

高斯型弱散射屏产生的像面散斑场的分布特性研究*

刘曼†

(山东轻工业学院理学院, 济南 250353)

(2012年11月16日收到; 2013年1月5日收到修改稿)

弱散射屏产生的远场散斑由一个中央亮斑和一个分布于亮斑周围而与正态散斑类似的散斑结构, 根据弱散射屏远场的散斑图样, 人们假设弱散射屏产生的像面散斑为均匀背景与正态散斑两者相干叠加的结果, 但这种假设与实际像面散斑存在歧异, 基于上述情况, 本文利用 $4f$ 高通滤波光学成像系统, 研究了高斯型弱散射屏产生的像面散斑场的统计特性, 得出只有表面均方根粗糙度与入射光波的波长相差不多时上述假设才是可行的结论.

关键词: 弱散射屏, $4f$ 光学成像系统, 像面散斑

PACS: 42.25.Dd, 42.30.Ms, 42.25.Fx

DOI: 10.7498/aps.62.094204

1 引言

弱散射屏, 就是表面轮廓凹凸起伏的标准偏差(即均方根粗糙度)小于照明光波波长的散射屏, 其出射平面光场的相位不再均匀分布在区间 $(-\pi, \pi)$ 上^[1], 所谓高斯型弱散射屏, 就是表面轮廓凹凸起伏为高斯随机过程的弱散射屏. 为了方便, 人们把单色直线偏振平行光照明下, 弱散射屏产生的散斑称为弱散射屏散斑, 其具有相当低的衬度, 相应的远场散斑系由一个中央亮斑和一个分布于亮斑周围而与正态散斑类似的散斑结构组成. 光波被随机散射屏散射后, 经过光学成像系统在像面附近所形成的散斑称为像面散斑. 像面散斑在随机表面标定、散斑照相位移测量等领域有着广泛的应用^[2-8].

Goodman^[9]曾提到, 弱散射屏对入射光散射不充分, 散射光波通常是由两部分组成, 即常数直透成分和随机散射的光波成分, 因此人们把弱散射屏产生的远场散斑简化为: 均匀背景与正态散斑两者相干叠加的结果, 均匀背景对应着直透成分的光波, 正态散斑是指被散射屏均匀散射的光波. 弱散射屏散斑在全息术与测量术中也会遇到类似的问题, 因

此关于正态散斑与均匀背景相干叠加问题的讨论, 有着较广泛的实际意义^[10-12].

天然随机表面的相关特性一般可以用高斯相关函数来描述, 在很多情况下高斯相关表面是对实际表面很好的近似. 我们采用的是高斯型弱散射屏, 下面我们用透射式纯相位型散射屏为例讨论光波经 $4f$ 高通滤波光学成像系统后, 在像面附近所产生的像面散斑场的复振幅实部和虚部概率密度分布以及强度的概率密度分布.

在实验上散斑场的实部和虚部都可测量^[13,14], 因此利用本文的方法可以测量光波经高斯型弱散射屏在像面上产生的散斑场的真实分布情况.

2 像面散斑场的模拟方法

我们利用 $4f$ 高通滤波光学成像系统, 如图 1 所示. 透射式高斯型弱散射屏位于入射平面 r_0 上, 用波长为 λ 、振幅为 1 的平行激光光束正入射均匀照明位于 r_0 入射平面上的高斯型弱散射屏, 略去常数系数, 可将散射屏后出射平面光场的复振幅表示为

$$U_0(r_0) = \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} (n-1)h(r_0) \right], \quad (1)$$

其中 n 和 $h(r_0)$ 分别为高斯型弱散射屏的折射率及表面高度分布函数, $h(r_0)$ 为一个均值为零的平稳高

* 国家自然科学基金(批准号: 10974122)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liuman76@yahoo.com.cn

斯随机过程.

