基于全变分最小化和交替方向法的康普顿散射成像重建算法*

古宇飞 闫镔† 李磊 魏峰 韩玉 陈健

(国家数字交换系统工程技术研究中心, 郑州 450002)

(2013 年 5 月 20 日收到; 2013 年 9 月 17 日收到修改稿)

康普顿散射成像技术利用射线与物质作用后的散射光子信息对物质的电子密度进行成像. 与传统的透射成像方式相比, 康普顿散射成像具有系统结构灵活、成像对比度高、辐射剂量低等优势, 在无损检测、医疗诊断、安全检查等领域有着广阔的应用前景. 但其重建问题是一个非线性的逆问题, 通常是不适定的, 其解对噪声和测量误差非常敏感. 为解决此问题, 本文结合全变分最小化正则化方法和交替方向法提出了一种新的康普顿散射成像重建算法. 该算法首先将问题对应的 TV 模型转化为与之等价的带约束的优化问题, 然后利用增广拉格朗日乘子法将优化问题分解为两个具有解析解的子问题, 并通过交替求解子问题使增广拉格朗日函数达到最小, 进而得到重建的图像. 在仿真实验中, 通过与主流的 ASD-POCS 方法进行对比, 证明了该算法在重建精度和重建效率方面的优势.

关键词: 康普顿散射成像, 重建算法, 全变分最小化, 交替方向法

PACS: 87.59.–e, 07.85.–m **DOI:** 10.7498/aps.63.018701

1 引 言

康普顿散射成像 (compton scatter tomography, CST) 利用射线与被检测物体作用后的康普顿散射光子信息对物体的电子密度进行成像. 相对于 X 射线机、计算机断层成像 (computed tomography, CT) 等透射成像方式, CST 技术具有以下优点: 第一, 由于利用散射光子信息, 光源和探测器位置摆放十分灵活, 可以很好的应用于地下物体探测 [1,2]、飞机机翼和船体等大型物体的无损检测 [3] 等场合 [4]; 第二, 由于对物体成电子密度像, 在对低密度材料进行成像时对比度高, 可以检测出一些传统透射成像安检手段无法分辨的违禁物品 [5]; 第三, 对物体浅层或者局部区域进行成像时, 不需要穿透物体, 辐射剂量更低, 对医疗诊断 [6,7] 和人体安检 [8,9] 领域意义重大.

在 1959 年, Lale[10] 首次提出使用康普顿散射效应对物体的电子密度进行测量之后, CST 技术得到了广泛的研究 [11,12]. Farmer 和 Collins[13] 使用康普顿散射动力学公式中散射光子能量和散射角度的关系来确定散射位置, 避免了对焦过程及其带来的误差. 他们在成像时采用笔形束光源照射物体和具有宽准直角的探测器对散射光子进行接收. Kondic 等 [14] 使用扇束光源和探测器来对物体进行逐面扫描, 并提出了 "等偏角线" 的概念. 1986 年 Hussein 等 [15] 根据衰减系数是电子密度的函数这一先验将 CST 重建描述为具有 N^2 个未知数的非线性问题, 奠定了 CST 迭代重建算法的研究基础. Arendtsz 等 [16] 根据 Hussein 的模型, 使用逐步近似法和改进的高斯牛顿方法进行了康普顿散射重建, 但重建精度都不高. 2004 年王加俊等 [17] 在逐步近似法的基础上结合图像的直方图约束, 改善了图像的重建质量, 但直方图约束阈值的选择没有成熟的标准, 若选择不当会重建出错误图像.

* 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2012AA011603) 和国家自然科学基金 (批准号: 61372172) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: tom.yan@gmail.com

由于康普顿散射成像中的测量值之间存在着相关性, 很难满足线性无关的测量值数目大于或者等于待求电子密度数目 N, 所以CST重建是一个不适定问题, 通常是病态的, 所求的解对于噪声和错误的测量值非常敏感. 正则化技术是解决病态问题的常用方法. 在康普顿散射成像中常用的正则化方法有截断奇异值分解法(truncated singular value decomposition, TSVD)、Tikhonov-Miller正则化方法和基于统计的EM-ML(Expectation Maximization-Maximum Likelihood)方法[16−18]及基于压缩感知的全变分(total variation, TV)正则化[19]方法.

