

竖直振动管中颗粒的上升运动*

张富翁¹⁾ 王立^{1)2)†} 刘传平¹⁾²⁾ 吴平³⁾

1) (北京科技大学机械工程学院, 北京 100083)

2) (北京市高等学校节能与环保工程研究中心, 北京 100083)

3) (北京科技大学物理系, 北京 100083)

(2013年8月1日收到; 2013年9月12日收到修改稿)

通过实验和数值模拟研究了竖直振动管中颗粒的受激运动. 将一直管插入静止的颗粒料层中, 并在管内预填充一定高度的颗粒, 对直管施加竖直振动. 振动强度较弱时, 管内的颗粒在重力作用下向下运动; 当振动达到一定的强度时, 管内颗粒不下降反而克服重力的作用向上运动, 随着振动强度的进一步提高, 即使不在管内预填充高于颗粒床层的颗粒, 颗粒也会沿着振动管逆重力向上运动. 颗粒的上升高度与运动速度强烈依赖于振动强度. 通过高速相机记录颗粒和直管在单个振动周期内的运动, 并结合离散元 (DEM) 法模拟管内颗粒的受力变化规律, 给出了颗粒上升的机理. 此研究对实现散体物料的定向输运提供了一种新方法.

关键词: 颗粒物质, 振动, 散料输送, 离散元法

PACS: 45.70.-nm, 45.70.Mg, 45.50.-j

DOI: 10.7498/aps.63.014501

1 引言

颗粒物质作为特殊的散体物料存在于自然界中, 与我们的日常生活密切相关^[1,2]. 不同于原子或分子间的作用, 颗粒间的作用主要为摩擦和碰撞作用. 因此, 颗粒物质表现出极为丰富的物理内涵, 具有诸如离散、非线性响应、高度耗散、内部力链非均匀等特殊性质^[3-9]. 经过近几十年的发展, 颗粒物质研究已经成为软物质、材料科学、力学以及凝聚态物理等多学科交叉的前沿领域. 颗粒物质的生产、加工及储运每年约消耗地球 10% 的能量, 因此对颗粒物质的深入研究还将起到节约能源和促进经济发展的作用.

由于自身的复杂性和特殊性, 颗粒系统在外激励作用下表现出不同于传统气-液-固态物质的运动行为. 如在竖直振动作用下, 颗粒系统产生诸如对流^[10]、表面波^[11]、分离^[12]等特殊的运动行为. 将一根直管嵌入颗粒层中并加以固定, 在对颗粒层施加振动的过程中, 固定管内的颗粒会上升

或下降一段距离, 与管外的颗粒层形成稳定的高度差^[13,14]. Akiyama 等^[14]认为这是颗粒之间以及颗粒与壁面间的摩擦力不同造成的. Maeno^[15]通过模拟印证了 Akiyama 等^[14]的发现. 基于离散单元 (DEM) 法, Tatemoto 等^[16]研究了管子截面积与管径之比对于管内外颗粒层高度差的影响. 当直管细到一定程度并对颗粒床层施加振动, 颗粒会沿着固定管向上运动, 陈伟中等^[17-19]称此为颗粒的“类毛细”现象. 他们认为管内颗粒的上升是颗粒对流和隆起的放大作用造成的, 并给出了隆起力的计算公式. 采用顶端封闭的直管并将其周向固定, 使管子仅能在竖直方向自由运动, Liu 等^[20]发现在对颗粒床层施加振动的过程中, 由于管顶部气体压差波动的抽吸作用也会使颗粒向上运动.

本文通过实验发现, 在静止的散体颗粒料层中插入一直管, 并对直管施加竖直振动, 在一定的振动强度 (I) 下, 颗粒会逆重力沿着振动管向上运动, 并最终稳定在某一高度. 通过调节振动参数可以有效地控制颗粒的上升高度和上升速率. 与以往的研

* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2012CB720406) 和国家自然科学基金 (批准号: 51076010) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liwang@me.ustb.edu.cn

究不同, 本研究并不直接振动颗粒层, 而是对直管施加振动. 此项发现对实现散体物料的有效提升或定向输运提供了一种新途径. 通过高速相机跟踪记录在每个振动周期内颗粒的运动并采用离散元 (DEM) 法进行模拟对颗粒的提升运动规律做了研究.

