

周期结构薄膜在折射率色散下反射区特性研究^{*}

刘华松 刘丹丹 姜承慧 王利栓 姜玉刚 孙鹏 季一勤[†]

(天津航技术物理研究所, 天津市薄膜光学重点实验室, 天津 300192)

(2013年7月9日收到; 2013年10月2日收到修改稿)

周期性结构是光学薄膜设计的基本物理模型, 给出了反射区中心波长的一般性条件, 研究了在膜层材料存在折射率色散情况下, 等厚周期结构和非等厚周期结构的薄膜反射区中心波长与带宽特性. 研究表明: 在等厚和非等厚周期结构中, 考虑膜层材料折射率色散与忽略色散情况相比, 中心波长向长波方向移动, 反射级次与相对波数的线性关系偏离; 在薄膜光学厚度一定的非等厚周期结构中, 高折射率层光学厚度大于低折射率层时, 反射级次与相对波数的线性关系偏离度高; 非等厚周期结构薄膜的带宽在低反射级次上小于等厚周期结构, 同时膜层的色散对反射带宽影响不大.

关键词: 周期结构, 折射率色散, 反射中心波长, 反射带宽

PACS: 78.20.-e, 02.60.cb, 42.79.Fm

DOI: 10.7498/aps.63.017801

1 引言

周期性结构薄膜是光学薄膜设计基础, 该结构的重要特点是低透过率和高透过率光谱交替出现, 低透过率的区域和高透过率区域分别被用作波长光谱的调控^[1,2]. 周期性结构薄膜一般由两种或三种薄膜材料组成, 有等光学厚度和非等光学厚度两类, 等厚的周期结构已经广泛应用, 而非等厚的周期膜系可以通过调整薄膜的相对厚度改变反射区的带宽和波长位置. 因此, 周期性结构薄膜被广泛应用于高反膜、减反膜、分光膜和滤光片的制作中, 成为光学薄膜设计的基本结构.

在研究周期性结构薄膜的理论中, 利用光学多光束干涉理论对薄膜的反射带和透射带的研究已有报道, 并且在研究中均假定膜层为无色散^[3-6]. 由于周期性薄膜结构的波长在光学频段上的跨度较大, 不同反射级次的波长相距较远, 因此膜层在整个光谱范围内的色散差别不能被忽略. 本文在膜层材料的色散基础上, 研究了等厚和非等厚周期型

结构薄膜的反射区特性, 研究结果可以用于多波长反射薄膜的设计.

2 基本理论

光学薄膜的周期基本结构主要有等光学厚度和非等光学厚度两类, 在下面将两种结构统一表达. 两种材料的周期结构膜系如下:

$$\text{Sub}/(\alpha\text{H} \beta\text{L})^m/\text{Air}.$$

Sub为基底材料, α 为H层的光学厚度系数, β 为L层光学厚度系数, 设计参考波长为 λ_0 , 基本光学厚度单位为 $\lambda_0/4$, 膜层的物理厚度分别为 d_H , d_L , 则H层和L层光学厚度与物理厚度的关系如下:

$$\alpha\lambda_0/4 = n_H(\lambda_0) d_H, \quad (1)$$

$$\beta\lambda_0/4 = n_L(\lambda_0) d_L. \quad (2)$$

H层和L层薄膜的特征矩阵写为^[7]

$$M_H = \begin{bmatrix} \cos \delta_H & i \frac{\sin \delta_H}{\eta_H} \\ i \eta_H \sin \delta_H & \cos \delta_H \end{bmatrix}, (\text{H层}), \quad (3)$$

^{*} 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 61235011)、国家重大科学仪器专项子项目 (批准号: 2012YQ04016405)、天津市自然科学基金 (批准号: 13JCYBJC17300) 和天津市青年自然科学基金 (批准号: 12JCQNJC01200) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: ji_yiqin@yahoo.com

$$M_L = \begin{bmatrix} \cos \delta_L & i \frac{\sin \delta_L}{\eta_L} \\ i \eta_L \sin \delta_L & \cos \delta_L \end{bmatrix}. \quad (\text{L层}), \quad (4)$$

在入射角度 θ 下, $\eta_i (i=H, L)$ 为薄膜的等效折射率, 在 S 和 P 偏振下分别为

$$\begin{cases} \eta_i = n_i / \cos \theta_i, \\ i = H, L & \text{p-polarization,} \\ \eta_i = n_i \cos \theta_i, \\ i = H, L & \text{s-polarization.} \end{cases} \quad (5)$$

