

颗粒堆准静态崩塌及慢速流动过程中的堆结构研究*

潘北诚¹⁾ 史庆藩¹⁾ 孙刚^{2)†}

1) (北京理工大学, 物理学院, 北京 100081)

2) (软物质物理重点实验室和北京凝聚态物理国家实验室, 中国科学院物理研究所, 北京 100190)

(2013年8月17日收到; 2013年10月9日收到修改稿)

运用自行设计的实验装置并结合颗粒跟踪与成像技术, 系统地研究了不同堆积程度的颗粒堆在准静态崩塌过程中的滑移行为. 实验发现在颗粒堆中一部分颗粒沿着斜下方向滑动, 而另一部分颗粒则几乎没有滑动. 精确的数据分析还表明颗粒堆的滑动部分具有明显的层状结构特征, 在每一滑动层中颗粒的滑移量基本相同, 且各滑动层之间近似相互平行. 这些滑动层与水平面的夹角约在 40° — 50° 之间, 与静态层表面与水平面的夹角一致. 各滑动层中颗粒的滑移量随其距静态层表面的距离而线性的增加. 不同堆积程度的颗粒堆的静态部分基本上不随堆积体积而改变.

关键词: 颗粒流, 崩塌, 准静态, 层状结构

PACS: 47.57.Gc, 81.05.Rm, 45.70.Mg, 45.70.Ht **DOI:** 10.7498/aps.63.014703

1 引言

受到剪切作用而流动的颗粒体系具有一定的屈服应力, 因而它不像通常的流体, 同时它又极易流动, 因此也不像通常的弹性体^[1-3]. 颗粒体系在流动过程中会呈现出丰富的动力学现象, 如聚团、对流、表面波、分离、崩塌等. 这些现象与自然界和工业生产过程密切相关, 如土体蠕变、地层变化、雪崩、滑坡、物料的输运与混合等. 特别是颗粒流体在流动过程中出现的崩塌、滑坡等现象直接与许多自然灾害密切相关, 因而受到了物理学界和工程界的重视, 对它的研究不仅有助于建立颗粒流动的理论, 具有重要学术价值, 而且对于保护人民生命财产有重要意义.

由于颗粒体系在流动过程中的复杂性和多样性, 颗粒体系内部的流动特征并不十分清楚. 早在上世纪 80 年代 Bak 等就认为沙堆的崩塌是一个

自组织临界现象(SOC)^[4]. 此后, 人们设计了各种实验来研究重力作用下颗粒堆的崩塌流动现象. Nagel 等研究了滚筒中颗粒堆的崩塌角 θ_m 和静止角 θ_r 之间的关系, 发现当自由面倾斜角大于静止角时自由面上的颗粒开始崩塌并向下流动, 同时由于滚筒的转动, 自由面倾斜角在 θ_m 和 θ_r 之间来回摆动, 崩塌连续发生^[5]. 此外, 崩塌角和静止角与颗粒堆深度的关系也是人们关注的焦点. Staron 等用计算机模拟了二维密集颗粒堆的流动, 得出了 θ_m 和 θ_r 与颗粒堆深度之间关系, 即随着颗粒堆深度的增加, θ_m 和 θ_r 逐渐减小并最终达到饱和^[6]. Riccardo 等则从理论上给出了 θ_m 和 θ_r 与颗粒堆深度的关系式, 即 $\theta_m = \arctan[\mu(z_0 + H)/H]$ 和 $\theta_r = \arctan[\mu_\gamma(z_0 + H)/H]$, 其中 μ 是摩擦系数, μ_γ 是压力系数, z_0 是颗粒堆直径的倍数, H 是流动层的深度, 并且当 H 很大时 θ_m 和 θ_r 趋近一个确定的值, 这个结论与 Staron 通过计算机模拟所得的结果一致^[7]. 为了揭示颗粒堆崩塌过程中颗粒的流动

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2009CB930800)和国家自然科学基金面上项目(批准号: 10975014 和 11274355)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: gsun@iphy.ac.cn

