

基于增强拉曼散射的光子-原子双模压缩态的实现*

邵辉丽¹⁾²⁾ 李栋¹⁾ 闫雪¹⁾ 陈丽清¹⁾ 袁春华^{1)†}

1)(华东师范大学光与原子量子研究所, 物理系, 上海 200241)

2)(上海工程技术大学基础学院物理系, 上海 201620)

(2013年8月16日收到; 2013年8月29日收到修改稿)

拉曼散射过程中利用原子系综中初始制备的自旋激发(原子相干性), 以及注入与原子系综中初始制备的自旋激发相关联的种子光场都可以极大的提高光场频率转换的效率, 实现增强拉曼散射. 本文理论上计算了增强拉曼散射过程中原子-光场量子界面的正交分量的量子起伏, 得到了相干性导致的增强拉曼散射, 只能在一定的范围内稍微提高初始光子-原子的压缩度; 而关联增强拉曼散射, 能够制备很强的光子-原子间的双模压缩. 这样强压缩度的光子-原子量子界面, 对于利用光场和原子系统实现量子精密测量研究有着非常重要的应用.

关键词: 光子-原子关联, 增强拉曼散射, 双模压缩态, 量子噪声

PACS: 42.50.-p, 42.65.-k, 03.67.Bg, 42.65.Dr **DOI:** 10.7498/aps.63.014202

1 引言

压缩态是一种非经典的量子态, 其中某一正交分量的量子涨落被压缩, 而另一正交分量的涨落则相对变大^[1]. 由于压缩态的这种性质, 使得压缩态在量子光学、量子信息领域及量子精密测量研究方面被广泛应用^[2-16]. 尤其是压缩态可降低测量信号的量子噪声, 提高测量精度这一特性引起很多科研工作者的兴趣^[3-9]. 1981年Caves建议将压缩光作为探测光应用到干涉仪中, 可以提高光场相位的测量精度, 突破光场相位测量的散粒噪声极限 (shot-noise-limit, SNL) 又称为标准量子极限 (standard quantum limit, SQL)^[7], 后来该方案被Xiao等^[8]在实验上完成. 1990年Nabor等^[9]将强度差压缩光应用到微弱信号探测方面, 测量到突破散粒噪声极限的测量结果. 2010年西班牙的Mitchell^[10]小组, 利用光场的压缩态, 实现了磁场测量精度突破SNL. 最近, 我们将压缩真空与相干

光一起注入到非线性SU(1, 1)干涉仪^[17], 利用压缩光来降低噪声, 同时又利用SU(1, 1)干涉仪放大测量信号的强度, 使得干涉仪的相位测量的精度可以接近海森堡极限 (Heisenberg limit)^[18]. 压缩态的这种特性不仅在光场方面, 而且在原子系统方面都有着广泛的应用. 譬如利用原子的自旋压缩态可以实现量子态的存储, 精密磁场的测量^[11,12]. 正由于有广泛的应用, 如何制备高压压缩度的光场以及高强度的原子自旋压缩态的研究已经开展了很多年^[2,5,10]. 但是在制备光子-原子间的压缩, 以及如何提高它们间的压缩度的研究很少^[19,20]. 而高压压缩度的光-原子的量子界面, 对于利用光场和原子系综实现量子态的操控、光场相位及磁场的高精密的量子测量, 起着非常重要的作用^[19]. 在本文中, 基于我们前期在增强拉曼散射方面的实验和理论研究工作的基础上^[21-24], 提出一种新的方法, 即利用增强拉曼散射实现高强度的光子-原子之间的双模压缩.

