

一维亥姆霍兹共振腔声子晶体中缺陷模式的实验研究

高东宝 曾新吾[†] 周泽民 田章福

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 长沙 410073)

(2012年12月6日收到; 2013年1月9日收到修改稿)

基于亥姆霍兹共振腔单元设计并制作了一种一维局域共振型声子晶体, 针对结构中存在点缺陷的情况, 进行了实验研究. 实验结果表明, 由于点缺陷的存在, 局域共振型声禁带中出现了缺陷模式, 并且在缺陷单元周围引起了能量的局域现象, 与理论结果符合较好. 缺陷单元从两个不同的方向趋近于完美单元时, 缺陷模式分别按照不同的规律变化, 但是越靠近禁带边缘, 所局域的能量就越多. 另外, 当缺陷单元共振频率小于完美单元共振频率时, 局域能量主要集中在声波导内; 反之, 局域能量则主要集中在共振腔内. 本研究对设计新型低频声滤波装置及高声强集中装置具有一定意义.

关键词: 亥姆霍兹共振腔, 声子晶体, 缺陷模式, 能量局域化

PACS: 43.40.+s, 43.35.Gk, 43.20.+g

DOI: 10.7498/aps.62.094304

1 引言

声子晶体是指一类由人工微结构周期排列而成的, 在特定频率下存在声带隙的材料或结构^[1]. 由于受到周期结构的作用, 某些频率的声波不能从声子晶体中通过, 便形成了声禁带; 相反, 声波能通过的频率则称为声通带^[2]. 一般按照声禁带机理的不同, 可将声子晶体分为两类. 一类声禁带是基于布拉格散射原理产生的, 因此可称为布拉格型声子晶体^[3]. 在这类声子晶体中, 由于声波在周期排列的散射体单元之间出现了多重散射, 当其晶格常数恰好等于半波长的整数倍时, 便没有声波在出口处通过, 即出现了声禁带. 由于这一类声禁带所对应的声波波长与晶格常数相当, 所以不宜产生低频声禁带, 因为那样将会使得声子晶体的体积非常大从而影响实际应用. 另外一种类型的声禁带则是由于单个单元具有共振特性, 在其共振频率处, 声波被局限在了共振单元附近而不能向前传播. 所以, 这一类声子晶体也可以称为局域共振型声子晶体^[4-9]. 相对于布拉格型声子晶体来说, 局域共振型声子晶体可以产生非常低频率的声禁带. 例如刘正猷等人最先提出的三组元局域共振型声子晶体,

经实验表明, 所产生声禁带对应的入射波波长达到了单元尺寸的百倍以上^[4]. 这一类型的声子晶体对低频声与振动的隔离具有较好的应用前景^[7]. 不过, 一般来说, 由于结构相对复杂, 对局域共振型声子晶体的制造与实验也存在一定的难度.

亥姆霍兹共振腔 (Helmholtz resonator, HR) 是一种基本的声学单元, 具有共振特性, 由其组成的声子晶体具有良好的低频声禁带, 是一种典型的局域共振型声子晶体^[10,11]. 随着声学超材料理论研究的深入, 目前发现在其共振频率附近, 一维 HR 超材料还具有等效负体积模量和负动态质量密度等特性^[12-14], 对于设计新型声学功能器件也有很大的帮助. Cheng 等人的研究还表明, 当共振单元间存在耦合模式时, 还会出现禁带加宽^[15] 或产生新禁带^[16] 等现象.

声子晶体不但可以产生丰富的声带隙, 当声子晶体结构中存在缺陷的时候, 还可以使声波能量被局限在缺陷处 (点缺陷) 或沿着缺陷传播 (线缺陷)^[17,18]. 另外, 在带点缺陷的声子晶体能带图中, 还会出现缺陷模式, 它对应了声禁带中的一个非常窄的通带^[19,20], 这为实现较好的声滤波器件提供了一种可能. 在理论上, 对带点缺陷的一维 HR 声子晶体特性研究已存在一些方法, 比如声传输线

[†] 通讯作者. E-mail: xinwuzeng@nudt.edu.cn

法 (acoustic transmission line method, ATLM)^[13], 边界响应法 (interface response theory, IRT)^[20], 有限元法 (finite element method, FEM)^[13] 等等. 但目前来说, 相关实验研究还未见开展, 这对于 HR 声子晶体的深入研究和应用带来了一定的阻碍.

