

# 基于符号函数的注入反馈式蔡氏电路同步控制\*

马美玲 闵富红<sup>†</sup> 邵书义 黄苗玉

(南京师范大学电气与自动化工程学院, 南京 210042)

(2013年8月28日收到; 2013年9月29日收到修改稿)

蔡氏电路的状态变量不易引出, 一般的同步控制方法难以硬件电路实现. 针对此类含有电感、电容储能元件的混沌电路, 提出一种注入反馈式混沌同步电路设计方法, 通过引出状态变量, 并在状态变量微分量未知的情况下对系统实施混沌控制. 利用该方法, 对运动行为不同的两个蔡氏系统, 实现了基于符号函数的非线性投影同步控制研究, 电路实验结果验证了该方法的可行性和有效性.

**关键词:** 蔡氏电路, 注入反馈式, 符号函数, 投影同步

**PACS:** 05.45.Gg, 05.45.Pq, 05.45.Xt

**DOI:** 10.7498/aps.63.010507

## 1 引言

著名华裔科学家美国加州大学教授蔡少棠于1983年研究发现, 包含两个及以上不稳定平衡点的分段线性电路, 能产生至少两个涡卷的混沌行为<sup>[1,2]</sup>, 由此提出了著名的蔡氏电路, 其结构简单且运动行为丰富, 被视为混沌理论和实验研究的典范, 在非线性科学与保密通信等工程领域具有广泛应用. 因而, 蔡氏电路的混沌同步控制已成为非线性领域的热点课题之一<sup>[3-17]</sup>. 文献<sup>[8]</sup>使用主从同步法, 基于单向耦合方实现了蔡氏系统的完全同步; 文献<sup>[9]</sup>针对含有不确定参数的蔡氏电路, 提出一种仅需传递单路信号实现混沌自适应同步的方法, 实现了蔡氏电路的自适应同步与参数辨识; 文献<sup>[10,11]</sup>基于 Lyapunov 函数稳定性理论, 构造变结构滑模控制器分别实现了蔡氏系统的完全同步与投影同步; 文献<sup>[12,13]</sup>结合智能控制算法, 基于 T-S 模糊模型提出一种模糊观测器, 实现了蔡氏电路的广义投影同步, 增加了系统的抗干扰能力; 文献<sup>[14,15]</sup>通过设计合适非线性反馈控制器, 构造 Lyapunov 函数证明误差系统的稳定性, 实现了分

数阶蔡氏系统的各种形式同步. 以上控制方法为蔡氏电路的进一步应用奠定了很好的基础, 但有些控制方法过于复杂, 容易受到硬件电路中电子元件的限制, 在物理上难以实现.

在非线性动力学系统中, 非线性环节是系统产生混沌吸引子的重要环节, 也是硬件电路实验的关键. 在蔡氏系统中, 由于储能元件电感的存在, 蔡氏电路的系统变量及其微分量很难从电路中直接引出, 一般的同步非线性环节设计方法在实际硬件电路中难以适用. 在以往文献中, 对非光滑及分段部分的处理, 有学者采用模块化方式替换电感电容元件的方法来简化电路. 文献<sup>[16]</sup>利用运算放大器的限幅性质, 实现了分数阶蔡氏系统错位投影同步的无感模块化电路; 文献<sup>[17]</sup>提出了一种基于模块化的电路设计方法, 利用反相加法器、积分器和反相器, 设计了一种新型的三涡卷蔡氏混沌电路, 并进行了与之相应的电路实验. 文献<sup>[18]</sup>采用单变量反馈法, 实现了模块化后蔡氏电路的非线性同步控制电路. 上述方法虽然有利于同步控制电路的实现, 但改变了蔡氏电路的本质, 也增加了电路设计的复杂程度.

针对上述问题, 本文以蔡氏电路为研究对象,

\* 国家自然科学基金(批准号: 51075275)、江苏省自然科学基金(BK20131402)、教育部留学回国人员科研启动基金(批准号: 教外司[2012]1707号)、江苏省六大大人才高峰资助的课题和江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(编号: CXLX13\_391)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: minfuhong@njnu.edu.cn

通过增加附加电路, 引出了蔡氏系统的所有状态变量. 同时, 开展具有不同运动行为的两个蔡氏电路投影同步控制, 提出一种基于符号函数的注入反馈式控制方法, 将同步控制变量直接导入电路中储能元件上, 在不改变电路本质的基础上, 实现了蔡氏电路比例投影同步的电路设计及实验.

