

# 过模结构表面波振荡器模式选择

李小泽<sup>1)†</sup> 滕雁<sup>1)2)</sup> 王建国<sup>1)</sup> 宋志敏<sup>1)2)</sup>

张黎军<sup>1)</sup> 张余川<sup>1)</sup> 叶虎<sup>1)</sup>

1) (西北核技术研究所, 西安 710024)

2) (高功率微波技术重点实验室, 西安 710024)

(2012年11月14日收到; 2012年12月28日收到修改稿)

过模结构能提高器件的功率容量和工作频率, 能使器件工作在低磁场状态, 越来越多的器件采用过模结构. 但是过模结构允许多个模式同时存在, 这可能会引起模式竞争问题. 本文通过理论分析和数值计算, 研究了过模结构模式选择问题. 计算结果表明, 通过选择合适的结构参数和电参数, 使得器件工作在行波状态, 可以实现不同横向模式的选择. 在此基础上, 通过选择合适的电子束和结构参数, 能实现不同纵向模式的选择. 对计算结果进行了粒子模拟验证, 与理论分析符合较好, 达到了模式选择的目的.

**关键词:** 过模结构, 模式选择, 色散关系, 表面波振荡器

**PACS:** 41.20.-q, 41.20.Jb, 41.60.Bq, 52.65.Rr

**DOI:** 10.7498/aps.62.084103

## 1 引言

高功率微波 (HPM) 在国防、科技、工业等领域有广泛的应用前景. 目前高功率微波器件发展的两个趋势是: 1) 提高功率水平; 2) 提高输出信号频率. 在功率水平为 3 GW 的器件中, 电场强度可达 1 MV/cm, 器件内局部区域可能存在击穿现象, 影响器件效率, 造成脉冲缩短甚至截止<sup>[1,2]</sup>. 另一方面, 随着频率向太赫兹波段提高, 器件的尺寸越来越小. 这对器件的加工、装配提出了更高的要求.

在这种情况下, 越来越多的器件采用过模结构<sup>[3-7]</sup>. 过模结构有如下三方面的优点: 1) 在相同频率下, 器件的功率容量高; 2) 器件的尺寸保持一定情况下, 过模结构可以工作在更高频率; 3) 过模结构更容易实现低磁场工作<sup>[6,8]</sup>, 从而大大降低系统的尺寸、重量以及能耗. 但是过模器件可能存在电子束与多个模式同时相互作用, 不同模式之间相互竞争等问题, 而模式竞争会引起器件效率下降, 甚至截止等问题. 文献[6]定性分析了过模结构模式竞争问题, 但没有进行进一步的定量分析. 文献

[9]使用传输线理论对过模结构器件的纵向模式选择进行了研究, 但是没有考虑电子束对模式选择的影响. 所以必须研究过模结构模式竞争问题, 通过合理选择器件工作参数来避免模式竞争, 保证器件正常工作.

本文从过模结构工作原理和色散关系出发, 通过计算过模结构的冷腔与热腔色散关系, 研究过模结构模式竞争问题, 并用粒子模拟来验证, 为过模结构器件设计提供一定的参考.

## 2 过模器件工作点选择

增大器件高频结构的横向尺寸, 使得  $D/\lambda > 1.76$ , 其中  $D$  为器件的横向尺寸,  $\lambda$  为器件工作波长, 导致器件高频结构由“单模”变为“过模”, 即对于所产生微波的信号, 允许  $TM_{02}$  等高阶模存在, 这类器件被称为过模器件 (ovemoded device). 为提高加工精度, 降低加工难度, 本文采用如图 1 所示的横截面为矩形的轴对称慢波结构, 结构参数为:  $R = 3$  mm,  $L = 0.72$  mm,  $W = 0.36$  mm,  $d = 0.35$  mm.