* 国家自然科学基金(批准号: 11004058, 11004059, 11274118)、上海市教育委员会科研创新重点项目(批准号: 13zz036)、中央高校基本科研业务费专项资金和上海高校青年骨干教师国内访学(批准号: B-8938-11-0553)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: chyuan@phy.ecnu.edu.cn

2 增强拉曼散射产生的原子-光场双模压缩态

2.1 拉曼散射产生的原子-光场双模压缩态

我们首先回顾 Λ 型三能级原子系综中的拉曼散射过程^[25-27],如图1所示,一束频率为 ω_p 的强相干抽运光场 a_p 与原子态 $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ 的跃迁相耦合, Δ 为单光子失谐.原子在抽运光的驱动下,从基态能级 $|g\rangle$ 跃迁到态 $|s\rangle$ 同时放出斯托克斯光子,此过程为一般拉曼散射. \hat{a} 、 \hat{b} 分别为光场和原子湮没算符,假设在初始时刻 $t=0$,散射斯托克斯光场 $\hat{a}(0)$ 和原子 $\hat{b}(0)$ 都处于真空态,即斯托克斯场没有初始注入的光子,原子系综中原子也都处于基态.算符 $\hat{a}(t)$ 、 $\hat{b}(t)$ 的运动方程为

$$\frac{\partial \hat{a}}{\partial t} = g_0 a_p \hat{b}^\dagger, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \hat{b}}{\partial t} = g_0 a_p \hat{a}^\dagger. \quad (1b)$$

由于抽运场 a_p 是强相干并且在作用过程中认为不变,在这种情况下,方程(1a)与(1b)的解为

$$\hat{b}(t) = u(t)\hat{b}(0) + \nu(t)\hat{a}^\dagger(0), \quad (2a)$$

$$\hat{a}(t) = u(t)\hat{a}(0) + \nu(t)\hat{b}^\dagger(0), \quad (2b)$$

其中

$$u(t) = \cosh(|g_0 a_p| t),$$

$$\nu(t) = e^{i\varphi} \sinh(|g_0 a_p| t),$$

$$e^{i\varphi} = (a_p/a_p^*)^{1/2},$$

g_0 为耦合常数.在这个简单的单模处理的模型中,原子和光场的压缩不是在各自的单模上,而是在叠加的双模间.引进光场和原子系统各自的正交振幅相位算符 $\hat{x}_a = (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)/2$, $\hat{y}_a = (\hat{a} - \hat{a}^\dagger)/2i$, $\hat{x}_b = (\hat{b} + \hat{b}^\dagger)/2$, $\hat{y}_b = (\hat{b} - \hat{b}^\dagger)/2i$,它们的对易关系满足 $[\hat{x}_j, \hat{y}_k] = i\delta_{jk}/2$.由算符 \hat{x}_j 与 \hat{y}_j ($j = a, b$)各自的线性组合得到两个正交分量算符

$$\hat{X} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x}_a + \hat{x}_b), \quad (3a)$$

$$\hat{Y} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{y}_a + \hat{y}_b), \quad (3b)$$

其中 \hat{X} 和 \hat{Y} 与单模正交振幅相位算符一样,满足同样对易关系 $[\hat{X}, \hat{Y}] = i/2$.

抽运场脉冲 a_p 作用结束后,自发的产生斯托克斯场 \hat{a} 和原子自旋激发 \hat{b} 之间建立关联.为了方便和后面的增强拉曼散射区分,这里的正交分量 \hat{X}

和 \hat{Y} ,用下标“1”标注表示自发拉曼散射,即 \hat{X}_1 和 \hat{Y}_1 .经计算,正交分量 \hat{X}_1 和 \hat{Y}_1 的涨落为

$$\langle \Delta^2 \hat{X}_1 \rangle = \frac{1}{4}(\cosh 2r_1 + \cos \varphi_1 \sinh 2r_1), \quad (4a)$$

$$\langle \Delta^2 \hat{Y}_1 \rangle = \frac{1}{4}(\cosh 2r_1 - \cos \varphi_1 \sinh 2r_1), \quad (4b)$$

其中 $r_1 = |g_0 a_p| T$, T 为抽运脉冲持续时间.选择 $\cos \varphi_1 = 1$,得到原子和光场正交振幅相位分量 \hat{X}_1 , \hat{Y}_1 的起伏为

$$\langle \Delta^2 \hat{X}_1 \rangle = \langle \hat{X}_1^2 \rangle - \langle \hat{X}_1 \rangle^2 = \frac{1}{4} e^{2r_1}, \quad (5a)$$

$$\langle \Delta^2 \hat{Y}_1 \rangle = \langle \hat{Y}_1^2 \rangle - \langle \hat{Y}_1 \rangle^2 = \frac{1}{4} e^{-2r_1}. \quad (5b)$$