## 2 蔡氏电路基本结构

经典的三阶自治蔡氏电路如图 1 所示, 电容  $C_1, C_2$ , 电感  $L_1$  为三个储能元件,  $R_m$  为可调电阻, 运算放大器  $U_1, U_2$  以及电阻  $R_i (i = 1, \dots, 6)$  组成了具有分段伏安特性的非线性蔡氏二极管. 以电容电压  $U_{C_1}, U_{C_2}$ , 电感电流  $i_{L_1}$  为状态变量, 根据基尔霍夫定律及电路元件的电压电流约束条件, 则该电路的动力学特性如图 1 所示.

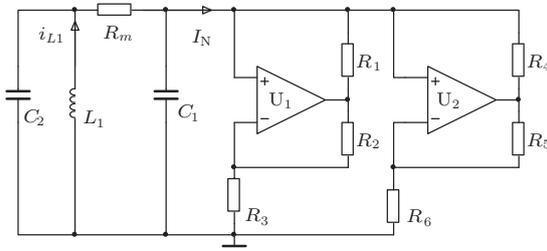


图 1 三阶自治蔡氏电路原理图

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} &= \frac{U_{C_2} - U_{C_1}}{R_m} - I_N, \\ C_2 \frac{dU_{C_2}}{dt} &= \frac{U_{C_1} - U_{C_2}}{R_m} + i_{L_1}, \\ L_1 \frac{di_{L_1}}{dt} &= -U_{C_2}. \end{aligned} \quad (1)$$

其中, 非线性部分电流  $I_N$  为

$$\begin{aligned} I_N &= G_1 U_{C_1} + 0.5(G_0 - G_1)[|U_{C_1} + E| \\ &\quad - |U_{C_1} - E|], \end{aligned} \quad (2)$$

式中,

$$\begin{aligned} G_0 &= -\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_6}, \\ G_1 &= \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_6}, \\ E &= \frac{R_3}{R_3 + R_2} V_{CC}. \end{aligned}$$

为了详细分析蔡氏电路的方程特性, 对状态方程 (1) 进行无量纲处理, 令  $\tau = t/\tau_0$ ,  $\tau_0 = R_m C_2$ ,  $x_1 = U_{C_1}/E$ ,  $y_1 = U_{C_2}/E$ ,  $z_1 = R_m i_{L_1}/E$ ,  $\alpha_1 = C_2/C_1$ ,  $\beta_1 = R_m^2 C_2/L_1$ , 替换各变量后简

化方程为

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= \alpha_1 [y_1 - f(x_1)], \\ \frac{dy_1}{d\tau} &= x_1 - y_1 + z_1, \\ \frac{dz_1}{d\tau} &= -\beta_1 y_1. \end{aligned} \quad (3)$$

其中,

$$\begin{aligned} f(x_1) &= m_1 x_1 + 0.5(m_0 - m_1)[|x_1 + 1| - |x_1 - 1|], \\ m_0 &= R_m G_0 + 1, \quad m_1 = R_m G_1 + 1. \end{aligned}$$

根据上文推导, 可知整个电路系统包含三个状态变量  $x_1, y_1, z_1$ , 其中  $x_1, y_1$  可由电容  $C_1, C_2$  的电压值扩大  $E$  倍直接得到, 但  $z_1$  由电阻  $R_m$  和电流  $i_{L_1}$  构成, 引出相对麻烦. 此外, 状态变量  $x_1, y_1, z_1$  对应的微分变量也很难从电路中直接得到, 因而要在原电路上进行同步控制实验不易实现. 文献 [17] 根据系统无量纲状态方程反推得到相应的模块化电路, 方便地引出了系统变量以及相应微分变量, 近似得到了经典蔡氏电路的运动特性, 但模块化处理改变了电路的本质, 只是对原电路的一种高度近似. 针对该问题, 本文着重讨论如何在原蔡氏电路上实现非线性控制下的比例投影同步电路.

