认为对参数 α, β 选取的人为性对原方程各参数之间的函数关系可以忽略, 因此本文给定参数: $\alpha = 0.2, \beta = 0.8$.

考察 (11) 式参数的函数关系, 可以发现突变变率指数与突变参数 κ 的一次方成正比、突变幅度的二次方成正比. 由此可见突变的变化幅度越大、突变的速度越快, 突变的变率越大, 这可能也是造成诸多突变事件要么不发生, 要么发生就引起巨大灾难原因之一.

2.2 参数提取

基于以上分析可知, 对于 Logistic 模型表征的均值类型突变, 参数 μ, ν, κ 对突变的影响至关重要, 因此提出以下方案, 从实际序列中提取相关参数.

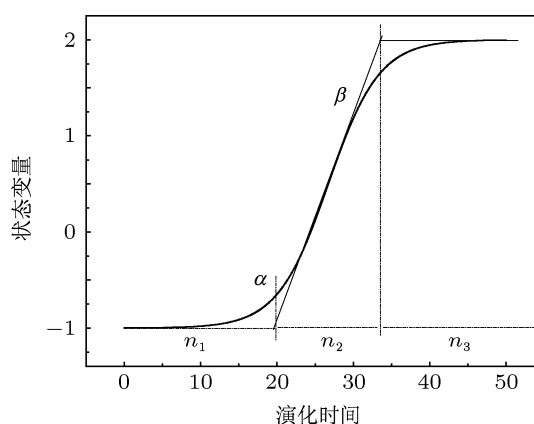


图5 对均值突变序列分段提取参数示意图

如图5所示, 对存在均值突变的时间序列 l , 将序列分割为三段子序列, 标记为 l_1, l_2, l_3 , 各子序列长度分别为 n_1, n_2, n_3 , 则序列总长度 $n = n_1 + n_2 + n_3$.

1) 序列 l_1 表示系统在非稳定平衡态的停留, 停留时间为 n_1 , 则提取参数

$$\nu = \sum_{i=1}^{n_1} x_i / n_1;$$

2) 序列 l_2 表示系统在两个状态之间转换的过渡, 根据 (4) 式定义式, 可以用这一段时间的斜率表示系统突变变率指数, 斜率使用最小二乘法进行求解

$$\eta = \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \bar{i} \cdot \bar{x}_i}{\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \bar{i}^2},$$

同时给出序列 l_2 的拟合直线方程 $x' = \eta i + \xi$, 其中 $\xi = \bar{x}_i - \eta \bar{i}$;

3) 同 1), 序列 l_3 表示系统在稳定平衡态的停留, 提取参数

$$\mu = \sum_{i=n_1+n_2+1}^n x_i / n_3.$$

基于以上三点对序列参数的提取, 可以用下面的分段函数 x' 拟合满足以上均值突变的时间序列,

$$x' = \begin{cases} v, & \text{序列 } l_1, \\ \eta i + \xi, & \text{序列 } l_2, \\ \mu, & \text{序列 } l_3. \end{cases} \quad (12)$$

为了保证对序列 l 进行最优分割, 实现最佳拟合, 各子序列在特定范围内连续变化, 其中 $n_1 \in [1, n-3], n_2 \in [2, n-n_1], n_3 = n-n_1-n_2$. 定义参数 $\delta = \sum_i (x_i - x'_i)^2$, 表示分段函数在拟合过程中实际序列与分段函数之间的残差, δ 取值最小表明分段函数拟合的效果最佳.

表 2 参数提取方案对给定参数突变序列的提取结果

编号	v			μ			η		
	给定值	提取值	误差	给定值	提取值	误差	给定值	提取值	误差
1	-4.0000	-3.9527	0.0473	1.0000	0.9679	0.0321	0.1000	0.0929	0.0071
2	-4.0000	-3.9530	0.0470	1.0000	0.9946	0.0054	0.3000	0.2745	0.0255
3	-4.0000	-3.9510	0.0490	1.0000	0.9978	0.0022	0.5000	0.4527	0.0474
4	-4.0000	-3.9270	0.0730	4.0000	3.9780	0.0220	0.1000	0.0922	0.0078
5	-4.0000	-3.9198	0.0802	4.0000	3.9958	0.0042	0.3000	0.2763	0.0237
6	-4.0000	-3.9209	0.0791	4.0000	3.9983	0.0017	0.5000	0.4556	0.0444
7	-4.0000	-3.9031	0.0970	7.0000	6.9814	0.0186	0.1000	0.0918	0.0082
8	-4.0000	-3.8917	0.1083	7.0000	6.9959	0.0041	0.3000	0.2783	0.0217
9	-4.0000	-3.8771	0.1229	7.0000	6.9986	0.0014	0.5000	0.4682	0.0318