† 通讯作者. E-mail: Volk001@163.com

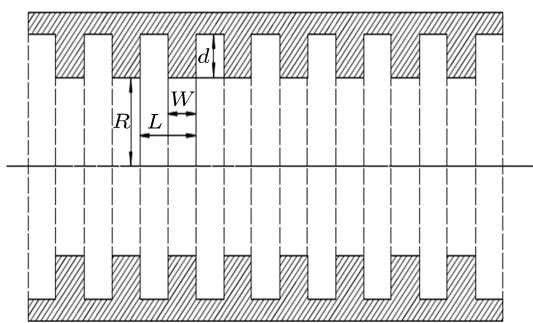


图1 矩形慢波结构

在无限长周期结构传播的  $TM_{0n}$  波, 可以分解为无数阶空间谐波叠加, 纵向电场可以表示为

$$E_z(z, r, t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n J_0(\chi_n r) e^{i(k_n z - \omega t)}, \quad (1)$$

其中,  $\chi_n^2 = \omega^2/c^2 - k^2$ ,  $k_n = k_0 + 2n\pi/L$ ,  $\omega$  为信号角频率,  $c$  为真空波速,  $L$  为慢波结构周期长度,  $J_0$  为零阶 Bessel 函数, 当  $\chi_n$  为虚数时,  $J_0$  变为修正 Bessel 函数  $I_0$ . 选择合适的慢波结构参数与电子束参数, 使得所有谐波包括零次谐波都为慢波. 此时轴向电场  $E_z$  在接近慢波结构表面处有极大值, 随着离表面距离增大而迅速衰减. 图 2 为表面波振荡器器件工作原理示意图, 横坐标为信号的纵向波数, 纵坐标为信号的频率, 电子束 Doppler 线与横向模式的交点反映了器件的工作点. 如果电子束 Doppler 线与色散曲线的交点在图 2 中阴影部分内, 有  $k_0 > k_c = \omega/c$ , 则  $\chi_0$  为虚数, 并且有  $k_0 < k$ ,  $n > 0$ ,  $\chi_n^2 < 0$ , 则  $\chi_n$  都为虚数. 这时有

$$E_z(r, z, t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n I_0(\chi_n r) e^{i(k_n z - \omega t)}. \quad (2)$$

从零次谐波开始, 谐波的场分布都由修正 Bessel 函数描述. 如果有  $v_{pn} = \omega/k_n < \omega/k_c = c$ , 相速度小于光速因而称之为慢波, 能与电子束发生 Cerenkov 相互作用. 根据修正 Bessel 函数特点, 高频结构内表面场强最大, 形成表面波, 所以称为表面波振荡器 (SWO). 电子束 Doppler 线与色散曲线的交点既有可能位于  $\pi$  点的左侧, 也有可能在  $\pi$  点的右侧 ( $\pi$  点为图 2 中纵向波数  $k_z = \pi/L$  的点, 简称  $\pi$  点). 所以与电子束相互作用的谐波可以是基波, 也可以是负一次谐波. 如果选择合适的电子束电压, 确保电子束与  $TM_{01}$  模式色散曲线的交点在  $\pi$  点的左侧, 和基波相互作用, 电子束和其他模式的交点在  $\pi$  点的右侧, 和高次谐波相互作用. 一

般地, 基波的幅度大于高次谐波, 电子束和基波相互作用强度更加强烈, 从而保证  $TM_{01}$  模式优先起振, 从而实现模式选择.

器件工作在表面波状态的必要条件是电子束 Doppler 线与色散曲线的交点在  $\pi$  点左侧, 位于第一布里渊区, 与基波相互作用, 即  $k_c = \omega/c < \pi/L$ , 得到  $L < c/2f$ . 假设器件的工作频率为 0.150 THz, 则器件的周期长度要小于 1 mm. 实际上器件的工作点由电子束 Doppler 线与色散曲线相交点确定, 对于周期长度的要求更加严格.