由(5)式可以得到,受激发的原子和散射的光场间是双模压缩态,它们的态函数为

$$|\xi\rangle = \frac{1}{\cosh r_1} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{in\varphi_1} (\tanh r_1)^n |n\rangle_a |n\rangle_b, \quad (6)$$

其中 $|n\rangle_a$ 表示产生 n 个斯托克斯光子, $|n\rangle_b$ 表示原子系综中有 n 个原子被激发到态 $|s\rangle$.对于这个光子-原子两态系统的纯态,Von Neumann熵可以用来描述系统的纠缠度.根据定义 $S(\hat{\rho}_j) = -\text{Tr}[\hat{\rho}_j \ln \hat{\rho}_j]$ ($j = a, b$),其中 $\hat{\rho}_j$ 为约化密度算符.利用方程(6),计算得 $S(\hat{\rho}_a) = S(\hat{\rho}_b) = S$,其中

$$S = \cosh^2 r_1 \ln(\cosh r_1)^2 - \sinh^2 r_1 \ln(\sinh^2 r_1).$$

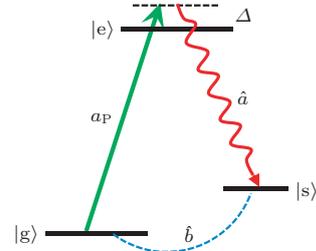


图1 拉曼跃迁的示意图

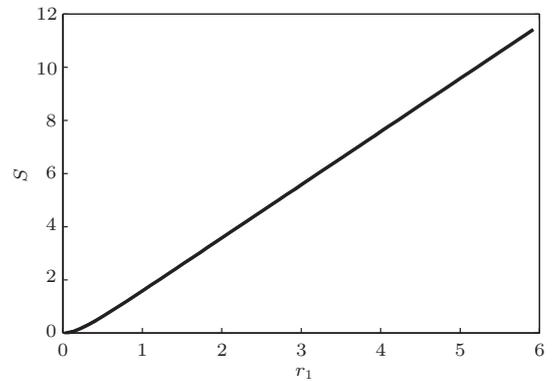


图2 纠缠度 S 随压缩度 r_1 的变化关系图

图 2 显示了纠缠度 S 随着压缩度 r_1 的变化关系图, 它们之间近似为线性变化, 也就是压缩度越大纠缠度越大.

2.2 增强拉曼散射产生的原子-光场双模压缩态

前几年, 我们在实验^[21,22]和理论^[23]上研究得到, 原子系综初始制备的相干性可以用来增强拉曼散射光的强度, 后来又研究得到利用注入与原子激发的相关联的种子光场, 可以用来更加增强拉曼散射光的强度^[24], 具体如图 3 所示. 图 3(a) 是自发拉曼散射过程, 散射后它的散射光 \hat{a}_1 和原子自旋激发 \hat{b}_1 是关联的^[28,29]. 图 3(b) 和 (c) 是增强拉曼过程的两种不同的初态, 它们由自发拉曼过程制备. 很明显, 增强拉曼散射的初态与自发拉曼散射的初态完全不同. 图 3(d) 是增强拉曼散射, 可分为两种情形: 第一种情形的初始态是基于原子自旋激发(见图 3(b)), 即相干增强拉曼散射^[21-23]; 第二种情形的初始态是基于注入与原子自旋激发相关联的光场(见图 3(c)), 即关联增强拉曼散射^[24]. 这里先考虑两束抽运场 a_{p1} 与 a_{p2} 之间的延迟时间 τ 为 0. 延迟时间 τ 越长, 原子系综中的相干性越来越小直至消失. 下面, 我们比较在不同的初始条件, 导致的不同的增强拉曼散射情形下, 产生的原子-光场双模压缩态.