2006年, Candes等[20,21]提出的稀疏信号恢复理论表明: 对于一个图像信号, 可以通过求解一个 l_1 范数最小的凸优化问题来实现高概率的精确重建. 能够精确重建的前提是该图像必须具有一定的稀疏特性. 在实际应用中, 图像函数本身一般并不稀疏, 而其梯度信息往往是稀疏的. 对于具有稀疏梯度特性的图像, 可以通过最小化图像全变分(即梯度图像的 l_1 范数)的方法高概率精确的恢复该图像. 根据上述理论[20], Sidky和Pan[22]在CT重建领域提出了ASD (Adaptive-Steepest-Descent)-POCS(Projection Onto Convex Sets)算法, 该算法是全变分目标函数最速下降和投影到凸集以符合测量数据的结合. 作为一个被广泛应用的框架, ASD-POCS方法可以应用于CST重建领域. 但是ASD-POCS方法需要在TV最速下降和凸集投影之间寻找一个平衡, 这就涉及到多个经验参数的选取问题, 如参数选择不合适会影响算法的收敛速度和图像的重建质量[22]. 对于不同的问题模型或者几何关系设置需要选取不同的参数, 而一组合适的参数往往需要进行大量的实验才能近似的确定.

本文借鉴Evans等[3]在求解CST中非线性问题时采用的两级迭代策略, 结合TV最小化和交替方向法(alternating direction method, ADM)提出了一种新的CST重建算法. 新算法在交替方向法框架的基础上, 将TV目标函数对应的等价增广Lagrangian函数分解为松弛变量和电子密度两个子问题分别求解. 子问题中都有一个同时包含松弛变量和电子密度的约束项因此无需对子问题的求解进行平衡. 同时, 每个子问题都具有解析形式的解, 求解速度快, 通过交替求解上述的两个子问题使增广Lagrangian函数达到最小, 重建出电子密度图像. 仿真结果表明, 该方法在CST重建应用中比ASD-POCS方法有着更好的重建质量和效率. 为方便表述, 本文将新方法简写为TV-ADM方法.

2 康普顿散射成像模型

康普顿散射成像技术中一般采用如图1所示的系统模型. 模型中使用扇形束射线源对物体进行照射, 能谱分辨探测器对到达探测器的散射光子进行接收, 得到能谱数据. 假设放置在A点的射线源发射能量为 E_0, 强度为 N_0 的射线, 射线进入物体内部后在B点发生散射. 定义到达C点探测器的能量为 E 的单次散射的光子通量为 $\varPsi(E)$, 那么根据康普顿散射运动学公式, 可以得到如(1)式所示的CST 正向模型:

$$\varPsi(E)=\int_z \psi(E)\,\mathrm{d}z, \tag{1}$$

z 为等散射线(光子与该线上的体素作用后的散射到C点的光子具有相等的能量), $\psi(E)$ 是等散射线上体素对能级 E 的贡献, 表达式为

$$\begin{aligned}&\psi(E)\\ =&\frac{N_0}{|\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A}|^2}f_i(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A};E_0)P(E_0;E)\\ &\times\rho(\boldsymbol{B})\cdot\frac{\Delta A}{|\boldsymbol{C}-\boldsymbol{B}|^2}f_o(\boldsymbol{C}-\boldsymbol{B};E)k(E),\end{aligned} \tag{2}$$

其中 E_0 和 E 分别表示入射射线光子的能量和发生散射到达探测器的光子的能量; $|\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A}|^2$ 为射线源与发生散射的点间距离的平方; $\rho(\boldsymbol{B})$ 为散射点处的电子密度值, $|\boldsymbol{C}-\boldsymbol{B}|^2$ 为散射点到探测器的距离的平方; ΔA 为探测器的孔径; $k(E)$ 为探测器在射线光子能量为 E 时的探测效率; $P(E_0;E)$ 为能量为 E_0 的入射射线光子发生康普顿散射后散射光子能量为 E 的概率, 可由Klein-Nishina公式给出:

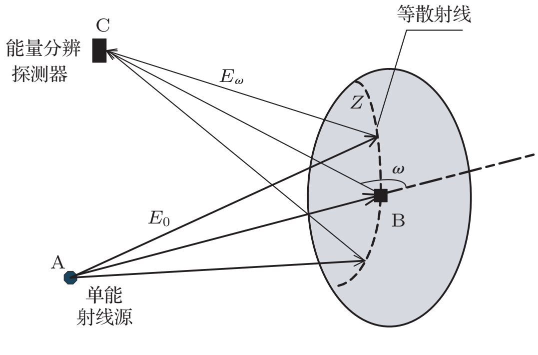

图1 CST系统模型

$$P(E_0;E)=\frac{r_e^2}{2}\left(\frac{E_0}{E}+\frac{E}{E_0}-\sin^2\omega\right)\left(\frac{E}{E_0}\right)^2, \tag{3}$$