本文中, 我们制作了一组一维 HR 声子晶体模型, 对其中存在点缺陷的情况进行了实验研究. 通过改变缺陷单元共振频率, 分析了点缺陷所引起的缺陷模式变化情况, 以及缺陷处声能局域特点. 本模型还可以开展多缺陷问题的研究, 对推动 HR 声子晶体的进一步发展和低频隔声与低频强声场的产生都具有一定的意义. 实验结果表明, 由于点缺陷的存在, 原有局域共振型声禁带中出现了缺陷模式. 随着缺陷程度的变化, 缺陷模式在禁带中的位置也有所不同. 缺陷模式下, 能量会被局限在缺陷单元附近. 缺陷模式越靠近禁带边缘, 所局域的能量越大. 另外, 本文还对能量局域的特点进行了分析.

2 实验

如图 1 所示, 实验模型为一根带有周期排列亥姆霍兹共振腔的正方形声波导 (材料为钢), 其中声波导边长为 $a = 60 \text{ mm}$. 模型中共连接了 11 个共振腔, 单元间隔即晶格常数为 $L = 100 \text{ mm}$. 共振腔由短管和腔体组成, 短管半径 $a_1 = 10 \text{ mm}$, 长度为 $d_1 = 50 \text{ mm}$; 腔体的半径为 $a_2 = 35 \text{ mm}$. 腔体长度具有可调节性, 通过调节螺栓, 可在一定范围内 ($d_2 = 0\text{--}150 \text{ mm}$) 对腔体长度进行调节, 以改变 HR 的共振频率, 从而形成不同组合的声子晶体模型, 方便开展多种形式的实验研究.

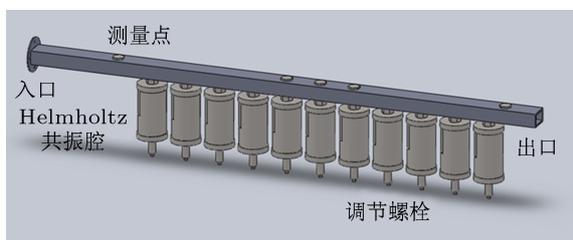


图 1 一维亥姆霍兹共振腔声子晶体模型

在实验中, 声波由声波导的左端进入, 为了在波导中形成平面波, 我们将扬声器放置在离第一个共振腔较远的位置 ($\sim 4L$). 同时, 在声波导上面安排了 5 个不同位置的测点, 方便对该点声信号进行

测量. 如图 2 所示的测量系统示意图中, 由电脑控制模拟信号的输出, 通过功率放大器, 控制扬声器产生所需声波信号, 实验中所用输入信号为白噪声. 电脑还会同时激发麦克风进行声信号的测量. 在测量结果中, 用 5# 位置和 1# 位置有效声压值的比作为该声子晶体模型的透射系数. 另外, 2#, 3# 和 4# 位置处的声压信号也将被采集, 以得到不同频率下声波导内声压分布情况.

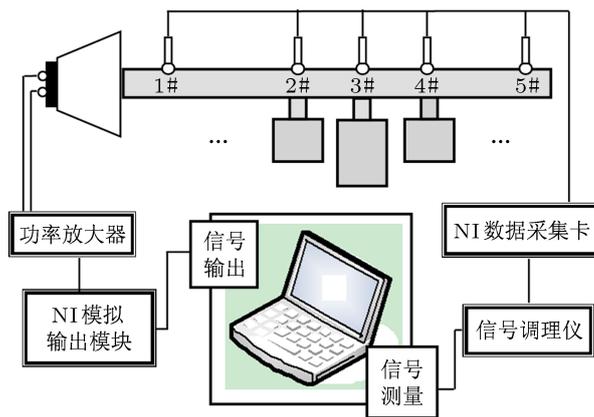


图 2 实验测量系统示意图

3 结果与讨论

3.1 点缺陷对声带隙的影响

在理论研究中, 声传输线法 (ATLM)^[12] 是计算 HR 声子晶体声传输特性的一种简单且有效的方法. 该方法通过阻抗转移关系式, 建立了一维 HR 声子晶体声波入口与出口间声阻抗关系, 使得通过简单的迭代便可以求得任意单元超材料声透射系数. 计算不受单元形状、尺寸等因素影响, 对周期、非周期结构都有效. 由于该方法是一种集总参数方法, 要求在使用过程中满足长波假设, 即 $\lambda \geq L$. 在实验中, 模型的工作频率对应的声波波长约为 $\lambda = 8L$, 满足这一条件, 所以我们可以首先基于此方法对实验结果进行一定的预期.

