

## 基于分数阶傅里叶变换的弹载SAR成像算法\*

陈勇<sup>1)2)†</sup> 赵惠昌<sup>1)</sup> 陈思<sup>1)</sup> 张淑宁<sup>1)</sup>

1) (南京理工大学电子工程与光电技术学院, 南京 210094)

2) (淮阴师范学院物理与电子电气工程学院, 淮安 223300)

(2014年1月7日收到; 2014年2月24日收到修改稿)

针对弹载合成孔径雷达(SAR)回波信号的多普勒参数随斜距变化大及传统脉冲压缩成像算法分辨率低的问题, 本文提出了一种基于分数阶傅里叶变换(FrFT)的弹载SAR成像算法. 首先建立弹载SAR末制导阶段回波信号模型, 然后通过局部最优处理来测量回波信号的调频率, 并以此计算FrFT的最优阶次, 在最优阶次下分别对回波信号进行距离向和方位向的FrFT, 从而得到成像区域的SAR图像, 最后分别采用传统脉冲压缩成像算法与本文基于FrFT的成像算法进行仿真和实测对比实验. 实验结果表明, 该算法能够对目标区域精确成像; 由于在成像处理过程中, 对每个距离向和方位向的回波信号进行独立的局部最优处理, 因此该算法更适应于弹载SAR的非线性飞行轨迹, 大大提高了弹载SAR的成像性能. 该研究成果在目标探测与识别, 精确制导等领域中具有重要的应用价值.

**关键词:** 合成孔径雷达, 弹载, 线性调频, 分数阶傅里叶变换

**PACS:** 84.40.Xb, 84.40.Ua, 07.07.Df

**DOI:** 10.7498/aps.63.118403

## 1 引言

合成孔径雷达<sup>[1-4]</sup>(synthetic aperture radar, SAR)与光学、红外传感器相比, 具有全天候、全天时工作能力的特点. SAR是一种具有高分辨率的微波成像雷达, 其原理是利用雷达平台的运动来达到大孔径天线, 从而获得方位向的高分辨率雷达图像. 将SAR应用于导弹制导中, 因其能在黑夜、云雾、烟尘及强光干扰、恶劣天气等环境下发现隐蔽和伪装的目标, 故SAR更能适应于实际作战中导弹的复杂工作环境.

在导弹的末制导阶段, 由于导弹俯冲下降运动中飞行姿态变化比较大, 弹体的飞行轨迹复杂, 回波信号的非线性距离走动和距离弯曲很大, 此时常规的SAR成像算法已经难以完成目标的精确聚焦. 文献[5, 6]将导弹飞行模型近似为直线, 从而转化为斜视成像, 该算法对于导弹水平方向速度较大的情况下是适用的, 当垂直方向速度较大时

此算法的近似很难成立. 文献[7]采用子孔径处理的方法探讨了弹载SAR在导弹下降过程中信号的特性和成像的可能性, 该算法克服了多普勒参数变化大的问题, 能够得到聚焦良好的子孔径图像, 但由于没有利用全部回波信号, 方位向的分辨率降低. 文献[8]研究了基于扩展线频调变标(extend chirp scaling, ECS)算法的等速俯冲、等加速度俯冲以及高速俯冲条件下的距离徙动校正和相位补偿因子, 提出了一种等效正侧视的工作模式, 在这种模式下场景中心处目标的距离徙动较小, 可以实现成像功能, 但由于实际条件的限制, 一般情况下会偏离这种等效正侧视工作模式, 因而该算法的使用也受到一定的限制. 文献[9]利用改进的线频调变标(chirp scaling, CS)成像算法进行成像处理, 该算法考虑了变加速运动的影响并采用谱选择技术解决了方位向非均匀采样的问题, 但在距离徙动校正时采用了插值处理, 一方面增加了运算量, 另一方面校正的精度取决于插值的精度. SAR回波

\* 国家自然科学基金(批准号: 61301216)和江苏省普通高校研究生科研创新计划(批准号: CXZZ130206)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: [hytccy@hotmail.com](mailto:hytccy@hotmail.com)

信号在方位向可近似看成是线性调频信号 (linear frequency modulated, LFM), 一般雷达发射的信号也是 LFM 信号, 因此, SAR 回波在距离和方位两个方向上都是 LFM 信号, 而分数阶傅里叶变换 (fractional Fourier transform, FrFT) 对 LFM 信号有很好的聚焦性, FrFT 是一种线性变换, 不存在交叉项干扰 [10-12]. Amein, Clemente 等 [13-15] 提出了基于 FrFT 的 CS 算法, 将传统 CS 算法匹配滤波处理中的 FFT 用 FrFT 代替, 实现了 SAR 的高分辨率成像, 但该算法只针对正侧视 SAR 进行了理论分析, 而不适应于弹载 SAR 平台的非线性飞行轨迹.

为此, 本文提出了一种基于 FrFT 的弹载 SAR 成像算法, 通过变换阶次最优化的方法, 为 FrFT 提供最优角, 使得给定的 LFM 信号可以获得最优响应. 将坐标轴旋转到与调频率相匹配时, 该响应将达到最大值, 从而完成对目标的成像. 仿真和实测实验结果表明该算法能够对目标区域精确成像, 由于在成像处理过程中, 通过对每个距离向和方位向的回波信号进行独立的局部最优处理, 因此该算法更适应于非线性飞行轨迹的弹载 SAR 平台, 大大提高了弹载 SAR 的成像性能. 该研究成果在目标探测与识别, 精确制导等领域中具有重要的应用价值.