表 2 是对方程 (3) 给定参数之后用上述方法进行参数提取的结果, 注意到除却斜体的两个 v 值误差较大之外, 其余参数提取误差在百/千分位量级, 这是可以接受的. 另外, 当参数 v, μ 取值一定时, μ 的误差随着 η 的增大而逐渐减小, η 的误差随着自身的增大而增大; v, η 取定时, μ 的误差随着自身的增大而逐渐减小, η 的误差随着 μ 的增大而增大; v 的误差与 μ 相关, μ 越大其误差也越大. 综上可以认为 μ 越大、 η 越小, 即突变幅度越大、变化越缓慢的突变类型参数提取精度越高.

2.3 观察窗口与突变标准的设定

文献 [3] 在给出突变的完备性定义的同时也强调, 气候突变具有多时间尺度性, 诸如短期月季尺度上的气候突变、中期年际尺度上的气候突变、长期年代际尺度上气候突变, 除此之外还有地质尺度上的气候突变等. 因此, 在不同的时间尺度下观察相同时间段的气候突变, 可能得到不同的结果, 对已有的时间序列, 截取其中的一段进行研究, 考察这一时期内序列的突变情况, 称截取的这一段序列为观察窗口.

对给定时间序列 l , 长度记为 m , 选取长度为 n 的子序列 l' 作为观察窗口, l' 的选取范围遍历原序

列 l , 用 i 标记, 则 $i \in [n+1, m]$. 对任意子序列 l' , 作 2.2 中的拟合分析, 提取合适的参数 v_i, μ_i, η_i . 并定义突变幅度 $\omega_i = |v_i - \mu_i|$ 作为标记每一个子序列的参量, 通过统计 ω 的分布给出判断原序列 l 发生突变的标准: 对参量 ω 的分布函数 $\varphi(\omega)$ 进行积分, 如果落点在 $\int \varphi(\omega) d\omega = \Omega$ 以外的, 认为发生突变, 根据时间序列的自由度不同, Ω 选取合适的值.

3 方法应用 —— PDO 指数序列的参数分析

3.1 资料

本文所用 PDO 指数资料下载自 <http://jisao.washington.edu/pdo> (美国华盛顿大学大气科学学院网站), 数据长度为 1900 年 1 月至 2012 年 9 月, 共 1353 个月数据. 基于以上分析方法, 通过改变观察窗口对不同气候尺度下指数序列存在的几次突变过程进行分析研究, 研究中观察窗口分别取 10a, 20a 和 30a.

3.2 PDO 指数序列的参数及其突变检测

对数据资料进行方法 2 提取相关参数, 通过观察窗口在原序列上滑动拟合, 得出逐次突变幅度参

量 ω_i , 统计该参量, 得到图 6 分布, 其中黑色柱状图表示观察窗口取 10a 时突变幅度参数的概率分布, 黑色曲线是 Gauss 拟合的结果; 红色和蓝色分别表示观察窗口取 20a 和 30a 的 ω_i 分布及其 Gauss 拟合结果. 发现尽管观察窗口取值不一致, 但是 ω_i 总是满足 Gauss 分布, 因此可以通过查表给出 2.3 中的突变判断标准, 当 ω_i 的分布函数积分超过 98%, 时有如下关系成立:

$$|\omega_i - E(\omega_i)| > 2.05\sigma(\omega_i), \quad (13)$$

其中 $E(\omega_i), \sigma(\omega_i)$ 分别是参数的均值和方差, 此时认为在 i 时刻检测到此前的观察窗口中存在突变序列, 突变时刻为 $i - m + n_1$.