对于一个单元, 声波导内左右两侧声阻抗转移公式^[21]可表示如下:

$$Z_1 = Z_0 \times \frac{Z_r + jZ_0 \tan(kL)}{Z_0 + jZ_r \tan(kL)}, \quad (1)$$

其中, Z_1 表示单元左侧等效声阻抗, Z_r 表示单元右侧等效声阻抗, 这里 $Z_0 = \rho_0 c_0 / S_g$ 是填充介质的分布阻抗, S_g 为声波导横截面积. k 表示入射波波数, 而 L 为单元晶格常数.

在长波近似下,每一单元中波导声阻抗与 HR 单元声阻抗 (Z_h) 呈并联关系,并联声阻抗为

$$Z_p = Z_l || Z_h, \quad (2)$$

Z_p 是 HR 单元的等效声阻抗. (2) 式结果又可以作为前一个单元的右侧等效声阻抗,替代 (1) 式中的 Z_r .

无论各单元结构是否一致,经过 N 次迭代计算,可以得到 N 单元一维 HR 声子晶体等效声阻抗 (Z_{effect}). 由此可知,一维 HR 声子晶体的声压反射系数为

$$r_p = \frac{Z_{\text{effect}} - Z_0}{Z_{\text{effect}} + Z_0}. \quad (3)$$

声强反射系数和透射系数也可表示为

$$r_I = |r_p|^2, T = 1 - r_I. \quad (4)$$

本文中我们研究了一种带点缺陷的声子晶体模型,其中点缺陷位于第 6 单元处(即中间位置),缺陷单元腔体体积为完美单元体积的 3.2 倍.背景介质为空气.已有研究结果^[20,22]表明,在一定范围内调节 HR 单元的共振频率,而不改变单元间的排列方式,将不影响布拉格型声禁带的特性.而且由于我们的关注点主要位于低频段,因此,下文中我们将只给出局域共振型禁带的结果,不对布拉格型禁带进行深入研究.

图 3 所示为基于 ATLM 计算得到的 11 单元无缺陷声子晶体(实线)和带点缺陷声子晶体(虚线)传递损失随频率变化曲线.在传递损失频谱中,位于 386—442 Hz 出现了一处禁带,这正对应了完美单元的共振频率 394 Hz,是一个局域共振型禁带.当声子晶体中存在一处点缺陷时,虽然局域共振型声禁带依然保持.但同时也可以发现,在禁带靠近右侧边缘处出现了一个非常窄的通带(434 Hz),这正是由于缺陷态的存在而产生的缺陷模式(defect mode).另外,在 221 Hz 处的一个窄的传递损失低谷对应了缺陷单元的共振频率,是一个新的局域共振型禁带.

实验中,我们同样对比了带点缺陷的声子晶体和无缺陷声子晶体的传递损失频谱,如图 4 所示.相比图 3 来说,由于实际装置存在壁面效应,各种吸收效应,以及实际装置尺寸与理论模型间的差异,局域共振型禁带宽度要大一些(约为 346—477 Hz),但禁带依然是位于完美单元共振频率(约 398 Hz)附近的.同样的,在带点缺陷的声子晶体传递损失频谱中(虚线),我们可以发现,449 Hz 处出现了一

个尖峰,使得原来此频率时的传递损失减小了很多,这对应了图 3 中的缺陷模式,是由于缺陷单元的引入而产生的.同时,210 Hz 左右处的低谷则是由于缺陷单元的共振特性导致的,不过由于实际装置的复杂性,禁带效果并不如图 3 那样理想.图 4 的结果与理论结果符合的较好,证明了实验系统的正确性,并且在实验中可以较好的反映出点缺陷所产生的缺陷模式效果.