光束在基底、H 层和 L 层薄膜中的折射角根据菲涅耳定律获得

$$n_0 \sin \theta_0 = n_H(\lambda) \sin \theta_H = n_L(\lambda) \sin \theta_L, \quad (6)$$

当膜层具有色散时, H 层和 L 层薄膜在不同波长 λ 下的相位厚度分别为

$$\begin{aligned} \delta_H &= \frac{\alpha \pi \lambda_0}{2} \frac{n_H(\lambda)}{n_H(\lambda_0)} \cos \theta_H, \\ \delta_L &= \frac{\beta \pi \lambda_0}{2} \frac{n_L(\lambda)}{n_L(\lambda_0)} \cos \theta_L. \end{aligned} \quad (7)$$

当基本结构 $(\alpha H \beta L)$ 的光学厚度之和满足下式时^[3], 对应的波长 λ_m 为反射区的中心波长

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{\lambda_m} \left(\frac{\alpha}{4} \frac{\lambda_0}{n_H(\lambda_0)} n_H(\lambda_m) + \frac{\beta}{4} \frac{\lambda_0}{n_L(\lambda_0)} n_L(\lambda_m) \right) \\ = m\pi, \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \\ \frac{2\pi}{\lambda_m} \left(\frac{\alpha}{4} \frac{\lambda_0}{n_H(\lambda_0)} n_H(\lambda_m) + \frac{\beta}{4} \frac{\lambda_0}{n_L(\lambda_0)} n_L(\lambda_m) \right) \\ \neq m(\alpha + \beta)\pi, \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \end{aligned} \quad (8)$$

m 为反射级次, 当 m 的取值同时满足 (8) 式时, 所对应的波长即为反射带中心波长. 当考虑膜层色散时, 对方程 (8) 左侧的两项分别进行修正, 中心波长的位置与无色散时相比必然产生平移.

基本结构 $(\alpha H \beta L)$ 的等效特征矩阵为

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} = M_H M_L = \begin{bmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \mathcal{C} & \mathcal{D} \end{bmatrix}, \quad (9) \\ \mathcal{A} &= \cos \delta_H \cos \delta_L - \frac{n_L \sin \delta_L \sin \delta_H}{\eta_H}, \\ \mathcal{B} &= i \left(\frac{\cos \delta_H \sin \delta_L}{\eta_L} + \frac{\cos \delta_L \sin \delta_H}{\eta_H} \right), \\ \mathcal{C} &= i (\eta_H \sin \delta_H \cos \delta_L + \eta_L \sin \delta_L \cos \delta_H), \\ \mathcal{D} &= \cos \delta_H \cos \delta_L - \frac{n_H \sin \delta_L \sin \delta_H}{\eta_L}. \end{aligned}$$

定义周期组合特征矩阵的 G 函数如下:

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{2} (m_{11} + m_{22}) \\ &= \cos \delta_H \cos \delta_L \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin \delta_L \sin \delta_H \left(\frac{n_L^2(\lambda) + n_H^2(\lambda)}{n_H(\lambda) n_L(\lambda)} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{n_L^2(\lambda) + n_H^2(\lambda)}{n_H(\lambda) n_L(\lambda)} \right), \quad (11)$$

则 G 函数可以写成下式:

$$G = \cos \delta_H \cos \delta_L - \gamma \sin \delta_L \sin \delta_H, \quad (12)$$

根据切比雪夫不等式^[7], $G > 1$ 时对应反射带, $G < 1$ 时对应透射带, 在 $|G| = 1$ 的波长位置为反射带的边界, 带宽为相邻两个 $|G| = 1$ 点对应的波长间隔, 当膜层具有色散时, 其不存在解析解, 必须通过数值计算得到周期结构的反射带宽.

3 数值实验

3.1 薄膜参数

在本文研究中, 选择两种薄膜 HfO_2 和 SiO_2 分别作为高折射率和低折射率材料. 两种材料的色散曲线见图 1 和图 2, 色散区间波长为 250—1800 nm^[8]. 设计参考波长为 $\lambda_0 = 1550$ nm, H 层和 L 层的折射率分别为 1.9559 和 1.4440, 膜层的光学厚度基本单位为 $\lambda_0/4$, 两层膜的物理厚度分别为 $d_H = 198.12$ nm 和 $d_L = 268.35$ nm. 以此为周期结构的基本单元, 研究等厚和非等厚周期结构的反射区光谱特性.