2 振动管内颗粒的上升运动

实验采用直径为 200 mm 的圆柱形容器, 在容器内填充平均粒径 $d_m = 0.3$ mm, 真实密度 $\rho = 2500$ kg/m³, 堆积密度 $\rho_s = 1542$ kg/m³ 的玻璃颗粒. 容器内玻璃颗粒的装填高度 $H_0 = 200$ mm. 将内径 8 mm、壁厚 1.5 mm、长 800 mm 的透明有机玻璃直管垂直插入颗粒层中, 插入深度为

35 mm. 直管通过夹具固定在 LDS 电磁式振动设备上, 与振动台一起运动. 振动台可连续产生正弦振动, 主要的控制参数为激振频率 f 和无量纲振动强度 Γ . $\Gamma = (A\omega^2)/g$, 其中 A 为振幅, g 为重力加速度, $\omega = 2\pi f$ 为角频率. 实验中固定频率 $f = 12$ Hz, 在不同的振动强度下对直管施加竖直振动. 振动过程中, 使用高清摄像机对管内颗粒层的高度变化进行观测和记录. 因振动管的直径远小于颗粒容器的直径, 因此振动管内颗粒层高度的变化对装填容器内颗粒层高度的影响可忽略.

通过实验发现, 当无量纲振动强度 Γ 大于某一阈值 ($\Gamma > 3$) 时, 随着直管的振动, 颗粒会克服重力的作用而沿着振动管向上运动. 最终直管内颗粒层的高度稳定在某一高度 h_{st} . 无量纲振动强度 $\Gamma = 5$ 时, 管内颗粒的上升过程如图 1 所示.