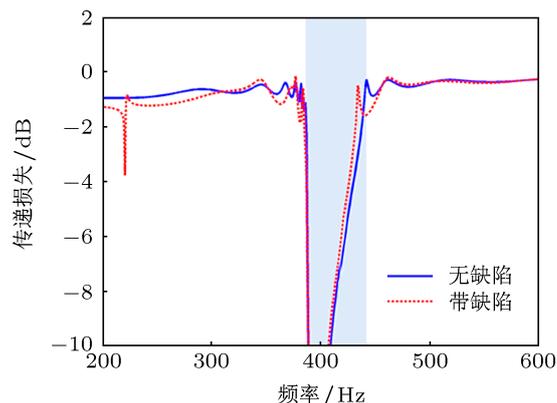


图 3 带缺陷声子晶体与无缺陷声子晶体传递损失对比(理论结果)

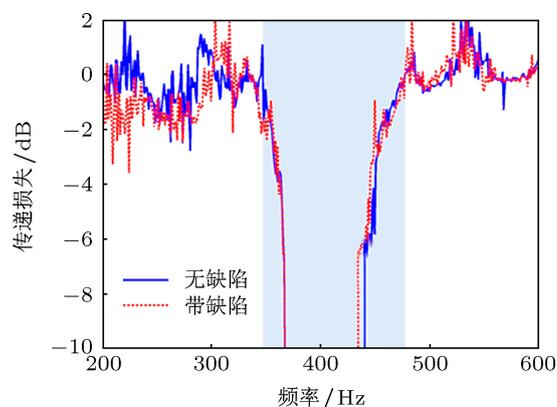


图 4 带点缺陷声子晶体和无缺陷声子晶体传递损失对比(实验结果)

我们进一步研究了缺陷模式在声禁带中出现的位置 (f_m) 与缺陷单元的缺陷程度之间的关系,如图 5 所示.其中,纵坐标频率值已用完美单元共振频率 (f_{perfect}) 归一化.缺陷程度可定义为缺陷单元的共振频率与完美单元共振频率之间的比值,即 $\alpha = f_{\text{defect}}/f_{\text{perfect}}$.当 $\alpha = 1$ 时,结构中不存在缺陷;否则离开 1 越远,缺陷程度越大.这里,我们通过调节共振腔体积,来产生不同缺陷程度的缺陷单元.从图 5 中可见,实验结果与理论结果符合的较好,具有一致的发展趋势.由于实验模型与理论模型之间存在的差异,也造成了两种结果略有不同.尤其

是当 $\alpha < 1$ 的时候, 实验结果比理论结果略大 2.5%. 不过, 这是可以接受的.

图 5 中, 缺陷模式在 $\alpha = 1$ 的处置出现了间断, 这是因为此时缺陷频率与共振频率相等, 相当于没有缺陷存在, 因此不会出现缺陷模式. 而在 $\alpha = 1$ 的左右两侧, f_m 分别按照不同的规律变化. 当 $\alpha < 1$ 的时候, f_m 随共振频率比变化较小, 随着 α 的增大, 频率略有上升. 当 $\alpha > 1$ 的时候, 缺陷模式出现的位置同样随 α 的增大而增大, 但变化幅度却较大. 总体来说, 随着 α 的增大, f_m 也在不断的增大, 当 $\alpha < 1$ 的时候, f_m 逐渐向禁带边缘靠近; 而当 $\alpha > 1$ 的时候, f_m 重新由共振频点附近产生, 而后逐渐向禁带边缘处靠近.

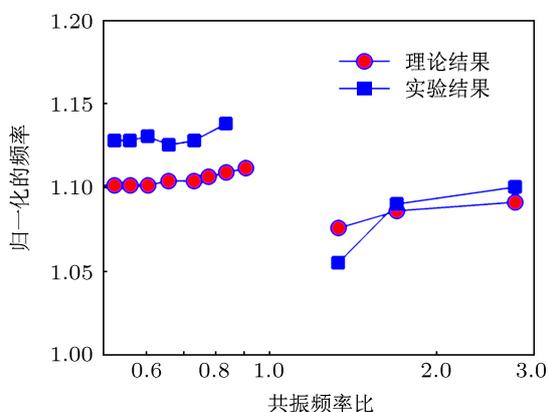


图 5 缺陷模式频率随缺陷程度的变化

3.2 点缺陷引起的能量集中

围绕缺陷单元会产生能量的局域现象, 这也是声子晶体中点缺陷的一个特点^[19]. 利用这一特性, 便于设计声能集中装置. 本文也对此进行了研究和分析. 实验中, 我们在 1# 到 5# 各测点 (如图 2 所示) 分别放置了麦克风, 同时测量各点的声压值. 此时, 声子晶体结构参数与图 4 相同. 入射波频率为 449 Hz, 对应于频谱中的缺陷模式 (图 4).

