

多次散射因素影响下天空偏振光模式的解析模型*

吴良海 张骏† 范之国 高隽

(合肥工业大学, 计算机与信息学院, 合肥 230009)

(2013年10月20日收到; 2014年2月28日收到修改稿)

为了解决天空偏振光模式的描述问题, 从经典的瑞利散射模型出发, 考虑大气粒子尤其是气溶胶粒子的多次散射特性, 构建了一种天空偏振光模式的解析模型. 首先分析大气分子的瑞利散射, 并结合 Perez 光强分布模型描述光强分布, 而后考虑二次散射因素, 分析不同尺度不同组分典型粒子的散射相位函数, 根据其角度分布特征, 解决二次散射积分的求解问题, 最终得到本模型. 仿真实验表明, 与瑞利散射模型相比, 本模型能够解决实际天空中存在的中性点的描述问题. 与晴朗天气下不同时刻实际测量结果之间的对比进一步说明, 本模型不仅可以定性地描述实际天空中偏振光模式的角度变化趋势、中性点以及对称性等重要特征, 而且具体数值与实际分布之间的符合程度要优于单次散射模型, 其中偏振度的相似度最高可以达到 75% 左右.

关键词: 偏振光, 多次散射, 解析模型, 中性点**PACS:** 42.68.Mj, 11.80.La, 42.68.-w, 52.25.Tx**DOI:** 10.7498/aps.63.114201

1 引言

偏振光模式是由太阳光与大气层之间的相互作用而产生的. 当太阳光在大气中传输时, 与大气粒子之间发生散射和吸收作用, 使得部分透过大气层到达地球表面的光线具有偏振特性, 并在全天域范围内形成偏振光模式^[1,2]. 偏振光模式能够反映包括光强、线偏振度、偏振方向等在内的多维信息, 其中含有丰富的大气层结构与参数信息, 以及空间方位信息^[2-4]. 对偏振光模式的获取和分析可在很多领域得以应用, 例如, 在自主导航与定位领域. 鉴于自然界中的许多生物都具有对偏振光模式的感知能力, 并以此为依托进行导航、定位甚至信息交流等等, 受其启发很多研究机构都在开展以生物偏振视觉为基础的仿生偏振光导航研究^[3-6]. 此外, 偏振光模式的相关研究在遥感、偏振成像、目标的搜索与发现、自然场景渲染、大气环境参数测量等方面都有重要的应用^[7-13].

建立天空中偏振光分布的理论模型, 是天空偏振模式信息得以应用的重要前提之一, 根据出发

点不同, 建模方法主要包括两类: 其一, 从光的物理传输理论出发, 研究偏振光模式的产生、传输与响应变化问题; 其二, 从天空偏振光分布特征出发, 研究偏振光模式分布的解析模型. 第一类方法主要从矢量辐射传输方程 (vector radiative transfer equation, VRTE) 的求解出发, 具体方法包括离散坐标法、累加倍增法、球形谐波法、多成分法以及 Monte Carlo 方法等等^[14-17]. 但是这一类方法的求解需要完成复杂的传输过程建模, 并依赖完备而准确的大气成分和结构信息, 使得这一方法的实现存在困难, 并且存在代价成本高, 运算过程复杂, 计算过程缺乏实时性等问题. 第二类方法从实际天空偏振光模式特征的解析描述出发, 已有学者提出了几种天空偏振光模式的解析模型, 主要包括: 经典的瑞利散射模型^[1,3]、奇异值模型^[18], 以及其他一些数学分析模型等^[19,20].

现有的解析模型虽然能够描述偏振光模式的基本特征, 但是由于考虑的因素较为单一, 或者单纯从模式的分布特征出发, 脱离了光散射的物理过程, 不可避免地存在一些问题, 主要包括: 1) 仅考

* 国家自然科学基金 (批准号: 61271121, 61102153) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zhangjun@hfut.edu.cn

考虑单次瑞利散射, 没有考虑多次散射的影响; 2) 无法描述天空中的中性点 (neutral points) 分布, 及其对天空偏振光分布的影响; 3) 针对理想条件建模, 模型很难与实际天气情况相关联. 针对以上问题, 本文从大气粒子的散射特性出发, 考虑天空中太阳光的单次散射与多次散射, 以经典的天空光强分布模型为基础, 构建一种二次散射因素影响下天空偏振光模式的解析模型. 本文模型首先考虑了多次散射对天空偏振光分布的影响, 而后分析典型粒子二次散射相位函数的分布特征, 以此为基础解决模型的求解问题, 最终通过与实测试验对比验证测量结果与本文模型的一致性.

