

面对称光学系统的初级波像差理论研究*

孙金霞^{1)†} 潘国庆¹⁾²⁾ 刘英³⁾

1) (中国空空导弹研究院, 洛阳 471009)

2) (航空制导武器航空科技重点实验室, 洛阳 471009)

3) (中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 光电技术研发中心, 长春 130033)

(2012年7月13日收到; 2012年11月26日收到修改稿)

非旋转轴对称光学系统波像差理论的建立有利于理解旋转轴对称光学系统的装调误差和离轴三反射光学系统等非旋转轴对称光学系统的选型设计. 本文利用旋转轴对称球面光学系统的全口径初级波像差理论推导了子孔径面对称光学系统的初级波像差分布公式, 证明了面对称光学系统中的节点像差理论, 即除球差外的所有初级像差的零值节点偏离视场中心, 而不再是视场的旋转对称函数; 并首次阐述了多零值节点初级非对称像差产生的根源和变化特性. 该理论可以有效指导非对称光学系统初始结构的选择和优化设计过程.

关键词: 面对称, 像差, 几何光学

PACS: 42.15.-i, 42.15.Dp, 42.15.Fr

DOI: 10.7498/aps.62.094203

1 引言

随着现代加工水平的进步, 非旋转轴对称光学系统的设计已经成为光学领域内的研究热点^[1-3]. 非旋转轴对称光学系统像差理论的建立有利于理解旋转轴对称光学系统的装调误差和无挡光反射式光学系统或其他满足特定要求的非旋转轴对称光学系统的设计, 该方面突出的工作有: Sands 利用特征函数方法建立了近基光线像差描述体系^[4]; Thompson 利用矢量像差理论描述了旋转轴对称光学系统中的元件存在倾斜或偏心时系统像差产生机理和变化特征^[5]; Sasian 通过扩展旋转对称系统的波像差理论建立了适用于面对称光学系统的波像差理论^[6,7]; Rogers 对含倾斜光学元件光学系统的设计方法进行了研究^[8]等. 目前尚无对含完全自由曲面光学系统像差描述的理论体系, 非对称光学系统在设计时仅靠点扩散函数和调制传递函数的像质评价方法仍无法理解这类光学系统像差产生的原因以及特殊像差的变化特点等, 不利于光学系统初始结构的选型搭建. 本文利用旋转轴对称球

面光学系统的初级波像差理论分析了面对称光学系统的初级波像差特性, 首次阐述了多零值节点非对称像差产生的根源. 该理论可以有效指导非对称光学系统初始结构的选择和优化设计过程, 从而促进非对称光学系统在解决特殊光学问题中的广泛应用.

2 定义

仅具有一个对称面的面对称光学系统是最简单的非旋转轴对称光学系统, 旋转轴对称或双面面对称系统是面对称光学系统的特例, 光学元件在对称面内的倾斜将成为设计的自由度.

为描述面对称光学系统首先要选择光轴光线作为参考基光线, 从而建立起与之垂直的光瞳和像面坐标系, 文中仍取圆形孔径光阑且认为其垂直于光轴. 若将旋转轴对称球面光学系统通光口径内的光束分为任意大小的子圆孔径光束, 则光学元件的轴外子孔径部分与过子光阑中心的光轴存在夹角 I , 子孔径系统将失去旋转轴对称性, 仅具有面对称性, 如图 1 所示. 当旋转轴对称的轴上球面子孔径

* 国家自然科学基金(批准号: 60977001)资助的项目.

† 通讯作者. E-mail: sunjinx@126.com

光学系统中光学元件相对原光轴产生倾角 I 时, 该光学系统与轴外子孔径的近基光线分布特性一致, 所以由光学元件的倾斜所形成的面对称光学系统仍可以用包含该倾斜量在内的旋转轴对称光学系统的轴外子孔径部分的波像差来描述.