图 1 中两个变换透镜 L_1, L_2 的焦距都为 f , 在两变换透镜中间的频谱面 r_f 前可放置一个高通滤波器, 其振幅透过率函数为 $T(r_f)$, 最右端的平面 r 是出射平面即像平面. 高通滤波器前一点的散射光场复振幅为

$$U_f(r_f) = \iint_{-\infty}^{+\infty} U_0(r_0) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda f} r_0 \cdot r_f\right) d^2 r_0. \quad (2)$$

在像面 r 上任一点散斑场的复振幅为

$$U(r) = \iint_{-\infty}^{+\infty} U_f(r_f) T(r_f) \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda f} r_f \cdot r\right) d^2 r_f. \quad (3)$$

将上式用实部 $U_{re}(r)$ 和虚部 $U_{im}(r)$ 表示为

$$U(r) = U_{re}(r) + iU_{im}(r). \quad (4)$$

Goodman 等指出散斑场强度 I 的概率密度分布函数为 [9,15]

$$p_I(I) = \begin{cases} \frac{1}{\langle I \rangle} \exp\left(-\frac{I}{\langle I \rangle}\right), & I \geq 0, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\langle I \rangle$ 表示散斑场强度的平均, 强度按照 $I/\langle I \rangle$ 的负指数规律分布. 散斑场复振幅实部 $U_{re}(r)$ 和虚部 $U_{im}(r)$ 的概率密度分布函数分别为

$$p_{re}(U_{re}) = \frac{1}{\sqrt{\pi\langle I \rangle}} \exp\left(-\frac{U_{re}^2}{\langle I \rangle}\right), \quad (6)$$

$$p_{im}(U_{im}) = \frac{1}{\sqrt{\pi\langle I \rangle}} \exp\left(-\frac{U_{im}^2}{\langle I \rangle}\right). \quad (7)$$

利用上述公式来测量像平面上散斑场的真实分布情况, 我们分两种情况: 1) 不挡零级频谱, 测直透成分的光波 $R(r)$ 和纯散射成分的光波 $E(r)$ 叠加后像面散斑场复振幅的实部与虚部以及强度的概率密度分布情况; 2) 把高通滤波器放置在频谱面前, 挡掉零级频谱, 测量像面散斑场的分布, 目的是分析纯散射成分的光波形成的像面散斑场是不是与人们假设的正态分布相一致.