## 3 系统状态变量的引出

为方便实验数据的取值, 首先对系统 (3) 进行尺度变换:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= \alpha_1 [Y_1 - f(X_1)], \\ \dot{Y}_1 &= X_1 - Y_1 + Z_1, \\ \dot{Z}_1 &= -\beta_1 Y_1. \end{aligned} \quad (4)$$

变换后的状态变量整体扩大了  $E$  倍,  $X_1, Y_1$  即为电容电压  $U_{C_1}, U_{C_2}$  的测量值大小, 变量  $Z_1$  可以根据方程 (4) 中  $Z_1$  的微分量与变量  $Y_1$  所呈现负线性关系获得. 蔡氏电路中三个状态变量的引出图如图 2 所示, 电容  $C_2$  两端并联一个电压跟随器  $U_3$  和一个积分电路  $U_4$  (由虚框部分表示). 电容  $C_2$  两端电压量  $U_{C_2}$ , 即状态变量  $Y_1$ , 是整个附加电路的输入, 经过电压跟随器  $U_3$  后与积分电路  $U_4$  相连, 得到输出电压  $V_{U_4}$ , 其输入与输出关系如下:

$$\dot{V}_{U_4} = -\frac{1}{R_7 C_3} Y_1. \quad (5)$$

比较表达式 (5) 和方程组 (4) 的第三式, 可知: 通过选择合适的参数  $R_7, C_3$ , 可以用积分电路的输出电压  $V_{U_4}$  来表示蔡氏电路的第三个状态变量  $Z_1$ .

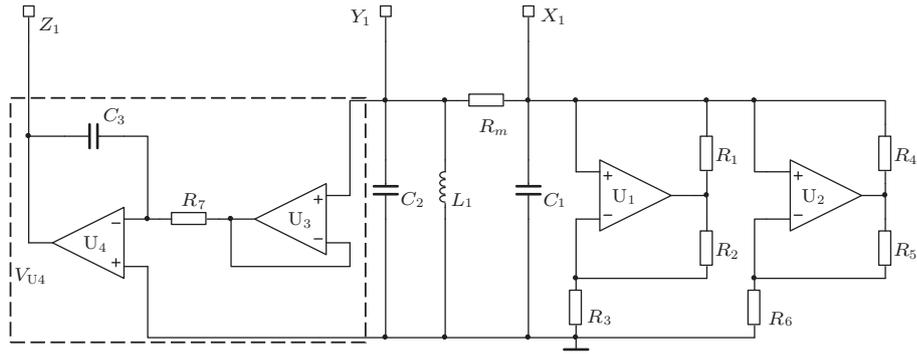


图2 系统状态变量引出图

下面根据图2进行硬件电路实验,从而验证上述分析的正确性. 电路中运算放大器均选用TL082CD,工作电压 $V_{CC} = +15\text{ V}$ ,  $V_{EE} = -15\text{ V}$ . 电容 $C_1, C_2, C_3$ 的初始值分别设为 $0.01\text{ V}$ ,  $0.02\text{ V}$ ,  $0.03\text{ V}$ .

选取电路参数 $R_1 = R_2 = 22\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 3.3\text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = R_5 = 220\ \Omega$ ,  $R_6 = 2.2\text{ k}\Omega$ ,  $R_m = 1.5\text{ k}\Omega$ , 此时 $m_0 = -0.1363$ ,  $m_1 = 0.3864$ .

当蔡氏系统参数 $\alpha_1 = 7.8$ ,  $\beta_1 = 12$ 时, 对应元器件参数 $C_1 = 10\text{ nF}$ ,  $C_2 = 78\text{ nF}$ ,  $C_3 = 100\ \mu\text{F}$ ,  $L_1 = 14.6\text{ mH}$ ,  $R_7 = 833\ \Omega$ , 系统表现为单涡卷运动状态(如图3(a)); 当系统参数 $\alpha_1 = 10$ ,  $\beta_1 = 15$ 时, 对应元器件参数 $C_1 = 10\text{ nF}$ ,  $C_2 = 100\text{ nF}$ ,  $C_3 = 100\ \mu\text{F}$ ,  $L_1 = 15\text{ mH}$ ,  $R_7 = 667\ \Omega$ , 系统表现为双涡卷运动状态(如图3(b)). 电路实验结果与理论分析完全一致, 验证了上述方法的正确性.