## 2 回波信号模型和 FrFT

### 2.1 空间几何关系

弹载 SAR 成像几何关系如图 1 所示.

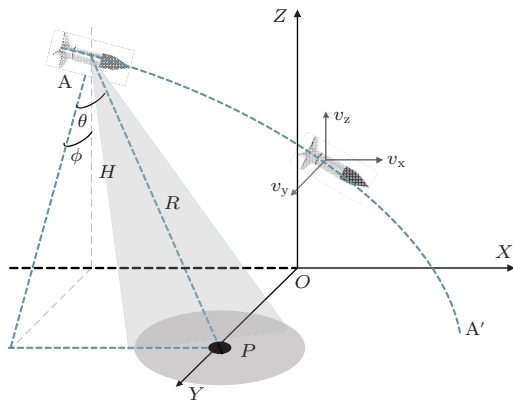


图 1 弹载 SAR 几何关系

弹体沿曲线 AA' 做俯冲下降运动.  $\eta$  为方位向时间, 在  $\eta = 0$  时刻, 弹体位于位置

$A(x_m, 0, H)$ , 弹体速度为  $(v_{x0}, v_{y0}, v_{z0})$ , 弹体的加速度为  $(a_x, a_y, a_z)$ . 设 P 为测绘带中的一点, 坐标为  $(0, y_P, 0)$ , 弹体在任意  $\eta$  时刻的位置坐标为  $(x_R, y_R, z_R)$ , 则有

$$\begin{aligned} & (x_R, y_R, z_R) \\ &= \left( x_m + v_{x0}\eta + \frac{1}{2}a_x\eta^2, v_{y0}\eta + \frac{1}{2}a_y\eta^2, \right. \\ & \quad \left. H + v_{z0}\eta + \frac{1}{2}a_z\eta^2 \right). \end{aligned}$$

对于点目标 P, 任一时刻斜距历程  $R(\eta)$  可表示为

$$R(\eta) = \sqrt{x_R^2 + (y_R - y_P)^2 + z_R^2}, \quad (1)$$

上式可展开成如下形式:

$$R(\eta) = \sqrt{R_B^2 + \mu_1\eta + \mu_2\eta^2 + \mu_3\eta^3 + \mu_4\eta^4}, \quad (2)$$

其中,

$$\begin{aligned} R_B &= \sqrt{x_m^2 + y_P^2 + H^2}, \\ \mu_1 &= -2x_m v_{x0} - 2y_P v_{y0} + 2H v_{z0}, \\ \mu_2 &= v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + v_{z0}^2 - x_m a_x - y_P a_y + H a_z, \\ \mu_3 &= a_x v_{x0} + a_y v_{y0} + a_z v_{z0}, \\ \mu_4 &= (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2) / 4. \end{aligned}$$

由于弹体运动轨迹较为复杂, 在弹载 SAR 全孔径成像中, 斜距表示式中关于  $\eta$  三次项的影响不能忽略 [16,17], 因此对 (2) 式进行三阶泰勒级数展开, 展开式为

$$R(\eta) \approx R_B + k_1\eta + k_2\eta^2 + k_3\eta^3, \quad (3)$$

其中,

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\mu_1}{2R_B}, \quad k_2 = \frac{\mu_2}{2R_B} - \frac{\mu_1^2}{8R_B^3}, \\ k_3 &= \frac{\mu_3}{2R_B} - \frac{\mu_1\mu_2}{4R_B^3} + \frac{\mu_1^3}{16R_B^5}. \end{aligned}$$

### 2.2 回波信号模型

本文讨论对场景中的点目标回波进行分析, 设点目标 P 到飞行航线的垂直距离为  $R_B$ , 导弹初始位置  $A(x_m, 0, H)$  为零时刻, 而在任一时刻  $\eta$  雷达天线相位中心至 P 的斜距为  $R(\eta)$ . 设雷达发射信号为  $s_t(\tau) = w_r(\tau) e^{j\pi K_r \tau^2}$ ,  $K_r$  是发射信号的调频率, 其接收的基频回波信号在距离快时间-方位慢时间 ( $\tau$ - $\eta$  域) 可写为

$$s_o(\tau, \eta) = w_r \left( \tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right) w_a(\eta - \eta_c)$$

$$\begin{aligned} & \times \exp \left[ -j \frac{4\pi}{\lambda} R(\eta) \right] \\ & \times \exp \left[ j\pi K_r \left( \tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right)^2 \right], \quad (4) \end{aligned}$$

其中,  $w_r(\cdot)$  和  $w_a(\cdot)$  分别为雷达线性调频信号的距离窗函数和方位窗函数,  $\lambda = c/f_0$  为中心频率对应的波长.