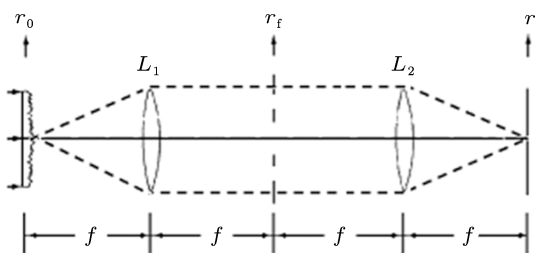


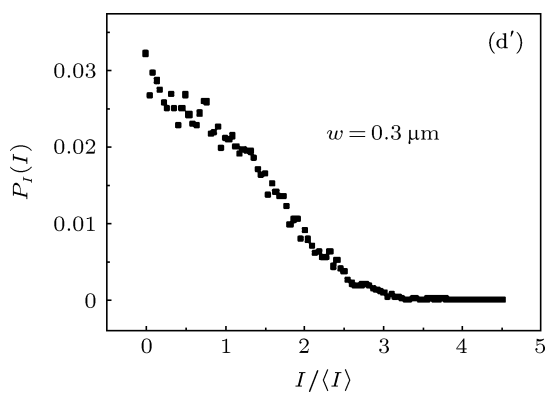
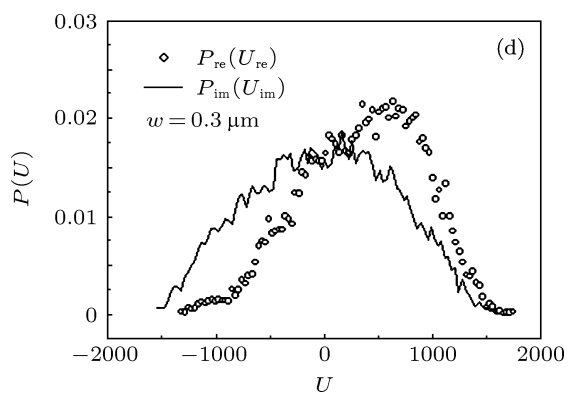
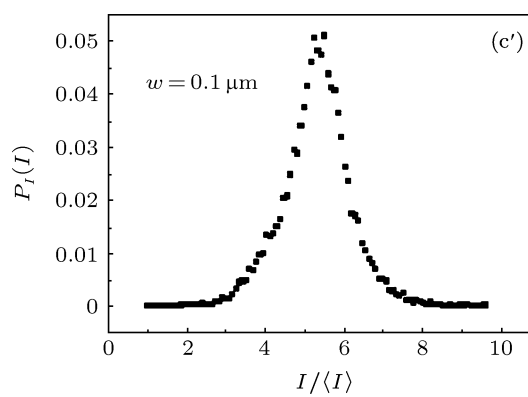
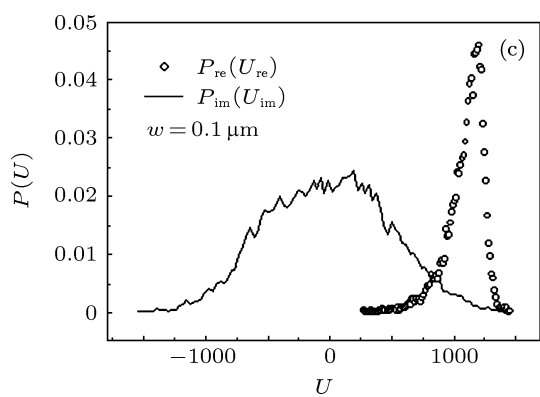
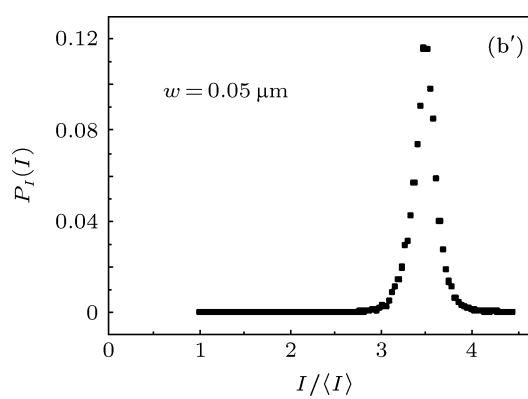
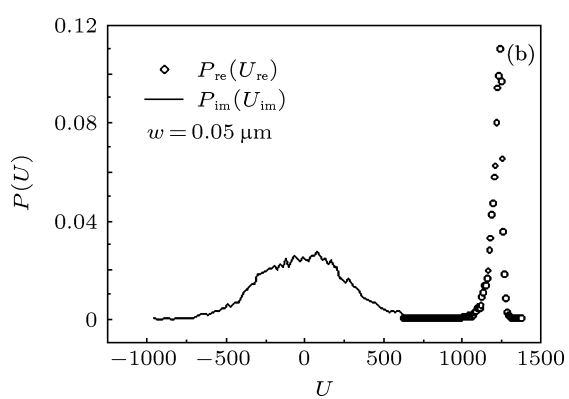
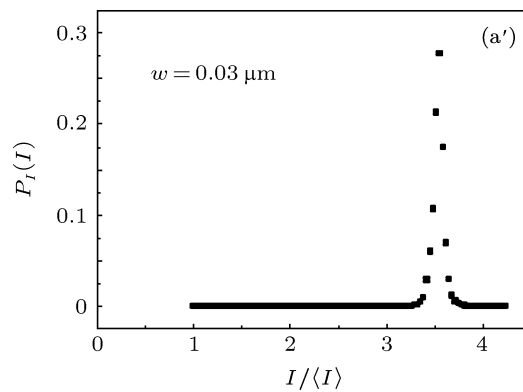
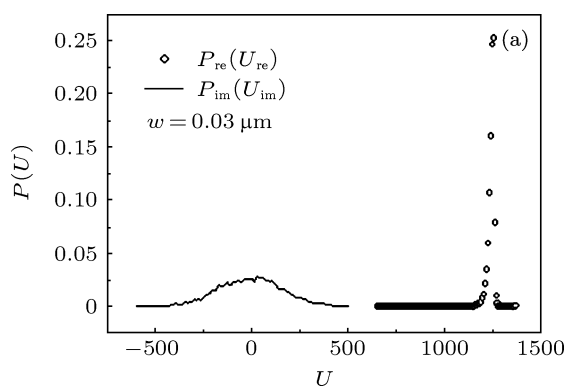
图 1 4f 高通滤波光学成分系统

3 理论分析

在编程计算过程中, 表面的范围设定为 6 cm, 包括 20 万个取样点, 两变换透镜的焦距取 $f = 20$ cm, 频谱面的范围设定为 2 cm, 包括 2 万个取样点, 像平面的范围为 6 cm, 包括 20 万个取样点, 同时设定 $n = 1.532$, $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, 表面的横向相关长度 $\xi = 3.0 \mu\text{m}$, 表面的均方根粗糙度用 w 表示, 分别取 $0.03 \mu\text{m}$, $0.05 \mu\text{m}$, $0.1 \mu\text{m}$, $0.3 \mu\text{m}$ 和 $0.5 \mu\text{m}$.