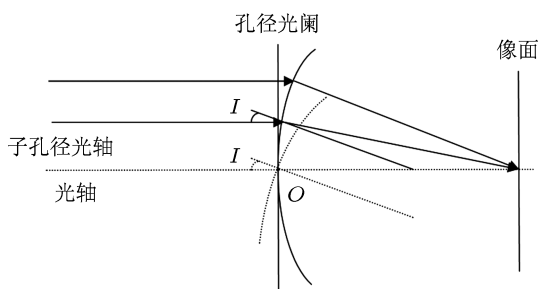


图1 面对称光学系统和参考基光线定义

基于上述分析, 仍采用旋转轴对称光学系统中建立的光瞳和像面坐标系, 如图2所示. 根据 Shack 的矢量理论, 旋转轴对称光学系统的矢量波像差函数可以表示为

$$W(\mathbf{H}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{k,m,n} W_{2k+n,2m+n,n} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})^k (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho})^m (\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho})^n,$$

\mathbf{H} 和 $\boldsymbol{\rho}$ 分别为归一化的场坐标和光瞳坐标矢量; 整数 k, m, n 的取值决定了像差系数 $W_{2k+n,2m+n,n}$ 的形式.

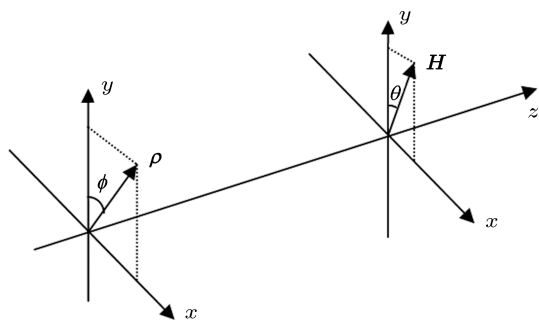


图2 光瞳矢量和场矢量坐标系

为简化分析且不失代表性, 设 yz 平面为面对称光学系统的对称平面, 全口径光学系统出瞳半径 R_0 , 并在原出瞳平面内沿 y 轴在距中心 R 处取一半径为 σ_0 的子孔径. 则归一化的全口径光瞳和子孔径光瞳坐标矢量可分别表示为

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{\mathbf{R} + \boldsymbol{\sigma}}{R_0}, \boldsymbol{\rho}' = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sigma_0}.$$