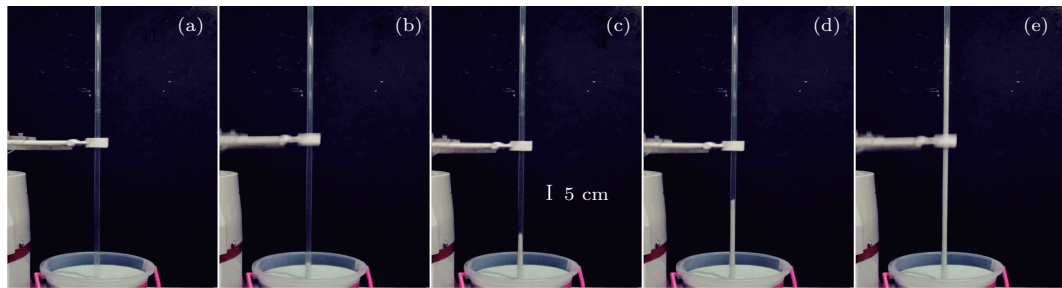


图 1 颗粒在振动管内的上升过程 (a)–(e) 分别为振动开始 0 s, 2 s, 5 s, 9 s 和 35 s 后管内颗粒的上升高度

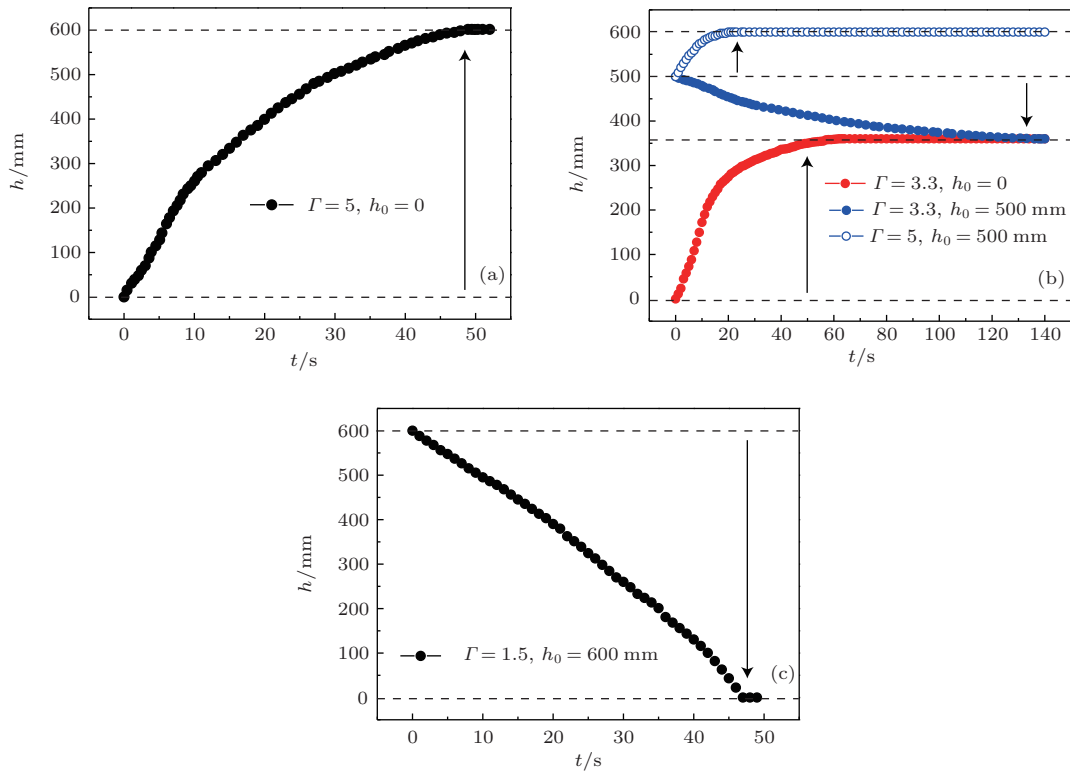


图 2 不同振动条件下管内颗粒层高度 h 随时间 t 的变化关系 (振动频率 $f = 12$ Hz, 箭头表示颗粒层高度的变化方向)

不同振动条件下管内颗粒层的高度随时间的变化关系如图2所示. 管内颗粒上升的速率呈现先增加后减小的变化趋势. 随着无量纲振动强度 Γ 的增大, 管内颗粒上升的速率变快, 最终的稳定高度更高, 见图2(a)中 $\Gamma = 5$ 与图2(b)中 $\Gamma = 3.3$ ($h_0 = 0$ mm) 管内颗粒层高度变化曲线的比较. 如果在施加振动之前在管内填充一定高度(h_0)的颗粒, 当 h_0 高于设定值 Γ 时的颗粒上升稳定高度 h_{st} 时, 振动开始后管内的颗粒将向下运动并最终稳定在高度 $h_{st} = 360$ mm, 见图2(b)中 $\Gamma = 3.3$, $h_0 = 500$ mm数据曲线; 而当 $h_0 < h_{st}$, 如图2(b)中数据线 $\Gamma = 5$, $h_0 = 500$ mm所示, 振动后管内的颗粒将向上运动并最终上升至 $h_{st} = 600$ mm. 当振动强度较小时, 无论管内是否初始填充颗粒, 管内颗粒均不能上升. 图2(c)展示了 $\Gamma = 1.5$ 时, 初

始填充高度 $h_0 = 600$ mm, 振动过程中管内颗粒逐渐向下运动并最终降至床层颗粒表面($h_{st} = 0$).