2 天空偏振光模式解析模型

2.1 单次瑞利散射模型

为了描述天空偏振光模式分布, 本文建立的坐标系如图 1 所示, 以从观测点到天顶的直线为 z 轴, 以正北为 y 轴, 以正东为 x 轴, 坐标轴的方向满足右手法则, $x \times y = z$.

定义太阳入射方向为 (θ_i, ϕ_i) , 其中, θ_i 为天顶角, ϕ_i 为方位角. 类似地, 空间中的散射光方向定义为 (θ, ϕ) , 散射角 Θ 是入射光方向与散射光方向之间的夹角, 根据如图 1 所示的空间几何关系, 求解可得

$$\cos \Theta = \cos \theta \cos \theta_i + \sin \theta \sin \theta_i \cos(\phi - \phi_i) \quad (1)$$

除了散射角 Θ , 另外一个重要的角度参数是偏振方向 β , 定义为散射光所在平面与太阳、观测者、

天顶构成的当地子午面之间的夹角. 根据三维空间几何关系不难得出, 散射光矢量单位向量 $\nu = (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta)$, 入射光矢量单位向量 $\omega = (\cos \phi_i \sin \theta_i, \sin \phi_i \sin \theta_i, \cos \theta_i)$. 因此, 在已知散射角的前提下, 求得偏振方向为

$$\cos \alpha = \frac{\sin \theta \sin \theta_i - \cos \theta \sin \theta_i \cos(\phi - \phi_i)}{\sin \Theta}, \quad (2)$$

这里, 偏振化方向 β 与 α 之间的关系为 $\beta = 90^\circ \pm \alpha$, 并且当 $\sin(\phi - \phi_i) > 0$ 时取负号. 由于偏振化方向在图 1 所示坐标系中的二义性, 记为

$$\beta = \pm \beta \pmod{\pi}.$$

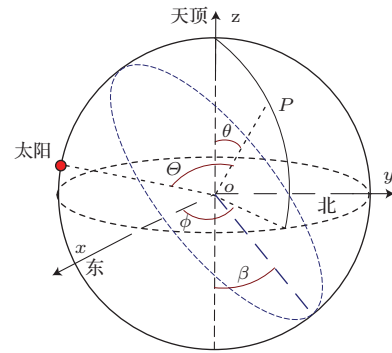


图1 空间三维坐标系

为了建立本模型, 首先考虑大气中气态分子的单次瑞利散射情况. 大气中大部分气态分子的散射特性均符合瑞利散射理论, 经典的瑞利散射模型假设气态分子满足各向同性, 而实际上气态分子总是或多或少存在各向异性, 对于各向异性的气态分子, 其散射相位矩阵 M 表示为^[16]

$$M(\Theta) = \Delta \begin{bmatrix} \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \Theta) & -\frac{3}{4} \sin^2 \Theta & 0 & 0 \\ -\frac{3}{4} \sin^2 \Theta & \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \Theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta' \frac{3}{2} \cos \Theta \end{bmatrix} + (1 - \Delta) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中, $\Delta = (1 - \delta)/(1 + \delta/2)$, $\Delta' = (1 - 2\delta)/(1 - \delta)$, 这里的 δ 为去极化系数, 对于各向同性粒子满足 $\delta = 0$, 而实际大气气态分子的去极化系数范围是 $\delta \in [0, 0.5]$.

为了便于描述光的偏振特性, 采用 Stokes 矢量描述光的矢量形式^[14]. 由于太阳发出的光线在未与大气作用之前属于无偏光, 其 Stokes 矢量为 $I_{in} = [1, 0, 0, 0]$, 考虑大气分子的单次散射情况^[1],

空间不同散射角度 Θ 上的偏振度 P 和光强 I 分别是

$$P = \frac{\sin^2(\Theta)}{1 + \cos^2 \Theta + \frac{4(1 - \Delta)}{3\Delta}}, \quad (4)$$

$$I = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \Theta) + 1 - \Delta. \quad (5)$$

这是仅仅考虑单次瑞利散射及空气分子的各项异性后的结果, 也是最为简单的一种理论天空偏振光

分布模式. 实际上, 这一模型仅能描述晴朗天气条件下的理想天空偏振光模式分布, 无法描述中性点的分布, 并且, 由此推导出的光强分布模型与实际天空光强的空间分布之间存在较大差异.

2.2 改进的偏振光模式解析模型

如前文所述, 单次瑞利散射模型仅仅考虑了气态分子对太阳光的单次散射. 本文在此基础上研究大气粒子的多次散射对偏振光模式的影响. 如图2所示, 实际天空中的偏振光模式不仅仅与单次散射相关, 还与粒子的多次散射密切相关, 这也正是本模型的研究出发点.