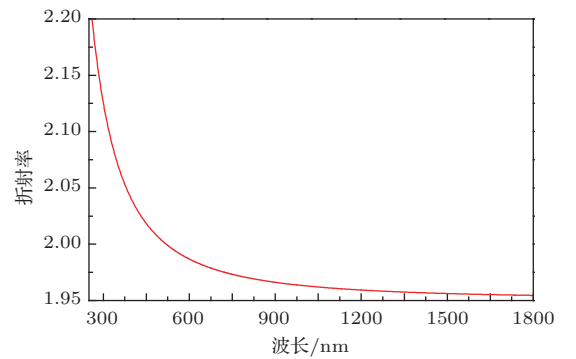


图 1 H 层薄膜折射率色散曲线

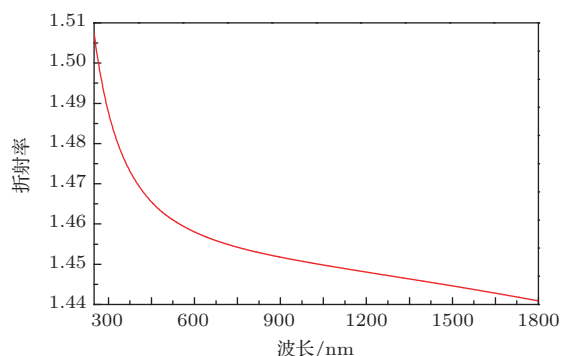


图2 L层薄膜折射率色散曲线

3.2 实验结果

在下面的数值实验中, 等周期结构选择为(1H 1L), 非等周期结构选择为(1H 3L)和(3H 1L), 周期结构的循环次数为20, 入射角度选择为 0° , 则两种结构的反射率光谱曲线见图3、图4和图5, 横坐标为相对波数 $g = \lambda_0/\lambda$. 从图3、图4和图5中分别看出, 当膜层具有色散时, 两种周期结构的变化趋势一致, 反射区与不考虑色散时相比向小波数方向即长波方向移动. 下面所有图中 a 曲线和 b 曲线分别代表膜层折射率无色散和有色散情况下的模拟计算结果.

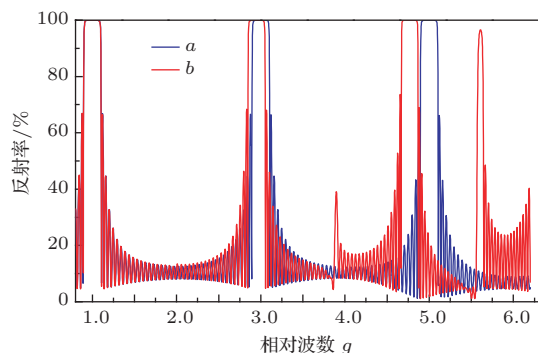


图3 等厚周期结构(1H 1L)的多层膜反射光谱

图6至图8给出膜层有无色散的两种周期结构反射区中心波长的位置. 无论膜层是否具有色散, 等厚周期结构的反射区出现在 $m = 1, 3, 5$ 三个反射级次上, 在 $m = 2$ 级次上不出现反射区; 非等厚周期结构的反射区出现在 $m = 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11$ 八个反射级次上, 在 $m = 4, 8$ 级次上不出现反射区. 当膜层没有色散时, 反射区中心相对波数与反射级次是理想的线性关系; 当膜层具有色散时, 反射区的中心相对波数均向小波数方向移动, 随着反射级次的增加波数移动量就越大, 中心相对

波数与反射级次偏离呈线性关系, 并且非等厚周期薄膜的偏离度高于等厚周期结构.

将不同的周期结构对比分析: 1) 当 $\alpha + \beta$ 值一定时, 非等厚周期结构与等厚周期结构相比, 当H层厚度大而L层厚度小时, 反射中心波长出现的级次相同, 膜层材料的色散对中心波长移动影响较大, 反射级次与相对波数的关系偏离线性度大; 如图7和图8所示. 2) 当H层厚度一定时, 随着L层厚度的增加, 反射级次与相对波数的线性关系偏离度增加.