3 振动周期内管内颗粒的运动规律

在床层颗粒中加入直径为0.5 mm, 密度为 1523 kg/m^3 , 体积分数为0.8%的示踪颗粒, 采用高速摄像机(2000 帧/s)对管内颗粒的运动进行跟踪和记录. 直管作正弦振动, 振动条件为 $f = 12 \text{ Hz}$ 和 $\Gamma = 4$. 在两个振动周期内, 管内示踪颗粒在竖直方向的位移变化如图3所示. 图中横纵坐标的单位 T 和 A 分别为振动周期和振幅, 数据曲线(直管)为振动管的运动, 曲线(a), (b), (c)为管内不同高度处示踪颗粒的运动, 分别对应于管内颗粒上升到高度 $h_1 = 30$ mm, $h_2 = 180$ mm和 $h_3 = 230$ mm.

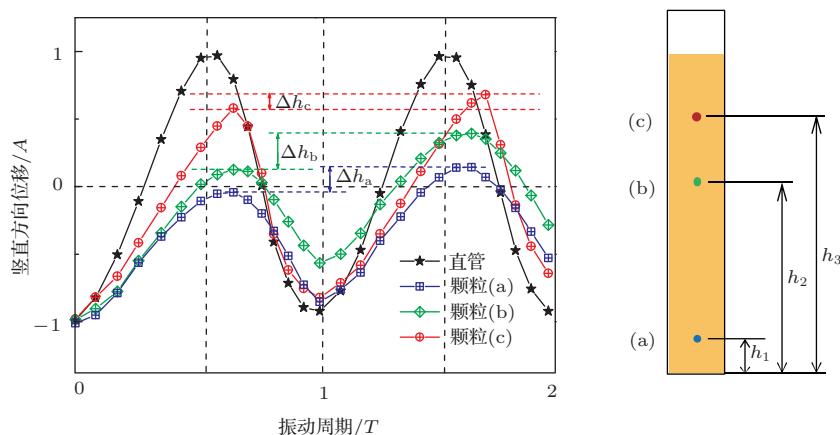


图3 两个振动周期内示踪颗粒和直管在竖直方向的位移变化

随着管子的振动, 管内颗粒在周期性的上下运动. 当管子向上运动时, 管内颗粒处于压缩状态, 管内颗粒在管壁摩擦力的作用下被管子向上提升一段距离; 当管向下运动时, 管内颗粒处于松散状态, 此时, 管壁与管内颗粒之间作用力减小, 由于惯性力颗粒下降滞后于管子. 当管子运动到最低点时, 管内颗粒还不能回至其初始位置, 从而在管底部形成空隙. 空隙会被四周的床层颗粒填充, 使管内下降颗粒不能回到振动周期开始时的初始位置, 即形成了“颗粒逆重力填充”现象. 一个振动周期后示踪颗粒(a), (b), (c)的净提升高度分别为图3中 $h_{(a)}$, $h_{(b)}$ 及 $h_{(c)}$. 随着管内颗粒上升高度的增加, 管内颗粒间的力链增强. 因此, 在颗粒上升的初始阶段, 每一周期内颗粒提升高度随管内颗粒高度的增加而增加, 对应图3中 $h_{(a)} < h_{(b)}$; 然而, 在直管向下运动阶段, 管壁同时也会对管内颗粒产

生向下作用力. 随着管内颗粒高度的增加, 向下作用力也逐渐增大, 使得管内颗粒在每一周期内上升高度逐渐减小, 对应图3中 $h_{(b)} > h_{(c)}$, 甚至颗粒上升到一定高度后不再上升.

4 振动周期内颗粒的受力变化规律

离散单元法(distinct element method)作为颗粒体系微观结构研究的有效工具, 它能提供颗粒的位移和接触力等详细信息, 进而确定体系的应力、接触力分布等参数, 并由此描述宏观力学性质^[21,22]. 基于离散单元(DEM)法对颗粒的逆重力填充过程进行了模拟. 直管振动过程中, 颗粒和管壁以及颗粒之间发生弹性碰撞. 颗粒间的碰撞过程采用Hertz-Mindlin无滑移模型^[23]. 颗粒分别受到法向作用力 $F_{n,ij}$, 切向作用力 $F_{t,ij}$ 以及自身重力