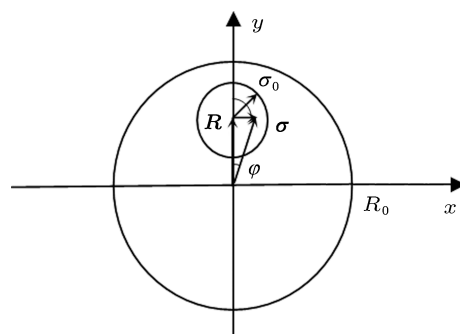


图3 子孔径光学系统光瞳坐标系

将其分别代入旋转轴对称光学系统的初级球差、彗差、像散和场曲项中可得

$$\begin{aligned} & W_{040}(\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho})^2 \\ &= W_{040} \left(\frac{\mathbf{R} + \boldsymbol{\sigma}}{R_0} \cdot \frac{\mathbf{R} + \boldsymbol{\sigma}}{R_0} \right)^2 \\ &= \frac{\sigma_0^4 W_{040}}{R_0^4} \left[(\boldsymbol{\rho}' \cdot \boldsymbol{\rho}')^2 + \frac{4}{\sigma_0} (\boldsymbol{\rho}' \cdot \boldsymbol{\rho}') (\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\rho}') \right. \\ & \quad + \frac{4}{\sigma_0^2} (\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\rho}')^2 + \frac{2}{\sigma_0^2} (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}) (\boldsymbol{\rho}' \cdot \boldsymbol{\rho}') \\ & \quad \left. + \frac{4}{\sigma_0^3} (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}) (\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\rho}') + \frac{1}{\sigma_0^4} (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R})^2 \right], \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & W_{131}(\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}) (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) \\ &= W_{131} \left(\mathbf{H} \cdot \frac{\mathbf{R} + \boldsymbol{\sigma}}{R_0} \right) \left(\frac{\mathbf{R} + \boldsymbol{\sigma}}{R_0} \cdot \frac{\mathbf{R} + \boldsymbol{\sigma}}{R_0} \right) \\ &= \frac{\sigma_0^3 W_{131}}{R_0^3} \left[(\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}') (\boldsymbol{\rho}' \cdot \boldsymbol{\rho}') + \frac{1}{\sigma_0} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{R}) (\boldsymbol{\rho}' \cdot \boldsymbol{\rho}') \right. \\ & \quad + \frac{2}{\sigma_0} (\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}') (\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\rho}') + \frac{2}{\sigma_0^2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{R}) (\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\rho}') \\ & \quad \left. + \frac{1}{\sigma_0^2} (\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}') (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}) + \frac{1}{\sigma_0^3} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{R}) (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}) \right], \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & W_{222}(\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho})^2 \\ &= W_{222} \left(\mathbf{H} \cdot \frac{\mathbf{R} + \boldsymbol{\sigma}}{R_0} \right)^2 \\ &= \frac{\sigma_0^2 W_{222}}{R_0^2} \left[(\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}')^2 + \frac{2}{\sigma_0} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{R}) (\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}') \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\sigma_0^2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{R})^2 \right], \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & W_{220}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) \\ &= W_{220}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) \left(\frac{\mathbf{R} + \boldsymbol{\sigma}}{R_0} \cdot \frac{\mathbf{R} + \boldsymbol{\sigma}}{R_0} \right) \\ &= \frac{\sigma_0^2 W_{220}}{R_0^2} \left[(\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) (\boldsymbol{\rho}' \cdot \boldsymbol{\rho}') + \frac{2}{\sigma_0} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) (\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\rho}') \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\sigma_0^2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}) \right]. \quad (4) \end{aligned}$$

将含子孔径坐标的项整理合并后可得:

子孔径球差

$$W'_{040}(\rho' \cdot \rho')^2 = \frac{\sigma_0^4 W_{040}}{R_0^4} (\rho' \cdot \rho')^2. \quad (5)$$

子孔径彗差

$$\begin{aligned} & W'_{131}(\mathbf{H} \cdot \rho')(\rho' \cdot \rho') \\ &= \frac{\sigma_0^3 W_{131}}{R_0^3} (\mathbf{H} \cdot \rho')(\rho' \cdot \rho') \\ &+ \frac{4\sigma_0^3 W_{040}}{R_0^4} (\rho' \cdot \rho')(\mathbf{R} \cdot \rho'). \end{aligned} \quad (6)$$

子孔径像散

$$\begin{aligned} & W'_{222}(\mathbf{H} \cdot \rho')^2 \\ &= \frac{\sigma_0^2 W_{222}}{R_0^2} (\mathbf{H} \cdot \rho')^2 + \frac{4\sigma_0^2 W_{040}}{R_0^4} (\mathbf{R} \cdot \rho')^2 \\ &+ \frac{2\sigma_0^2 W_{131}}{R_0^3} (\mathbf{H} \cdot \rho')(\mathbf{R} \cdot \rho'). \end{aligned} \quad (7)$$

子孔径场曲

$$\begin{aligned} & W'_{220}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})(\rho' \cdot \rho') \\ &= \frac{\sigma_0^2 W_{220}}{R_0^2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})(\rho' \cdot \rho') + \frac{\sigma_0^2 W_{131}}{R_0^3} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{R})(\rho' \cdot \rho') \\ &+ \frac{2\sigma_0^2 W_{040}}{R_0^4} (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R})(\rho' \cdot \rho'). \end{aligned} \quad (8)$$

3 像面内面对称光学系统的初级波像差特性分析

根据 Moore^[7] 的理论, 非对称光学系统像面处的总像差仍为各面像差之和, 可以得到以下理论:

1) 初级球差

定义

$$W'_{040} = \sum_j W'_{040j} = \sum_j \frac{\sigma_0^4 W_{040j}}{R_0^4},$$

则

$$\begin{aligned} W &= \sum_j W'_{040j} (\rho' \cdot \rho')^2 \\ &= \sum_j \frac{\sigma_0^4 W_{040j}}{R_0^4} (\rho' \cdot \rho')^2 \\ &= W'_{040} (\rho' \cdot \rho')^2. \end{aligned} \quad (9)$$

子孔径面对称光学系统的初级球差可用全口径初级球差表示, 且仍具有旋转对称性. 即对于既定球面, 初级球差一定, 不受倾斜造成的非对称性影响.