### 2.3 分数阶傅里叶变换

FrFT作为一种广义的傅里叶分析方法, 可以解释为信号在时频平面内时间坐标轴绕原点逆时针方向旋转任意角度  $\alpha$  后构成的分数阶傅里叶域上的信号表示方法<sup>[18]</sup>, 信号  $x(t)$  的FrFT为

$$\begin{aligned} X_p(u) &= \text{FrFT}^p [x(t)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_p(t, u) dt, \quad (5) \end{aligned}$$

其中  $K_\alpha(t, u)$  是分数阶傅里叶变换的核函数,  $p$  为FrFT的阶,

$$K_p(t, u) = \begin{cases} \sqrt{1 - j \cot \alpha} \\ \times e^{j\pi(t^2 \cot \alpha + u^2 \cot \alpha - 2tu \csc \alpha)}, & \alpha \neq n\pi, \\ \delta(t - u), & \alpha = 2n\pi, \\ \delta(t + u), & \alpha = (2n + 1)\pi, \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $\alpha$  为旋转角度,  $\alpha = p\pi/2$ ,  $0 < |p| < 2$ . (5) 式可以表示为

$$\begin{aligned} X_\alpha(u) &= \sqrt{1 - j \cot \alpha} e^{j\pi u^2 \cot \alpha} \\ & \times \int x(t) e^{j\pi t^2 \cot \alpha} e^{-j2\pi ut \csc \alpha} dt. \quad (7) \end{aligned}$$

从上式中可以看出, 当  $\alpha = \pi/2$  时,  $X_\alpha(u) = \int x(t) e^{-j2\pi ut} dt$ ,  $X_\alpha(u)$  就是  $x(t)$  的普通傅里叶变换.

## 3 基于FrFT成像算法

### 3.1 距离向FrFT

回波信号  $s_o(\tau, \eta)$  距离向分数阶傅里叶变换形式如下:

$$\begin{aligned} S_1(u_\tau, \eta) &= \text{FrFT}^\alpha [s_o(\tau, \eta)] \\ &= \int s_o(\tau, \eta) k_\alpha(\tau, u_\tau) d\tau, \quad (8) \end{aligned}$$

其中,  $k_\alpha(\tau, u_\tau)$  为距离向分数阶傅里叶变换的核函数. 在SAR成像中, 通常信号的时宽带宽积  $\text{TPB} > 100$ , 回波信号为包络缓变的调频信号, 所以上式可采用驻相点法求解. (8) 式等号右边的相位项可表示为

$$\begin{aligned} \varphi_1(\tau, \eta, u_\tau) &= -\frac{4\pi f_0}{c} R(\eta) + \pi K_r \left( \tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right)^2 \\ & \quad + \pi u_\tau^2 \cot \alpha + \pi \tau^2 \cot \alpha \\ & \quad - 2\pi \tau u_\tau \csc \alpha. \quad (9) \end{aligned}$$

令  $\frac{d\varphi_1(\tau)}{d\tau} = 0$ , 求解得到驻相点为

$$\tau^* = \frac{\frac{2K_r}{c} R(\eta) + u_\tau \csc \alpha}{K_r + \cot \alpha}, \quad (10)$$

将(10)式所示的驻相点代入(9)式中, 得到回波信号距离分数阶域的表示式为

$$\begin{aligned} S_1(u_\tau, \eta) &= W_r(u_\tau) w_a(\eta - \eta_c) \\ & \quad \times \exp [j\varphi_2(u_\tau, \eta)], \quad (11) \end{aligned}$$

其中,  $W_r(u_\tau)$  为距离分数阶域信号包络, (11) 式中的相位项可表示为

$$\begin{aligned} \varphi_2(u_\tau, \eta) &= -\frac{4\pi}{c} R(\eta) \left[ f_0 + \frac{K_r \csc \alpha}{K_r + \cot \alpha} u_\tau \right] \\ & \quad + \pi u_\tau^2 \left[ \cot \alpha - \frac{\csc^2 \alpha}{K_r + \cot \alpha} \right] \\ & \quad + \Theta_\Delta(R_B), \quad (12) \end{aligned}$$

其中,

$$\Theta_\Delta(R(\eta)) = \frac{4\pi K_r}{c^2} R_B^2 \left[ \frac{\cot \alpha}{K_r + \cot \alpha} \right]$$

为距离向分数阶傅里叶变换操作引起的剩余视频相位 (residual video phase, RVP), 对成像没有影响, 因此在下面数学推导中可以忽略.

### 3.2 线性距离走动补偿

为便于后续的数学推导, 将SAR信号频谱搬移至零频附近, 先校正线性距离走动分量和去除线性相位, 其校正线性相位函数为

$$\begin{aligned} H_1(u_\tau, \eta) &= \exp \left\{ j4\pi \frac{R_1(\eta)}{c} \left[ f_0 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{K_r \csc \alpha}{K_r + u_0^2 \cot \alpha} u_\tau \right] \right\}, \quad (13) \end{aligned}$$

其中,  $R_1(\eta) = k_1 \eta$ . 补偿后目标的距离与  $\eta$  的关系为

$$R_l(\eta) = R(\eta) - R_1(\eta) = R_B + k_2 \eta^2 + k_3 \eta^3, \quad (14)$$

补偿后的回波信号可表示为

$$S_2(u_\tau, \eta) = W_r(f_\tau)w_a(\eta - \eta_c) \times \exp [j\varphi_3(f_\tau, \eta)], \quad (15)$$

其中, (15) 式的相位项可表示为

$$\begin{aligned} & \varphi_3(u_\tau, \eta) \\ &= \pi u_\tau^2 \left[ \cot \alpha - \frac{\csc^2 \alpha}{K_r + \cot \alpha} \right] \\ & - \frac{4\pi}{c} \left[ f_0 + \frac{K_r \csc \alpha}{K_r + u_0^2 \cot \alpha} u_\tau \right] R_1(\eta). \end{aligned} \quad (16)$$