$m_i g$ 的作用. 在每一个时间步长内, 颗粒 i 的运动学方程如下:

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_j (F_{n,ij} + F_{t,ij}) + m_i g, \quad (1)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_j (R_i \times F_{t,ij}), \quad (2)$$

$$F_{n,ij} = F_{cn,ij} + F_{dn,ij}, \quad (3)$$

$$F_{t,ij} = F_{ct,ij} + F_{dt,ij}, \quad (4)$$

其中, m_i , v_i , I_i , ω_i 分别为颗粒 i 的质量、速度、转动惯量和角速度, g 为重力加速度. R_i 是从颗粒 i 的中心指向接触点的向量, 它的模等于颗粒的半径.

法线方向的弹性接触力为

$$F_{cn,ij} = \frac{4}{3} E_{eq} R_{eq}^{1/2} \delta_{n,ij}^{3/2}, \quad (5)$$

其中, E_{eq} , R_{eq} 和 $\delta_{n,ij}$ 分别为当量杨氏弹性模量, 当量直径以及法向重叠量.

切线方向的弹性接触力 $F_{ct,ij}$ 为

$$F_{ct,ij} = S_t \delta_{t,ij}, \quad (6)$$

$$S_t = 8 G_{eq} R_{eq}^{1/2} \delta_{n,ij}^{1/2}, \quad (7)$$

其中, S_t , $\delta_{t,ij}$ 和 G_{eq} 分别为切向刚度, 切向重叠量以及当量剪切模量.

颗粒碰撞产生的法向和切向的阻尼力分别为

$$F_{dn,ij} = -2\sqrt{\frac{5}{6}} \psi \sqrt{S_n m_{eq}} v_{n,ij}, \quad (8)$$

$$F_{dt,ij} = -2\sqrt{\frac{5}{6}} \psi \sqrt{S_t m_{eq}} v_{t,ij}, \quad (9)$$

m_{eq} 为当量质量, $v_{n,ij}$ 和 $v_{t,ij}$ 分别为法向和切向颗粒 i 相对于颗粒 (或壁面) j 的速度. ψ 和 S_n 为阻尼比和法向刚度.

计算区域为 $25 \text{ mm} \times 25 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$, 壁面为周期性边界条件, 即颗粒从壁面离开后会从对

面一侧相应位置以相同的速度进入计算区域. 在计算区域内随机放置 275000 个颗粒, 颗粒粒径为 0.6 mm 、密度为 2500 kg/m^3 , 颗粒材料的泊松比为 0.25 、剪切模量为 1×10^7 、颗粒间弹性恢复系数为 0.8 、滑动摩擦系数为 0.8 、滚动摩擦系数为 0.1 . 将内径 8 mm 高 200 mm 的圆柱形空心管插入颗粒层中, 并对管加载竖直方向振动, 振动频率 $f = 12 \text{ Hz}$, 无量纲振动强度 $\Gamma = 5$. 管与颗粒间仍采用 Hertz-Mindlin 无滑移接触模型, 颗粒与管壁间的滑动摩擦系数为 0.58 , 滚动摩擦系数为 0.05 . 由于内管的直径远大于颗粒的直径, 因此可以把颗粒与管壁间的碰撞近似处理为颗粒与平面的碰撞. 当颗粒与平面接触时, 把平面视为半径 ($R_j \rightarrow \infty$) 为无限大的颗粒^[24], 所以颗粒 i 与管壁法线方向的弹性接触力为