图 2(a), (b), (c), (d) 和 (e) 分别给出了 $w = 0.03 \mu\text{m}$, $w = 0.05 \mu\text{m}$, $w = 0.1 \mu\text{m}$, $w = 0.3 \mu\text{m}$ 和 $w = 0.5 \mu\text{m}$ 时, 不滤波情况下的像面散斑场复振幅的实部和虚部的概率密度分布曲线图. 图 2(a'), (b'), (c'), (d') 和 (e') 是分别与图 2(a), (b), (c), (d) 和 (e) 相对应的光强概率密度分布图, 每幅图中都标明了高斯型弱散射屏表面的均方根粗糙度, 其中空心圆点和实线分别表示散斑场复振幅的实部和虚部的概率密度分布曲线, 横坐标的单位取的是任意单位. 实心方点表示散斑场的强度概率密度分布曲线, 图中的曲线都做了归一化处理.

从图 2(a) 看出, 像面散斑场复振幅的实部和虚部的概率密度分布曲线是相互分离的, 实部概率密度曲线不具有对称性, 并且全部分布在实部大于零的区间内. 从图 2(b) 看出, 当高斯型弱散射屏表面均方根粗糙度 $w = 0.05 \mu\text{m}$ 时, 像面散斑场复振幅的实部和虚部的概率密度分布曲线有少许的重合, 实部概率密度分布曲线仍不具有对称性, 依然分布在实部大于零的区间内. 从图 2(c) 看出, 当 $w = 0.1 \mu\text{m}$ 时, 像面散斑场复振幅的实部和虚部的概率密度分布曲线比图 2(a) 和 (b) 中的曲线展宽了许多, 并且像面散斑场复振幅的实部和虚部的概率密度曲线重合的部分也增多了. 从图 2(d) 看出, 当 $w = 0.3 \mu\text{m}$ 时, 像面散斑场复振幅的实部的概率密度分布曲线比图 2(c) 中的曲线变宽, 而虚部的概率密度分布曲线比图 2(c) 中的曲线变窄, 像面散斑场复振幅的实部和虚部的概率密度分布曲线重合的部分却比图 2(c) 中的增多. 从图 2(e) 看出, 当 $w = 0.5 \mu\text{m}$ 时, 像面散斑场复振幅实部和虚部的概率密度分布曲线几乎重合在一起, 即实部与虚部的概率密度分布曲线等宽, 并且像面散斑场复振幅的实部概率密度分布曲线关于 0 点成对称分布.