特性, Pouliquen 通过数值模拟发现颗粒流体与经典的宾汉流体有相似之处, 即在颗粒堆的一定深度处存在剪切变形, 并且在垂直于颗粒流方向上表现出速度分布, 同时颗粒堆底部存在一个静态区^[8]. 然而, 在对准二维圆筒崩塌过程的实验研究中, 人们发现颗粒堆的剪切行为从颗粒堆表面沿深度方向传播, 颗粒流动速度随着深度增加逐渐减小, 受到剪切的颗粒堆中不存在速度为 0 的静态区, 而是随着深度增加出现了具有极缓慢蠕变速度的区域^[9,10]. 颗粒堆双层平行板实验中也观察到了自由面(表面)颗粒快速流动引起的剪切行为向颗粒堆内部传播的过程, 颗粒堆自由面流动速度沿着指向颗粒堆内部的方向逐渐减小, 并且也观察到了在颗粒堆深处存在着一个流动速度趋近于 0 的蠕变区域^[11,12]. 在库艾特双剪切环实验中, 颗粒堆受到内环缓慢剪切作用时, 其剪切行为由颗粒堆靠近内环的部分向外环逐渐传播, 主要表现为缓慢颗粒流的流动速度沿指向外环的方向逐步减小^[13,14]. 这些实验得出的结论与 Pouliquen 存在静态区的预测相矛盾. 由此可见, 颗粒堆内部剪切行为是导致颗粒流动速度分布的主要原因, 即堆内颗粒在同一时间长度内的滑移量是不同的. 为了从理论上解释颗粒流动的速度分布, Tsimring 根据前人的大量实验结果, 提出了部分流化颗粒流的连续理论^[9-14], 并认为颗粒堆剪切行为的传播即颗粒的滑动速度分布是随传播路径的长度呈 e 指数减小^[15].

在上述研究中对颗粒体系的限制并不十分严格, 因而产生了一些有争议的结果. 本文设计并组建了一套实验装置, 将颗粒堆限制在一套双层平行板结构中, 并用步进电机控制颗粒堆的崩塌速度. 由于本体系在横向(垂直于双层平行板的方向)具

有平移对称性, 颗粒堆的崩塌过程被限制在平行于双层平行板的二维平面内, 使我们可精确地观察颗粒堆的整个崩塌过程. 在研究中我们还运用颗粒追踪与成像技术给出了颗粒堆在崩塌过程中的滑动位移分布图, 并对该分布图做了归纳与分析.

2 实验装置与测量结果

图 1 为实验装置的示意图, 该装置由三维容器和电动平移台组成. 三维容器包含 4 个坐落于铝制平板上的有机玻璃容器壁, 分别为前移动壁、后静止壁和两个侧壁. 为方便容器壁的移动, 前后壁与相邻器壁和底部铝板之间互不相联, 但为防止颗粒溢出, 其缝隙小于 0.2 cm. 容器的四个器壁的高度均为 15.0 cm, 两个侧壁之间的距离为 30.0 cm. 容器内放入直径为 0.8 cm 的单散性玻璃球颗粒堆. 由于崩塌现象与堆积方式密切相关, 我们对放入容器内的颗粒体积和方式也作了严格的限制. 在我们的研究中放入容器内的颗粒体积分别为 2.0, 2.5, 3.0, 3.5 和 4.0 L, 颗粒堆的制备方法为公认的落雨法, 并在制成后轻轻地抚平堆体的上表面. 电动平移台与前移动壁连接, 并以极低的速度 (0.04 cm/s) 拉动前移动壁沿箭头方向缓慢运动, 这将使颗粒堆出现准静态的崩塌. 前移动壁和后静止壁之间的初始距离为 11.0 cm, 前移动壁被拉动的最大距离为 6.0 cm. 由于前移动壁的移动速度很慢, 在垂直于侧壁的方向上颗粒没有明显的位移. 这一点可通过观测上表面和侧壁的颗粒的运动行为得到证实. 从上表面我们可直接观测到颗粒是否在垂直于侧壁的方向运动, 我们看到的结果是除个别颗粒在特定