$$F_{cn,ij} = \frac{4}{3} E_{eq} R_i^{1/2} \delta_{n,ij}^{3/2}. \quad (10)$$

在管内颗粒上升的初始阶段, 每一振动周期内管内颗粒的受力变化规律如图 4 所示, 通过颜色来区分颗粒受力的强弱. 红色表示颗粒受力较强, 绿色代表力较弱, 蓝色部分受力几乎为零. 具体的颗粒受力数值在图 4 右侧进行了显示, 颗粒受力大小分布为 $0 \sim 0.0001 \text{ N}$, 约为 $0 \sim 40$ 倍单个颗粒的重量. 随着直管的振动, 管内颗粒在振动周期内经历了上抛和回落过程, 相对于床层颗粒表面, 一个振动周期结束后管内颗粒上升了一定距离, 见图 4 中 $t = 0$ 和 $t = 2\pi$ 时的管内高度的变化. 根据颗粒的受力变化可将每一振动周期分为 3 个阶段: 1) 当 $t = 0 \sim \pi/2$ 时, 直管处于加速上升阶段, 管内颗粒通过相互接触而形成具有一定强度的接触力链, 颗粒在管壁摩擦力的作用下向上运动; 2) 当 $t = \pi/2 \sim \pi$ 时, 直管处于减速上升阶段, 此时管内

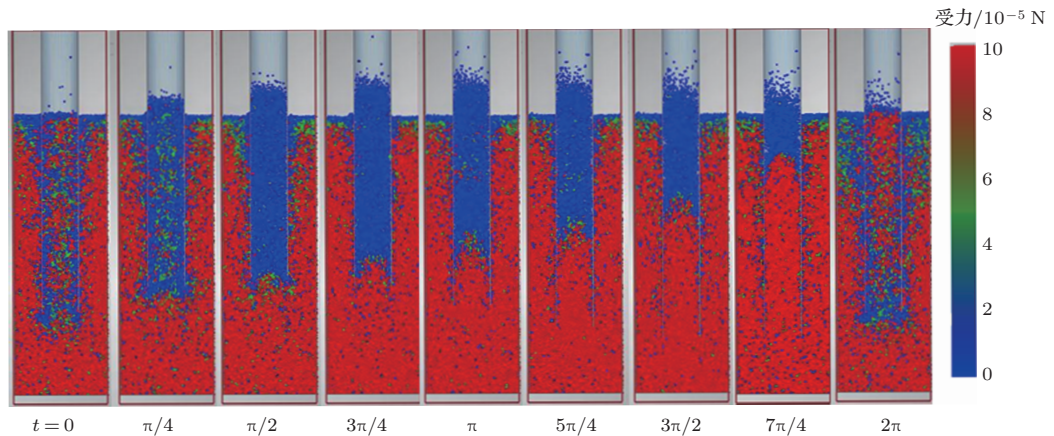


图 4 单个振动周期内振动管中颗粒的运动规律及受力变化

颗粒间的接触力较弱, 颗粒在惯性力的作用下向上运动; 3) 而当 $t = \pi - 2\pi$ 时, 直管处于下降阶段. 由于管内下部的颗粒与底部床层颗粒间的碰撞, 管内下部颗粒间形成了较强的接触力链, 但管内上部被提升颗粒间的接触作用仍然很弱, 颗粒在重力的作用下向下运动.

5 讨 论

已有的研究^[25-27]表明当颗粒粒径小于 1 mm 时, 间隙空气气压对振动过程中颗粒的运动有明显作用. 为了考察间隙空气对振动管中颗粒上升运动的影响, 在接近真空条件 (-95 kPa) 下对振动管内颗粒的运动进行了观测和记录. 结果表明, 真空条件下, 振动管中颗粒也能向上运动, 但能上升的高度小于常压状态下对应的上升高度. 真空和常压条件下管内颗粒 (平均粒径 0.3 mm) 的上升高度如图 5 所示. 间隙空气气压对管内颗粒的运动有一定的影响, 但并非颗粒上升的决定因素.