其中r_e为经典电子半径, $r_e=e/m_0c^2=2.82\times 10^{-13}$ cm. f_i和f_o分别代表入射射线在发生散射前的衰减和发生散射后射线到探测器过程中的衰减, 在康普顿散射效应占主导时可以表示为电子密度线积分的指数函数形式:

$$f_i(E_0)=\exp\left[-\int_A^B\rho(l)\times\sigma(E_0)\,\mathrm{d}l\right],$$
$$f_o(E)=\exp\left[-\int_B^C\rho(l)\times\sigma(E)\,\mathrm{d}l\right], \tag{4}$$

其中$\sigma(E_0)$, $\sigma(E)$分别表示射线能量为E_0和E时单个电子的康普顿散射截面, 即单个电子的康普顿散射微分截面对散射角度的积分; $\rho(l)$表示射线经过点的电子密度值.

将物体离散化为$N\times N$的方块, 探测器接收的射线能量分为M个能级, 每个能级的能量为E_i ($i=1, 2, \cdots, M$), 则可以将(1)式离散化为

$$\begin{aligned}\varPsi(E_i)=&\sum_j^{N\times N}\delta_{ij}\frac{N_0}{|\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A}|^2}f_i(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A};E_0)P(E_0;E_i)\\&\times\frac{\Delta A}{|\boldsymbol{C}-\boldsymbol{B}|^2}f_o(\boldsymbol{C}-\boldsymbol{B};E_i)k(E_i)\cdot\rho_j\\=&\sum_j^{N\times N}W_{ij}\rho_j,\end{aligned} \tag{5}$$

其中, 下标j表示像素在方格中的位置, ρ_j表示j点的电子密度值, δ_{ij}为delta函数, 当从像素点j发生散射的光子到达探测器后对探测器的能级E_i有贡献时, $\delta_{ij}=1$, 否则为0.

因为入射衰减f_i和散射衰减f_o都是电子密度的函数, 所以可以将(1)式离散化为如下的非线性方程组形式:

$$\varPsi=W(\boldsymbol{\rho})\boldsymbol{\rho}, \tag{6}$$

其中向量$\varPsi$代表测量数据, 向量$\boldsymbol{\rho}$代表待求的未知电子密度值, 矩阵$W(\boldsymbol{\rho})$表示物质电子密度值到探测器测量值的系统矩阵.

3 基于TV最小化和ADM的康普顿散射重建算法

康普顿散射图像重建问题就是求解(6)式所示的非线性问题的逆问题, 即通过测量数据$\varPsi$来求解电子密度$\boldsymbol{\rho}$. 如引言中所介绍的, 该问题的求解是不适定的. 为了解决该不适定问题, 本文引入TV最小化方法来对其进行正则化, 得到带有约束的TV最小化模型:

$$\begin{aligned}&\mathrm{argmin}\|\boldsymbol{\rho}\|_{\mathrm{TV}}\\&\text{s.t.}\quad W(\boldsymbol{\rho})\boldsymbol{\rho}=\varPsi,\boldsymbol{\rho}>0.\end{aligned} \tag{7}$$

根据两级迭代策略[3], 引入$H=W(\boldsymbol{\rho})$, 将上述模型化成

$$\begin{aligned}&\mathrm{argmin}\|\boldsymbol{\rho}\|_{\mathrm{TV}}\\&\text{s.t.}\quad H\boldsymbol{\rho}=\varPsi,H=W(\boldsymbol{\rho}),\boldsymbol{\rho}>0.\end{aligned} \tag{8}$$

定义n与k分别为外层迭代和内层迭代的上标. (8)式可以分为两步进行求解:

1) 内层迭代: 通过以下子问题求解得到$\boldsymbol{\rho}^{(n)}$,

$$\begin{aligned}&\arg\min\|\boldsymbol{\rho}\|_{\mathrm{TV}}\\&\text{s.t.}\quad H^{(n-1)}\boldsymbol{\rho}=\varPsi,\boldsymbol{\rho}>0.\end{aligned} \tag{9}$$

2) 外层迭代: 根据步骤1)中$\boldsymbol{\rho}^{(n)}$得到更新的矩阵$H^{(n)}=W(\boldsymbol{\rho}^{(n)})$, 并将之应用到问题1)中求解$\boldsymbol{\rho}^{(n+1)}$.