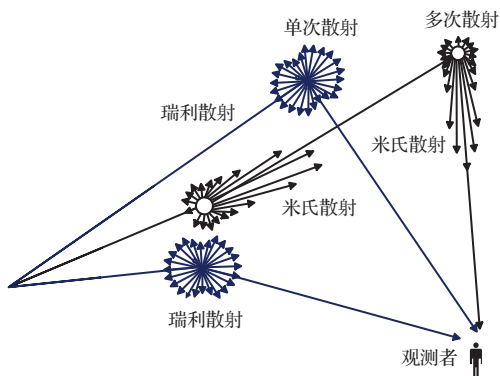


图2 单次散射与多次散射示意图

本文主要关注的波段范围是可见光部分, 在这一范围内, 大气中光线的圆偏振分量在绝大多数情况下都接近零, 一般可以忽略, 因此偏振度和偏振方向分别定义为^[1]

$$P = \sqrt{(Q^2 + U^2)}/I, \quad (6)$$

$$\chi = 0.5 \cdot \text{atan}(U/Q). \quad (7)$$

显然, 对上式进行求解, 可以通过偏振度和光强分布描述 Stokes 矢量的 Q 分量和 U 分量如下:

$$Q = I \cdot P \cdot \cos^2 \chi, \quad (8)$$

$$U = I \cdot P \cdot \sin^2 \chi. \quad (9)$$

由于根据单次瑞利散射所得的光强分布模型与实际差异较大, 而图形学领域对天空光强分布的解析已有模型较为符合实际光强分布(如标准 CIE 模型、Perez 模型等等^[21]), 本文采用 Perez 模型来描述天空中光强 I 的分布, 已有研究表明通过对其模型参数的调节, 这一模型对光强分布的描述能够达到较高的精度^[21]. 根据 Perez 模型, 天空中光强 I

分布为

$$I = [1 + a \cdot \exp(b/\cos \theta)] \times [1 + c \cdot \exp(d\Theta) + e \cdot \cos^2 \Theta], \quad (10)$$

其中, θ 代表观测方位的天顶角, Θ 代表观测方向与太阳之间的夹角, 即散射角. a, b, c, d, e 等与天气相关的参数见文献^[21]. Perez 等根据天气晴好程度 ϵ 的不同, 给出了不同天气条件下的系数值 (ϵ 与大气光学厚度 τ 成反比, 一般而言, ϵ 越大表示当天的能见度越高)^[21]. 为了方便后续计算和读者理解, 这里给出六组不同晴好程度下的模型参数, 如表1所示.

表1 不同天气条件下的 Perez 模型参数

ϵ	a	b	c	d	e
1.065	4.0	-0.70	2	-1.5	0.15
1.5	1.1	-0.8	0	-1.0	0
1.95	1.1	-0.8	2	-1.5	0.15
2.8	-1.0	-0.32	16	-3.0	0.30
4.5	-1.0	-0.32	10	-3.0	0.40

尽管考虑了光强分布模型的改进, 到目前为止考虑的还是单次瑞利散射因素对天空中偏振光分布的影响, 而实际天空中的偏振光模式分布还受到多次散射的影响, 进而产生了诸如中性点等分布特征. 考虑多次散射的影响时, 需要分析天空中所有方向对指定观测方向上光偏振特性的影响, 在本模型中, 我们在单次散射的基础上引入多次散射, 如下所示:

$$Q^* = (1 - c) \cdot Q + c \int_{\Omega} \mathbf{M}(2, :) \mathbf{I} d\theta', \quad (11)$$

$$U^* = (1 - c) \cdot U + c \int_{\Omega} \mathbf{M}(3, :) \mathbf{I} d\theta', \quad (12)$$

式中积分项为引入的多次散射, 这里 Q^* 和 U^* 由单次散射分量 Q 和 U , 以及多次散射共同决定. 其中, c 代表散射系数比, 反映单次散射和多次散射的影响权重, 与 ϵ 成反比, \mathbf{M} 代表粒子散射的 Muller 矩阵, 积分项描述观测方向上 Stokes 矢量分量受空间所有其他方向上散射光的影响. 实际上, 这里仅仅考虑了多次散射中的二次散射对观测方向上光的 Stokes 分量的影响, 主要由于只有在太阳高度角较低时, 天空中的多次散射才会占主导地位, 进而使得偏振模式主要受多次散射影响, 除此之外在很多情况下三次以上散射的影响可以近似忽略^[2], 而且

需要注意的是,随着散射次数的增加,带来的计算量是以几何级数递增的,因此本文主要考虑多次散射中的二次散射的影响.