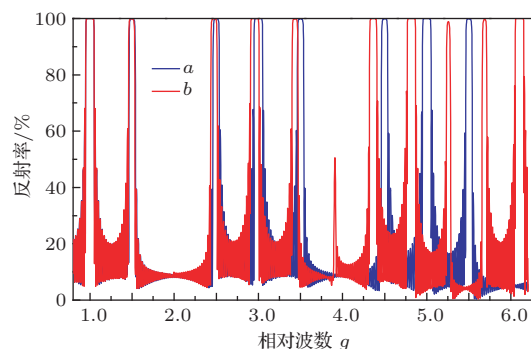


图4 非等厚周期结构(1H 3L)的多层膜反射光谱

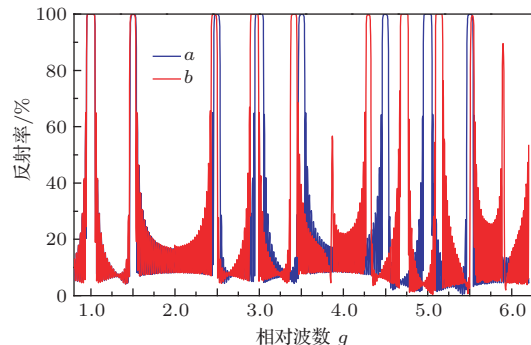


图5 非等厚周期结构(3H 1L)的多层膜反射光谱

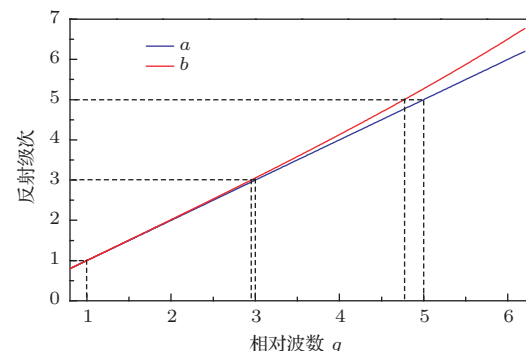


图6 等厚周期结构(1H 1L)的反射区中心波数

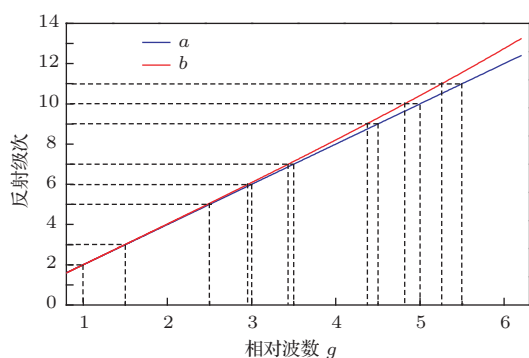


图7 非等厚周期结构 (1H 3L) 的反射区中心波数

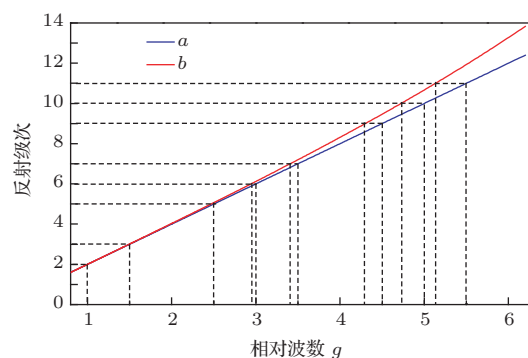


图8 非等厚周期结构 (3H 1L) 的反射区中心波数

表1 等厚周期结构的反射带宽计算结果

周期结构	反射级次	无色散			有色散		
		λ_a/nm	λ_b/nm	$\Delta\lambda/\text{nm}$	λ_a/nm	λ_b/nm	$\Delta\lambda/\text{nm}$
$\alpha = 1$ $\beta = 1$	5	304.2	316.2	12.0	319.0	331.6	12.6
	3	500.8	533.8	33.0	509.2	542.8	33.6
	1	1414.0	1715.0	301.0	1415.4	1714.0	298.6

表2 非等厚周期结构的反射带宽计算结果

反射级次	无色散			有色散			有色散		
	$\alpha = 1, \beta = 3$			$\alpha = 1, \beta = 3$			$\alpha = 3, \beta = 1$		
	λ_a/nm	λ_b/nm	$\Delta\lambda/\text{nm}$	λ_a/nm	λ_b/nm	$\Delta\lambda/\text{nm}$	λ_a/nm	λ_b/nm	$\Delta\lambda/\text{nm}$
11	280.0	283.6	3.6	293.8	296.0	2.2	299.6	304.4	4.8
10	307.2	313.2	6.0	318.8	325.0	6.2	325.2	331.4	6.2
9	342.0	347.2	5.2	352.0	358.6	6.6	358.6	363.0	4.4
7	438.4	447.0	8.6	447.0	455.4	8.4	450.0	459.4	9.4
6	508.6	525.2	16.6	515.8	532.8	17.0	518.6	535.2	16.6
5	612.2	629.2	17.0	618.4	635.8	17.4	620.4	637.0	16.6
3	1009.4	1056.0	46.6	1013.6	1060.0	46.4	1013.2	1059.4	46.2
2	1479.2	1628.2	149.0	1480.0	1627.4	147.4	1479.8	1627.8	148.0

两种周期结构的不同级次反射带宽计算见表1. λ_a 和 λ_b 分别为反射带的短波和长波截止波长, $\Delta\lambda$ 为反射带的带宽. 在参考波长 λ_0 处, 非等厚度周期结构的反射带宽小于等厚周期结构, 无论膜层材料是否有色散, 同一级次下的反射带宽相差较小, 随着反射级次的增加, 反射带宽逐渐减小. 从计算结果来看, 膜层材料的色散对反射带宽影响不大, 因此在设计多反射区薄膜时, 应尽量选择中心波长的位置和低反射级次.