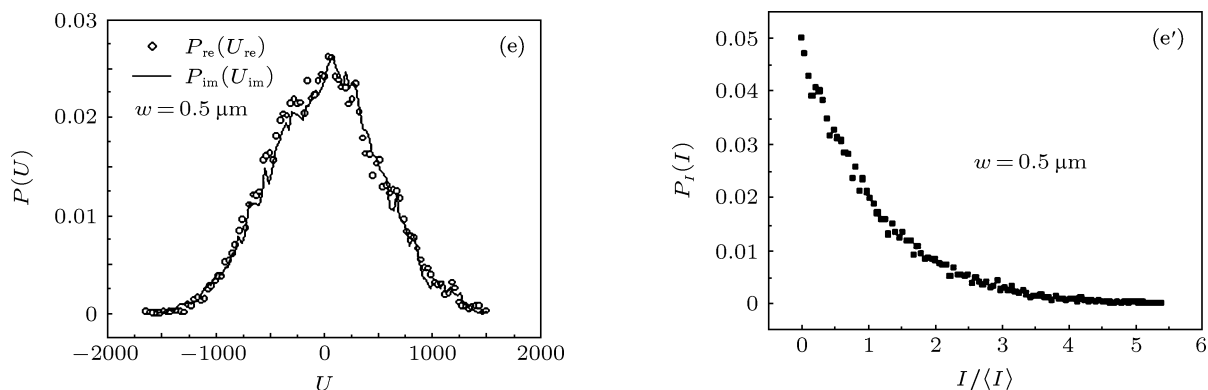


图2 (a), (b), (c), (d) 和 (e) 分别给出了 $w = 0.03 \mu\text{m}$, $w = 0.05 \mu\text{m}$, $w = 0.1 \mu\text{m}$, $w = 0.3 \mu\text{m}$ 和 $w = 0.5 \mu\text{m}$ 时的像面散斑场复振幅的实部和虚部的概率分布曲线; (a'), (b'), (c'), (d') 和 (e') 是相应的光强概率密度分布曲线

从图 2(a), (b), (c), (d) 和 (e) 的整体来看, 随着弱散射屏表面均方根粗糙度的逐渐增大, 像面散斑场复振幅的实部概率密度曲线从右向左逐渐平移并逐渐变宽, 实部概率密度的最大值逐渐减小, 像面散斑场复振幅的实部与虚部的概率密度分布曲线由不等宽到等宽, 这说明随着表面均方根粗糙度的逐渐增大, 像面散斑场中散射不充分的光波所占比例逐渐减小.

从图 2(a'), (b'), (c'), (d') 和 (e') 也不难看出, 随着弱散射屏表面均方根粗糙度的逐渐增大, 弱散射屏的像面散斑场强度的概率密度分布由非高斯分布到类高斯分布的变化. 当 $w = 0.5 \mu\text{m}$ 时, 弱散射屏产生的像面散斑场的强度概率密度分布几乎按照 $I/\langle I \rangle$ 的负指数规律变化, 结合图 2(e) 可以看出, 当弱散射屏表面均方根粗糙度与入射光波长相差不多时, 像面散斑场接近于圆对称分布, 即正态分布.

下面我们在频谱面前放高通滤波器, 其孔径的大小根据艾里斑的大小确定, 经过计算艾里斑的半径为 $2.573 \mu\text{m}$, 下面来测滤波后的像面散斑场复振幅实部和虚部以及光强的概率密度分布特性.

图 3(a), (b), (c) 和 (d) 分别给出了滤波后, 表面均方根粗糙度 $w = 0.03 \mu\text{m}$, $w = 0.05 \mu\text{m}$, $w = 0.1 \mu\text{m}$ 和 $w = 0.3 \mu\text{m}$ 时的像面散斑场复振幅的实部与虚部的概率密度分布曲线, 图 3(a), (b), (c) 和 (d) 对应的滤波孔的半径为 $r_f = 2.573 \mu\text{m}$. 图 3(a'), (b'), (c') 和 (d') 是分别与图 3(a), (b), (c) 和 (d) 相对应的强度概率密度分布曲线. 为了和非高斯散斑场作比较, 我们在图 3(e) 和 (e') 中给出了高斯散斑场复振幅的实部和虚部以及光强的概率密度分布曲线, 同样用空心圆点和实线分别表示实部和虚部的概率密度分布曲线, 实心方点表示光强的概