图 7 给出不同观察窗口下的 PDO 指数序列、参数 ω 和 κ 的关系, 其中图 7(b), (c), (d) 虚线是判断标准 $\omega = E(\omega_i) \pm 2.05\sigma(\omega_i)$. 短竖线是突变幅度参数的提取结果, 突变幅度超过给定标准的时候, 确定为突变年份, 如表 3 给出判别结果. 滑动窗口取值不同的情况下, 均能检测得到 1940/1942 年左

右开始发生突变, 图中虚线圆圈标记位置; 1977 年开始的突变仅在滑动窗口选取 10a/20a 的时候有所体现, 表明此次突变可能仅在 10—20a 的尺度上发生, 对于更大尺度上不当做突变事件; 1987/1989 年开始的突变事件同样仅在滑动窗口选取为 10a 的时候检测到, 表明此次突变对于更长时间尺度而言不能被看做突变事件.

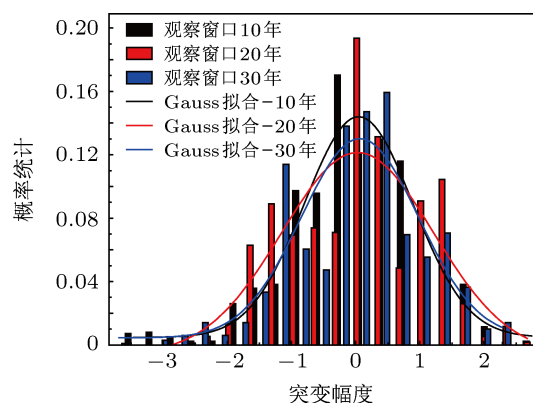


图 6 不同观察窗口下突变幅度统计分布

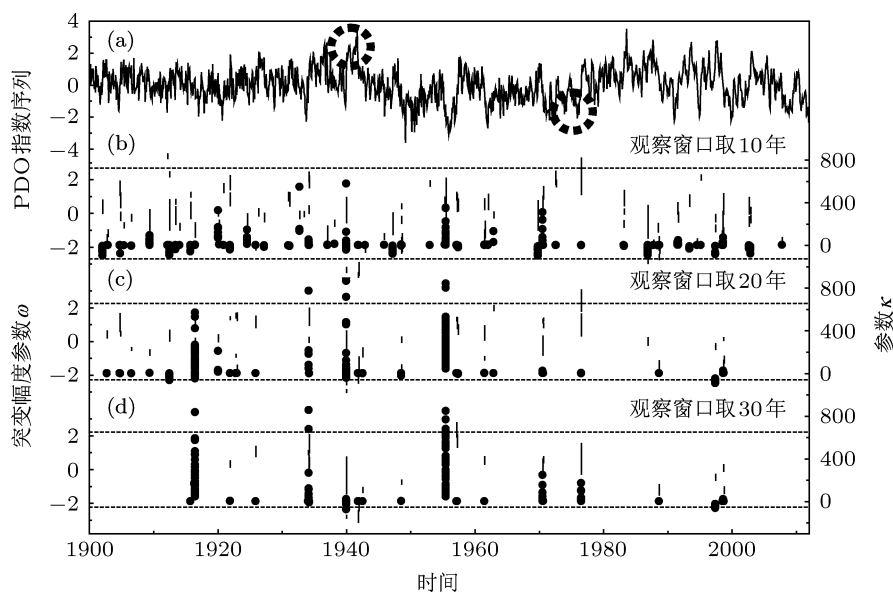


图 7 PDO 指数序列及参数 ω, κ 的提取结果

表 3 不同观察窗口下突变发生开始时刻

	观察窗口 10 年	观察窗口 20 年	观察窗口 30 年
突变开始时刻	1940/1942	1940/1942	1940/1942
	1977	1977	—
	1987/1989	—	—

对于参数 κ 的提取结果如图中灰色圆点所示,

可以发现, 绝大部分的 κ 值均在 0 附近, 表明系统的混沌性比较弱, 此时模型是适用的; 而在 1916, 1934, 1940, 1955 和 1971 年的拟合过程中 κ 值较大, 对具体时间序列分析发现, PDO 指数序列这几次的发生明显的拐点, 因此可能造成 κ 值的求解异常偏大, 但是不能排除这期间系统混沌状态偏强的可能, 对于此时模型的实用性需要进一步考察研究.

3.3 突变持续时间

利用方法 2 对序列拟合过程中得到的突变持续时间, 分析 PDO 指数序列在每一个观察窗口下的“突变过程”, 考察突变持续时间的统计特性. 图 8 给出不同观察窗口下, 各子序列的突变持续时间

统计分布, 一个较为固定的突变持续时间锁定在 48 个月 (图中实线, 下同; 如 1987 年的突变), 与之类似的 80 个月 (如 1977 年的突变) 也作为固定的突变持续时间出现在三次检测过程中; 而突变持续时间表现为 120 个月 (如 1940/1942 年的突变) 分别在观察窗口取 20a 和 30a 时的检测中出现.