### 3.3 方位向 FrFT

(15) 式是 SAR 回波信号距离向分数阶傅里叶变换后的表达式, 同样使用驻相点法推导方位向分数阶傅里叶变换表达式

$$\begin{aligned} S_3(u_\tau, u_\eta) &= \text{FrFT}^\beta [S_2(u_\tau, \eta)] \\ &= \int S_2(u_\tau, \eta) k_\beta(\eta, u_\eta) d\eta, \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $k_\beta(\eta, u_\eta)$  为方位向分数阶傅里叶变换的核函数.  $u_\eta$  为方位分数阶域, 将 (15) 式和 (16) 式代入 (17) 式, 可得到 (17) 式右边的相位表达式为

$$\begin{aligned} & \varphi_4(u_\tau, \eta, u_\eta) \\ &= -\frac{4\pi}{c} R_1(\eta) \left[ f_0 + \frac{K_r \csc \alpha}{K_r + \cot \alpha} u_\tau \right] \\ & + \pi u_\tau^2 \left[ \cot \alpha - \frac{\csc^2 \alpha}{K_r + \cot \alpha} \right] \\ & + \pi u_\eta^2 \cot \beta + \pi \eta^2 \cot \beta - 2\pi \eta u_\eta \csc \beta. \end{aligned} \quad (18)$$

同理, 令  $\frac{d\varphi_4(\eta)}{d\eta} = 0$ , 求解得到驻相点为

$$\begin{aligned} \eta^* &= A_1 \left( \frac{c}{f_0 + Mu_\tau} u_\eta \right) \\ & + A_2 \left( \frac{c}{f_0 + Mu_\tau} u_\eta \right)^2, \end{aligned} \quad (19)$$

其中,

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{-4k_2 \sin \beta + \frac{c}{f_0 + Mu_\tau} \cos \beta}, \\ A_2 &= \frac{6k_3 \sin \beta}{\left( -4k_2 \sin \beta + \frac{c}{f_0 + Mu_\tau} \cos \beta \right)^3}, \\ M &= \frac{K_r \csc \alpha}{K_r + \cot \alpha}. \end{aligned}$$

将所得驻相点  $\eta^*$  代入 (18) 式, 回波信号二维分数阶域的相位可表示为

$$\begin{aligned} & \varphi_5(u_\tau, u_\eta) \\ &= -\frac{4\pi R_B}{c} (f_0 + Mu_\tau) + \pi \left[ \cot \beta \right. \\ & - (4k_2 A_1^2 + 2A_1 \csc \beta) \frac{c}{f_0 + Mu_\tau} \\ & + A_1^2 \cot \beta \frac{c^2}{(f_0 + Mu_\tau)^2} \left. \right] u_\eta^2 \\ & + \pi \left[ - (8k_2 A_1 A_2 + 4k_3 A_1^3 + 2A_2 \csc \beta) \right. \\ & \times \frac{c^2}{(f_0 + Mu_\tau)^2} + 2A_1 A_2 \cot \beta \frac{c^3}{(f_0 + Mu_\tau)^3} \left. \right] u_\eta^3 \\ & + \pi \left[ - (4k_2 A_2^2 - 12k_3 A_1^2 A_2) \frac{c^3}{(f_0 + Mu_\tau)^3} \right. \\ & + A_2^2 \cot \beta \frac{c^4}{(f_0 + Mu_\tau)^4} \left. \right] u_\eta^4 \\ & - 12\pi k_3 A_1 A_2^2 \frac{c^4}{(f_0 + Mu_\tau)^4} u_\eta^5 \\ & - 4\pi k_3 A_2^3 \frac{c^5}{(f_0 + Mu_\tau)^5} u_\eta^6 \\ & + \pi u_\tau^2 \left[ \cot \alpha - \frac{\csc^2 \alpha}{K_r + \cot \alpha} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

在上式  $\varphi_5(u_\tau, u_\eta)$  推导过程中, 为了便于数学推导, 在线性距离走动补偿部分, 去除了含有方位向信息的  $-\frac{x_m v_{x0}}{R_B} \eta$  项, 由分数阶傅里叶变换的性质 [18] 可知

$$s(\tau, \eta) \longleftrightarrow X(u_\tau, u_\eta), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} e^{j2\pi\eta\rho} s(\tau, \eta) &\longleftrightarrow e^{-j\pi\rho^2 \sin \beta \cos \beta} e^{-j2\pi u_\eta \rho \cos \beta} \\ &\times X(u_\tau, u_\eta - \rho \sin \beta), \end{aligned} \quad (22)$$

其中,

$$\rho = \frac{2x_p v_{x0}}{c R_B} \left( f_0 + \frac{K_r \csc \alpha}{K_r + \cot \alpha} u_\tau \right).$$

因此, 回波信号完整的二维分数阶域的相位可表示为

$$\begin{aligned} \varphi_6(u_\tau, u_\eta) &= e^{-j\pi\rho^2 \sin \beta \cos \beta} e^{-j2\pi u_\eta \rho \cos \beta} \\ &\times \varphi_3(u_\tau, u_\eta - \rho \sin \beta). \end{aligned} \quad (23)$$

### 3.4 二次距离压缩和距离徙动校正

回波信号的二次距离压缩和距离徙动校正是距离向和方位向在  $\alpha = \beta = \pi/2$  分别 FrFT 后处理

的. 当  $\alpha = \beta = \pi/2$ , (23) 式可表示为

$$\begin{aligned} \varphi_7(u_\tau, u_\eta) &= -\frac{4\pi R_B}{c}(f_0 + u_\tau) + \pi \left[ \frac{1}{4k_2} \frac{c}{f_0 + u_\tau} \right] \\ &\times \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^2 + \pi \left[ \frac{k_3}{16k_2^3} \frac{c^2}{(f_0 + u_\tau)^2} \right] \\ &\times \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^3 + \pi \left[ -\frac{27k_3^2}{k_2^5} \frac{c^3}{(f_0 + u_\tau)^3} \right] \\ &\times \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^4 + \pi \frac{27k_3^3}{1024k_2^7} \frac{c^4}{(f_0 + u_\tau)^4} \\ &\times \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^5 + \pi \frac{27k_3^4}{8192k_2^9} \frac{c^5}{(f_0 + u_\tau)^5} \\ &\times \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^6 + \pi u_\tau^2 \left[ -\frac{1}{K_r} \right]. \quad (24) \end{aligned}$$