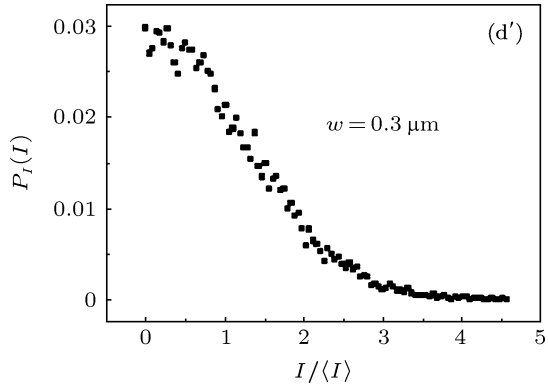
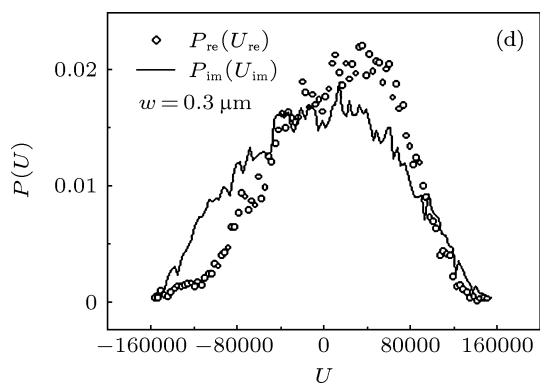
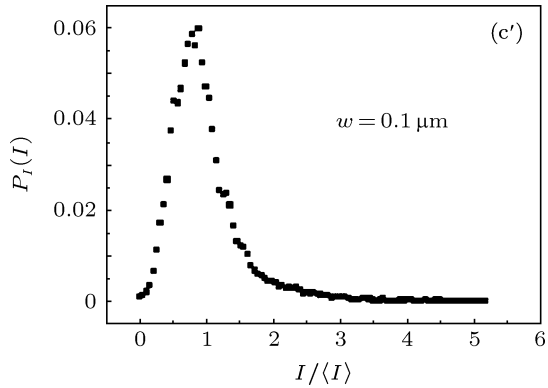
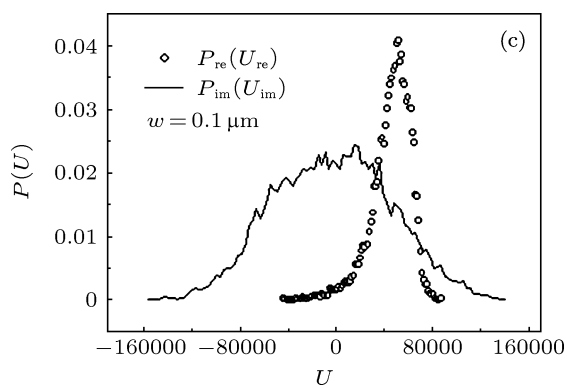
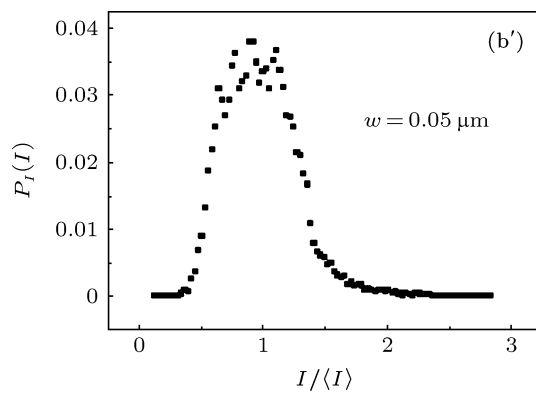
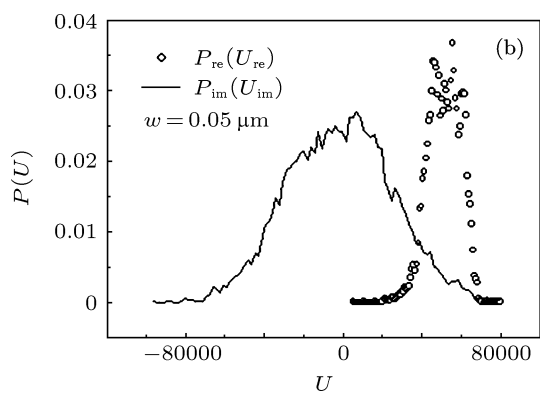
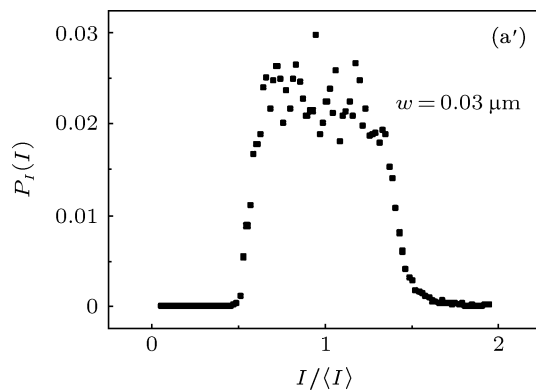
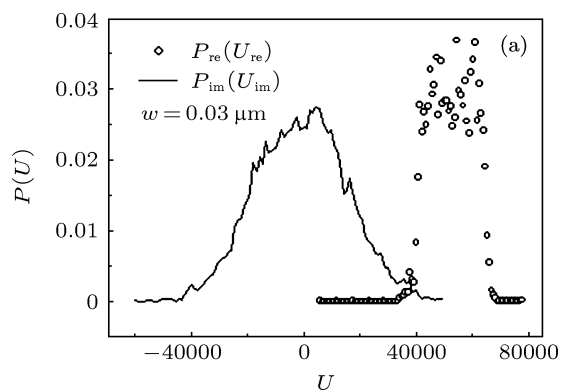
率密度分布曲线.