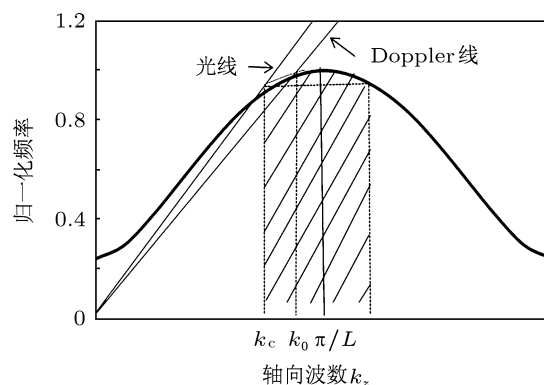


图2 SWO 工作示意图

利用 superfish 软件可以计算出  $TM$  模式的场分布, 慢波结构参数与前面相同.  $TM_{01}$  与  $TM_{02}$  模式的频率分别为 0.15 THz 和 0.185 GHz, 从图 3 中可以看出, 器件内行波为  $TM_{01}$  模式时, 器件表面场线较密, 场强较强, 呈表面波特性. 在一个周期内, 电磁场相位变化  $180^\circ$ . 对于  $TM_{02}$  模式, 表面场强小, 而轴线上场强较强, 呈体积波特征. 慢波结构的存在, 某个频率下, 使得高频结构能激励起  $TM_{01}$  模式表面波, 而对于  $TM_{02}$  模式来说, 慢波结构相当于微扰, 电场分布与通常圆柱腔的  $TM_{02}$  模的场分布基本一致.

对于相对论返波管 (RBWO), 电子束与  $TM_{01}$  模式相互作用产生的电磁波依靠位于慢波结构上游的反射结构如截止颈或谐振反射器, 阻止向二极管区域传播电磁波. 但是对于过模器件 SWO, 很难找到一种反射结构, 既能有效地反射电磁波, 又不干扰电子束的正常传输. 截止颈的方法对过模结构不适用, 谐振反射器的反射效果较难满足技术要求, 所以使器件工作在行波状态是一种较好的选择. 这样可以尽量减少进入二极管区域的电磁波, 减小对电子束的干扰.

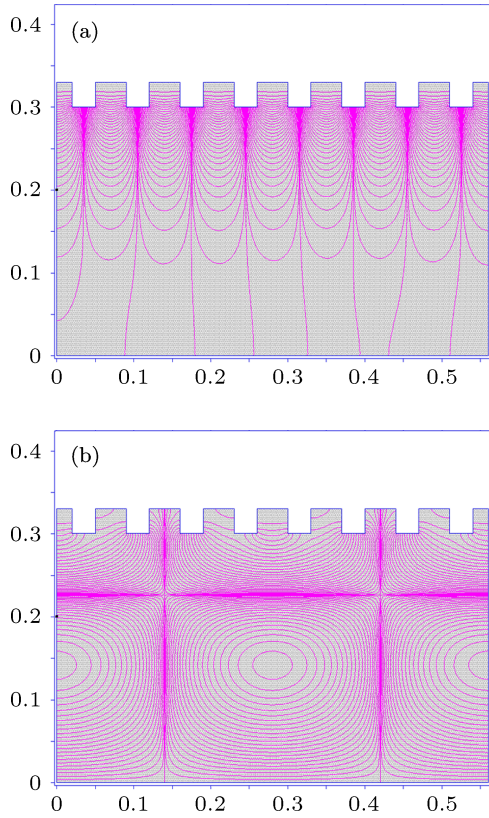


图3 SWO内慢波结构场分布 (a)  $TM_{01}$  模式  $\pi$  模的场分布; (b)  $TM_{02}$  模式场分布

### 3 模式选择

上述是定性分析器件的工作点,下面通过求解慢波结构的色散方程来半定量分析器件的工作特性,获得器件工作时模式图像.