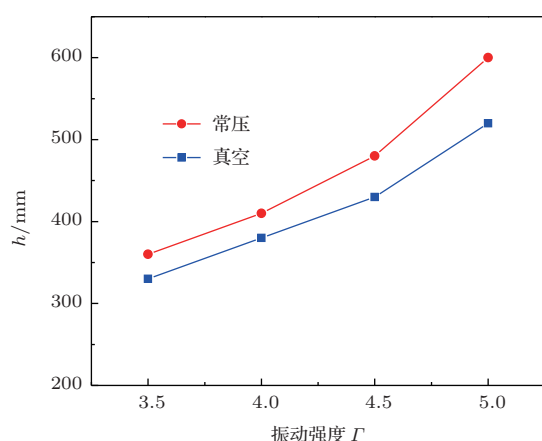


图5 常压和真空条件下管内颗粒上升高度的比较

文献^[13-16]通过实验及模拟发现, 在仅振动料仓的情况下, 固定的内管中颗粒层与管外料层存在动态的高度差, 并提出高度差是管内外截面不同使得在振动下管内外颗粒所受剪切力不同所致. 在仅振动料仓的情况下, 即使当振动强度 Γ 足够大, 管内颗粒层高度比管外料层高, 其高度的差值也很有限 ($h < 100$ mm). 而在料仓保持不动仅振动内管的情况下, 当振动强度足够大时, 振动管中的颗粒能够持续上升到一个较高的高度 ($h \geq 600$ mm). 二者的差别在于, 仅振动内管时, 料仓中的颗粒基本保持紧密的堆积状态, 由于振动管的提升和底部颗粒的回填, 管内的颗粒将持续向上运动. 而固定

内管振动料仓时, 不仅料仓在运动, 料仓中的颗粒也在做周期性上下运动, 这使得位于内管底部的颗粒无法形成稳定而坚实的支撑, 所以内管中的颗粒在重力的作用下将无法持续向上运动.

6 结 论

本文研究发现, 直管的往复运动 (振动) 可以使管内颗粒物料做定向运动 (逆重力上升), 颗粒的上升高度和运动速度强烈依赖于振动强度. 利用这一性质有望用简单的方法解决颗粒物料的提升或定向输运问题. 通过高速相机和竖直模拟方法对单个振动周期内颗粒的运动过程及受力变化做了研究. 颗粒的上升与管内颗粒间形成的接触力链有关, 振动管在向上运动时, 管内颗粒形成较强的接触力链, 颗粒被向上提升一段距离; 而提升管向下运动时, 管内颗粒变得松散, 力链被破坏, 因此在振动周期结束后, 管内颗粒还不能回至其初始位置, 即向上运动一段距离. 此过程逐渐累积最终形成管内颗粒的上升.

颗粒体系作为一强耗散体系, 颗粒间的相互作用以摩擦和碰撞为主, 这使得振动管中颗粒的上升运动规律复杂, 影响因素众多. 初步的研究表明, 当管径足够大或异常小时, 即使振动强度足够大, 管内的颗粒也无法向上运动. 要对颗粒的上升运动进行全面地认识, 还需对影响颗粒上升的影响因素 (如振动管的几何尺寸、振动参数以及颗粒物性等) 进行更进一步地研究.

参考文献

- [1] Jaeger H M, Nagel S R, Behringer R P 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 1259
- [2] Lu K Q, Liu J X 2004 *Physics* **33** 629 (in Chinese) [陆坤权, 刘寄星 2004 物理 **33** 629]
- [3] Miao G Q, Sui L, Wei R J 2001 *Phys. Rev. E* **63** 031304
- [4] Saluana C, Esipov S E, Poeschel T, Simonian S S 1998 *Proc. SPIE* **3327** 19
- [5] Sun Q C, Wang G Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4667 (in Chinese) [孙其诚, 王光谦 2008 物理学报 **57** 4667]
- [6] Peng Z, Jiang Y M, Liu R, Hou M Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024502 (in Chinese) [彭政, 蒋亦民, 刘锐, 厚美瑛 2013 物理学报 **62** 024502]
- [7] Zheng H P, Jiang Y M, Peng Z 2013 *Chin. Phys. B* **22** 040511
- [8] Hu M B, Jiang R, Wu Q S 2013 *Chin. Phys. B* **22**
- [9] Cai Q D, Chen S Y, Sheng X W 2011 *Chin. Phys. B* **20** 024502