从图 3(a), (b) 和 (c) 不难看出, 当弱散射屏表面均方根粗糙度分别为 $w = 0.03 \mu\text{m}$, $w = 0.05 \mu\text{m}$ 和 $w = 0.1 \mu\text{m}$ 时, 像面散斑场复振幅的实部概率密度分布曲线不具有对称性, 虚部和实部概率密度曲线宽度逐渐增大, 虚部概率密度曲线比实部概率密度曲线宽, 实部概率密度分布曲线的复振幅零点对应的峰值比虚部概率密度分布曲线的大. 从图 3(d) 看出, 实部和虚部的概率密度分布曲线关于复振幅零点几乎成对称分布. 从图 3(e) 可以看出, 高斯散斑场复振幅的实部和虚部的概率密度分布曲线的宽度相等, 从 (e') 容易看出, 光强的概率密度曲线按照 $I/\langle I \rangle$ 的负指数规律分布.

从图 3(a'), (b'), (c') 和 (d') 容易看出, 经过高通滤波后的像面散斑场的光强概率密度分布曲线与正态散斑的光强概率密度分布差别较大.

分别对比图 2(a'), (b'), (c'), (d') 和 (e') 与图 3(a'), (b'), (c'), (d') 和 (e'), 发现通过高通滤波虽然可以改变像面散斑场复振幅的实部与虚部以及强度的概率密度分布, 但滤波后的像面散斑场仍然不具有正态散斑的分布特性.

经过以上分析我们发现, 对于表面均方根粗糙度较小的弱散射屏产生的像面散斑场来说, 即使在频谱面前放置高通滤波器挡掉因散射不充分的直透成分的光波, 得到的像面散斑场复振幅的实部和虚部的概率密度分布曲线的宽度仍然不相等, 只有当弱散射屏表面均方根粗糙度接近于入射光波长时, 像面散斑场复振幅的实部与虚部的概率密度分布曲线才近似等宽, 光强概率密度分布曲线才类似于负指数分布, 这说明高斯型弱散射屏的纯散射光场成分的光波形成的散斑场的统计特性不具有圆对称性.



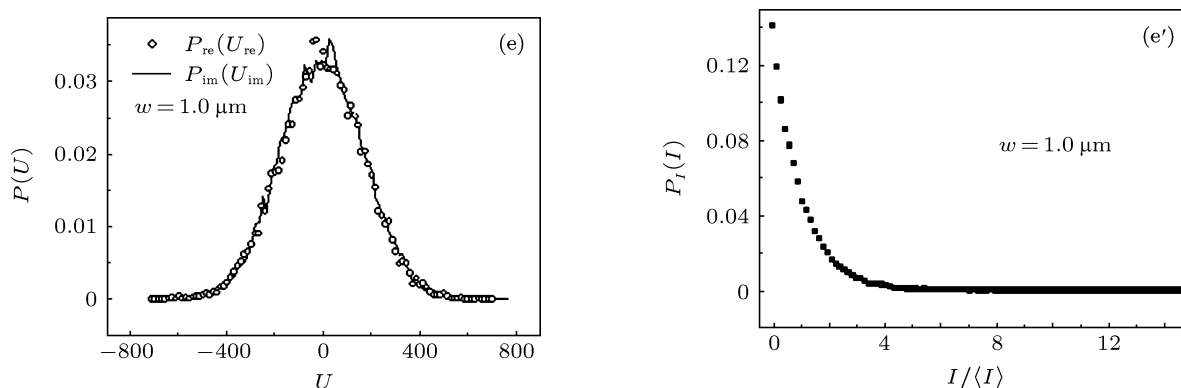


图3 (a), (b), (c) 和 (d) 分别给出了滤波时 $w = 0.03 \mu\text{m}$, $w = 0.05 \mu\text{m}$, $w = 0.1 \mu\text{m}$ 和 $w = 0.3 \mu\text{m}$ 时的像面散斑场实部和虚部的概率密度分布曲线; (a'), (b'), (c') 和 (d') 分别与 (a), (b), (c) 和 (d) 相应的光强概率密度分布曲线; (e) 和 (e') 分别是 $w = 1.0 \mu\text{m}$ 时的高斯散斑场复振幅的实部和虚部以及光强的概率分布