在(11)式中,考虑二次散射的影响时,积分项受全天域不同方向上散射光的影响,可以离散化为

$$\int_{\Omega} \mathbf{M}(2, :)\mathbf{I}d\theta' = \sum_{\theta'=0}^{\pi} \mathbf{M}_{\theta'}(2, :)\mathbf{I}(\theta'). \quad (13)$$

在(13)式所示的积分角度范围中,来自空间不同方向上的入射光,对指定观测方向上的Stokes分量的影响存在很大差异.为此,需要进一步分析散射角度差异对观测方向散射光强度的影响,我们对(13)式中矩阵 $\mathbf{M}_{\theta'}(2, :)$ 在不同散射角度的散射相位函数 m_{11} 进行分析, m_{11} 反映散射过程中散射光强度的角度分布,是散射角度 θ 的函数.由于在可见光波段,气态分子的散射光能量的角度分布较为均匀,而且根据(3)式,气态分子的前向散射并不会改变入射光的偏振特性,因此,我们重点需要考虑非气态粒子的多次散射特性.实际大气中非气态粒子成分很多,包括气溶胶、水滴、尘埃等等,而晴朗天气下典型的非气态粒子就包括气溶胶(一般认为气溶胶是悬浮在大气中的液态或固态粒子系统^[14]),因此下面根据Mie散射理论分析气溶胶组分的多次散射特性^[16].

图3给出几种典型空气分子和气溶胶组分的散射矩阵系数 m_{11} 随散射角度 θ 变化的分布特性(气溶胶相关参数来源于OPAC^[22]).

图3(a)反映的是不同粒子半径下 m_{11} 的角度分布曲线(入射光波长 $\lambda = 488 \text{ nm}$,半径分别为 $r = 0.5 \mu\text{m}$, $r = 1.5 \mu\text{m}$ 和 $r = 4.5 \mu\text{m}$),图3(b)是在固定粒子半径的条件下几种不同复折射系数的典型气溶胶组分的 m_{11} 变化曲线(水溶性气溶胶 waso,复折射系数 $m = 1.41 + 0.0021i$,不可溶性气溶胶 inso, $m = 1.75 + 0.455i$,烟煤型气溶胶 soot, $m = 1.53 + 0.008i$),这几种尺寸与类型的气溶胶能够反映城市环境下的典型的气溶胶特征.

如图3所示,粒子散射光的能量主要集中在前向散射方向,即 $\theta = 0$ 附近,因此可以通过近似,减少求和角度范围来降低计算复杂度,求和角度范围随着精度需求的变化进行调节.实际上,如图3所示,光强 $\mathbf{I}(\theta')$ 和散射相位矩阵 $\mathbf{M}_{\theta'}$ 随着 θ' 发生变化,但是在较小的一段角度范围内几乎保持不变,因此,我们认为 $\mathbf{I}(\theta') \approx \mathbf{I}(0)$, $\mathbf{M}_{\theta'} \approx \mathbf{M}_0$,即将多次散射的影响近似至最主要的散射方向上.此

时,(13)式可以进一步简化为

$$Q^* = (1 - c) \cdot Q + ck\mathbf{M}_0(2, :)\mathbf{I}_0, \quad (14)$$

$$U^* = (1 - c) \cdot U + ck\mathbf{M}_0(3, :)\mathbf{I}_0, \quad (15)$$

其中, k 是常数,反映了零度散射方向上矩阵值替换不同角度时的比例系数.至此,(14)和(15)式中的模型即为本文提出的最终模型.

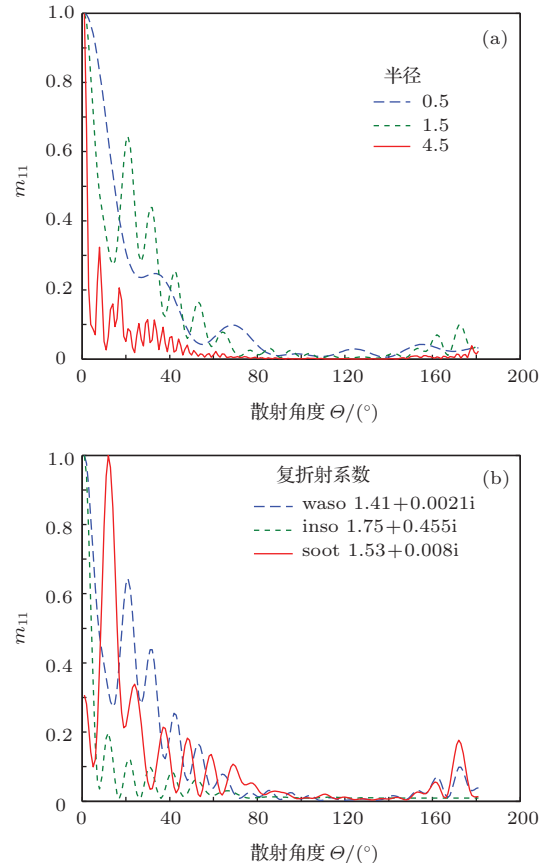


图3 (网刊彩色) 粒子半径 r 和粒子复折射率 m 对 m_{11} 的影响 (a)不同粒子半径下 m_{11} 的角度分布曲线;(b)不同类型气溶胶的 m_{11} 角度分布曲线