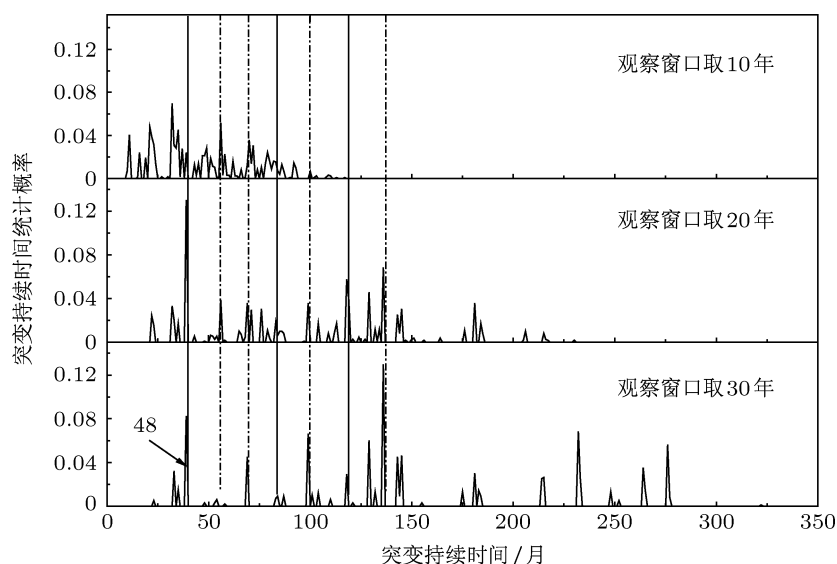


图 8 突变持续时间统计分布

值得注意的是, 还存在一些比较显著的特定突变持续时间 (图中虚线标记位置) 72, 100 个月等在表 3 的检测中并没有出现, 这可能与选取的观察窗口以及判断标准大小有关, 通过改变观察窗口大小、放宽判定突变的标准之后能够得出这种突变持续时间对应的突变时刻. 对于 PDO 指数序列中存在的固定突变持续时间, 一种可能的原因是驱动 PDO 指数序列的动力学系统具有一定的时效性, 在一段持续性过程中动力学系统施加强迫使得 PDO 序列发生跃变, 撤去强迫之后, 序列稳定在一个平衡状态.

3.4 突变系统“始 - 末状态”在相空间中的分布情况

对每一个观察窗口内的子序列进行拟合的过程中, 总是能够得到系统的非稳定平衡态 ν 和稳定平衡态 μ , 认为这是在观察窗口下系统发生突变的初值和末状态, 当系统稳定在一个状态时, 其始 - 末状态对应为相空间的一个点. 分析 $\nu - \mu$ 的空间分布, 有助于了解不同尺度下的气候突变系统演化情况, 下面对观察窗口分别取 10a, 20a 和 30a 的情况

下, 系统状态保持情况进行考察.

当序列为没有发生突变的时候, 总有 $\nu = \mu$ 成立, 此时系统状态是保持在相空间对角线上的定点. 如图 9(a) 中对角线上标记的斜短线上, 系统初值和末状态都稳定在 $(-1, 1)$ 之间; 观察窗口取 20a 和 30a 的时候 (图 9(b), (c)) 没有 (很少) 出现 $\nu = \mu$ 的情况, 表明系统不能在这个尺度上始终保持稳定存在.

当系统存在突变、并且这一突变已经由一个平衡状态完成到另一个平衡状态转变的时候, $\nu - \mu$ 函数关系表现为平行于对角线. 如图 9(a) 中系统两条平行于对角线的短线, 其中 $\nu < \mu$ 的部分表明系统状态变量增加、 $\nu > \mu$ 表明系统状态变量减小; 观察窗口取 20a 时, 系统仅有增突变; 观察窗口取 30a 的时候, 系统仅存在减突变.