4 结论

本文通过 $4f$ 高通滤波光学成像系统, 对光波经高斯型弱散射屏产生的像面散斑场复振幅的实部与虚部以及光强进行了统计分析, 发现即使在频谱面前滤掉直透成分的光波, 在像面上得到的散斑场复振幅的实部和虚部概率分布曲线的宽度仍不

相等, 像面散斑场的光强概率密度分布不是高斯分布, 挡掉平行光后在像面上形成的散斑仍然不是正态散斑, 说明先前对于弱散射屏散斑的简化模型对像面散斑来说存在很大差异. 本文的结论对于研究弱散射屏产生的像面散斑场分布具有重要意义, 也为实验验证提供了理论依据.

- [1] Liu P S 1987 *Fundamentals of statistical optics of speckles* (Beijing: Science Press) p7 (in Chinese) [刘培森 1987 散斑统计光学基础 (北京: 科学出版社) 第 7 页]
- [2] Sprague R A 1972 *Appl. Opt.* **11** 2811
- [3] Fujii H, Asakura I, Shindo Y 1976 *Opt. Soc. Am.* **66** 1217
- [4] Fujii H, Asakura T 1977 *Opt. Soc. Am.* **67** 1171
- [5] Persson U 1993 *Opt. Eng.* **32** 3327
- [6] Cheng C F, Liu C X, Teng S Y, Zhang N Y, Li R X, Xu Z Z 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 1283
- [7] Wang T, Zhao D M 2010 *Chin. Phys. B* **19** 084201
- [8] Wang F, Peng X S, M L S, Liu S Y, Jiang X H, Ding Y K 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 135201 (in Chinese) [王峰, 彭晓世, 梅鲁生, 刘慎业, 蒋小华, 丁永坤 2012 物理学报 **61** 135201]
- [9] Goodman J W 1965 *Proc. IEEE* **53** 1688
- [10] Goodman J W 1967 *J. Opt. Soc. Am.* **57** 493
- [11] Vilkomerson D 1971 *J. Opt. Soc. Am.* **61** 929
- [12] Lee W H 1972 *J. Opt. Soc. Am.* **62** 797
- [13] Song H S, Cheng C F, Liu M, Teng S Y, Zhang N Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3887 (in Chinese) [宋洪胜, 程传福, 刘曼, 滕树云, 张宁玉 2009 物理学报 **58** 3887]
- [14] Liu M, Cheng C F, Song H S, Liu G Y, Teng S Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 964 (in Chinese) [刘曼, 程传福, 宋洪胜, 刘桂媛, 滕树云 2010 物理学报 **59** 964]
- [15] Dainty J C 1975 *Laser speckle and related phenomena* (Berlin and New York: Springer-Verlag) p15

Study on the distribution properties of image plane speckle fields produced by Gaussian correlation weak scattering screens*

Liu Man[†]

(School of science, Shandong polytechnic university Jinan 250353, China)

(Received 16 November 2012; revised manuscript received 5 January 2013)

Abstract

Far-field speckle generated by weak scattering screen is a central bright spots, around which is a speckle structure similar to the normal speckle. According to the far-field speckle produced by weak scattering screen, it is assumed that the image plane speckle of weak scattering screen is the result of coherent superposition of both uniform background and normal speckle. However, there exists a discrepancy between the assumption and the actual image plane speckle. Based on the above circumstances, the statistical properties are studied about the image plane speckle fields produced by Gaussian correlation weak scattering screens in the $4f$ optical imaging system of high-pass filter. It is found that the above assumption is correct when the surface roughness of the weak scattering screen and the wavelength of the incident light wave are almost the same.

Keywords: weak scattering screen, $4f$ optical imaging system, image plane speckle

PACS: 42.25.Dd, 42.30.Ms, 42.25.Fx

DOI: 10.7498/aps.62.094204

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10974122).

[†] Corresponding author. E-mail: liuman76@yahoo.com.cn