3 模型对比与测量实验分析

3.1 改进模型与单次瑞利模型对比

根据现有测量与分析结果,单次瑞利散射模型可以很好地描述晴朗天气条件下理想天空偏振光分布模式,包括变化趋势以及对称性等.其主要不足在于无法描述实际天空中存在的中性点的分布.因此,本文首先对比改进后的模型与单次瑞利散射模型之间的差异.

太阳高度角为零度时,瑞利散射模型与本文改进模型的对比如图4所示,为了便于模型之间的比较,以及与后续测量结果之间的分析对比,图中

所示分布结果是将三维仿真结果沿图1所示空间三维坐标系Z轴方向在x-y平面上投影所得. 在图4中, 采用Perez模型参数 $\epsilon = 2.8$, 图4(a), (c)中偏振度最大值为0.6, 图4(b), (d)中偏振方向分布模式在值域范围 $[-\pi/2, \pi/2]$ 内被划分为四个等值的间隔区间.

如图4所示, 本文模型与瑞利模型之间最大的差异出现在太阳位置与反太阳位置附近. 瑞利散射模型的偏振度模式分布以太日子午线为轴对称, 在天顶区域达到最大值, 向太阳和反太阳位置呈线

性递减变化, 而本文模型仿真结果不仅具有上述分布特征, 而且在太阳和反太阳位置出现了两个偏振度为零的特殊点, 实际上这两个特殊点即为大气偏振模式中的中性点, 分别代表Arago中性点和Babinet中性点^[1]. 除了偏振度模式, 偏振方向分布模式也随中性点的出现而发生变化, 呈现以中性点为中心交替变化的分布规律. 本文模型描述的全天域偏振光分布特性, 与当前其他检测结果在空间分布特征上一致, 能够更好地描述很多已有的观测结果^[1,3,6,7].