由分数阶傅里叶变换的定义可知, (24) 式为傅里叶变换二维频域下的相位表达式. 因此, 二次距离压缩函数  $H_2$  和距离徙动校正函数  $H_3$  为

$$\begin{aligned} H_2 &= \exp \left\{ j\pi u_\tau^2 \left[ \frac{c}{4k_2 f_0^3} \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad + \frac{3k_3 c^2}{16k_2^3 f_0^4} \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^3 \\ &\quad \left. \left. - \frac{162k_3^2 c^3}{k_2^5 f_0^5} \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^4 \right] \right\}, \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_3 &= \exp \left\{ j\pi u_\tau \left[ -\frac{c}{4k_2 f_0^2} \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad - \frac{k_3 c^2}{8k_2^3 f_0^3} \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^3 \\ &\quad \left. \left. + \frac{81k_3^2 c^3}{k_2^5 f_0^4} \left( u_\eta - \frac{2x_p v_{x0}}{cR_B} \right)^4 \right] \right\}. \quad (26) \end{aligned}$$

### 3.5 最优变换

变换阶次最优化<sup>[19]</sup> 的目的是为距离向和方位向 FrFT 分别提供最优的角度  $\alpha_{opt}$ ,  $\beta_{opt}$ , 使得给定的回波信号在距离向和方位向可以获得最优响应. 在进行方位向 FrFT 时, 局部最优处理对回波数据中每个距离单元进行处理, 得到每个距离单元数据的相应变换参数, 这使得基于 FrFT 的 SAR 成像算法可适应非线性飞行轨迹的弹载 SAR 平台, 通过最优变换阶次的调整保证始终可以获得最优的响应.

#### 3.5.1 距离向最优角 $\alpha_{opt}$

在对回波信号距离向 FrFT 求解过程中,  $S_1(u_\tau, \eta)$  中关于  $\tau$  的积分式为

$$\int w_r e^{j\pi(K_r + \cot \alpha)\tau^2} e^{-j2\pi(K_r \frac{2R(\eta)}{c} + u_\tau \csc \alpha)\tau} d\tau,$$

令积分式中  $\tau$  的二次项系数为零, 即  $S_1(u_\tau, \eta)$  在  $u_\tau$  域为冲击函数. 因此,

$$\alpha_{opt} = -\arctan \left( \frac{1}{K_r} \right)$$

时, 实际上就完成了距离向的压缩, 其能量谱高度集中在分数阶域频率轴

$$u_\tau = \frac{2R(\eta)}{c} \cos \alpha$$

处. 压缩后的回波信号可表示为

$$\begin{aligned} S_4(u_\tau, \eta) &= w_a \sqrt{1 - j \cot \alpha_{opt}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda} R(\eta)} \\ &\times e^{j\pi u_\tau^2 \cot \alpha_{opt}} e^{j\pi K_r \frac{4R^2(\eta)}{c^2}} \\ &\times \int w_r e^{j2\pi(-K_r \frac{2R(\eta)}{c} - u_\tau \csc \alpha_{opt})\tau} d\tau \\ &= w_a \sqrt{1 - j \cot \alpha_{opt}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda} R(\eta)} \\ &\times e^{j\pi u_\tau^2 \cot \alpha_{opt}} e^{j\pi K_r \frac{4R^2(\eta)}{c^2}} \\ &\times T_r \sin c \left\{ T_r \csc \alpha_{opt} \right. \\ &\quad \left. \times \left( u_\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \cos \alpha_{opt} \right) \right\}. \quad (27) \end{aligned}$$

#### 3.5.2 方位向最优角 $\beta_{opt}$

方位向回波信号的分数阶傅里叶变换可表示为

$$\begin{aligned} S_3(u_\tau, u_\eta) &= \text{FrFT}^\beta [S_2(u_\tau, \eta)] \\ &= \int S_2(u_\tau, \eta) k_\alpha(\eta, u_\eta) d\eta. \quad (28) \end{aligned}$$

同理, 按照距离向最优角求解方法, 令积分式中  $\eta$  二次项系数为零, 即

$$\beta_{opt} = \arctan \left( \frac{\lambda}{4k_2} \right)$$

时,  $S_3(u_\tau, u_\eta)$  在方位向上  $u_\eta$  域也为冲击函数, 即完成了方位向的压缩, 其能量谱高度集中在分数阶域频率轴  $u_\eta = 0$  处. 因此,

$$\beta_{opt} = \arctan \left( \frac{\lambda}{4k_2} \right),$$

方位向压缩后的回波信号可表示为

$$S_5(u_\tau, u_\eta)$$



$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{(1 - j \cot \alpha_{\text{opt}})(1 - j \cot \beta_{\text{opt}})} \\
 &\quad \times e^{j\pi(u_r^2 \cot \alpha_{\text{opt}} + u_\eta^2 \cot \beta_{\text{opt}})} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda} R_B} \\
 &\quad \times T_r T_a \sin c \left\{ T_r \csc \alpha_{\text{opt}} \left( u_r - \frac{2R(\eta)}{c} \right) \right. \\
 &\quad \left. \times \cos \alpha_{\text{opt}} \right\} \sin c (T_a u_\eta \csc \beta_{\text{opt}}). \quad (29)
 \end{aligned}$$

本文的算法流程如图 2 所示.