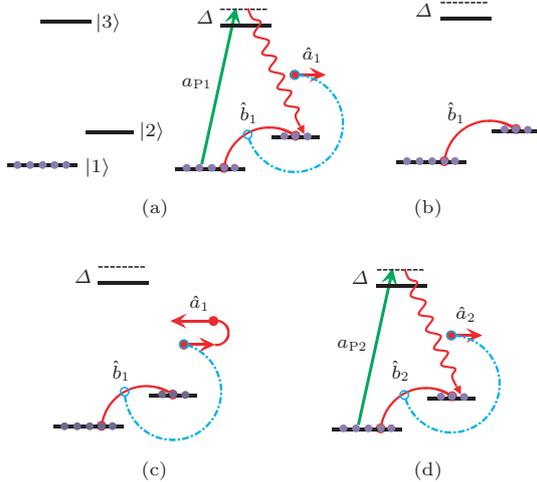


图 3 自发拉曼散射和增强拉曼散射 (a) 自发拉曼散射的初态及散射过程; (b) 相干增强拉曼散射的初始态; (c) 关联增强拉曼散射的初始态; (d) 增强拉曼散射

我们已经知道不同的拉曼增强机理, 产生不同程度的散射强度^[21-24]. 抽运场脉冲 a_{p2} 作用结束后, 产生的斯托克斯场和原子自旋激发分别标记为 \hat{a}_2 与 \hat{b}_2 , 原子算符 \hat{b}_2 和斯托克斯场算符 \hat{a}_2 的演化

遵循方程(2), 只是初始条件不一样. 算符 \hat{a}_2 和 \hat{b}_2 的演化可写为

$$\hat{b}_2(t) = u_2(t)\hat{b}_2(0) + v_2(t)\hat{a}_2^\dagger(0), \quad (7a)$$

$$\hat{a}_2(t) = u_2(t)\hat{a}_2(0) + v_2(t)\hat{b}_2^\dagger(0), \quad (7b)$$

其中

$$u_2(t) = \cosh(|g_0 a_{p2}|t),$$

$$v_2(t) = e^{i\varphi_2} \sinh(|g_0 a_{p2}|t),$$

$$e^{i\varphi_2} = (a_{p2}/a_{p2}^*)^{1/2}.$$

此时原子算符和场算符的正交分量可写为

$$\hat{X}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x}_{a2} + \hat{x}_{b2}),$$

$$\hat{Y}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{y}_{a2} + \hat{y}_{b2}).$$

首先, 研究这个相干性对光子-原子间的压缩或纠缠的影响. 我们知道第一束抽运脉冲 a_{p1} 作用后会在原子场中建立态 $|g\rangle$ 和态 $|s\rangle$ 间的相干, 这个相干性会导致第二束同样的抽运场 a_{p2} 驱动原子系综时, 能够获得更强拉曼转化效率^[21-24]. 利用初始条件 $\hat{a}_2(0) = \hat{a}_1(0)$, $\hat{b}_2(0) = \hat{b}_1(T) = u_1(T)\hat{b}_1(0) + v_1(T)\hat{a}_1^\dagger(0)$. 为了简化, 假设两次入射的抽运场是相同的, 因此有 $u_1(T) = u_2(T) = \cosh r$, $|v_1(T)| = |v_2(T)| = \sinh r$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$, 经计算得 \hat{X}_2 和 \hat{Y}_2 的涨落为

$$\langle \Delta^2 X_2 \rangle = \frac{1}{4} [(\cosh 2r + \cos \varphi \sinh 2r) \cosh^2 r + (\sinh 2r + \cos \varphi \cosh 2r) \sinh r], \quad (8a)$$

$$\langle \Delta^2 \hat{Y}_2 \rangle = \frac{1}{4} [(\cosh 2r - \cos \varphi \sinh 2r) \cosh^2 r + (\sinh 2r - \cos \varphi \cosh 2r) \sinh r]. \quad (8b)$$