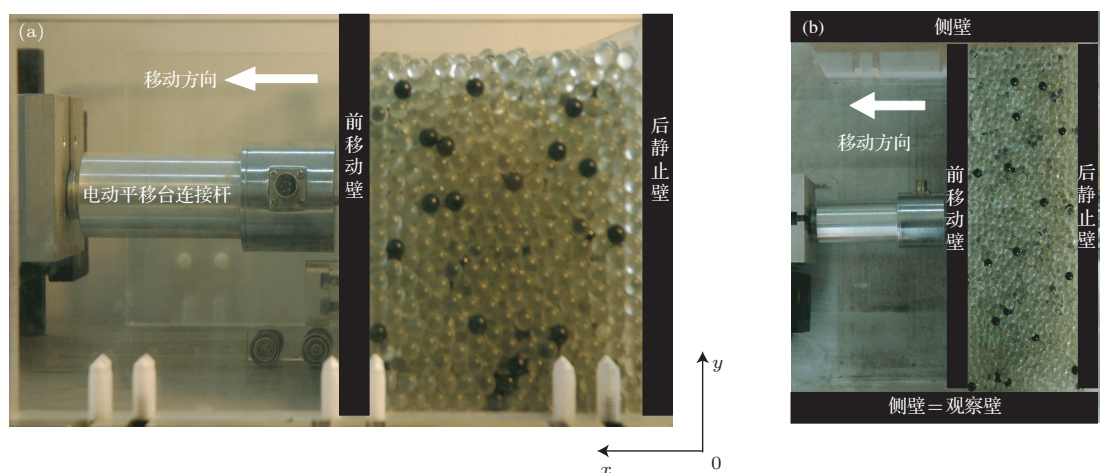


图 1 实验装置示意图 (a) 侧视图; (b) 俯视图

时刻在垂直于侧壁的方向有微小的摆动外, 颗粒的运动基本上是在平行于侧壁的平面内. 从侧壁的观察我们也可看到在整个崩塌过程中, 每个颗粒的位置均是清晰的, 即: 极少发现侧壁上的可见颗粒消失或出现新的颗粒, 这间接地证明了颗粒主要在平行于侧壁的平面内运动. 为此, 我们可将崩塌过程看作是准二维的, 这大大地方便了对颗粒堆崩塌过程的观测和描述, 并可用紧靠侧壁颗粒的运动状态代表整个颗粒堆的运动状态.

为了准确的跟踪特定颗粒的位移, 我们在无色透明的玻璃球中加入 10% 的黑色玻璃球, 并用它们制备成颗粒堆. 这样在颗粒堆的侧壁(观测壁)不同位置会出现若干独立的黑色颗粒(称为示踪颗粒). 借助高清摄像机(720×576 像素, 25 帧/s)可记录下这些示踪颗粒在崩塌过程中的视频图像, 然后利用 Matlab 编程可从视频图像中自动计算出这些示踪颗粒的位置, 从而得到其在崩塌过程中的运动轨迹.

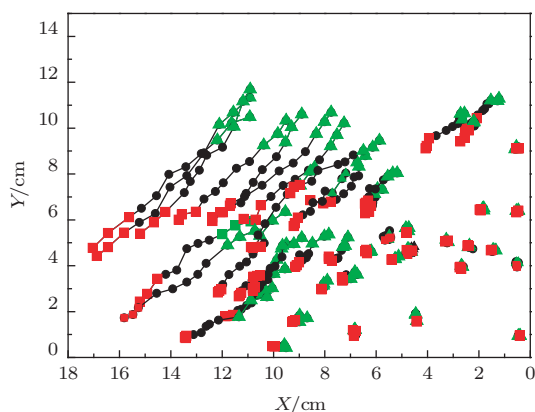


图2 堆积量为 3.0 L 的颗粒堆中各个示踪颗粒的运动轨迹

图2为实验中堆积量为 3.0 L 的颗粒堆中的示踪颗粒在准静态崩塌过程中的轨迹示意图. 为了清楚描述示踪颗粒的轨迹, 我们建立一个坐标系, 将后静止壁与铝基底板的交点作为坐标原点 O (见图1(a)), X 轴与铝基板重合并指向前移动壁移动方向, Y 轴与后静止壁重合, 指向水平面上方. 在图2中, 为方便观察示踪颗粒的走向, 将示踪颗粒在崩塌过程的初始阶段位置标为绿色三角, 而将中间阶段位置标为黑色圆, 将最后阶段位置标为红色方块. 从图2中可明显地看出, 处在颗粒堆观测面左上三角区域的颗粒具有一定的位移量, 它们近似地沿着一个相同的倾角向斜下方向移动, 并且越接近左上角, 颗粒移动的距离越大. 与左上三角区

域的颗粒行为形成鲜明对比的是, 右下三角区域的颗粒基本没有移动. 我们不妨把左上三角有非零的滑动位移的区域定义为“滑动区”, 而将右下三角区域基本上不滑动的区域定义为“静态区”.