为简化计算,做如下假设: 1) 慢波结构无限长; 2) 磁场无限大,电子只有纵向运动; 3) 电子束流无限薄; 4) 小信号假定:  $J = J_0 + J'$ ,  $\rho = \rho_0 + \rho'$ ,  $v = v_0 + v'$ , 且微扰分量远小于直流分量.

在  $0 \leq r \leq r_b$  范围内, 电磁场有:

$$\begin{cases} E_r = -j \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tau_n \beta_n [A_n I_0(\tau_n r)] e^{-j\beta_n z}, \\ E_\theta = 0, \\ E_z = - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tau_n^2 [A_n I_0(\tau_n r)] e^{-j\beta_n z}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} H_r = 0, \\ H_\theta = -j\omega\epsilon_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tau_n [A_n I_1(\tau_n r)] e^{-j\beta_n z}, \\ H_z = 0. \end{cases} \quad (4)$$

在  $r_b \leq r \leq r_w$  范围内:

$$\begin{cases} E_r = -j \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tau_n \beta_n [C_n I_1(\tau_n r) - D_n K_1(\tau_n r)] e^{-j\beta_n z}, \\ E_\theta = 0, \\ E_z = - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tau_n^2 [C_n I_0(\tau_n r) + D_n K_0(\tau_n r)] e^{-j\beta_n z}, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} H_r = 0, \\ H_\theta = -j\omega\epsilon_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tau_n [C_n I_1(\tau_n r) - D_n K_1(\tau_n r)] e^{-j\beta_n z}, \\ H_z = 0. \end{cases} \quad (6)$$

$r_b$ ,  $r_w$  分别为电子束半径和慢波结构半径, 其中纵向波数与横向波数关系为

$$\begin{cases} \beta_n^2 = k^2 + \tau_n^2, \\ \beta_n = \beta_0 + \frac{2n\pi}{p}, \\ k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0. \end{cases} \quad (7)$$

在外导体表面电场的切向分量等于零:

$$\mathbf{E}(R(z)) \cdot \mathbf{i}_t = 0, \quad (8)$$

$\mathbf{i}_t$  为边界切向分量

$$\hat{\mathbf{i}}_t = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{-2n\pi a_n}{L \cdot \sin(2n\pi/L)z} + \frac{-2n\pi b_n}{L \cdot \cos(2n\pi/L)z} \right] \cdot \hat{\mathbf{i}}_r + \hat{\mathbf{i}}_z. \quad (9)$$

根据 (8) 式可以写成矩阵的形式:

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{A} = 0, \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} D_{mn} = & \left( \tau_n^2 + \frac{2(m-n)\pi}{p} \beta_n \right) \int_{-\frac{p}{2}}^{+\frac{p}{2}} [I_0[\tau_n(R_{out}(z))] \\ & + \alpha I_0(\tau_n r_b) \{ I_0(\tau_n r_b) K_0[\tau_n(R_{out}(z))] \\ & - K_0(\tau_n r_b) I_0[\tau_n(R_{out}(z))] \}] \\ & \times \cos \frac{2(m-n)\pi z}{p} dz. \end{aligned} \quad (11)$$

当馈入电流为零, 即  $\alpha = 0$ , 则方程退化为冷腔色散方程. 要使方程有解, 系数矩阵行列式应当为零:

$$\det(\mathbf{D}) = 0, \quad (12)$$

这就是需要求解的慢波结构色散关系特征方程. 对于一个特定的纵向模式  $\beta_0 p = \Phi_0$ , 其解为一个复频率:

$$\omega = \omega_r + j\omega_i, \quad (13)$$

如果  $\alpha = 0$ , 则有  $\omega_i = 0$ , 方程存在实数解. 在实际数值求解特征方程时, 可以根据解的收敛程度及所要求的精度, 截取有限阶矩阵对色散关系进行求解.