4 结 论

本文基于膜层具有色散的情况下, 讨论了等厚与非等厚周期结构薄膜的反射区中心波长和反射带宽的特性. 膜层色散对两种周期结构的影响是中

心波长向长波长方向移动, 对反射带宽影响不大. 膜层色散影响反射级次与相对波数的线性度, 并且非等厚周期结构的反射级次与相对波数线性偏离度高于等厚周期结构. 与等厚周期结构相比, 在薄膜总光学厚度一定的非等厚周期结构下, H层厚度大于L层厚度时, 反射级次与相对波数的关系线性偏离度大. 通过对等厚和非等厚周期结构反射区特性的分析, 研究结果对于指导多波长激光反射薄膜的设计具有指导意义.

参考文献

- [1] Pervak V, Tikhonravov A V, Trubetskov M K, Pistner J, Krausz F, Apolonski A 2007 *Appl. Opt.* **46** 1190
- [2] Tikhonravov A V, Trubetskov M K, DeBell G W 2007 *Appl. Opt.* **46** 704

- [3] ALFRED THELEN 1963 *JOSA* **53** 1266
- [4] Zheng K S, GE D S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2789 (in Chinses) [郑奎松, 葛德彪 2009 物理学报 **55** 2789]
- [5] He Z L, Chen H G 1986 *Acta Optics. Sin.* **55** 2789 (in Chinses) [何兆麟, 陈惠广 1986 光学学报 **55** 2789]
- [6] Ishtvan F, Yuri P 1992 *Proc. SPIE* **1781** 201
- [7] Tang J F, Gu P F, Liu X, Li H F 2006 *Modern Optical Thin Film Technology* (Hangzhou, Zhe Jiang University Press) p107–118 [唐晋发, 顾培夫, 刘旭, 李海峰 2006 现代光学薄膜技术 (杭州: 浙江大学出版社) 第107—118页]
- [8] Essential Macleod 2010 *Optical Coating Design Program*, 2010, Version 9.5, Thin Film Center Inc.

Properties of reflecting region of periodic-structured thin film with refractive index dispersion^{*}

Liu Hua-Song Liu Dan-Dan Jiang Cheng-Hui Wang Li-Shuan
Jiang Yu-Gang Sun Peng Ji Yi-Qin[†]

(Tianjin Key Laboratory of Optical Thin Film, Tianjin Jinhang Institute of Technical Physics, Tianjin 300192, China)

(Received 9 July 2013; revised manuscript received 2 October 2013)

Abstract

Periodic structure is the basic physical model in optical film design. Universal conditions of the reflecting center wavelength are given. With the refractive index dispersion of the layers, the reflecting center wavelength and the band characteristic of equal-thickness and unequal-thickness periodic structures are studied. According to experimental results, in both the equal-thickness and unequal-thickness periodic structures with the refractive index dispersion of the coating layers, the reflecting center wavelength moves towards the longer wavelengths, and the reflective series as well as the relative wave number will depart from linear relation. For the same optical thickness of the film with unequal-thickness periodic structure, when the optical thickness of the high refractive index layer is bigger than that of the low refractive index layer, the departure from linear relation between the reflective series and the relative wave number is higher. For the low reflective series, the bandwidth of unequal-thickness periodic structure is smaller than that of equal-thickness periodic structure. The influence of the layer dispersion on the bandwidth is found to be weak.

Keywords: periodic structure, refractive index dispersion, center wavelength, reflecting bandwidth

PACS: 78.20.-e, 02.60.cb, 42.79.Fm

DOI: 10.7498/aps.63.017801

^{*} Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 61235011), the Subproject of National Key Scientific Instruments Project of China(Grant No. 2012YQ04016405), the Natural Science Foundation of Tianjin, China(Grant No.13JCYBJC17300), and the Natural Science Foundation for Young Scientists of Tianjin, China(Grant No.12JCQNIC01200).

[†] Corresponding author. E-mail: ji_yiqin@yahoo.com