图2为实验中各个示踪颗粒在崩塌过程中的位移量. 通常一次的实验只能提供若干个示踪颗粒, 因此只能得到若干个位置上在崩塌过程中的运动轨迹. 为了获取颗粒堆整体在崩塌过程中的运动轨迹, 上述的实验要反复进行多次才能使各个代表位置上均有运动轨迹的信息.

3 结果分析

在本研究中, 崩塌过程是用每一位置的颗粒在崩塌前后的滑移矢量 $\mathbf{S}_l$ 来描述的, 其中, l 代表实验中示踪颗粒的排序. 通过上一节的测量方法, 我们可得到分布于整个空间, 但不规则的位置上的示踪颗粒的滑移矢量. 为了便于数值分析, 我们可通过插值法将这些位移矢量转换成有规则的离散点阵, 即在规则点阵位置 $i\mathbf{e}_x + j\mathbf{e}_y$ 上位移矢量为 $\mathbf{S}_{i,j} = S_{xi}\mathbf{e}_x + S_{yj}\mathbf{e}_y$, 其中 i, j 为整数, $\mathbf{e}_x$ 和 $\mathbf{e}_y$ 分别为 X 和 Y 方向的单位向量. 由这些规则的离散点阵所绘出的颗粒堆在崩塌前后的滑移矢量的绝对值 $S_{i,j}$ (简称滑移量) 的分布图如图3所示.

在图3中为了让不同堆积量的颗粒系统保持原有的形状, Y 轴的标度范围统一采用 0.0—15.0 cm. 图3显示, 不同堆积量的颗粒系统在崩塌前后的滑移量都呈现层状结构. 左上三角区域的颗粒组成了滑动层, 而右下三角区域的颗粒组成了静态层, 同时层与层之间近似相互平行. 在滑动层中滑移量随其距静态层表面的距离而增加, 这可以清楚地从图3中的灰度变化中看出. 图3中箭头所指方向为颗粒滑移量增大的方向, 它是由颗粒滑移量的梯度的平均值计算出的.

在图3中, 颗粒堆的所有滑动层的流动方向基本一样, 因此, 我们可定义各滑动层与 X 方向夹角的平均值作为“层倾斜角” θ_{in} 来描述它们共性的流动特性. 对于“层倾斜角” θ_{in} 的计算可简单地通过平均位移矢量 $\bar{\mathbf{S}} = \sum_l \mathbf{S}_l / n$ 的方向求得, 即 $\theta_{in} = \arctan [\bar{S}_y / \bar{S}_x]$, 其中, n 为在某一堆积量下的实验中的示踪颗粒个数. 这样计算出的对应不同堆积量的颗粒堆的层倾斜角分别为 43° (2.0 L), 41° (2.5 L), 45° (3.0 L), 42° (3.5 L) 和 47° (4.0 L). 对于不同的堆积量, 颗粒堆的层倾斜角基本相同, 我

们的测量值虽有一定的涨落,但没有发现有规律的系统涨落.值得注意的是,我们所得的层倾斜角远远高于其静止角(实际测量本实验所用玻璃球的静止角为 19.2°).按照这两个角的物理意义,层倾斜角是代表颗粒在崩塌过程中的运动方向,而静止角是崩塌结束后颗粒表面与水平面的夹角.倾斜角高于静止角意味着颗粒堆在崩塌过程中并不是沿表面流动,而是向斜下方沉入.

对于颗粒堆在准静态崩塌过程中出现的层状结构,不同滑动层中颗粒的滑移量自然是我们接下来所关心的问题.滑动层可用 $y = kx + b$ 来表示,其中 $k = -\tan(\theta_{in})$ 是滑动层的斜率, b 是滑动层与 Y 轴截距,不同的 b 表征不同的滑动层.对于每一个示踪颗粒我们可根据其初始位置 $\mathbf{r}_i^0 = x_i^0 \mathbf{e}_x + y_i^0 \mathbf{e}_y$

计算出它所处的滑动层 $b_i = y_i^0 - kx_i^0$.我们将每一个示踪颗粒的滑移量 S_i 随滑动层 b_i 的变化关系画在了图4中.从图4我们可以看出滑动层 b 存在一个阈值 b_0 ,对于大于该阈值的各个滑动层,滑移量近似随 b 线性增加,而对于小于该阈值的各个滑动层,滑移量近似为零.这个 b_0 所对应的滑动层即为滑动起始位置或叫做静态层表面.对大于该阈值的各个滑动层的滑移量做 $S = k_s(b - b_0)$ 的拟合,我们可得到准确的滑动起始滑动层位置.对于堆积量为2.0, 2.5, 3.0, 3.5和4.0 L的颗粒堆的拟合结果显示,起始滑动层位置分别在 $b_0 = 9.3$ cm, 9.1 cm, 10.5 cm, 10.3 cm 和 10.4 cm处.这一结果表明起始滑动层位置基本不随堆积量改变.