需要指出的是, 尽管上述理论方法及求解过程和单模结构是完全相同的, 但是由于采用过模结构, 不同模式之间不存在禁带, 即使在第一个布里渊区, 同一个频率对应着多个模式, 同一纵向波数对应多个频率, 因而求解起来更加复杂, 首先求解冷腔色散曲线, 令  $\alpha = 0$ , 采用二分法求解方程.

图 4 为计算得到的色散曲线. 从图 4 中可以看出, 过模结构冷腔色散曲线有如下特点: 不同模式之间不存在禁带, 同一个工作频率可能对应着不同的模式, 器件工作时, 可能造成不同横向模式间的竞争. 这就需要我们谨慎选择工作点, 尽量避免模式竞争. 同一模式内, 频率的上下限间距很大, 频带很宽. 比如  $TM_{01}$  模式, 频率的下限为 36.5 GHz, 上限为 0.150 THz, 相差 4 倍. 过模结构  $TM_{01}$  模式的下限和同半径的单模结构频率相近. 普通的 BWO 带宽较小, 一般  $TM_{01}$  频带上下限相差 1 倍左右. 可以利用过模结构色散关系的这个特性, 使器件工作在  $\pi$  点附近, 从而在保证慢波结构半径较大的基础上, 提高器件的工作频率.

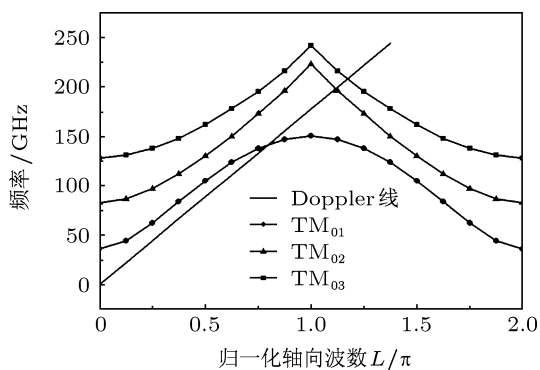


图 4 冷腔色散曲线

从冷腔计算结果来看, 在一定的慢波结构参数下, 可以通过改变电子束电压, 使得电子 Doppler 线与  $TM_{01}$  模式的交点在  $\pi$  点的左侧, 位于第一布里

渊区, 与  $TM_{01}$  模式的基波相互作用. 而与其他高次模式的交点位于第二布里渊区, 与这些模式的高次谐波相互作用, 这就实现了横向模式的选择.

当  $\alpha \neq 0$ , 计算过模结构热腔色散关系. 采用雅可比方法求解方程, 时空因子为  $e^{j(\omega t - k_z z)}$ . 下面是一些计算的结果, 增长率的定义为  $\eta = \omega_i$ , 单位为  $1 \text{ ns}^{-1}$ . 增长率越大, 表明信号随时间增长越快, 相应的模式也越容易起振. 某个模式优先起振后, 会抑制其他模式起振, 从而实现模式选择.

从图 5 中可以看出, 随着电子束与慢波结构的距离变小, 增长率迅速增大, 这是显而易见的. SWO 器件场集中在慢波结构的表面, 电子束越靠近慢波结构, 波束耦合阻抗越大, 器件也越容易起振. 在实验上, 电子束存在横向运动, 电子束不能无限制靠近慢波结构, 必选选择合适的电子束与慢波结构距离, 既保证电子束稳定传输, 又能实现波束有效作用.