记w_i为图像在i点离散梯度, 据此可以得到(9)式的等价模型:

$$\begin{aligned}&\min\sum_i\|w_i\|\\&\text{s.t.}\quad H^{(n-1)}\boldsymbol{\rho}=\varPsi,D_i\boldsymbol{\rho}=w_i.\end{aligned} \tag{10}$$

(10)式的增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned}&L_A(\boldsymbol{\rho},w_i)\\=&\sum_i\left(\|w_i\|-\nu_i^{\mathrm{T}}(D_i\boldsymbol{\rho}-w_i)+\frac{\beta_i}{2}\cdot\|D_i\boldsymbol{\rho}-w_i\|_2^2\right)\\&-\lambda^{\mathrm{T}}\left(H^{(n-1)}\boldsymbol{\rho}-\varPsi\right)\\&+\frac{\mu}{2}\cdot\left\|H^{(n-1)}\boldsymbol{\rho}-\varPsi\right\|_2^2.\end{aligned} \tag{11}$$

假设$(\boldsymbol{\rho}^*,w_i^*)$是(11)式的最小值, 则可以得到如下的更新式:

$$\begin{aligned}&\nu_i=\nu_i-\beta_i(D_i\boldsymbol{\rho}^*-w_i^*),\\&\lambda=\lambda-\mu\left(H^{(n-1)}\boldsymbol{\rho}^*-\varPsi\right).\end{aligned} \tag{12}$$

在每轮迭代中求解(10)式与求解增广拉格朗日函数$L_A(\boldsymbol{\rho},w_i)$的最小化问题是等价的. 本文采用交替方向法[23−25]来高效的求解$L_A(\boldsymbol{\rho},w_i)$的最小化问题, 主要步骤如下:

1) 通过分离变量对 w_i^{k+1} 进行求解, 即 "w 子问题":

$$\min_{w_i}\sum_i\Big(\|w_i\|-\nu_i^{\mathrm{T}}\left(D_i\boldsymbol{\rho}^k-w_i\right)+\frac{\beta_i}{2}\cdot\left\|D_i\boldsymbol{\rho}^k-w_i\right\|_2^2\Big).\qquad(13)$$

"w 子问题" 是将每个 w_i 分离单独求解. 每个 w_i 问题都有闭式解, 可以通过紧缩算子 (shrinkage) 来快速求解.

2) 在求出的 w_i^{k+1} 基础上求解 $\boldsymbol{\rho}^{k+1}$, 即 "$\boldsymbol{\rho}$ 子问题":

$$\begin{aligned}\min_f D_k(\boldsymbol{\rho})\triangleq\sum_i\Big(&-\nu_i^{\mathrm{T}}\left(D_i\boldsymbol{\rho}-w_i^{k+1}\right)\\&+\frac{\beta_i}{2}\cdot\left\|D_i\boldsymbol{\rho}-w_i^{k+1}\right\|_2^2\Big)\\&-\lambda^{\mathrm{T}}\left(H^{(n-1)}\boldsymbol{\rho}-\varPsi\right)\\&+\frac{\mu}{2}\left\|H^{(n-1)}\boldsymbol{\rho}-\varPsi\right\|_2^2.\end{aligned}\qquad(14)$$

"w 子问题" 和 "$\boldsymbol{\rho}$ 子问题" 的具体求解公式如下:

$$\begin{aligned}w_i^{k+1}=&\,\mathrm{shrinkage}(D_i\boldsymbol{\rho}^k,\beta_i,v_i)\\=&\max\left\{\left\|D_i\boldsymbol{\rho}^k-\frac{v_i}{\beta_i}\right\|-\frac{1}{\beta_i},0\right\}\\&\times\frac{D_i\boldsymbol{\rho}^k-v_i/\beta_i}{\|D_i\boldsymbol{\rho}^k-v_i/\beta\|},\\\boldsymbol{\rho}^{k+1}=&\left(\sum_i\beta_iD_i^{\mathrm{T}}D_i+\mu(\mathrm{H}^{(n-1)})^{\mathrm{T}}H^{(n-1)}\right)^+\\&\times\Big(\sum_i\left(D_i^{\mathrm{T}}\nu_i+\beta_iD_i^{\mathrm{T}}w_i^{k+1}\right)\\&+(H^{(n-1)})^{\mathrm{T}}\lambda+\mu(H^{(n-1)})^{\mathrm{T}}\varPsi\Big),\end{aligned}\qquad(15)$$

其中 M^+ 表示 M 的 Moore-Penrose 伪逆. 直接求解伪逆的过程是非常耗时的, 所以本文采用一步最速下降法来近似求解.

至此, 本文使用交替方向法对问题 1) 内层迭代问题进行了求解, 得到了 $\boldsymbol{\rho}^{(n)}$. 将其应用到问题 2) 中得到更新的系统矩阵 $H^{(n)}=W(\boldsymbol{\rho}^{(n)})$, 再将 $H^{(n)}$ 用到问题 1) 中求解 $\boldsymbol{\rho}^{(n+1)}$, 依次循环直至外层迭代结果满足收敛条件, 得到最后的重建图像.