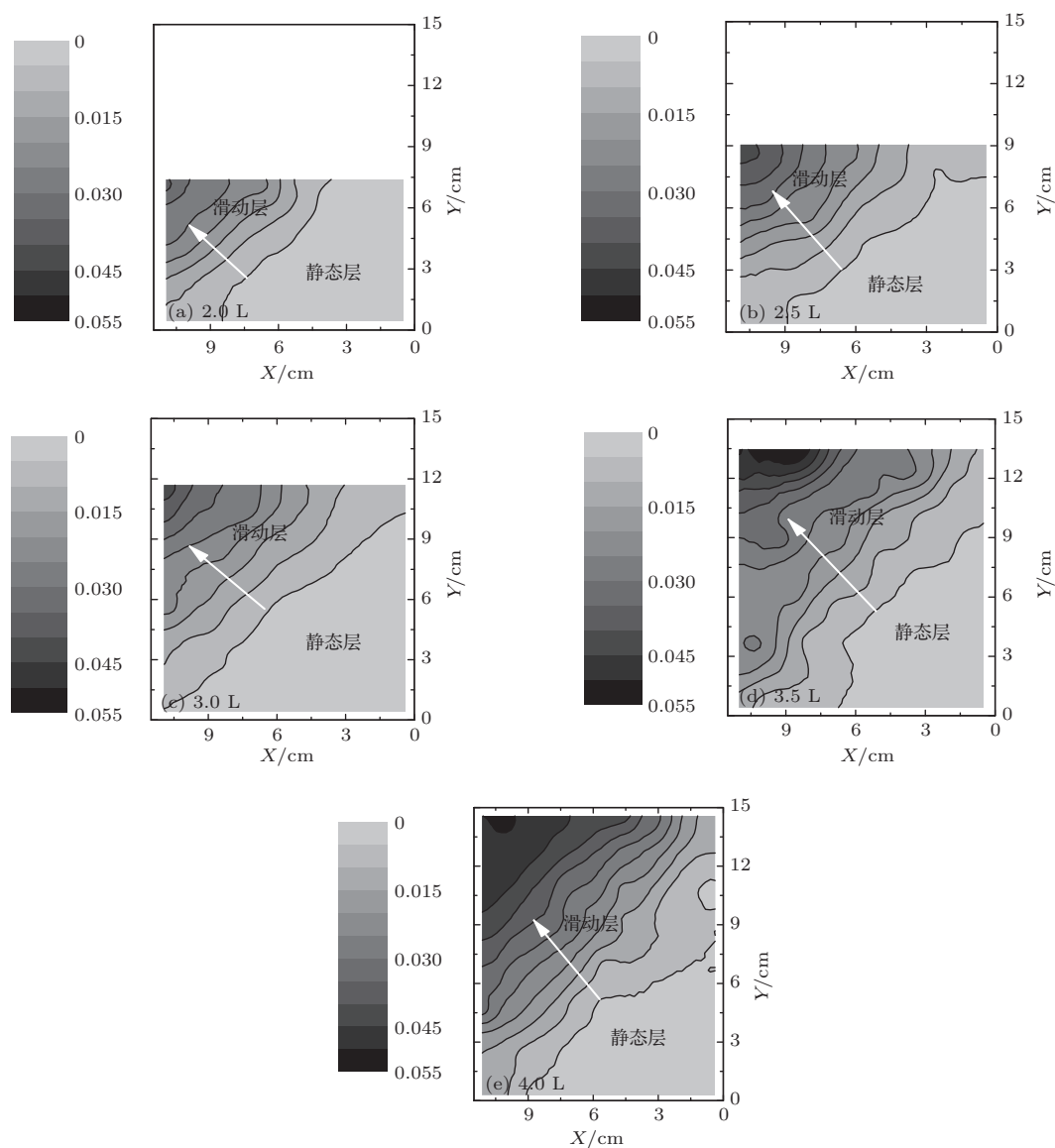


图3 不同堆积量的颗粒堆在滑移过程中的滑移矢量绝对值的分布图(箭头指向颗粒滑移量增加的方向) (a) 2.0 L; (b) 2.5 L; (c) 3.0 L; (d) 3.5 L; (e) 4.0 L