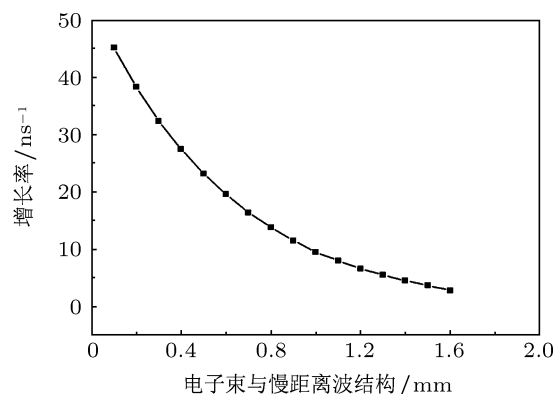


图 5 增长率随电子束与慢波结构距离的变化

选择合适的参数, 使得器件在  $\pi$  点附近 (包括行波区域和返波区域) 小范围内有较大的增长率. 这就限定了器件工作区域, 同时保证在一定的电压范围内器件输出频率的稳定性. 器件只是在近  $\pi$  模式处一个很小的范围内的特定纵向模式增长率不为零, 说明过模结构有较强的纵向模式选择特性. 在不同的电压下, 器件都能在一定的范围内有较大的增长率, 随着电压的增加, 增长率最大点逐渐向行波区域移动, 这与冷腔色散曲线是一致的. 所以对于一定的慢波结构, 必须保证电子束电压高于一定值, 使得增长率的最大点位于行波区域.