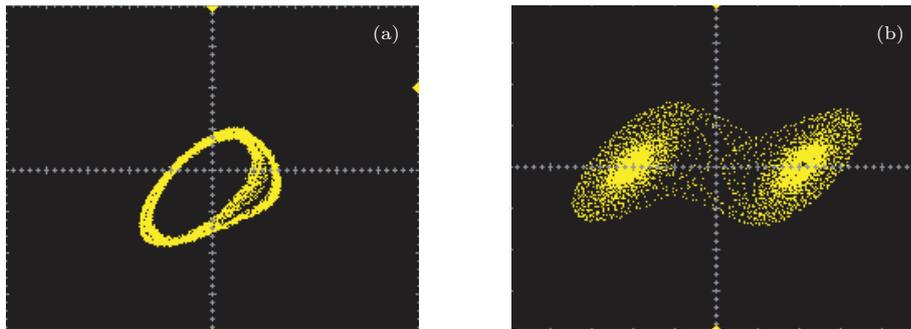


图3 蔡氏电路运动状态 (a) 单涡卷吸引子; (b) 双涡卷吸引子

#### 4 控制问题的形成

以方程(4)为驱动系统, 添加控制器 $U = (u_1, u_2, u_3)$ 后得到响应系统如下:

$$\begin{aligned} \dot{X}_2 &= \alpha_2[Y_2 - f(X_2)] + u_1, \\ \dot{Y}_2 &= X_2 - Y_2 + Z_2 + u_2, \\ \dot{Z}_2 &= -\beta_2 Y_2 + u_3. \end{aligned} \quad (6)$$

显然在进行同步控制时, 控制器 $U$ 并不是直接作用于系统的状态变量, 而是作用于状态变量的微分量上, 这在数值仿真时很容易实现, 但对于三阶自治蔡氏电路, 即使用上文的方法引出了三个状态变量, 也很难用电路实现状态变量的微分量来进行同

步控制. 针对该问题, 本文提出了一种注入反馈式电路设计方法.

依据响应系统(6), 从电路的角度分析控制器对电路中电流及电压的改变. 根据上文中蔡氏电路的无量纲方程的推导可知,  $X_2, Y_2$ 为电容电压与转折点电压的比值,  $Z_2$ 为电感电流与可调电阻相乘后与转折点电压的比值, 因此 $X_2, Y_2, Z_2$ 均具有电压参考意义, 结合电容、电感的固有特性, 可以将微分量 $\dot{X}_2, \dot{Y}_2, \dot{Z}_2$ 近似理解为电流参考量. 因此, 在微分方程组(6)中添加控制器 $u_1, u_2, u_3$ , 可以理解为往电路中注入电流参考量 $i_1, i_2, i_3$ , 从而实现系统运动行为的控制.

如何控制电流参考量 $i_1, i_2, i_3$ 大小是实现蔡

氏电路的比例投影同步控制设计的关键. 本文设计了外加控制电压来改变电路中电流大小的方法, 即注入反馈式控制方法. 如图 4 所示, 在响应电路中添加控制电压  $V_1, V_2, V_3$  和两个可调电阻  $R_s$ , 同时

断开电感与地的连接, 此时, 电压  $V_1, V_2, V_3$  和电流  $i_1, i_2, i_3$  一一对应. 这里, 增加可调电阻  $R_s$ , 断开电感和地的连接是为了往支路中注入电流, 具体控制作用将在下文详细给出.

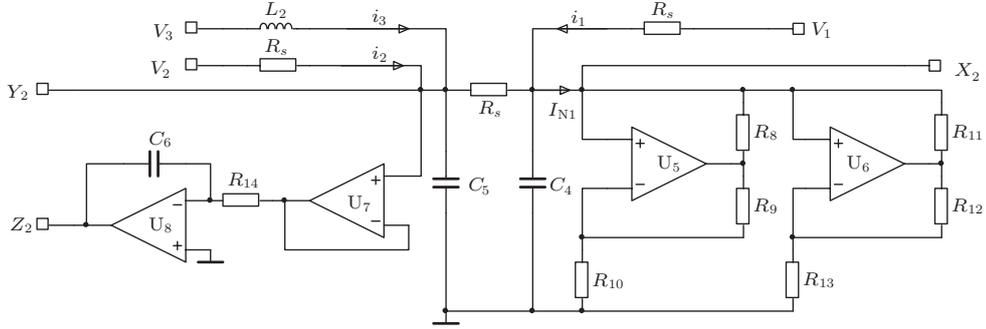


图 4 响应电路图

取电容电压  $U_{C_4}, U_{C_5}$  和电感电流  $i_3$  为状态变量, 可得添加控制电压  $V_1, V_2, V_3$  后的响应电路状态方程如下:

$$\begin{aligned} C_4 \frac{dU_{C_4}}{dt} &= \frac{U_{C_5} - U_{C_4}}{R_s} + \frac{V_1 - U_{C_4}}{R_s} - I_{N1}, \\ C_5 \frac{dU_{C_5}}{dt} &= \frac{U_{C_4} - U_{C_5}}{R_s} + \frac{V_2 - U_{C_5}}{R_s} + i_3, \\ L_2 \frac{di_3}{dt} &= -U_{C_5} + V_3. \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} I_{N1} &= G_3 U_{C_4} + 0.5(G_2 - G_3)(|U_{C_4} + E_1| \\ &\quad - |U_{C_4} - E_1|), \\ E_1 &= \frac{R_{10} V_{CC}}{R_{10} + R_9}, \\ G_2 &= -\frac{1}{R_{10}} - \frac{1}{R_{13}}, \\ G_3 &= \frac{1}{R_8} - \frac{1}{R_{13}}. \end{aligned}$$

为了与驱动系统保持一致, 对添加了控制电压的响应系统 (7) 进行无量纲变换和尺度变换, 令  $\tau = \tau/\tau_0, \tau_0 = R_r C_5, x_2 = U_{C_4}/E_1, y_2 = U_{C_5}/E_1, z_2 = i_3 R_s/E_1$ , 同时将状态变量扩大  $E_1$  倍, 变换后的响应系统表示为

$$\begin{aligned} \dot{X}_2 &= \alpha_2 [Y_2 - f(X_2)] + \alpha_2 (V_1 - X_2), \\ \dot{Y}_2 &= X_2 - Y_2 + Z_2 + V_2 - Y_2, \\ \dot{Z}_2 &= -\beta_2 Y_2 + \beta_2 V_3. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$f(X_2) = m_3 X_2 + 0.5(m_2 - m_3)[|X_2 + 1|$$

$$- |X_2 - 1|],$$

$$m_2 = R_s G_2 + 1, \quad m_3 = R_s G_3 + 1.$$

比较方程组 (6) 和 (8), 可得控制器  $U = (u_1, u_2, u_3)$  与电路中控制电压  $V_1, V_2, V_3$  的关系为

$$V_1 = \frac{u_1}{\alpha_2} + X_2, \quad V_2 = u_2 + Y_2, \quad V_3 = \frac{u_3}{\beta_2}. \quad (9)$$

由此可知, 只要控制器  $u_1, u_2, u_3$  已知, 就能得到控制电压表达式, 对应的电流值也就确定了.

为了验证上述方法的正确性, 下面进行同步控制电路实验, 本文提出了一种如方程组 (10) 所示的基于符号函数的同步控制器, 实现具有不同运动行为的蔡氏系统投影同步. 其优点在于: 符号函数不仅具有分段特性, 能够很好适应非线性电路, 而且具有有限幅功能, 有效缩短了驱动系统与响应系统之间的正负差值, 使驱动系统和响应系统快速达到同步.

$$\begin{aligned} u_1 &= k_1 \cdot \text{sgn}(X_1 - p_1 X_2), \\ u_2 &= k_2 \cdot \text{sgn}(Y_1 - p_2 Y_2), \\ u_3 &= k_3 \cdot \text{sgn}(Z_1 - p_3 Z_2). \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $P = [p_1, p_2, p_3]^T$  为比例函数矩阵,  $K = [k_1, k_2, k_3]^T$  为控制增益. 将该控制器代入控制电压  $V_1, V_2, V_3$  的表达式, 得

$$\begin{aligned} V_1 &= (k_1/\alpha_2) \text{sgn}(X_1 - p_1 X_2) + X_2, \\ V_2 &= k_2 \text{sgn}(Y_1 - p_2 Y_2) + Y_2, \\ V_3 &= (k_3/\beta_2) \text{sgn}(Z_1 - p_3 Z_2). \end{aligned} \quad (11)$$

依据方程组 (11) 可以设计如图 5 所示控制电压的电路.