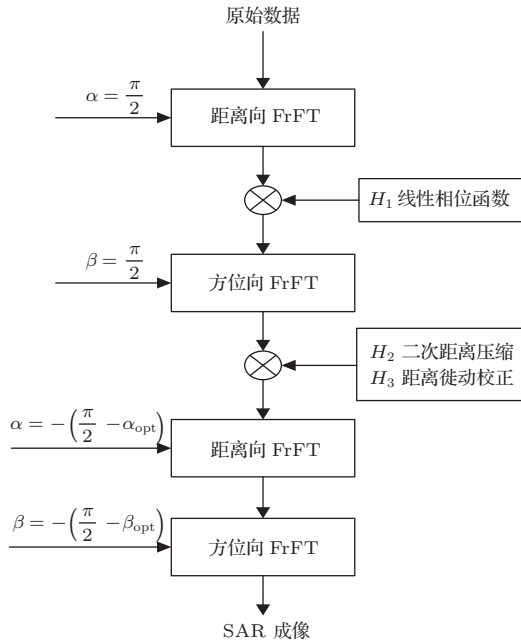


图 2 基于 FrFT 成像算法流程图

## 4 仿真实验与分析

### 4.1 仿真实验结果

为进一步验证本文算法的成像性能, 选取点目标进行成像仿真分析, 表 1 给出了弹载 SAR 对点目标成像的仿真参数.

表 1 弹载 SAR 仿真参数

参数	设定值	参数	设定值
信号带宽/MHz	180	弹体方位向速度/m·s <sup>-1</sup>	1000
信号脉宽/μs	2	弹体方位向加速度/m·s <sup>-2</sup>	5
载频/GHz	2	弹体距离向速度/m·s <sup>-1</sup>	50
脉冲重复频率/kHz	10	弹体距离向加速度/m·s <sup>-2</sup>	5
采样频率/MHz	200	弹体高度向速度/m·s <sup>-1</sup>	-500
弹体初始高度/m	1000	弹体高度向加速度/m·s <sup>-2</sup>	-10
等效斜视角/(°)	60		

假设初始时刻导弹的位置坐标为 (-200, 0, 1000), 成像区域内有一点目标, 它的坐

标为 (0, 3000, 0). 根据传统脉冲压缩成像算法及本文提出的基于 FrFT 的成像算法, 对成像区域中的点目标分别进行成像, 成像结果如图 3 所示. 图 3(a) 为传统脉冲压缩成像算法的成像结果, 图 3(b) 为本文成像算法的成像结果. 对比图 3(a) 和 (b) 可知, 两种方法均能对成像区域中的点目标精确成像, 但本文成像算法的聚焦性能要优于传统脉冲压缩成像算法.

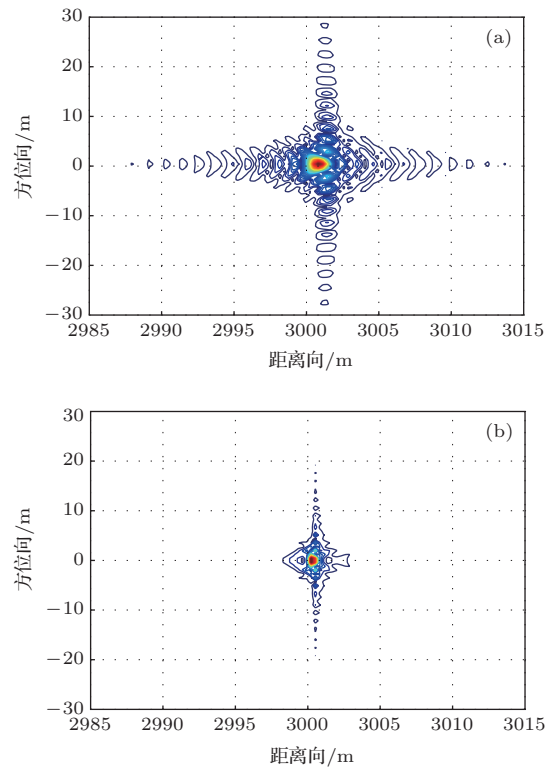


图 3 点目标仿真成像结果 (a) 传统脉冲压缩成像算法; (b) 基于 FrFT 成像算法

图 4 和图 5 分别为两种方法对点目标成像的距离向和方位向剖面图. 从仿真结果可以看出, 本文成像算法获取的点目标图像具有更高的分辨率和更低的旁瓣值. 为进一步说明本文成像算法的性能, 本文从峰值旁瓣比 (PSLR) 和积分旁瓣比 (ISLR) 的角度对点目标成像质量做了分析对比, 结果如表 2 所示. 从表 2 中可以看出, 本文提出的成像算法的成像质量更优于传统脉冲压缩成像算法.