4 仿真实验

实验中采用如图 2 所示的康普顿背散射成像结构模型. 光源采用被准直为扇束的 ^{137}CS 放射源, 能量为 662keV. 两个探测器阵列对称放置在光源两侧, 能量分辨率为 2keV. 被检测物体尺寸为 50 mm × 50 mm, 采用 50 × 50 规模的 Shepp-Logan 体模进行仿真. 其余的系统参数设置如表 1 所示.

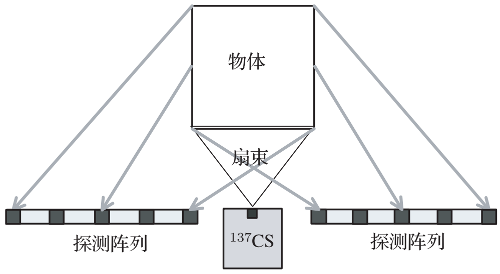

图 2 本文采用系统结构示意图

表 1 系统参数设置

光源距离物体中心距离/mm	50
光源距离最近探元距离/mm	20
探元面积/mm^2	2 × 2
探元间距/mm	10

重建规模为 50 × 50, 则需要求解的未知数有 2500 个. 因为探测器和光源放置在样品同侧, 属于背散射, 探测器接收到的光子能谱较窄, 有效测量数据比较有限. 实验中本文只利用单次散射的光子信息来验证算法的性能. 定义全局迭代次数为 G, 内部迭代次数为 I. 另外, 本文中图像的重建质量使用均根方误差 (root mean square error, RMSE) 来衡量, 定义如下:

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{\sum_i\sum_j|\rho'(i,j)-\rho(i,j)|^2}{N}},\qquad(16)$$

其中, ρ 和 ρ' 分别代表原始图像电子密度值和重建图像的电子密度值; N 为图像中体素的总个数.

为了充分验证算法的性能, 本文对测量数据充足和测量数据不足两种情况分别进行了仿真实验和对比.

实验 1 测量数据充足情况下图像重建

为了验证重建算法在测量数据充足情况时的性能, 本文对测量数据大于未知数个数的情况进行了实验. 以采用 16 个探元 (每个探测器阵列 8 个探元) 为例, 测量数据个数为 2688 个, 略多于未知数个数, 此时无噪声的重建结果如图 3 所示, 图 3 (a) 为原始体模, 图 3 (b) 为 ASD-POCS 重建结果, 图 3 (c) 为本文算法重建结果. 为了更好突出重建的差异, 结果显示的窗宽设为 [0.1, 0.5]. 此实验中 $G=20$, $I=400$.

单从重建结果来看, 与原始体模相比ASD-POCS方法的重建结果右侧中间部位存在着微小的误差, 而TV-ADM方法的重建结果没有明显的不同. 从计算出的RMSE来看, ASD-POCS方法的0.0021大于TV-ADM 的0.0006. 由此可以看出在此种条件下TV-ADM方法在CST中应用时重建质量要好于ASD-POCS方法.

收敛速度的快慢对于迭代重建算法能否走向实用化来说是至关重要的. 为了验证重建算法在CST中应用时的收敛性能, 根据重建中每轮迭代的结果得到RMSE曲线如图4所示, 可以看出ASD-POCS方法需要迭代超过20次才能近似收敛, 而TV-ADM算法在迭代12次就可以达到收敛, 重建效率提高接近一倍.

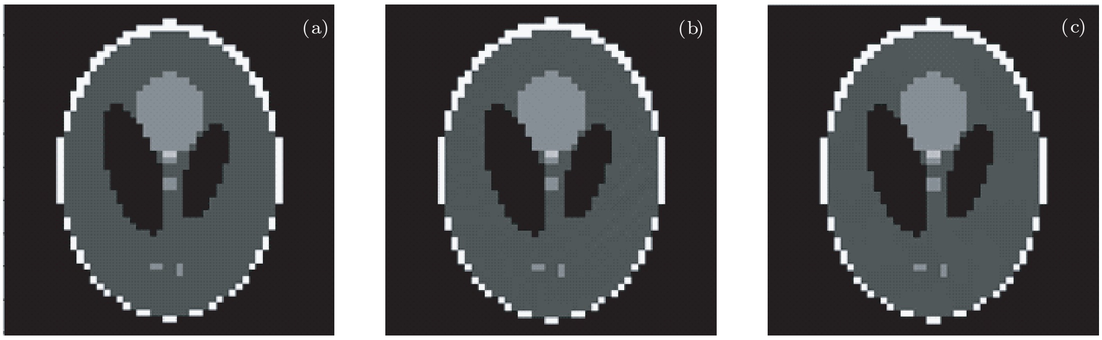

图3 16个探元无噪声时重建结果 (a) 原始体模; (b)ASD-POCS结果, RMSE = 0.0021; (c)TV-ADM结果, RMSE=0.0006