图 5(a) 中, 运算放大器  $U_9$  与  $R_{15}$ ,  $R_{16}$ ,  $R_{17}$ ,  $R_{18}$  四个电阻构成减法电路, 实现了变量  $X_1$ ,  $X_2$  的比例相减. 在无反馈电路并且负输入端接地的情况下, 运算放大器  $U_{10}$  构成比较电路. 由于本文所有电路中运算放大器的工作电压均为  $\pm 15$  V, 当  $U_{10}$  正向输入端幅值大于 0 时, 输出电压为 13.5 V; 当幅值等于 0 时, 输出电压为 0 V; 当幅值小于 0 时, 输出电压为  $-13.5$  V. 为了构成符号函数电路, 在  $U_{10}$  的输出端连接一个  $125$  k $\Omega$  和一个  $10$  k $\Omega$  的电阻进行分压. 运算放大器  $U_{11}$  与  $R_{19}$ ,  $R_{20}$ ,  $R_{21}$  构成反相比例加法电路,  $U_{12}$  与两个阻值相同的电阻构成反相电路, 其输出电压

$$\frac{R_{21}}{R_{20}} \operatorname{sgn} \left[ \left( 1 + \frac{R_{18}}{R_{15}} \right) \left( \frac{R_{17}/R_{16}}{1 + R_{17}/R_{16}} \right) X_1 - \frac{R_{18}}{R_{15}} X_2 \right] + \frac{R_{21}}{R_{19}} X_2,$$

即控制电压  $V_1$ .

图 5(b) 中, 运算放大器  $U_{13}$  与  $R_{22}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{24}$ ,  $R_{25}$  四个电阻构成减法电路, 输出电压受符号函数电路控制后, 经过由运算放大器  $U_{15}$ ,  $U_{16}$  分别构成的反相比例加法电路和反相电路, 最终输出电压

$$\frac{R_{28}}{R_{26}} \operatorname{sgn} \left[ \left( 1 + \frac{R_{25}}{R_{22}} \right) \left( \frac{R_{24}/R_{23}}{1 + R_{24}/R_{23}} \right) Y_1 - \frac{R_{25}}{R_{22}} Y_2 \right] \frac{R_{28}}{R_{26}} + Y_2,$$

即控制电压  $V_2$ .

图 5(c) 中, 运算放大器  $U_{17}$  与  $R_{29}$ ,  $R_{30}$ ,  $R_{31}$ ,  $R_{32}$  四个电阻构成减法电路, 输出电压受符号函数电路控制, 经过反相比例放大电路  $U_{19}$  后, 再由反相电路  $U_{20}$  进行反相控制, 最终得到

$$\frac{R_{34}}{R_{33}} \operatorname{sgn} \left[ \left( 1 + \frac{R_{32}}{R_{29}} \right) \left( \frac{R_{31}/R_{30}}{1 + R_{31}/R_{30}} \right) Z_1 - \frac{R_{32}}{R_{29}} Z_2 \right],$$

即控制电压  $V_3$ .