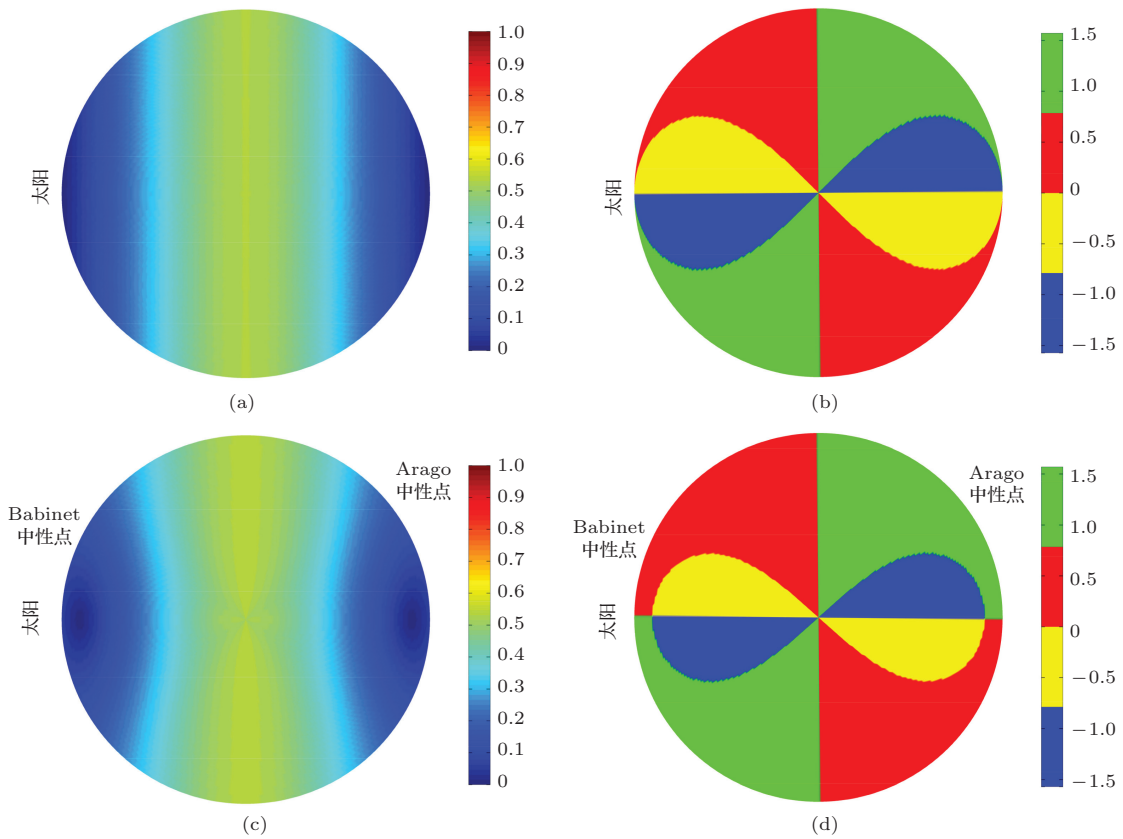


图4 瑞利散射模型与本文模型对比 (a) 瑞利散射模型偏振度分布; (b) 瑞利散射模型偏振方向分布; (c) 本模型偏振度分布; (d) 本模型偏振方向分布

3.2 测量实验对比

为了进一步验证本文模型的合理性, 并分析其与实际天空偏振分布模式之间的一致性与差异性, 我们设计并搭建了一套全天域偏振成像系统, 开展了一系列测量实验. 该系统主要由鱼镜头、中继光路、偏振片和14bit数字CCD相机组成, 能够获取全天域范围内的偏振光分布模式. 图5显示了2013年07月13日, 在合肥工业大学逸夫科技楼顶(北纬31.8451°N, 东经117.2930°E), 利用搭建的全天域偏振成像系统获取的180°范围内的天空偏振

光分布模式. 为了便于对比, 图中给出了实验时间 t 为07:35 (太阳高度角 $\alpha_s = 23.56^\circ$)与实验时间 t 为18:58 (太阳高度角 $\alpha_s = 3.21^\circ$)两个时刻的实测结果与对应的本文理论仿真结果, 及单次瑞利散射模型结果, 参考坐标系如图1所示.

当天天气晴朗但存在城市气溶胶污染, 总体能见度保持在8 km左右, 因此对应于Perez模型的参数组为 $\epsilon = 2.8$, 天气相关参数数值选取为 $a = -1.0, b = -0.32, c = 16, d = -3.0, e = 0.30$. 在考虑多次散射时需要选择合适的气溶胶组分, 这里我们以合肥地区气溶胶实际观测结果为基础^[23],

选择气溶胶组分半径 $r = 0.692 \mu\text{m}$, 复折射系数 $m = 1.53 + 0.008i$, 利用 Mie 散射理论求解出前向散射系数为 0.2, 仿真参数 $ck = 0.2$. 此外, 通过参考实测偏振度最大值 P_{max} , 从而修正模型的最大偏振度数值.

从图 5 中可以看出, 实测天空偏振光分布模式随着与太阳之间的夹角, 即散射角的变化而变化. 总体趋势是偏振度随着散射角的增大而增大, 并在散射角为 90° 时达到最大值, 而后随着散射角度的进一步增大, 偏振度又不断减小. 而偏振方向的分

布, 则以太阳子午线为基准呈对称分布. 除此之外, 实际天空偏振光模式中存在两个偏振度为零的点, 分别为 Arago 中性点和 Babinet 中性点^[1], 值得注意的是, 中性点也是偏振方向的交汇中心, 即在中性点附近偏振方向发生反转. 对比测量结果与本文模型的仿真结果, 不难看出, 图 5 中 (e), (f), (g), (h) 所示的本模型能很好地描述实际偏振模式分布, 尤其是中性点的分布, 而对应的单次瑞利散射模型则无法描述这一特征, 如图 5 (i), (j), (k), (l).