当 $\cos \varphi = 1$, 得到原子-光场两正交相分量的起伏为

$$\langle \Delta^2 \hat{X}_2 \rangle = \frac{1}{4} [e^{2r}(\cosh^2 r + \sinh r)] = \frac{1}{4} e^{2r} \left[\left(\frac{1}{2} + \sinh r \right)^2 + \frac{3}{4} \right], \quad (9a)$$

$$\langle \Delta^2 \hat{Y}_2 \rangle = \frac{1}{4} [e^{-2r}(\cosh^2 r - \sinh r)] = \frac{1}{4} e^{-2r} \left[\left(\frac{1}{2} - \sinh r \right)^2 + \frac{3}{4} \right]. \quad (9b)$$

由上面两个方程(9a)与(9b)可知, 在 $0 < \sinh r < 1$, 这样一个小区间内 $\langle \Delta^2 \hat{Y}_2 \rangle < \langle \Delta^2 \hat{Y}_1 \rangle$, 压缩度

得到稍微提高,如图4(a)中的点划线(黑色)所示.当 $\sinh r > 1$ 时,噪声都得到放大,即 $\langle \Delta^2 \hat{X}_2 \rangle > \langle \Delta^2 \hat{X}_1 \rangle$, $\langle \Delta^2 \hat{Y}_2 \rangle > \langle \Delta^2 \hat{Y}_1 \rangle$,见图4(b)中的点划线(黑色).也就是说在此情形下,初始建立的相干性,虽然能增强第二次拉曼转化效率^[21-23],但是不能提高光-原子之间的压缩.所以,仅有初始制备的相干性,很难提高光子-原子间的已有的压缩度.

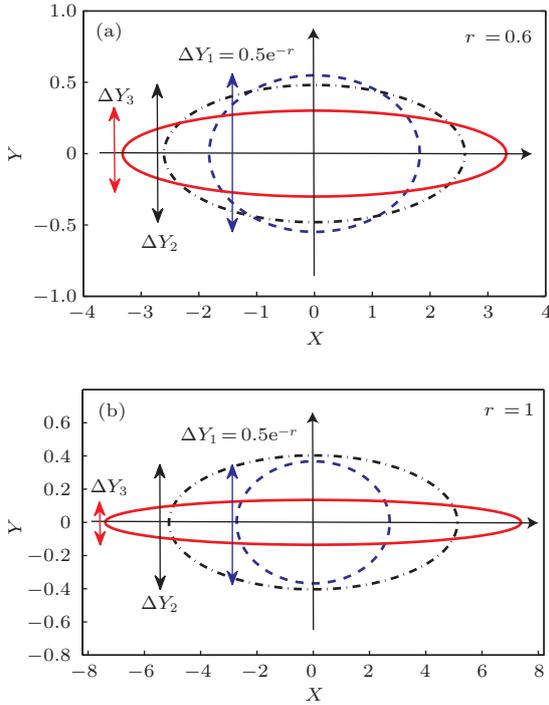


图4 不同拉曼散射情形的正交振幅相位的不确定度 (a) 不确定 $\Delta Y_1 > \Delta Y_2 > \Delta Y_3$, 其中初始压缩度 $r = 0.6$; (b) 不确定 $\Delta Y_2 > \Delta Y_1 > \Delta Y_3$, 其中初始压缩度 $r = 1$

其次,研究关联增强拉曼散射情形.利用第一次自发拉曼过程后的光子-原子的终态作为第二次增强拉曼过程的初态^[24],在这情况下的初始条件为 $\hat{b}_2(0) = \hat{b}_1(T)$, $\hat{a}_2(0) = \hat{a}_1(T)$.经计算 \hat{X} 和 \hat{Y} 的涨落为

$$\langle \Delta^2 \hat{X}_3 \rangle = \frac{1}{4}(\cosh 4r + \cos \varphi \sinh 4r), \quad (10a)$$

$$\langle \Delta^2 \hat{Y}_3 \rangle = \frac{1}{4}(\cosh 4r - \cos \varphi \sinh 4r). \quad (10b)$$