表 2 成像性能分析

		PSLR/dB	ISLR/dB
传统脉冲压缩	距离向	-7.8947	-4.0745
	方位向	-6.5287	-7.9700
分数阶傅里叶变换	距离向	-11.3693	-10.9491
	方位向	-13.3467	-10.3939

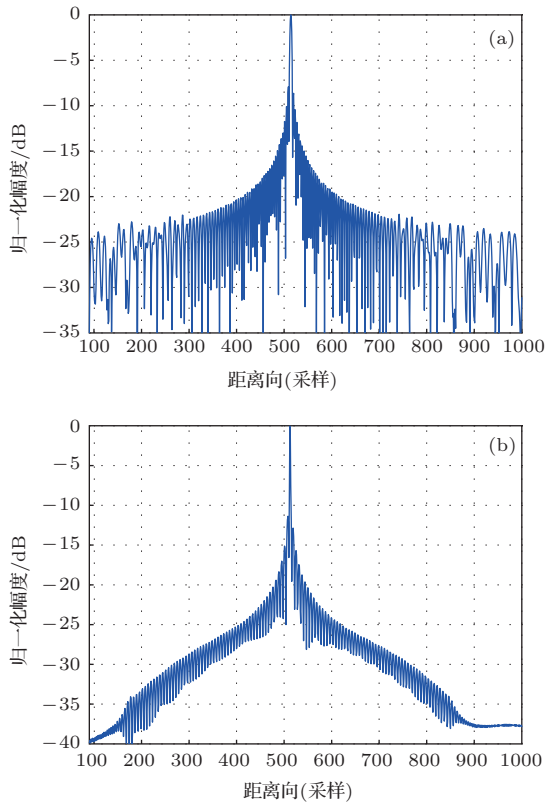


图4 点目标成像距离向剖面图 (a) 传统脉冲压缩成像算法; (b) 基于FrFT成像算法

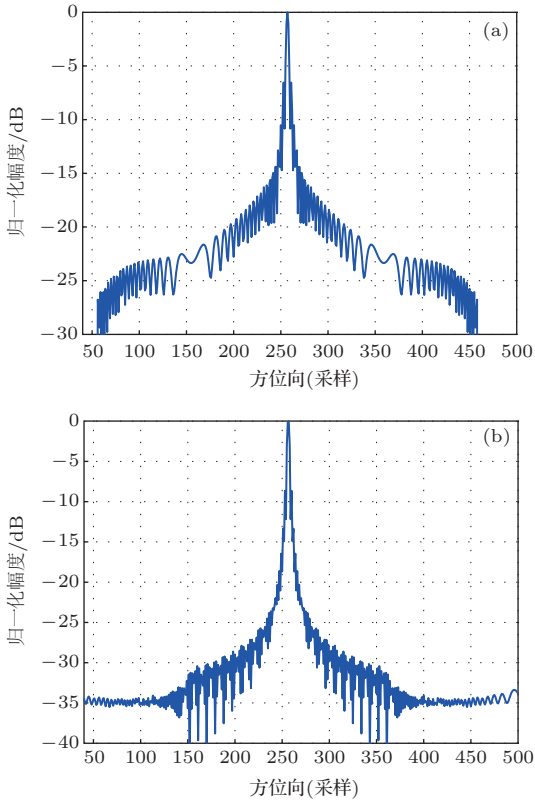


图5 点目标成像方位向剖面图 (a) 传统脉冲压缩成像算法; (b) 基于FrFT成像算法

### 4.2 实测实验结果

本文也利用了RADARSAT-1采集的实测数据对传统的脉冲压缩算法及本文提出的成像算法的性能做进一步评估, 成像结果如图6所示. 对比图6(a)与(b)可知, 本文提出的成像算法获取的SAR图像远比传统脉冲压缩成像算法获取的SAR图像清晰. 这是由于对于分块数据, 在成像边缘处, 传统脉冲压缩成像算法会因数据分块时造成匹配滤波在边缘处的信号不完整而不能完全匹配, 使得成像边缘处产生干扰; 而本文提出的基于FrFT成像算法, 将回波信号在分数阶Fourier域变成窄带信号, 不会出现信号不匹配的问题, 成像更清晰, 因此本文提出的基于FrFT成像算法更适用于非线性飞行轨迹的弹载SAR平台.

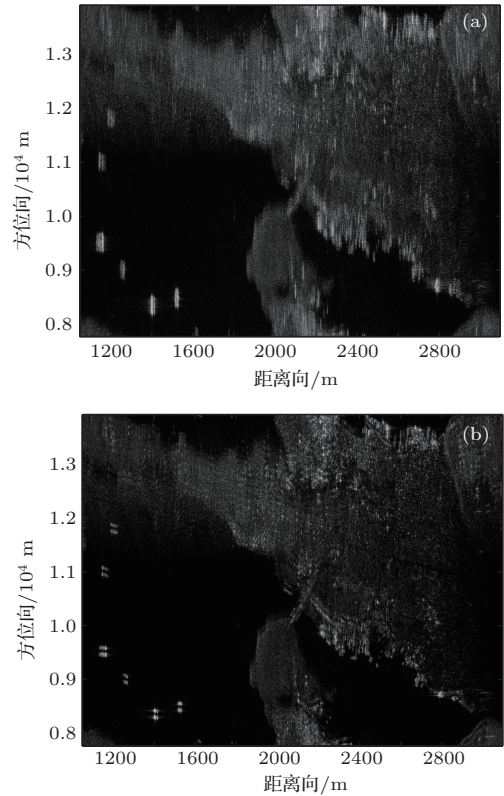


图6 实测数据成像结果 (a) 传统脉冲压缩成像算法; (b) 基于FrFT成像算法

### 5 结 论

本文系统地研究了弹载SAR回波信号模型及其成像技术, 并提出了适应于非线性飞行轨迹弹载SAR平台的成像算法, 通过仿真与实测数据对该算法进行了验证, 并与传统脉冲压缩成像算法进行了对比分析. 结果表明, 由于在成像处理过程中, 通

过局部最优处理对回波数据每个距离单元进行处理, 得到每个距离单元的相应变换参数, 从而完成对目标的成像. 本文提出的基于FrFT弹载SAR成像算法成像聚焦性能和成像质量在一定程度上得到了改善, 更适应于弹载SAR运动平台, 该研究成果在目标探测及精确制导等领域具有一定的应用价值.