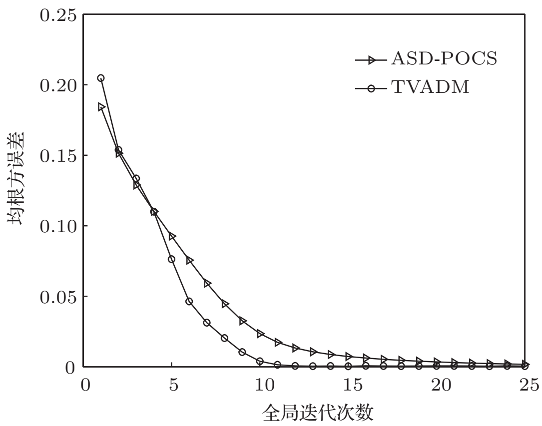

图4 两种算法的RMSE曲线

CST实际重建中, 测量数据会由于探测器本身或者机械系统精度等原因而带来测量噪声或者误差, 这就需要重建算法具有一定的抗噪性能. 为了验证算法的抗噪性能, 本文对16个探元情况下的测量数据添加了如(17)式所示的和其相关的加性噪声的情况进行了实验, 重建结果如图5所示. 实验的其余条件与16 个探元无噪声情况下相同时.

$$\Psi' = \Psi + N(\mu, \sigma^2)\Psi, \tag{17}$$

其中Ψ'表示含有噪声的投影数据, $N(\mu, \sigma^2)$表示均值为μ, 方差为σ^2的高斯函数. 在本文中, $\mu = 0$, $\sigma = 0.01$.

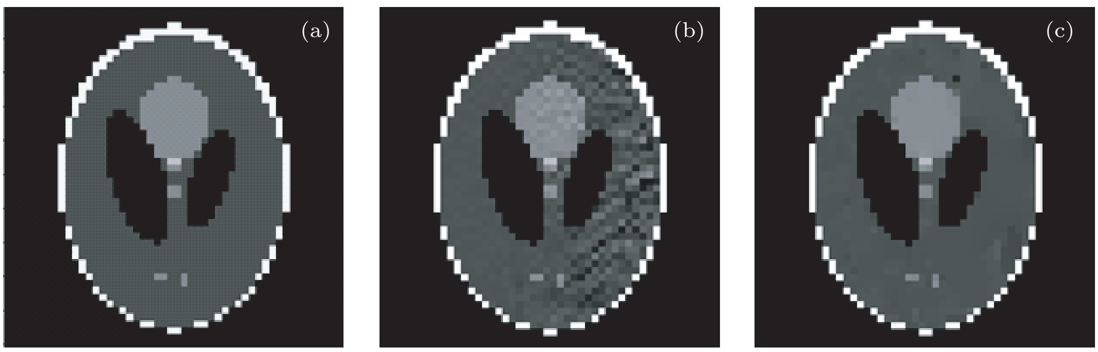

图5 16个探元加噪声时重建结果 (a) 原始体模; (b) ASD-POCS结果, RMSE = 0.0334; (c) TV-ADM 结果, RMSE=0.0101

从结果可以看出加噪声后ASD-POCS方法重建结果存在较大误差, RMSE达到了0.0334, 靠右侧的部分几乎无法分辨, 而TV-ADM方法仍能较好的重建图像, RMSE为0.0101. 因此在测量数据充足情况下TV-ADM方法的抗噪性能要优于ASD-POCS方法.

实验2 测量数据不足情况下的图像重建

在实际的CST系统中，由于成本和实际尺寸的限制探元数量不可能随着被检测物体规模的增大而无限增多，所以得到的测量数据不能保证大于或者等于未知数个数．为了验证算法在测量数据较少时的表现，本文对使用较少探元的情况也进行了实验．以采用12个探元(每个探测器阵列6个探元)为例，测量数据为1956个，少于未知数个数，在$G = 20$, $I = 400$时无噪声和加噪声(同实验1中噪声)的重建结果分别如图6和图7所示，窗宽设为[0.1, 0.5].