其中 \hat{X} 和 \hat{Y} 的下标用“3”表示关联增强拉曼散射.选择 $\cos \varphi = 1$,得到原子-光场两正交振幅相位分量的涨落为

$$\langle \Delta^2 \hat{X}_3 \rangle = \frac{1}{4}e^{4r}, \quad \langle \Delta^2 \hat{Y}_3 \rangle = \frac{1}{4}e^{-4r}. \quad (11)$$

由上述方程可知,在关联增强拉曼情形下,初始制备的光子-原子间的压缩得到倍增,如图4中的实

线(红色)所示,该情形下双模压缩态的态函数为

$$|\xi\rangle = \frac{1}{\cosh r} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{in\varphi} [\tanh(2r)]^n |n\rangle_a |n\rangle_b.$$

系统的纠缠度为

$$S = \cosh^2(2r) \ln[\cosh(2r)]^2 - \sinh^2(2r) \ln[\sinh^2(2r)]. \quad (12)$$

图5比较了自发拉曼(虚线)和关联增强拉曼(实线),光子-原子的纠缠度随压缩度的变化.在关联增强拉曼情形下^[24],不仅散射光的强度得到增强,而且散射后的光场和原子的压缩度和纠缠度都得到很大的提升.另外,还可以利用关联增强拉曼产生的新的双模压缩作为初始态,再次提高光子-原子间的双模压缩.

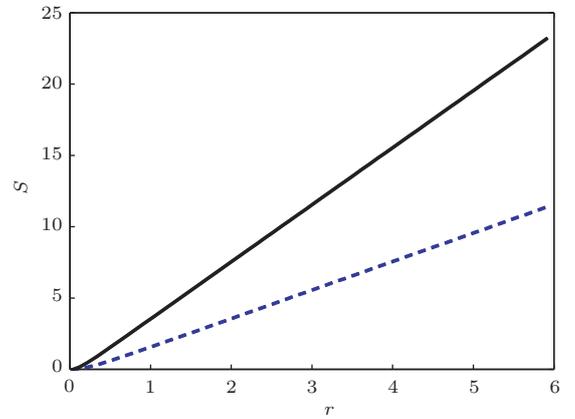


图5 纠缠度随压缩度的变化关系图

3 结 论

本文分析并数值计算了增强拉曼散射中散射光与原子之间的压缩.研究表明,对于相干性导致的增强拉曼散射^[21-23],只能在一个小范围内($0 < \sinh r_1 < 1$)对初始制备光子-原子的压缩度得到稍微提高.而关联增强拉曼散射^[24],可以对初始制备的光子-原子之间的压缩度实现倍增,通过连续几次增强过程,可以把光子-原子间的压缩制备的很强.在这里,我们只考虑了理想的情形,暂时没有考虑初始拉曼过程制备的初始原子相干性以及光场的衰减,后续我们将进一步围绕该影响展开研究.本文中研究得到的强光子-原子双模压缩在量子光学特别是在量子信息、量子精密测量等领域有着很重要的应用.