图 6 中分别给出了声子晶体在无缺陷状态下和带点缺陷状态下不同测点的归一化能量分布. 当声子晶体中不存在缺陷的时候 (圆点线), 能量大部分被反射回入口处, 而只有极少的能量从出口处通过. 在图 6 中可见, 从入口处 (1# 测点) 开始到 2# 测点, 能量已下降了 76%, 而出口处 (5# 测点) 能量仅为入口处能量的 0.28%, 说明此频率处于声禁带中. 这一结果也说明了局域共振型禁带的形成机理^[5], 当入射波频率接近共振单元的共振频率时, 腔体除了可以储存一部分能量外, 短管中的质量运动会变

得十分剧烈, 从而将声波导中入射来的能量大部分都反射回去, 在声波导出口处只有极少部分声波可以通过, 便产生了声禁带.

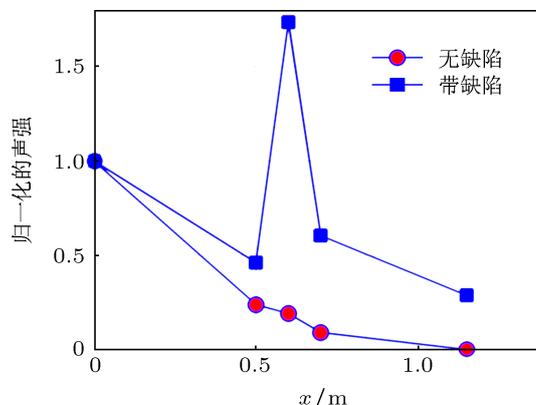


图 6 不同情况下声波导中能量的分布

但是, 当声子晶体中 3# 测点处存在一个缺陷单元的时候, 情况则完全不同 (方格线). 由于现实结构中入口处依然存在反射声能, 所以 2# 测点的声强值会比 1# 测点的小, 但仍然达到了它的 46%, 明显高于完美声子晶体情况. 显而易见的是, 此时在 3# 测点处, 能量远高于入口能量 (约为其 1.75 倍), 更远远大于无缺陷情况下此点的声强值 (约为 5.8 倍). 之后 (4# 测点), 能量又迅速降低, 仅为 3# 测点的 34%. 这说明在 3# 测点处出现了能量的集中, 与理论结果相符合, 验证了点缺陷声子晶体中能量局域的特性. 同时, 出口处的能量也较完美声子晶体有所提高, 约为其 100 倍, 这也是在该频率下产生近似声通带的一个原因.

另外, 注意到在无缺陷声子晶体情况中 (圆点线), 3# 测点的声强下降的速度有所放缓, 这是由于在该处放置了麦克风导致产生轻微的干扰, 而这并不影响问题的本质.

为了更好的认识一维 HR 声子晶体中点缺陷的基本特性, 我们也对不同缺陷程度下能量的局域效果进行了深入分析.

图 7 中给出了不同缺陷程度下, 对应于不同缺陷模式的缺陷单元位置处 (3# 测点) 声强值变化曲线, 其中纵坐标值均已采用各自情况下入口处声强幅值进行了归一化. 由图中可见, 当缺陷单元从两个不同方向趋近于完美单元时, 能量的变化规律是有所不同的. 当缺陷程度 $\alpha > 1$ 时, 随着缺陷单元共振频率的增大, 缺陷处能量逐渐增加. 而当 $\alpha < 1$ 时, 缺陷处的能量则不随着缺陷单元共振频率呈线

性变化. 其中当 $\alpha \approx 0.55$ 时, 出现了一个峰值. 对比图 5 来看, 在图 5 中, 实验结果此位置也存在一个小的突起, 此时缺陷模式距离局域共振型禁带右边界较近, 而距离完美单元共振频率点较远. 所以, 综合两幅图片的结果可知, 当 f_m 越靠近禁带边界时 (远离共振频率点), 缺陷处的能量越强, 声子晶体的能量局域效果越好.