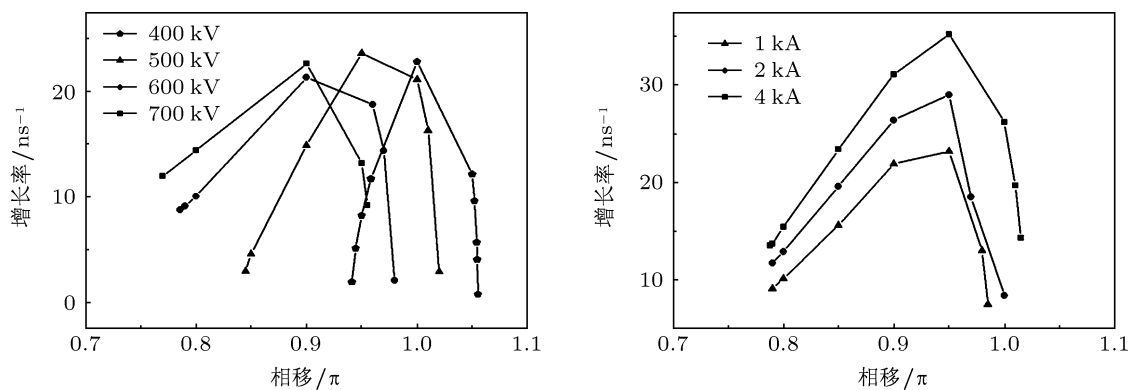


图6 在不同的电压电流下增长率随相移的变化

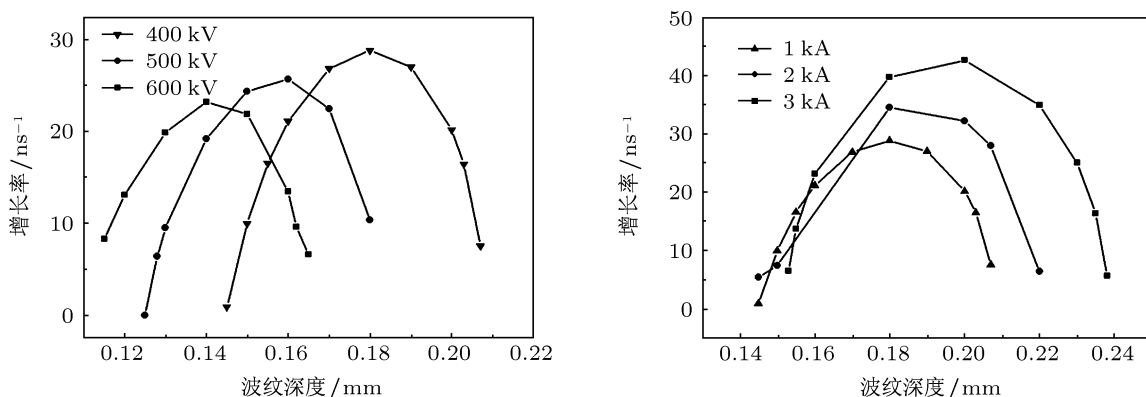


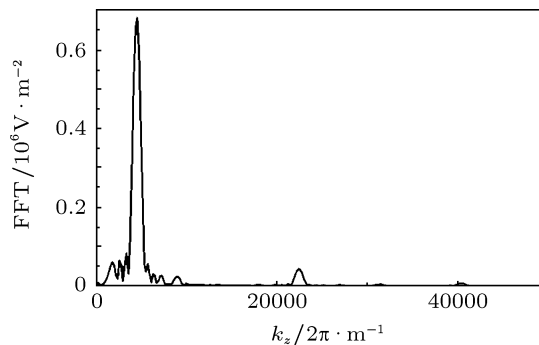
图7 增长率随波纹深度的变化

随着电流的增大,保持电子束厚度不变,电子束静电势能增加,相应的电子束的动能减小,增长率的最大点朝着相移增大的方向移动,有可能使器件工作在返波区域.为了保证器件工作在行波状态,在增大的电流的同时,需要相应增长电子束的电压,电流和电压必须匹配.由图6可见,在一定的范围内,随着电流的增大,器件的增长率随之增大.为了器件能快速起振,维持器件正常的工作,电流不能过小.

慢波结构的作用就是减小电磁波相速,使得电子束能和电磁波同步,充分相互耦合,从而获得较高输出功率.慢波结构的波纹深度越深,相应的色散曲线越平坦,电磁波相速越小,与电磁波同步的电子束速度也要相应减小,如图7所示.所以当增大电子束电压时,就需要减小波纹深度,从而保证电磁波与电子束的良好同步.从图6和图7中可以看出,电流越大,器件获得较大增长率的区域也越广,所以适当增大器件的电流强度能扩大器件的工作区域.

#### 4 粒子模拟验证

采用粒子模拟程序CHIPIC模拟0.15 THz SWO来验证前面的分析,慢波结构如图1所示.器件工作电压为370 kV,电流为2.7 kA,引导磁场5 T,输出功率约130 MW.在模拟中诊断轴向波数 $k_z$ ,得到 $k_z = 0.94\pi/L$  ( $k_z \approx 4165$ ,  $\pi/L \approx 4420$ ),如图8所示.这证明了器件工作在 $\pi$ 模,并且有 $k_z < \pi/L$ ,器件工作在行波状态.