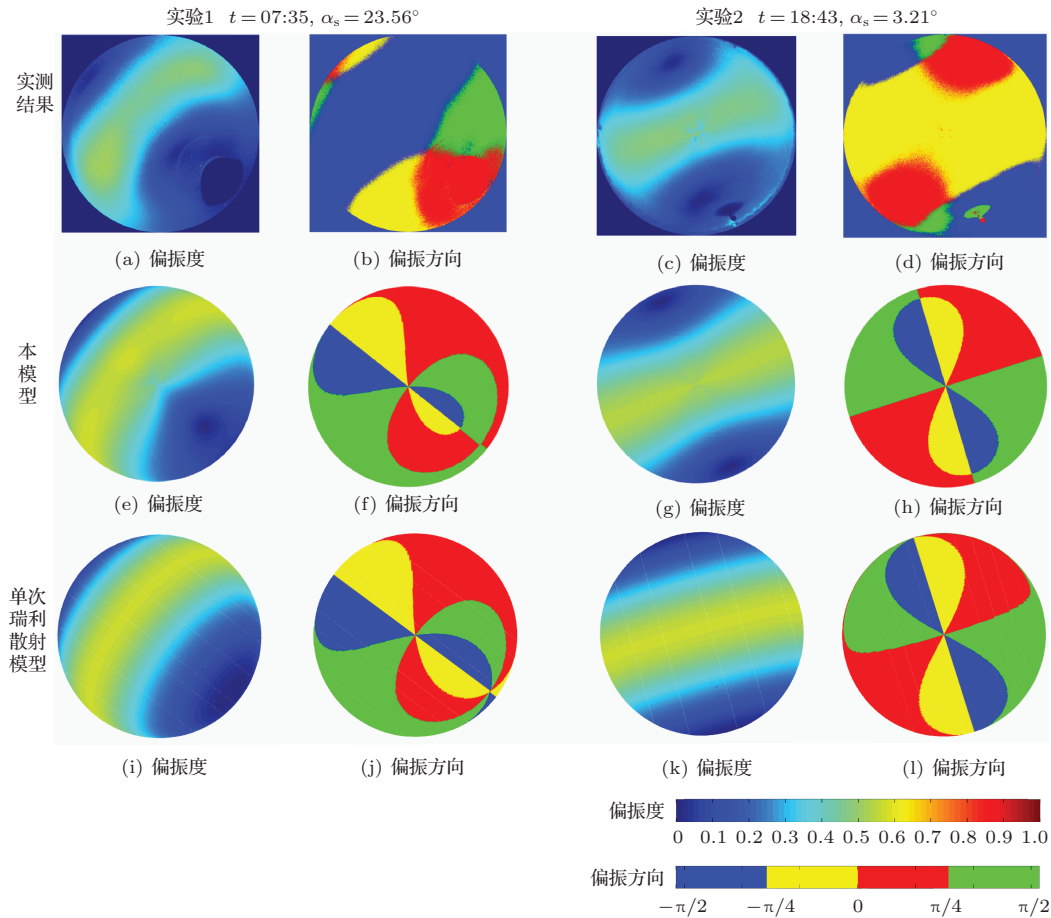


图 5 实测结果与本文模型对比 (a), (b), (c), (d) 为实测结果; (e), (f), (g), (h) 为本模型; (i), (j), (k), (l) 为单次瑞利散射模型

表 2 不同时刻偏振度测量结果与本文模型及单次散射模型之间的相似度对比

观测时刻	07:35	10:18	13:03	15:46	17:21	18:58
太阳高度角/(°)	23.56	61.55	75.34	42.35	22.33	3.21
单次瑞利散射模型/%	57	35	46	48	51	56
本模型/%	76	52	61	48	61	71

为了定量比较实测结果与单次散射模型以及本模型之间的相似性, 定义满足 $\sqrt{(P_m - P)} \leq 5\%$ 的点, 即是相似点, P_m 代表测量值, P 代表模型仿

真结果. 计算得出本模型与对应测量结果中偏振度分布的相似性分别为 76% 和 71%, 而单次瑞利散射模型为 57% 和 56%, 低于本模型. 表 2 给出了从

07 : 35 到 18 : 58 时刻之间, 六个不同时刻, 不同太阳高度角时, 本模型与实测结果之间偏振度分布模式之间的相似程度. 显而易见, 本模型与实际天空中的偏振度分布之间的相似度要优于单次散射模型, 尤其是在太阳高度角较低的情况下, 主要是由于这些情况下多次散射情况开始增加. 需要注意的是, 由于测量系统与参考系统之间直接的角度差异, 导致实测偏振方向与理论值之间存在差异, 但是参考已有的国内外相关测量结果^[4,6,7], 本模型也能够准确描述偏振方向的分布规律.

4 结 论

本文以瑞利散射模型为基础, 结合经典的光强分布模型, 在分析大气粒子多次散射特性的基础上, 构建了偏振光模式的解析模型. 本文提出的模型考虑了实际大气中的单次散射和二次散射的物理过程, 使得模型不仅能够准确地描述实际天空中的偏振光分布模式特征, 而且还能够描述实际天空中存在的中性点, 这是本文提出模型与单次散射模型之间的区别, 也是模型值得关注的优势. 与实测实验对比的结果表明, 本文提出模型与实测偏振量之间的相似度要优于单次散射模型, 能够作为替代复杂物理光学模型的一种选择, 尤其适用于对模型实时性和精度均有一定要求的建模需求.

本文在模型的具体求解中, 仅分析了可见光范围内的部分波段特性, 而且受实验条件限制, 后续的实测实验也仅对比了整个可见光波段的实测结果, 使得模型存在一定的局限性, 后续的研究需要进一步分析模型的具体波段特性.