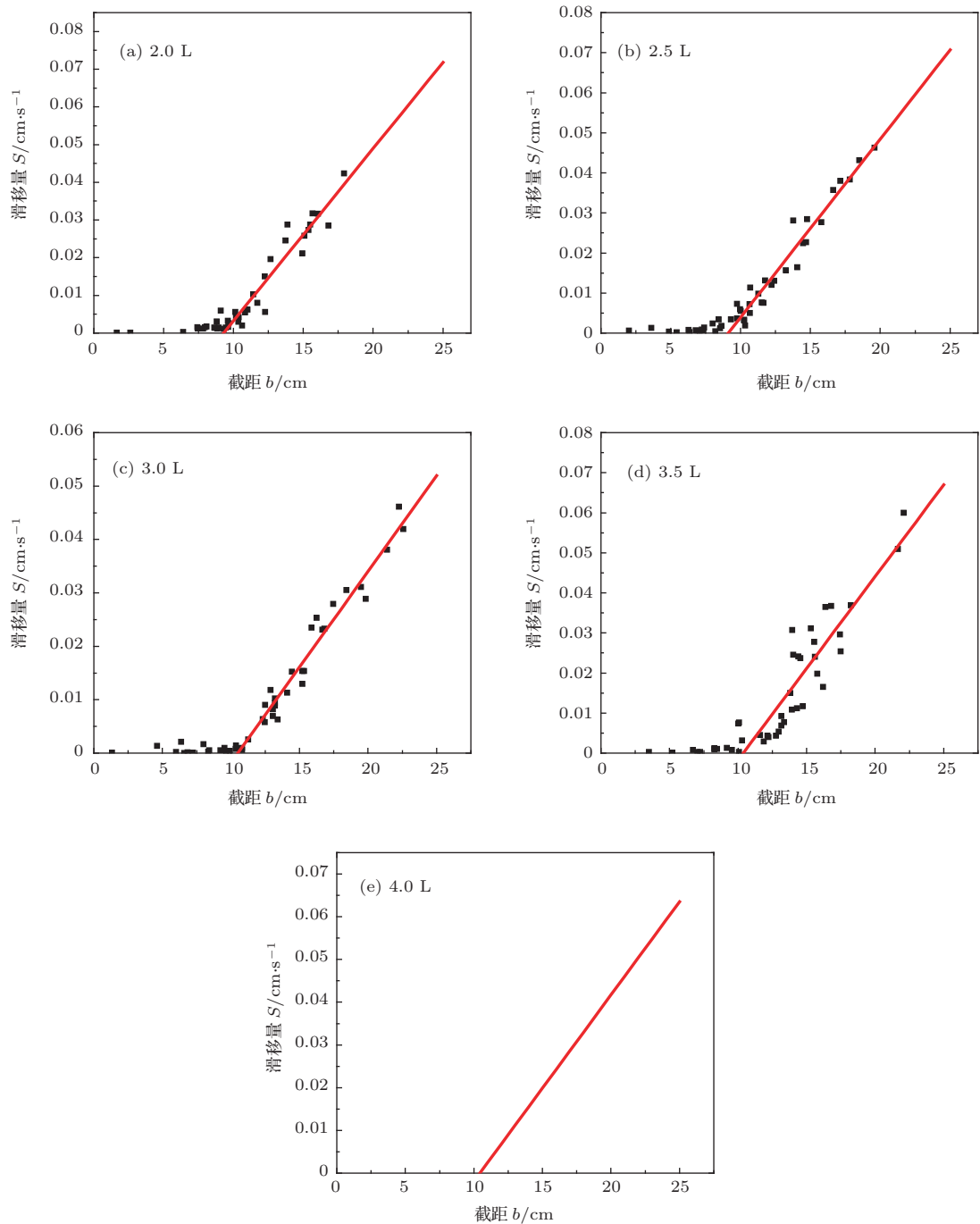


图4 不同堆积量的颗粒堆在滑移过程中各个示踪颗粒的滑移量(S)与滑动层 b 的关系(红线为对滑动层的各点所做的线性拟合的结果) (a) 2.0 L; (b) 2.5 L; (c) 3.0 L; (d) 3.5 L; (e) 4.0 L