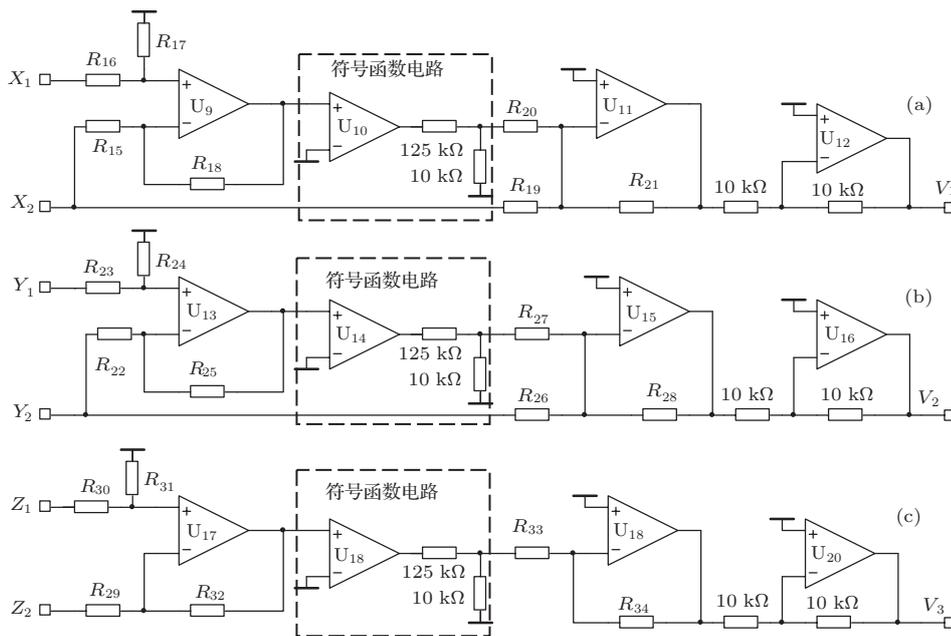


图 5 控制电压电路图

以上设计了基于符号函数的控制电压电路, 下面选取具体的数值进行蔡氏电路的比例投影同步控制硬件电路实验. 在添加控制电路之前, 驱动系统参数设置为  $\alpha_1 = 10$ ,  $\beta_1 = 15$ ,  $m_0 = -0.1363$ ,  $m_1 = 0.3864$ , 表现为双涡卷运动状态 (如图 3(b)). 响应系统参数设置为  $\alpha_1 = 7.8$ ,  $\beta_1 = 12$ ,  $m_0 = -0.1363$ ,  $m_1 = 0.3864$ , 表现为单涡

卷运动状态 (如图 3(a)). 当控制电路投入工作时, 设定投影比例系数  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 2$ ,  $p_3 = 3$ , 反馈增益  $k_1 = 10$ ,  $k_2 = 0.5$ ,  $k_3 = 0.45$ . 由图 6 可以观察到, 响应电路迅速跟随驱动系统, 响应速度很快, 由单涡卷运动状态转变为单涡卷运动状态, 两个系统对应的三个状态变量比例图关系为 1, 1/2, 1/3 倍, 实现了驱动系统与响应系统的比例投影同步.

在以上电路设计中, 利用电压跟随器与积分环节引出了蔡氏电路的三个状态变量, 并且合理地设计了基于符号函数控制器下的蔡氏系统投影同步控制电路, 硬件电路实验效果很好. 但是, 在进行蔡氏电路系统的混沌同步控制机理分析时, 由于蔡氏电路属于非光滑系统, 具有特有的向量场, 无法得到其线性化方程, 因而构造误差系统的李亚普诺夫函数很难, 缺乏一些系统的理论分析方法. 文献[8]基于Lyapunov稳定性理论, 设计反馈控制器实现了蔡氏电路的主从同步, 给出了混沌同步的充分

条件, 该方法只适用于含有分段线性函数的混沌系统同步, 不具有非光滑系统同步控制的通用性. 文献[10]将非光滑蔡氏系统的同步控制转化为了光滑系统的控制问题, 再利用滑模控制对误差系统的零解稳定性进行研究, 改变了系统的固有性质. 对于本文中符号函数控制方法实现蔡氏电路投影同步的控制机理, 作者已经使用不连续动力学系统的同步理论[19]进行了详细地分析, 并且给出了混沌系统同步控制的充要条件以及数值仿真图. 这里由于篇幅的原因, 将在后续的文章中给出.



图6 驱动电路与响应电路同步相图 (a)  $X_1$ - $X_2$  相图; (b)  $Y_1$ - $Y_2$  相图; (c)  $Z_1$ - $Z_2$  相图

## 5 结 论

本文通过设计简单的附加电路, 引出了经典蔡氏电路的状态变量, 并提出了一种可以施加在原电路上的同步电路设计方案. 文中将同步控制电路设计问题转换成反馈电流电压设计的问题, 研究了控制器的本质作用, 并基于符号函数控制方法实现了处于不同运动状态的两个混沌系统比例投影同步. 电路实验结果证实了该方法的可行性.