测量数据不足、无噪声时ASD-POCS方法的重建结果和实验1中加噪声时结果相近，也是右侧部分存在较大误差，整体RMSE达到了0.0239，而TV-ADM方法的仍能较好的重建出右侧图像，整体RMSE为0.0067．在加入了和实验1中同样的噪声后，ASD-POCS的重建质量下降严重，图像大部分特征无法分辨；而TV-ADM 方法仍能较好的保持图像的整体轮廓和大部分细节．显然TV-ADM方法在测量数据少于未知数个数时的CST重建性能要优于ASD-POCS方法.

在CST重建中，由于衰减因素的存在，使得离光源和探测器越远的体素所散射的光子越少，即对投影值的贡献越小．在进行迭代重建时，这些体素值的修正也就越困难．在使用ASD-POCS方法进行重建时，在凸集投影和TV最速下降之间寻找平衡比较困难，不能进行很好的修正，在有噪声或者测量数据较少时重建结果存在明显的右侧体素误差较大的情况．而本文方法将问题化为两个子问题来交替求解，不需要对两个子问题进行均衡，能够通过不断迭代较好的修正右侧体素值.

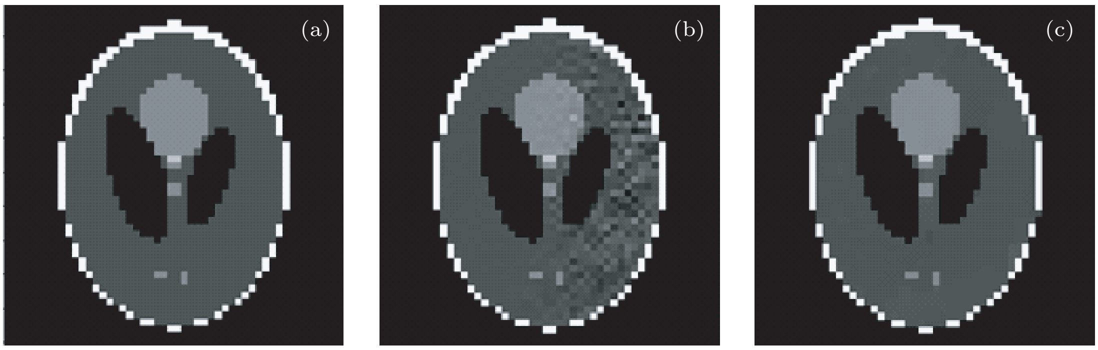

图6 12个探元无噪声时重建结果 (a)原始体模; (b) ASD-POCS结果, RMSE = 0.0239; (c) TV-ADM结果, RMSE = 0.0067

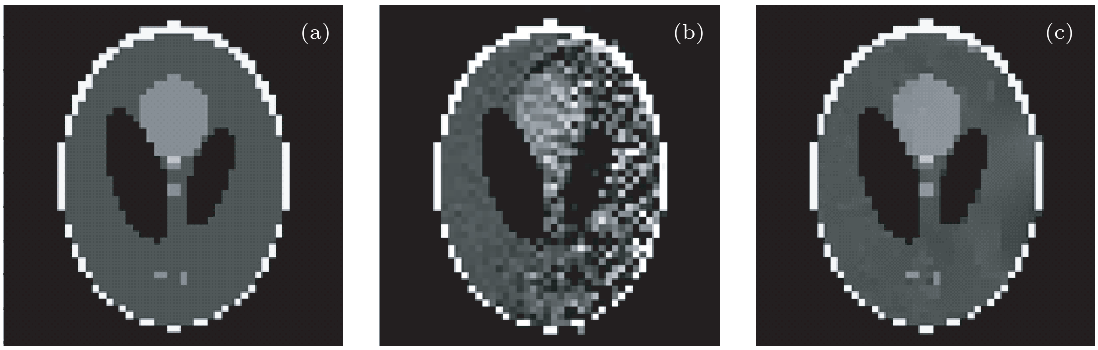

图7 12个探元加噪声时重建结果 (a)原始体模; (b) ASD-POCS结果, RMSE = 0.0586; (c) TV-ADM 结果, RMSE = 0.0237

5 结 论

CST技术具有灵活的系统结构、对低密度物质成像对比度高、辐射剂量低等优点，是CT技术在无损检测、医疗诊断和安全检查等领域应用的很好补充，有着广阔的应用前景.CST重建是一个不适定的非线性问题．为解决该问题，本文提出了一种基于交替方向法的TV最小化重建算法．在仿真实验中，本文将TV-ADM方法和ASD-POCS方法进行

了比较, 证明了新算法在重建精度和收敛性能方面具有优势, 尤其是在测量数据不足或者测量数据加有噪声的情况下.

同时, 本文算法像其他迭代算法一样也存在重建耗时较长的缺点. 为加快TV-ADM算法的重建速度, 增加其实用性, 本文下一步将针对该算法的并行加速进行研究.