2) 初级彗差

$$\begin{aligned} W &= \sum_j W'_{131j} (\mathbf{H} \cdot \rho')(\rho' \cdot \rho') \\ &= \sum_j \frac{\sigma_0^3 W_{131j}}{R_0^3} (\mathbf{H} \cdot \rho')(\rho' \cdot \rho') \\ &+ \sum_j \frac{4\sigma_0^3 W_{040j}}{R_0^4} (\rho' \cdot \rho')(\mathbf{R} \cdot \rho'). \end{aligned} \quad (10a)$$

定义

$$W'_{131} = \sum_j \frac{\sigma_0^3 W_{131j}}{R_0^3}, \quad A'_{131} = \sum_j \frac{4\sigma_0^3 W_{040j}}{R_0^4}.$$

则

$$\begin{aligned} W &= W'_{131} (\mathbf{H} \cdot \rho')(\rho' \cdot \rho') \\ &+ A'_{131} (\rho' \cdot \rho')(\mathbf{R} \cdot \rho'). \end{aligned} \quad (10b)$$

子孔径面对称光学系统的初级彗差由两部分组成: 线性彗差部分与全口径彗差有关, 另一部分是由全口径球差坐标转换而来的常量彗差. 因常量彗差的存在使得全视场范围内的彗差零值节点偏离视场中心. 若全口径光学系统满足齐明条件, 子孔径面对称光学系统的初级彗差将不受元件倾斜偏心影响.

3) 初级像散

$$\begin{aligned} W &= \sum_j W'_{222j} (\mathbf{H} \cdot \rho')^2 \\ &= \sum_j \frac{\sigma_0^2 W_{222j}}{R_0^2} (\mathbf{H} \cdot \rho')^2 \\ &+ \sum_j \frac{4\sigma_0^2 W_{040j}}{R_0^4} (\mathbf{R} \cdot \rho')^2 \\ &+ \sum_j \frac{2\sigma_0^2 W_{131j}}{R_0^3} (\mathbf{H} \cdot \rho')(\mathbf{R} \cdot \rho'). \end{aligned} \quad (11a)$$

定义

$$\begin{aligned} W'_{222} &= \sum_j \frac{\sigma_0^2 W_{222j}}{R_0^2}, \\ A'_{222} &= \sum_j \frac{2\sigma_0^2 W_{131j}}{R_0^3}, \\ B'_{222} &= \sum_j \frac{4\sigma_0^2 W_{040j}}{R_0^4}. \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} W &= W'_{222} (\mathbf{H} \cdot \rho')^2 + A'_{222} (\mathbf{H} \cdot \rho')(\mathbf{R} \cdot \rho') \\ &+ B'_{222} (\mathbf{R} \cdot \rho')^2. \end{aligned} \quad (11b)$$

子孔径面对称光学系统的初级像散由三部分组成, 主要来自全口径系统的像散以及全口径球差

和彗差的转化. 像面内的初级像散是场矢量 \mathbf{H} 的二次函数, 其零值节点的数目取决于全口径旋转轴对称光学系统的初级像差系数. 当全口径光学系统消彗差和像散时, 面对称子孔径光学系统像面内无像散零值节点, 仅有由球差系数决定的常量像散; 当全口径光学系统消像散时, 面对称子孔径光学系统像面内像散随视场线性增长, 且唯一的像散零值节点将偏离视场中心; 除以上两种情况外, 面对称子孔径光学系统像面内像散随视场方性增长, 具有两个零值节点, 仅当全口径光学系统消球差时, 其中一个像散零值节点与视场中心重合.

由上述分析还可以知道: 在相同孔径大小的情况下, 轴外和轴上子孔径具有相同的旋转对称球差; 轴外子孔径的非对称彗差和像散项因受到代表元件倾斜的因子 \mathbf{R} 的调制而出现零值节点偏离视场中心等情况, 这与 Thompson 和 Sasian 推导的节点像差理论的结论一致. 下文将以反射式球面光学系统为例验证所提出的理论.