## 参考文献

- [1] Takashi M, Leon O C, 1985 Motomasa K *IEEE transactions on circuits and systems* **32** 797
- [2] Yu S M 2011 *Chaotic Systems and Chaotic Circuits-Principle, Design and its Application in communications* (Xian: Xian University Press) (in Chinese) [禹思敏 2011 混沌系统与混沌电路——原理、设计及其在通信中的应用 (西安: 西安电子科技大学出版社)]
- [3] Min F H, Wang Z Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 31 (in Chinese) [闵富红, 王执铨 2008 物理学报 **57** 31]
- [4] Xie B L, Zhou Z G, Zhang Z D 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 188702 (in Chinese) [谢柏林, 周志刚, 张正道 2013 物理学报 **62** 188702]
- [5] Hu M F, Xu Z Y 2008 *Nonlinear Analysis RWA* **9** 1253
- [6] Zhang H B, Xia J W, Yu Y B, Dang C Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030505

- [7] Wang J W, Ma Q H, Zeng L 2011 *Chin. Phys. B* **20** 080506
- [8] Hanéne M, Olfa B 2012 *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **17** 1292
- [9] Li J F, Li N, Cai L, Zhang B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7500 (in Chinese) [李建芬, 李农, 蔡理, 张斌 2008 物理学报 **57** 7500]
- [10] Fu S H, Pei L J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5985 (in Chinese) [付士慧, 裴利军 2010 物理学报 **59** 5985]
- [11] Li W L, Chen X Q 2009 *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **14** 2009
- [12] Wu Z Q, Yue D, Xu S F 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1193 (in Chinese) [吴忠强, 岳东, 许世范 2002 物理学报 **51** 1193]
- [13] Meng J, Wang X Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 0819 (in Chinese) [孟娟, 王兴元 2009 物理学报 **58** 0819]
- [14] Ichraf E G, Moez F 2013 *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **18** 625
- [15] Li C P, Deng W H, Xu D 2006 *Physica A* **360** 171
- [16] Shao S Y, Min F H, Ma M L, Wang E R 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130504 (in Chinese) [邵书义, 闵富红, 马美玲, 王恩荣 2013 物理学报 **62** 130504]
- [17] Li Y, Zhang Z M, Tao Z J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6818 (in Chinese) [李亚, 张正明, 陶志杰 2009 物理学报 **58** 6818]
- [18] Liu Y Z, Fei S M, Li P 2005 *Systems Engineering and Electronics* **27** 1448 (in Chinese) [刘扬正, 费树岷, 李平 2005 系统工程与电子技术 **27** 1448]
- [19] Min F H, Huang J Z, Guo Y 2011 *Discontinuous Dynamical Systems on Time-varying Domains* (Beijing: Higher Education Press) (in Chinese) [闵富红, 黄健哲, 郭羽译 2011 动态域上的不连续动力学系统 (北京: 高等教育出版社)]

# Chaotic synchronization control of Chua's circuit by injected feedback based on the symbolic function\*

Ma Mei-Ling   Min Fu-Hong<sup>†</sup>   Shao Shu-Yi   Huang Miao-Yu

(School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

( Received 28 August 2013; revised manuscript received 29 September 2013 )

## Abstract

Due to the inherent property of the Chua's circuit, it is difficult to obtain the three state variables directly from the circuit, and the general control method is hard to apply to the circuit. For these chaotic circuits which have energy storage elements, a simple circuit is designed to get the state variables. In addition, an injected feedback method to realize the synchronization is proposed, which can control the circuits with unknown differential variables of the state variables. Two chaotic systems which have different motions are investigated using the symbolic function. All results obtained from the circuits are verified by the effectiveness and feasibility of the above method.

**Keywords:** Chua's circuit, injected feedback, symbolic function, projection synchronization

**PACS:** 05.45.Gg, 05.45.Pq, 05.45.Xt

**DOI:** [10.7498/aps.63.010507](https://doi.org/10.7498/aps.63.010507)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51075275), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province of China (Grant No.Bk20131402), the Scientific Research Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars, State Education Ministry of China(Grant No.[2012]1707), the Six Categories of Summit Talents of Jiangsu Province of China,and Research, Innovation Project for College Graduates of Jiangsu Province(Grant No.CXLX13\_391).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [minfuhong@njnu.edu.cn](mailto:minfuhong@njnu.edu.cn)