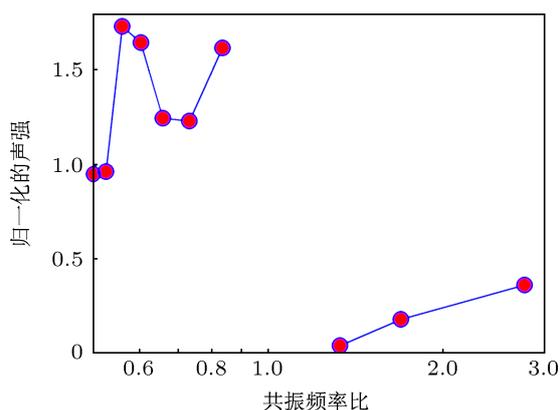


图 7 各缺陷模式对应的缺陷单元处能量变化

上述现象是由于, 在局域共振型禁带形成过程中, 越靠近禁带边缘, 第一个共振腔对能量的约束能力越有限, 而在声波导中传播的能量和被后续 HR 所约束的能量将越多. 所以, 当达到缺陷模式频率的时候, 被集中在缺陷单元周围的能量就会越多.

不过, 在图 7 中还存在一个有趣的现象. 当 $\alpha > 1$ 时, 缺陷单元处的能量要远小于 $\alpha < 1$ 时的情况. 这是由 HR 声子晶体中能量分布特性决定的, 基于有限元方法, 图 8 中给出了不同入射波频率下, 无缺陷 HR 声子晶体中能量的分布情况. 其中, 两种入射波频率均不位于声禁带内. 可以发现, 当入射波频率小于 HR 共振频率时 (图 8(a)), HR 未达到共振状态, 处于一种储能的过程中, 能量主要集中在共振腔内. 而当入射波频率大于 HR 的共振频率时 (图 8(b)), 已经超过了 HR 的共振状态, HR 处于

一种释放能量的过程, 则能量主要集中在声波导中.

所以, 当 $\alpha > 1$ 的时候, 也就是 $f_{\text{defect}} > f_{\text{perfect}}$, 那么此时缺陷模式的频率 $f_m < f_{\text{defect}}$. 也就是说, 在缺陷模式出现的时候, 缺陷单元处于未共振状态, 所以被局域化的能量将主要分布在 HR 内部, 波导中的能量便很少. 反之当 $\alpha < 1$ 时, $f_m > f_{\text{defect}}$. 缺陷模式出现时, 缺陷单元处于已共振的状态, 被局域化的能量主要集中在声波导中. 如此, 便产生了图 7 所示的结果.

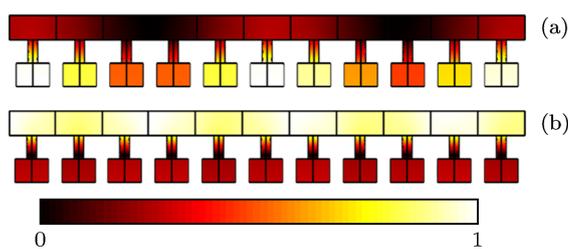


图 8 不同频率下 HR 声子晶体结构中能量的分布

4 结论

基于亥姆霍兹共振腔, 设计并制作了一种一维局域共振型声子晶体, 针对声子晶体中存在点缺陷的情况, 进行了实验研究. 实验结果与经典理论结果符合较好. 由于点缺陷的存在, 原有局域共振型声禁带内部出现了一条非常窄的声通带, 即缺陷模式. 不同的缺陷程度对缺陷模式出现的位置也会产生较大的影响. 另外, 本文还对缺陷模式下声波导中声场分布情况进行了测量, 证明了缺陷单元周围的能量局域现象. 经过统计分析发现, 局域模式越靠近禁带边缘, 能量局域的效果越强. 实验中还发现, 当缺陷单元共振频率大于 (小于) 完美单元共振频率的时候, 局域的能量主要分布在共振腔中 (声波导中). 本研究对进一步认识局域共振型声子晶体中缺陷模式的机理具有一定意义, 并将对设计新型声滤波器和聚能装置有所帮助.