## 参考文献

- [1] Ji W J, Tong C M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 160301 (in Chinese)[姬伟杰, 童创明 2012 物理学报 **61** 160301]
- [2] Liu G G, Zhang L R, Liu N, Chen G F, Zhang Y 2013 *IEEE Geosci Remote S.* **10** 342
- [3] Ji W J, Tong C M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 020301
- [4] Wu Y G, Tao M D 2006 *Chin. Phys. B* **15** 1137
- [5] Yan Y, Zhou Y Q, Li C S, Xu L X 2002 *J. Electron. Inf. Tech.* **24** 1932 (in Chinese) [燕英, 周荫清, 李春升, 许丽香 2002 电子与信息学报 **24** 1932]
- [6] Yu G M, Deng H T, Zhang C Y, Wu S J 2006 *J. Syst. Eng. Electron.* **28** 997 (in Chinese) [俞根苗, 邓海涛, 张长耀, 吴顺君 2006 系统工程与电子技术 **28** 997]
- [7] Fang L L, Wang Y F 2008 *J. Electron. Inf. Tech.* **30** 1316 (in Chinese) [房丽丽, 王岩飞 2008 电子与信息学报 **30** 1316]
- [8] Zhou P, Xiong T, Zhou S, Li Y C, Xing M D 2011 *J. Electron. Inf. Tech.* **33** 622 (in Chinese) [周鹏, 熊涛, 周松, 李亚超, 邢孟道 2011 电子与信息学报 **33** 622]
- [9] Zhou S, Bao M, Zhou P, Xing M D, Bao Z 2011 *J. Electron. Inf. Tech.* **33** 1420 (in Chinese) [周松, 包敏, 周鹏, 邢孟道, 保铮 2011 电子与信息学报 **33** 1420]
- [10] Almeida L B 1994 *IEEE Trans. Signal Proc.* **42** 3084
- [11] Ozaktas H M, O Arikan, Kutay M A, Bozdagt G 1996 *IEEE Trans. Signal Proc.* **44** 2141
- [12] Shinde S, Gadre V 2001 *IEEE Trans. Signal Proc.* **49** 2545
- [13] Amein A S, Soraghan J J 2005 *IEEE Trans. Signal Proc. Let.* **12** 705
- [14] Amein A S, Soraghan J J 2007 *IEEE Trans. Signal Proc.* **55** 4162
- [15] Clemente C, Soraghan J J 2012 *IET Signal Processing.* **6** 503
- [16] Deng B, Li X, Wang H Q, Qin Y L, Wang J T 2011 *IEEE Geosci. Remote S.* **8** 44
- [17] Chen S, Zhao H C, Zhang S N, Chen Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 218405 (in Chinese) [陈思, 赵惠昌, 张淑宁, 陈勇 2013 物理学报 **62** 218405]
- [18] Tao R, Deng B, Wang Y 2009 *Fractional Fourier Transform* (Beijing: Tsinghua University Press) p25 (in Chinese) [陶然, 邓兵, 王越, 2009 分数阶傅里叶变换及其应用 (北京: 清华大学出版社) 第25页]
- [19] Capus C, Brown K 2003 *J. Acoust. Soc. Am.* **113** 3253



# Imaging algorithm for missile-borne SAR using the fractional Fourier transform\*

Chen Yong<sup>1)2)†</sup> Zhao Hui-Chang<sup>1)</sup> Chen Si<sup>1)</sup> Zhang Shu-Ning<sup>1)</sup>

1) (School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

2) (School of Physics and Electronic Electrical Engineering, Huaiyin Normal University, Huaian 223300, China)

( Received 7 January 2014; revised manuscript received 24 February 2014 )

## Abstract

Since the Doppler parameters vary according to the slant distance, the resolution is lower when using an imaging algorithm of traditional pulse compression in processing raw echo data of the missile-borne synthetic aperture radar (SAR). Moreover, an algorithm is proposed to solve these problems, which is based on the fractional Fourier transform (FrFT) for missile-borne SAR imaging. Firstly, an echo signal model is built for the terminal guidance stage of the missile-borne SAR. Secondly, the chirp rate of the echo signal is measured through the local optimum processing and obtains the optimum angles for the FrFT, and then the entire SAR image can be obtained by using FrFT with the optimum azimuth angles and operating range. Finally, the performances of the algorithms are assessed using simulated and real Radarsat-1 data sets. Results confirm that the FrFT-based missile-borne SAR processing methods can provide enhanced resolution that yields both lower-side lobes effects and improved target detection. The method introduced in this paper has important theoretical significance in detection and recognition of military targets and for precision guidance.

**Keywords:** synthetic aperture radar, missile-borne, chirp, fractional Fourier transform

**PACS:** 84.40.Xb, 84.40.Ua, 07.07.Df

**DOI:** 10.7498/aps.63.118403

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61301216), and the Research and Innovation Plan for Graduate Students of Jiangsu Higher Education Institutions, China (Grant No. CXZZ130206).

† Corresponding author. E-mail: [hytccy@hotmail.com](mailto:hytccy@hotmail.com)