参考文献

- [1] Kinsell L C 1988 *A. Deepak Pub*
- [2] Können G P 1985 *CUP Archive*
- [3] Horváth G, Varjú D 2004 *Springer*

- [4] Horváth G, Wehner R 1999 *Journal of Comparative Physiology A* **184** 1
- [5] Lambrinos D, Möller R, Labhart T, Pfeifer R, Wehner R 2000 *Robotics and Autonomous Systems* **30** 39
- [6] Yan L, Guan G X, Cheng J B, Wu T X, Shao X 2009 *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis*. **45** 616 (in Chinese) [晏磊, 关桂霞, 陈家斌, 吴太夏, 邵轩 2009 北京大学学报(自然科学版) **45** 616]
- [7] Pust N J 2007 *Ph. D. Dissertation* (Montana State University Bozeman)
- [8] Cheng T H, Gu X F, Cheng L F, Yu T, Tian G L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5323 (in Chinese) [程天海, 顾行发, 陈良富, 余涛, 田国良 2008 物理学报 **57** 5323]
- [9] Jian X H, Zhang C M, Zhu B H, Zhao B C, Du J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7565 (in Chinese) [简小华, 张淳民, 祝宝辉, 赵葆常, 杜娟 2008 物理学报 **57** 7565]
- [10] Han Y, Wang T J, Rao R Z, Wang Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7396 (in Chinese) [韩永, 王体健, 饶瑞中, 王英俭 2008 物理学报 **57** 7396]
- [11] Wang L, Xu Zh H, Feng H J, Wang Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2694 (in Chinese) [王凌, 徐之海, 冯华君 2008 物理学报 **57** 2694]
- [12] Wang Yue, Wu Qun, Wu Yu-Ming, He Xun-Jun, Li-Le-Wei 2012 *Chin. Phys. B* **21** 014212
- [13] Ji Xiao-Ling, Pu Zheng-Cai 2010 *Chin. Phys. B* **19** 029201
- [14] Chandrasekhar S 1960 *Courier Dover Publications*
- [15] Zhai P W 2006 *Ph. D. Dissertation* (Texas A&M University)
- [16] Hansen J E, Travis L D 1974 *Space Science Reviews* **16** 527
- [17] Sun Bin, Wang Han, Sun Xiao-Bing, Hong Jin, Zhang Yun-Jie 2012 *Chin. Phys. B* **21** 129501
- [18] Berry M V, Dennis M R, Lee L R 2004 *New Journal of Physics* **6** 162
- [19] Tilstra LG, Schutgens NAJ, Stammes P 2003 KNMI
- [20] Wilkie A, Ulbricht C, Tobler RF, Zotti G, Purgathofer W 2004 *Rendering Techniques* **2** 387
- [21] Perez R, Seals R, Michalsky J 1993 *Solar Energy* **50** 235
- [22] Hess M, Koepke P, Schult I 1998 *Bulletin of the American Meteorological Society* **79** 831
- [23] Huang Y B, Huang H L, Hang Y, Rao R Z 2007 *Journal of Atmospheric and Environmental Optics* **2** 423 (in Chinese) [黄印博, 黄红莲, 韩永, 饶瑞中 2007 大气与环境光学学报 **2** 423]

An analytical model for skylight polarization pattern with multiple scattering*

Wu Liang-Hai Zhang Jun[†] Fan Zhi-Guo Gao Jun

(School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

(Received 20 October 2013; revised manuscript received 28 February 2014)

Abstract

To solve the issues in the modeling of skylight polarization, we build a new analytical model of skylight polarization patterns, which is based on the classic Rayleigh scattering and takes into consideration the multiple scattering properties of atmospheric particles, especially the aerosol. In this paper, we first build the model by the combination of single Rayleigh scattering and classic Perez sky models. Then we analyze the influence of secondary scattering by solving scattering phase function of different particle sizes and components of aerosol in OPAC data. Finally, the integral function for secondary scattering is simplified with the preferences of scattering phase function in forward direction. Compared with the Rayleigh model, our model can depict the existence of neutral points in the sky. The comparisons between our model and the measured results of clear sky further validate that the model not only exhibits characters of measured skylight polarization, such as the variation tendency, neutral points and the pattern symmetry, but also consists with the acquired values than the single scattering model; for example, the degree of similarity of polarization can be up to 75%.

Keywords: polarized light, multiple scattering, analytical model, neutral point

PACS: 42.68.Mj, 11.80.La, 42.68.-w, 52.25.Tx

DOI: [10.7498/aps.63.114201](https://doi.org/10.7498/aps.63.114201)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos.61271121, 61102153).

[†] Corresponding author. E-mail: zhangjun@hfut.edu.cn