4 结 论

我们设计并组建了一套实验装置, 将颗粒堆限制在一套双层平行板结构中, 并用步进电机控制颗粒堆的崩塌速度. 由于本体系在垂直于双层平行板方向具有平移对称性, 颗粒堆的崩塌过程被限制在平行于双层平行板的二维平面内, 使我们可精确地观察颗粒堆的整个崩塌过程. 结合颗粒跟踪与成像

技术, 我们研究了不同堆积状态下的颗粒系统的崩塌过程. 结果显示颗粒堆的崩塌过程由滑动和静态两部分组成, 并且滑动部分具有明显的层状结构特征. 各个滑动层之间近似相互平行, 层倾斜角分布在 40° — 50° 之间. 在每一滑动层中颗粒的滑移量基本相同, 而各滑动层中颗粒的滑移量与其距静态层表面的距离成线性增加的关系, 即距离静态层表面越远, 颗粒的滑移量越大. 另外, 不同堆积状态

的颗粒堆的静态层形状基本一样.

本文证实了颗粒在流动过程中确实存在静态区, 并对整个颗粒堆的流动结构给出了一个定量的描述. 利用本文的这些知识, 人们可判断在雪崩或垮塌过程中特定位置的位移, 这无疑对人员的救助和财产的保护有重要意义.

参考文献

- [1] Sun Q C, Wang G Q 2009 *An introduction to mechanics of granular material* (Beijing: Science Press) p103 (in Chinese) [孙其诚, 王光谦 2009 颗粒物质力学导论 (北京: 科学出版社) 第 103 页]
- [2] Lu K Q, Liu J X 2006 *An introduction to physics of soft matter* (Beijing: Peking University Press) p645 (in Chinese) [陆坤权, 刘寄星 2006 软物质物理学导论 (北京: 北京大学出版社) 第 645 页]
- [3] Rao K K, Nott P R 2008 *An introduction to granular flow* (Cambridge: Cambridge University Press) p2
- [4] Bak P, Tang C, Wiesenfeld K 1988 *Phys. Rev. A* **38** 364
- [5] Jaeger H M, Liu C, Nagel S R 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 40
- [6] Staron L 2008 *Phys. Rev. E* **77** 051304
- [7] Artoni R, Santomaso A, Canu P 2011 *Phys. Rev. E* **83** 051304
- [8] Jop P, Forterre Y, Pouliquen O 2006 *Nature* **441** 727
- [9] Pont S C D, Fischer R, Gondret P, Perrin B, Rabaud M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 048003
- [10] Socie B A, Umbanhowar P, Lueptow R M, Jain N, Ottino J M 2005 *Phys. Rev. E* **71** 031304
- [11] Inagaki T S K S, Nakagawa N, Nasuno S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 1757
- [12] Lemieux P A, Durian D J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4273
- [13] Mueth D M, Debregeas G F, Karczmar G S, Eng P J, Nagel S R, Jaeger H M 2000 *Nature* **406** 385
- [14] Fenistein D, Meent J W V D, Hecke M V 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 094301
- [15] Aranson I S, Tsimring L S 2002 *Phys. Rev. E* **65** 061303

Inner structure of granular pile during its quasi-static avalanches and slow flows^{*}

Pan Bei-Cheng¹⁾ Shi Qing-Fan¹⁾ Sun Gang²⁾[†]

1) (*Beijing Institute of Technology, Physics School, Beijing 100081, China*)

2) (*Key Laboratory of Soft Matter Physics and Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(Received 17 August 2013; revised manuscript received 9 October 2013)

Abstract

Dynamical behaviors of granular piles are systemically investigated by an experimental equipment and imaging and direct particle tracking during quasi-static avalanches and slow flow process. It is found that part of beads slides obliquely downward, meanwhile the other part of beads is almost fixed; layer-structure can be clearly observed, and it include flow-layers and static-layer. The flow-layers lie almost parallel to each other and the angles between the flow-layers and horizontal plane are approximately in the range 40° — 50° . Moreover, the slippage of the flow-layers from the static-layer begins to gradually increase linearly. In addition, the positions of initial flow-layer that has different volumes of granular piles tend to be fixed.

Keywords: granular flow, avalanche, quasi-static, layers structure

PACS: 47.57.Gc, 81.05.Rm, 45.70.Mg, 45.70.Ht

DOI: 10.7498/aps.63.014703

^{*} Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2009CB930800), and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10975014, 11274355).

[†] Corresponding author. E-mail: gsun@iphy.ac.cn