- [10] Gallas J A C, Herrmann H J, Sokolowski S 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 1371
- [11] Aoki K M, Akiyama T 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 4166
- [12] Saez A, Vivanco F, Melo F 2005 *Phys. Rev. E* **72** 021307
- [13] Akiyama T, Shimomura T 1991 *Powder Technol.* **66** 243
- [14] Akiyama T, Shimomura T 1993 *Adv. Powder Technol.* **4** 129
- [15] Maeno Y 1996 *Physica A* **232** 27
- [16] Tatemoto Y, Niwa Y, Takeshita T 2009 *Powder Technol.* **192** 279
- [17] Chen W Z 1995 *Acta Phys. Sin.* **44** 427 (in Chinese)[陈伟中 1995 物理学报 **44** 427]
- [18] Chen W Z 1997 *Phys. Lett. A* **228** 321
- [19] Chen W Z, Wei R J 1998 *Phys. Lett. A* **244** 389
- [20] Liu C P, Wu P, Zhang F W, Wang L 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 183507
- [21] Zhang G H, Sun Q C, Huang F F, Jin F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 124502 (in Chinese)[张国华, 孙其诚, 黄芳芳, 金峰 2011 物理学报 **60** 124502]
- [22] Sun Q C, Jin F, Wang G Q, Zhang G H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 30 (in Chinese)[孙其诚, 金峰, 王光谦, 张国华 2010 物理学报 **59** 30]
- [23] Mindlin R D 1949 *J. Appl. Mech.* **16** 259
- [24] Sun Q C, Wang G Q 2009 *Introduction to Granular Matter Mechanics* (Beijing: Science Press) p16 (in Chinese)[孙其诚, 王光谦 2009 颗粒物质力学导论 (北京: 科学出版社) 第16页]
- [25] Yan X Q, Shi Q F, Hou M Y, Lu K Q, Chen Z Q 2003 *Physics* **32** 748 (in Chinese)[阎学群, 史庆藩, 厚美瑛, 陆坤权, 陈志强 2003 物理 **32** 748]
- [26] Yan X Q, Shi Q F, Hou M Y, Lu K Q 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 014302
- [27] Pak H K, Van Doorn E, Behringer R P 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 4643

The rising motion of grains in a vibrating pipe^{*}

Zhang Fu-Weng¹⁾ Wang Li^{1)2)†} Liu Chuan-Ping¹⁾²⁾ Wu Ping³⁾

¹⁾ (School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

²⁾ (Beijing Engineering Research Center for Energy Saving and Environmental Protection, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

³⁾ (Department of Physics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

(Received 1 August 2013; revised manuscript received 12 September 2013)

Abstract

The rising motion of grains in a vibrating pipe is studied experimentally and by DEM (discrete element method) simulations. A pipe is partially inserted into a static granular layer. With the pipe initially filled with a certain height of grains, when the pipe is set into vertical vibrations, grains in the pipe will rise along the pipe and the motion will be finally stabilized at a certain height. The rising height and the speed of motion are strongly dependent on the vibration strength. By using a high speed camera and through DEM simulation, the trajectory of individual grains and the force acting on the grains in each vibration cycle can be obtained. A force-based mechanism for this rising motion is proposed. During vibrations of the pipe, the grains in the pipe are compacted and loosened alternately, and the force of the pipe and the grains varies periodically, thus leading to the rising motion of grains. A new possible way of continuously transporting grains is presented in this work.

Keywords: granular materials, vibration, granule transport, discrete element method

PACS: 45.70.-nm, 45.70.Mg, 45.50.-j

DOI: 10.7498/aps.63.014501

^{*} Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2012CB720406), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51076010).

[†] Corresponding author. E-mail: liwang@me.ustb.edu.cn