参考文献

- [1] Walls D F, Milburn G J 1994 *Quantum Optics* (Berlin: Springer-Verlag) p15
- [2] Loudon R, Knight P L 1987 *J. Mod. Opt.* **34** 709
- [3] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L 2004 *Science* **306** 1330
- [4] Zhang J X, Zhang T C, Xie C D, Peng K C 1999 *Chin. Phys.* **8** 437
- [5] Koschorreck M, Napolitano M, Dubost B, Mitchell M W 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 053601
- [6] McCormick C F, Boyer V, Arimondo E, Lett P D 2007 *Opt. Lett.* **32** 178
- [7] Caves M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 75; Caves M 1981 *Phys. Rev. D* **23** 1693
- [8] Xiao M, Wu L A, Kimble H J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 278
- [9] Nabors C D, Shelby R M 1990 *Phys. Rev. A* **42** 556
- [10] Mehmet M, Vahlbruch H, Lastzka N, Danzmann K, Schnabel R 2010 *Phys. Rev. A* **81** 013814
- [11] Groß C 2012 *Spin squeezing and Nonlinear Atom Interferometry with Bose-Einstein Condensates* (Berlin: Springer-Verlag) p5
- [12] Ma J, Wang X G, Sun C P, Nori F 2011 *Phys. Reports* **509** 89
- [13] Xiong J, Zhang Z M, Niu Z Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2245 (in Chinese)[熊锦, 张智明, 牛中奇 2002 物理学报 **51** 2245]
- [14] Hu X M, Peng J S 1999 *Chin. Phys. Lett.* **16** 648
- [15] Lü, Y J, Wu L A, Wu M J, Li S Q 1998 *Chin. Phys. Lett.* **15** 109
- [16] He G Q, Zhu J, Zeng G H, Yi Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6427 (in Chinese)[何广强, 朱俊, 曾贵华, 易智 2007 物理学报 **56** 6427]
- [17] Yurke B, McCall S L, Klauder J R 1986 *Phys. Rev. A* **33** 4033
- [18] Li D, Yuan C H, Ou Z Y, Zhang W P 2013 *arXiv*: 1305.4769
- [19] Hammerer K, Sørensen A S, Polzik E S 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1041
- [20] Xie R H, Liu D H, Xu G O 1996 *Chin. Phys. Lett.* **13** 97
- [21] Chen L Q, Zhang G W, Yuan C H, Jing J T, Ou Z Y, Zhang W P 2009 *Appl. Phys. Lett.* **95** 041115
- [22] Chen L Q, Zhang G W, Bian C L, Yuan C H, Ou Z Y, Zhang W P 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 133603
- [23] Yuan C H, Chen L Q, Jing J T, Ou Z Y, Zhang W P 2010 *Phys. Rev. A* **82** 013817
- [24] Yuan C H, Chen L Q, Ou Z Y, Zhang W P 2013 *Phys. Rev. A* **87** 053835
- [25] Raymer M G, Mostowski J 1981 *Phys. Rev. A* **24** 1980
- [26] Wasilewski W, Raymer M G 2006 *Phys. Rev. A* **73** 063816
- [27] Lu C P, Yuan C H, Zhang W P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6976 (in Chinese)[鲁翠萍, 袁春华, 张卫平 2008 物理学报 **57** 6976]
- [28] Chen L Q, Bian C L, Zhang G W, Ou Z Y, Zhang W P 2010 *Phys. Rev. A* **82** 033832
- [29] Bian C L, Chen L Q, Zhang G W, Ou Z Y, Zhang W P 2012 *Europhys. Lett.* **97** 34005

Generation of two-mode photon-atom quadrature squeezing based on enhanced raman scattering*

Shao Hui-Li¹⁾²⁾ Li Dong¹⁾ Yan Xue¹⁾
Chen Li-Qing¹⁾ Yuan Chun-Hua^{1)†}

1) (*Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200241, China*)

2) (*Department of Physics, Fundamental School, Shanghai University of Engineering and Science, Shanghai 201620, China*)

(Received 16 August 2013; revised manuscript received 29 August 2013)

Abstract

Enhanced Raman scattering can be obtained by the initially prepared atomic spin excitation, or by injecting a seeded light field which is correlated with the initially prepared atomic spin excitation. This paper theoretically calculated the quantum fluctuations of the quadrature components of the two-mode photon-atom quantum interface and found that the enhanced Raman scattering based on coherence can improve the initial photon-atom squeezing slightly in a certain scope, and correlation-enhanced Raman scattering can produce strong two-mode squeezing of photon-atom. Such a strong two-mode squeezed state at the photon-atom interface has very important applications in precision measurement research based on the light field and atomic system.

Keywords: photon-atom correlation, enhanced Raman scattering, two-mode squeezed state, quantum noise

PACS: 42.50.-p, 42.65.-k, 03.67.Bg, 42.65.Dr

DOI: 10.7498/aps.63.014202

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11004058, 11004059, 11274118), the Innovation Program of Shanghai Municipal Education Commission, China (Grant No. 13zz036), the fundamental research funds for the central universities, and Shanghai young backbone teachers of colleges and universities domestic visiting scholar program, China (Grant No. B-8938-11-0553).

† Corresponding author. E-mail: chyuan@phy.ecnu.edu.cn