4 设计实例

因单反射光学系统主要以初级像差为主, 文中以半视场 0.25° , f 数为 1, 光瞳半径 425 mm 的球面单反射镜光学系统为例验证所建立的面对称光学系统波像差理论, 光学系统结构如图 4 所示. 沿面对称方向, 取偏心 10 mm、半径 100 mm 的子孔径.

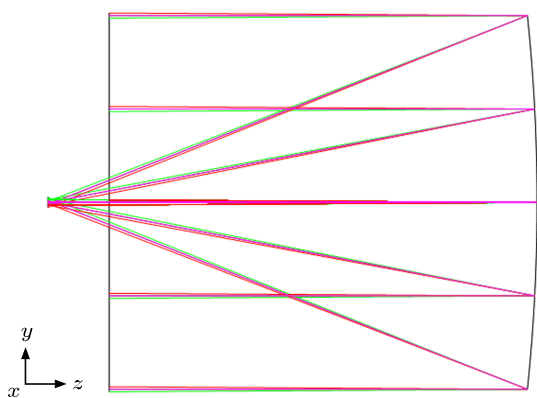


图 4 单球面反射镜光学系统

用泽尼克像差系数表示的初级球差、彗差、像散随视场的变化关系如图 5 所示, 这组矢量图表示出了由实际光线追迹后获得的任意场点处泽尼克像差系数的大小和方向, 其结果与前文理论推导结果一致. 其中, 初级球差与视场无关, 且不受非对

称的影响, 仍具有旋转对称性; 初级彗差仍是视场的线性函数, 但其零值节点偏离视场中心; 初级像散的零值节点也偏离出视场中心. 图 6 所示为该系沿面对称方向上放大的双节点初级像散, 双节点像散间距和幅值都很小, 其存在将不影响像面内方性初级像散大小的整体评价.