当系统突变过程尚未完成、仍然在进行的时候, 如初值逐次增加、末状态保持不变或初值保持不变、末状态逐次增加, 认为该观察窗口下检测到序列的突变正在进行, 此时系统的 $\nu - \mu$ 关系表现为关于 x 轴或 y 轴平行的直线. 如图 9(a) 中 $\nu < \mu$ 的三条竖线表明系统正在进行突变增加、 $\nu > \mu$

的竖线表明系统正在进行突变减少, $v < \mu$ 的横线表示系统已经由较小的状态增长至一个稳定值、 $v > \mu$ 的横线表示系统已经由较大的状态减小至一个稳定值; 图 9(b), (c) 中同样存在系统正在进行的突变过程, 不再赘述.

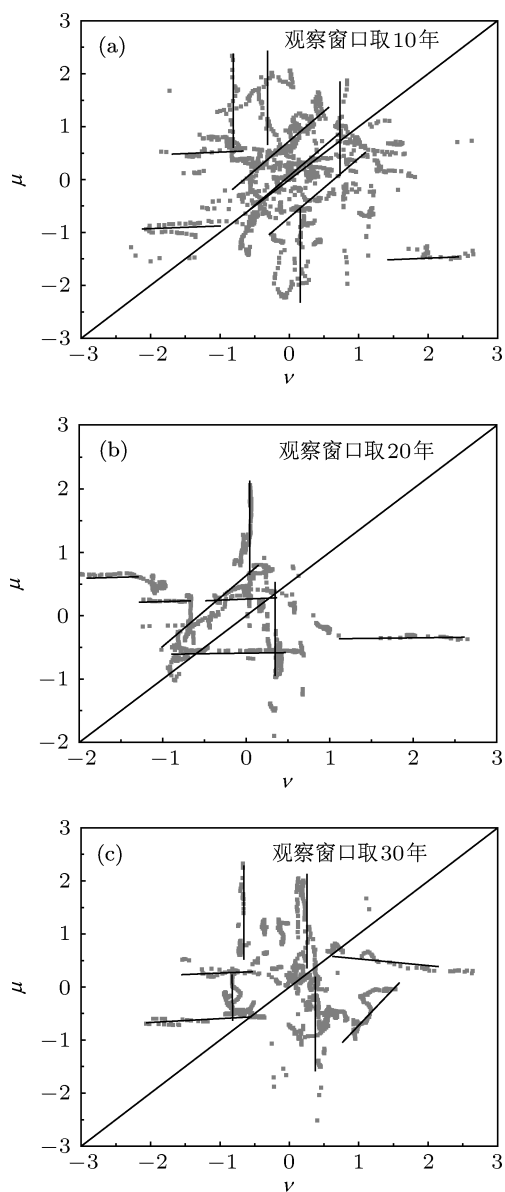


图 9 突变始末状态相图

4 结论

本文通过生物学模型——Logistic 模型, 推导出能够表示均值突变分段函数, 用该分段函数去拟合实际序列, 从而提取模型的参数, 通过分析提取的参数, 对均值类突变过程进行分析, 得出以下结论:

1. 突变变率与引起系统状态变量减小的参数 κ 的一次方以及反应突变变化幅度的参数 $|v - \mu|$ 的二次方成正比;
2. 同一序列、不同观察窗口下检测到的突变位置和突变持续时间是一致的, 但是观察窗口放大之后有些年份的突变不能被检测出来;
3. 对 PDO 指数序列的突变持续时间进行检测发现, 突变持续时间具有一定的离散型, 存在某些特定的突变持续时间, 如 4a, 6—7a, 10—11a 等.
4. 考察突变系统“始 - 末状态”相空间分布, 发现不同观察窗口下检测到的突变保持状态大致分为三种情况. 1) 不存在突变, 系统保持在一个定值; 2) 突变已经完成, 包括增突变和减突变两种情况; 3) 突变正在进行, 包括增/减至平衡、平衡向增/减方向发展四种情况.

如文献 [3] 对突变持续过程进行的定义那样, 突变持续过程相对于其在平衡态而言应该是非常短暂的, 但是可以通过收缩观察窗口的时间尺度, 考察突变的发生过程. 文章借助于参数方程实现了对均值类型的突变过程进行分析, 但是一定程度上也存在一些不足, 如 1) 实际气候资料时间序列是否服从 Logistic 下的均值突变模型, 2) 在判定突变发生标准的时候, 对给定的突变幅度指数分布是否严格意义上服从 Gauss 分布, 3) PDO 指数序列的突变过程持续性时间为定值是否与驱动该指数的动力系统相关, 都是需要亟待解决的问题, 还需要进行大量的基础性工作.