[1] Wen X S, Wen J H, Yu D L, Wang G, Liu Y Z, Han X Y 2009 *Phononic crystals* (Beijing: National Defense Industry Press) p1 (in Chinese) [温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 王刚, 刘耀宗, 韩小云 2009 声子晶体 (北京: 国防工业出版社) 第 1 页]
 [2] Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, Djafari-Rouhani B 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2022
 [3] Liu Q N 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 034301 (in Chinese) [刘启能 2011 物理学报 **60** 034301]

[4] Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y W, Zhu Y Y, Yang Z Y, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
 [5] Ding C L, Zhao X P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6351 (in Chinese) [丁昌林, 赵晓鹏 2009 物理学报 **58** 6351]
 [6] Ding C L, Zhao X P, Hao L M, Zhu W R 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 044301 (in Chinese) [丁昌林, 赵晓鹏, 郝丽梅, 朱卫仁 2011 物理学报 **60** 044301]
 [7] Wen Q H, Zuo S G, Wei H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 034301 (in Chi-

- nese) [文岐华, 左曙光, 魏欢 2012 物理学报 **61** 034301]
- [8] Wang G, Wen X S, Wen J H, Shao L H, Liu Y Z 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 154302
- [9] Chen S B, Wen J H, Wang G, Han X Y, Wen X S 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 094301
- [10] Hu X H, Chan C T 2005 *Phys. Rev. E* **71** 055601(R)
- [11] Liu M, Hou Z L, Fu X J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 104302 (in Chinese) [刘敏, 侯志军, 傅秀军 2012 物理学报 **61** 104302]
- [12] Fang N, Xi D J, Xu J Y, Ambati M, Srituravanich W, Sun C, Zhang X 2006 *Nature Mater.* **5** 452
- [13] Cheng Y, Xu J Y, Liu X J 2008 *Phys. Rev. B* **77** 045134
- [14] Fok L, Zhang X 2011 *Phys. Rev. B* **83** 214304
- [15] Cheng Y, Xu J Y, Liu X J 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 051913
- [16] Cheng Y, Liu X J 2012 *Appl. Phys. A* **109** 805
- [17] Wu F G, Liu Z Y, Liu Y Y 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 785
- [18] Wei Q, Cheng Y, Liu X J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 124301 (in Chinese) [魏琦, 程营, 刘晓峻 2011 物理学报 **60** 124301]
- [19] Sigalas M M 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **101** 1256
- [20] Wang Z G, Lee S H, Kim C K, Park C M, Nahm K, Nikitov S A 2008 *J. Appl. Phys.* **103** 064907
- [21] Du G H, Zhu Z M, Gong X F 2001 *Fundamentals of Acoustics* (Nanjing: Njing University Press) p255 (in Chinese) [杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬 2001 声学基础 (南京: 南京大学出版社) 第 255 页]
- [22] Liu Z Y, Chan C T, Sheng P 2002 *Phys. Rev. B* **65** 165116

Experiments on defect mode of one-dimensional phononic crystal containing Helmholtz resonators

Gao Dong-Bao Zeng Xin-Wu[†] Zhou Ze-Min Tian Zhang-Fu

(College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 6 December 2012; revised manuscript received 9 January 2013)

Abstract

In this paper, a local resonant phononic crystal is designed and fabricated based on Helmholtz resonators. Experiment is carried out to study the defect mode of the structure, in which a point defect is introduced. Due to the coupling of the defect cell and perfect cells, a narrow pass band appears in the local resonant forbidden band. Meanwhile, acoustic energy localization effect is observed around the defect resonator at the frequency of defect mode which changes with the defect parameter. However, the defect mode is close to the edge of the forbidden band, the localized energy is high. In addition, if the resonant frequency of the defect unit is smaller than that of the perfect unit, the localized energy is mostly distributed in the waveguide. In contrast, the energy is mostly localized in the resonators when the defect unit frequency is larger than that of the perfect unit. This work will be of help for designing new acoustic functional devices of filters and concentrators.

Keywords: Helmholtz resonator, phononic crystal, defect mode, acoustic energy localization

PACS: 43.40.+s, 43.35.Gk, 43.20.+g

DOI: 10.7498/aps.62.094304

[†] Corresponding author. E-mail: xinwuzeng@nudt.edu.cn