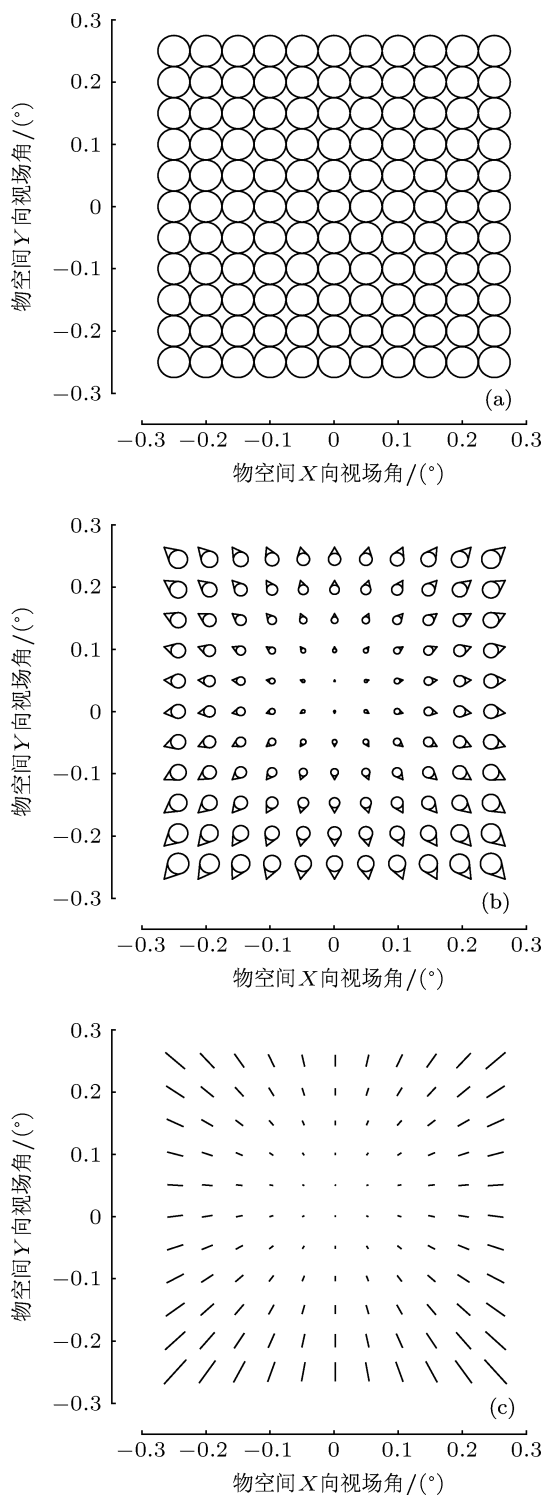


图 5 面对称子孔径光学系统中初级像差矢量分析图 (a) 初级球差; (b) 初级彗差; (c) 初级像散

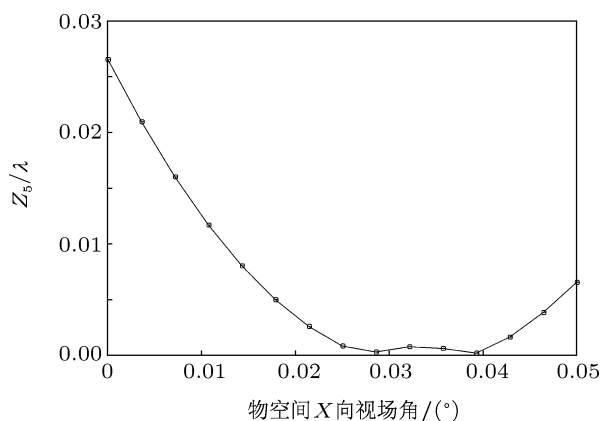


图 6 双节点初级像散

5 结论

本文利用旋转轴对称球面光学系统的全口径初级波像差理论推导了子孔径面对称光学系统的初级波像差分布公式,证明了前人所提出的节点像差理论,并首次阐述了多零值节点初级非对称像差产生的根源和变化特性.该方法还可以继续扩展至非球面光学系统和高级波像差理论领域,从而讨论面对称光学系统中各种非对称像差,且只要波像差理论能在一定范围内准确描述旋转轴对称光学系统,上述结论就不局限光学元件的小量倾斜偏心条件.

- [1] Seunghyuk C 2006 *Proc. SPIE.* **6265** 626548
 [2] Hinner P A, Dickensheets D L 2003 *Proc. SPIE.* **4985** 281
 [3] Liu X M, Xiang Y 2011 *Acta Optica Sin.* **31** 0622004 (in Chinese) [刘
 晓梅, 向阳 2011 光学学报 **31** 0622004]
 [4] Sands P J 1972 *J. Opt. Soc. Am.* **62** 1211

- [5] Thompson K 2005 *J. Opt. Soc. Am.* **22** 1389
 [6] Sasian J M 1994 *Optical Engineering* **33** 2045
 [7] Moore L B, Hvisc A M 2008 *Optics Express* **16** 15655
 [8] Rogers J R 2000 *Optical Engineering* **39** 1776

Third-order aberrations of a plane symmetric optical system*

Sun Jin-Xia^{1)†} Pan Guo-Qing¹⁾²⁾ Liu Ying³⁾

1) (China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009, China)

2) (Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Airborne Guided Weapons, Luoyang 471009, China)

3) (Opto-electricity Technology Research Center, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

(Received 13 July 2012; revised manuscript received 26 November 2012)

Abstract

The wave aberration theory of non-symmetrical optical systems is useful for understanding the misalignment in symmetrical systems and designing of off-axis mirror systems. A theory about the third-order aberrations for sub-aperture plane symmetric optical system is developed by using the aberration theory for full-aperture axially symmetric spherical systems. This paper proves the nodal aberration theory, namely, the points in the field with zero third-order aberration will deviate from the field center except for spherical aberration. It also reveals that the nodal aberrations arise from the transformation of the aberrations in full-aperture systems. This theory can be efficiently used in non-symmetric optical system designing process.

Keywords: plane symmetric, optical aberration, geometrical optics

PACS: 42.15.-i, 42.15.Dp, 42.15.Fr

DOI: 10.7498/aps.62.094203

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60977001).

† Corresponding author. E-mail: sunjinx@126.com