[1] Thom R 1972 *Stability Structural and Morphogenesis* (Sichuan:Sichuan Education Press) p73 (in Chinese) [雷内·托姆 1972 结构稳定性与形态发生学 (四川: 四川教育出版社) 第 73 页]
 [2] Fu C B, Wang Q 1992 *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* **16** 482 (in Chinese) [符淙斌, 王强 1992 大气科学 **16** 482]
 [3] Li J P, Chou J F, Shi J E 1996 *Journal of Beijing Meteorological college* **17** (in Chinese) [李建平, 丑纪范, 史久恩 1996 北京气象学院 **17**]
 [4] Yamamoto R, Iwashima T, Sanga N K 1985 *J. Meteor. Soc.* **63** 1157

[5] Goossens C, Berger A 1986 *Annals of Geophysics* **4** 385
 [6] Feng G L, Gong Z Q, Dong W J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5494 (in Chinese) [封国林, 龚志强, 董文杰, 李建平 2005 物理学报 **54** 5494]
 [7] Gong Z Q, Feng G L, Wan S Q, Li J P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 477 (in Chinese) [龚志强, 封国林, 万仕全, 李建平 2006 物理学报 **55** 477]
 [8] He W P, Deng B S, Wu Q, Zhang W, Cheng H Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8264 (in Chinese) [何文平, 邓北胜, 吴琼, 张文, 成海英 2010 物理学报 **59** 8264]

- [9] He W P, He T, Cheng H Y, Zhang W, Wu Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **60** 049202 (in Chinese) [何文平, 何涛, 成海英, 张文, 吴琼 2012 物理学报 **60** 049202]
- [10] Jin H M, He W P, Hou W, Zhang D Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 069201 (in Chinese) [金红梅, 何文平, 侯威, 章大全 2012 物理学报 **61** 069201]
- [11] Jin H M, He W P, Zhang W, Feng A X, Hou W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 129202 (in Chinese) [金红梅, 何文平, 张文, 冯爱霞, 侯威 2012 物理学报 **61** 129202]
- [12] Robert M. May 1976 *Nature* **261** 459
- [13] Liu B Z, Peng J H 2004 *Nonlinear Dynamics* (Beijing: Higher Education Press) p215-218 (in Chinese) [刘秉正, 彭建华 2004 非线性动力学 (北京: 高等教育出版社) 第 215—218 页]
- [14] Yan P C, Hou W, Hu J G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 189202 (in Chinese) [颜鹏程, 侯威, 胡经国 2012 物理学报 **61** 189202]

A method of abrupt change process analysis based on Logistic model and its applications*

Yan Guan-Hua¹⁾²⁾ Yan Peng-Cheng^{3)†} Hou Wei⁴⁾ Wu Hao⁵⁾

1) (*Nanjing University of Information Science & Technology, School of Atmospheric Sciences, Nanjing 210044, China*)

2) (*Training Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081, China*)

3) (*College of physics and electronic engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China*)

4) (*National Climate Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081, China*)

5) (*Department of Physics, Yangzhou University, Yangzhou 225002, China*)

(Received 27 October 2012; revised manuscript received 12 November 2012)

Abstract

The traditional detection method of abrupt change may pay more attention on the “point of abrupt change” and neglect the process of its onset, development and extinction. This paper has proposed a new detection method to obtain the abrupt change process (ACP); it can extract suitable parameters from real time series by using a piecewise function which is based on a logistic model that reflects the ACP. With the help of parameters’ physical meaning, we researched and analyzed the whole ACP, deepened the understanding and awareness of ACP, to lay the scientific foundation for further study on the formation mechanism, affecting factors and trends of the abrupt change. Besides, by detecting the PDO time series’ ACP, we also find that the time series began to change in 1940/1942, 1977, 1987, and the duration of abrupt change is locked in some fixed values; furthermore, the phase graph of the system showed that a normal system world have 3 basic states.

Keywords: mean abrupt change, extract parameters, abrupt change process, duration of abrupt change

PACS: 92.70.Aa

DOI: 10.7498/aps.62.079202

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41175067), and the Global Change Research of Major National Scientific Research Plan (Grant No. 2012CB955901).

† Corresponding author. E-mail: pch.yem@gmail.com