参考文献

[1] Tang S S, Hussein E M A 2004 *Appl. Radiat.Isot.* **61** 3

[2] Hussein E M A, Desrosiers M, Waller E J 2005 *Radiat. Phys. Chem.* **73** 7

[3] Evans B L, Martin J B, Burggraf L W, Roggemann M C, Hangartner T N 2002 *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* **480** 797

[4] Harding G, Harding E 2010 *Appl. Radiat. Isot.* **68** 993

[5] Harding G 2004 *Radiat. Phys. Chem.* **71** 869

[6] Faysal E K, Ilan Y, Hussein E M A 2003 *Phys. Med. Biol.* **48** 3445

[7] Pistolesi M, Miniati M 1981 *Nucl. Med. All. Sci.* **25** 182

[8] Shin W P, Sunwoo Y, Jun S R 2006 *Nuclear Instruments and Methods* **568** 369

[9] Michael D H, Joseph J M, Dennis G L, Gary L C 1994 *IEEE T. Med. Imaging* **13** 461

[10] Lale P G 1959 *Phys. Med. Biol.* **18** 532

[11] Wang J J, Huang X W, Zhong X R 2004 *Chinese Journal of Scientific Instrument* **25** 164 (in Chinese) [王加俊, 黄贤武, 仲兴荣 2004 仪器仪表学 **25** 164]

[12] Truong T T, Nguyen M K 2011 *Inverse Problems* **27** 1

[13] Farmer F T, Collins M P 1971 *Phys. Med. Bio.* **16** 577

[14] Kondic N N, Jacobs A M, Ebert D 1983 *American Nuclear Society* **2** 1443

[15] Hussein E M, AMeneley D A, Banerjee S 1986 *Nucl. Sci. Eng.* **92** 341

[16] Arendtsz N V, Hussein E M A 1995 *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **42** 2155

[17] Wang J J, Huang X W, Zhao R 2004 *Microelectronics & Computer* **21** 95 (in Chinese) [王加俊, 黄贤武, 赵然 2004 微电子学与计算机 **21** 95]

[18] ArendtszN V, HusseinE M A 1993 *SPIE Vol. 2035 Mathematical Methods in Medical Imaging II San Diego,* CA, July, 1993 p230

[19] Li S P, Wang L Y, Yan B, Li L, Liu Y J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 108703

[20] Candes E, Tao T 2006 *IEEE Trans. Inf. Theory* **52** 5406

[21] Candes E, Romberg J, Tao T 2006 *IEEE Trans. Inf. Theory* **52** 489

[22] Sidky E Y, Pan X 2008 *Phys. Med. Biol.* **53** 4777

[23] Zhang H M, Wang L Y, Yan B, Li L, Xi X Q, Lu L Z 2013 *Chin. Phys. B* **22** 078701

[24] Li C B 2009 *MS Dissertation* (Houston: Rice University)

[25] Wang Y L, Yang J F, Yin W T, Zhang Y 2008 *SIAM J. Imag. Sci.* **1** 248

Image reconstruction based on total variation minimization and alternating direction method for Compton scatter tomography*

Gu Yu-Fei Yan Bin† Li Lei Wei Feng Han Yu Chen Jian

(*National Digital Switching System Engineering and Technological Research Center, Zhengzhou 450002, China*)

(Received 20 May 2013; revised manuscript received 17 September 2013)

Abstract

Compton scatter tomography measures samples' electron densities utilizing the scattered photons. Compared to traditional transmission imaging models, Compton scatter tomography has the following characteristics, i.e. freedom in construction systems, greater sensitivity for low-density materials, and lower radiation dose. It has been applied in non-destructive testing, medical, and security inspections, and other fields. However, Compton scatter tomography reconstruction is a nonlinear inverse problem, common is ill-posed, and its solutions are very sensitive to noise and erroneous measurements. To tackle the problem, in this paper we propose a novel Compton scatter tomography reconstruction algorithm based on the total variation minimization and alternating direction method. The main idea of our method is to reformulate the reconstruction problem's TV function as an optimization with constrains where the objective function is separable, and then minimize its augmented Lagrangian function by using alternating direction method to solve the sub-problems. Numerical experiments shows that the reconstruction quality and efficiency of the proposed method are improved compared to the adaptive-steepest-descent-projection onto convex sets method.

Keywords: Compton scatter tomography, image reconstruction, total variation minimization, alternating direction method

PACS: 87.59.–e, 07.85.–m **DOI:** 10.7498/aps.63.018701

* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2012AA011603), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61372172).

† Corresponding author. E-mail: tom.yan@gmail.com