图8  $k_z$  诊断

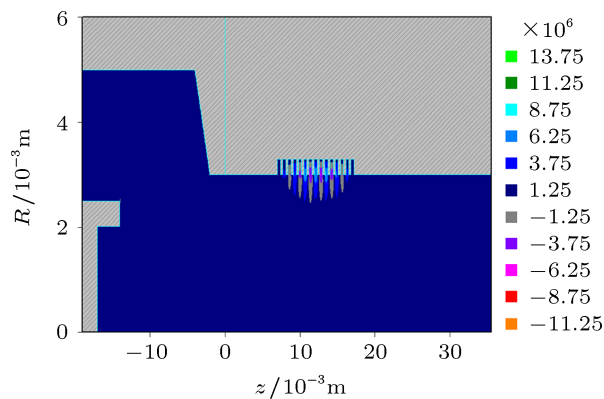


图9 轴向电场分布

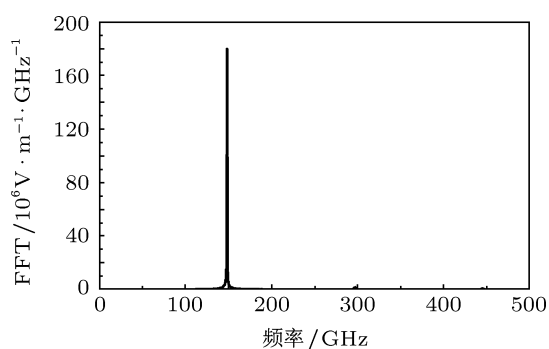


图10 信号频谱

图9为起振后SWO内轴向电场 $E_z$ 分布. 从图9中可见, 器件有明显的表面波特特性, 表面电场的强度明显较轴线处大, 这与前面superfish计算结果相一致. 当器件工作在 $\pi$ 模式时, 电磁波相位在每个慢波结构周期内变化 $180^\circ$ . 同时对输出信号进行快速傅里叶变换(FFT), 如图10, 表明输出信号主频约为0.148 THz. 这表明电子束只与 $\text{TM}_{01}$ 模式相互作用, 没有与其他高次模式发生相互作用, 同时器件工作在 $\pi$ 模, 实现了过模结构的轴向模式和纵向模式选择.

## 5 结论

理论分析和数值模拟结果表明, 通过选择合适的慢波结构参数以及电子束电压与电流参数, 使得器件工作在行波区域, 电子束与 $\text{TM}_{01}$ 模式有更强的相互耦合作用从而优先起振, 抑制了其他模式, 从而避免了横向模式竞争. 同时, 器件在 $\pi$ 点附近有较大的增长率, 实现了纵向模式选择. 获得了较为纯净的频谱以及较高的功率输出. 为微波信号的准确测量与有效发射奠定了基础.

- [1] Korovin S D, Mesyats G A, Pegel I V, Polevin S D, Tarakanov V P 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 485
- [2] Agee F J 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 235
- [3] Abe D K, Carmel Y, Miller S M, Bromborsky A, Levush B, Antonsen T M, Destler W W 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 591
- [4] Vlasov A N, Shkvarunets A G, Rodgers J C, Carmel Y, Antonsen T M, Abuefadel T M, Lingze D, Cherepenin V A, Nusinovich G S, Botton M, Granatstein V L 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 550
- [5] Zhang J, Zhong H H, Luo L 2004 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32** 2236

- [6] Zhu J, Shu T, Zhang J, Li G L, Zhang Z H 2010 *Phys. Plasmas* **17** 083104
- [7] Zhang J, Zhong H H, Jin Z X, Shu T, Cao S G, Zhou S Y 2009 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **37** 1552
- [8] Xiao R Z, Tan W B, Li X Z, Song Z M, Sun J, Chen C H 2012 *Phys. Plasmas* **19** 093102
- [9] Zhang J, Zhong H H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 206 (in Chinese) [张军, 钟辉煌 2005 物理学报 **54** 206]

# Mode selection in surface wave oscillator with overmoded structure

Li Xiao-Ze<sup>1)</sup> Teng Yan<sup>1)2)</sup> Wang Jian-Guo<sup>1)</sup> Song Zhi-Min<sup>1)2)</sup>  
Zhang Li-Jun<sup>1)</sup> Zhang Yu-Chuan<sup>1)</sup> Ye Hu<sup>1)</sup>

1) (Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

2) (Science and Technology on High Power Microwave Laboratory, Xi'an 710024, China)

(Received 14 November 2012; revised manuscript received 28 December 2012)

## Abstract

More and more overmoded structures have been adopted in electronic vacuum devices because they can increase the power capacity and the frequency of the output signals. Overmoded structure device can more easily work in a low magnetic field. Overmoded structure may cause mode competition, which will reduce the output power. Mode selection in overmoded structure is studied in this article. Dispersion relation is obtained and solved numerically. The results show that the appropriate selection of working point that ensures the device working in a traveling wave state can realize transverse mode selection and appropriation selection of parameter of electron beam and the structure can realize the axial mode selection. The calculation results are verified by particle simulation.

**Keywords:** overmoded structure, mode selection, dispersion, surface wave oscillator

**PACS:** 41.20.-q, 41.20.Jb, 41.60.Bq, 52.65.Rr

**DOI:** 10.7498/aps.62.084103

---

† Corresponding author. E-mail: Volk001@163.com