## 负折射平板透镜景深特性仿真分析\*

### 朱幸福 梁斌明 湛胜高 陈家璧 庄松林

(上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

(2013年12月2日收到; 2014年3月25日收到修改稿)

根据波前编码理论, 通过计算机仿真分析的形式, 对负折射平板透镜景深延拓特性进行了探讨在折射率为-1时, 实现了 8.5333 倍的景深延拓; 在折射率有微小偏移的情况下, 以-0.99 为例, 引入校正透镜后, 实现了 6.5862 倍的景深延拓.

关键词: 负折射, 波前编码, 景深

**PACS:** 42.30.Lr, 42.30.-d, 42.30.Va

### 1 引 言

前苏联科学家 Veselago [1] 于 1968年最早提出 具有负的介电常数和负的磁导率的材料, 并且指出 这种材料可能具备负折射率. Smith [2,3] 和 Eleftheriades等[4]通过实验的方法在微波段制出了具有 负折射的复合介质. Pendry [5] 提出了利用负折射 材料可制作完美透镜的概念, 并用之于实现突破衍 射极限的亚波长成像系统.Vodo等[6]研究了光波 段负折射率平凹透镜的成像特点和性能: 在像差方 面, Schurig等讨论了负折射率等光程曲面[7]形状 和负折射材料薄透镜的初级像差特性[8]; Parazzoli 等[9] 还根据实验指出了负折射介质透镜成像仍然 遵守几何光学中的基本定律,并已经初步指出了负 折射材料在制造光学透镜方面的固有优势. 负折射 现象功率实时探测器的设计实验上验证负折射现 象的存在[10].2011年,反常多普勒现象在光频段由 实验的方法被真实的观察到[11]. 林志立研究了负 折射条件下的像差特性并给出了由负折射材料制 造的各种小像差结构;同时也指出了负折射系统景 深较小的问题[12,13]. 景深(焦深)是光学系统中一 个很重要的参数, 三维显微成像, 虹膜识别, 红外 系统等[14]方面都对大景深有要求. 而景深和成像 质量,分辨率,放大率,以及光通量有着很大的矛 盾. 传统的扩展景深的方法, 如切趾成像 [15], 难以 解决上述矛盾, 多离焦图像合成的方法结构复杂, 后期图像处理算法难以寻找, 难以实现实时的要 求.1995年, Dowski和 Cathey [16] 提出了波前编码 的方法, 能够有效地扩展焦深(景深), 同时保证系 统的光通量以及成像分辨率, 系统用更少的面, 又 能够抑制除了离焦以外的其他像差, 波前编码技术 甚至可以做到仅用一种材料成像就可以校正轴向 色差非常适合彩色成像系统[17],同时具有良好的 更适合人眼观察的三维成像能力[18]。这项技术的 关键是设计出一个相位掩膜板, 使得系统的调制传 递函数MTF对于离焦不敏感,最后通过数字方法 恢复出清晰的图像[19]. 本文运用的是经典的立方 型相位板 (CPM) [20-22] 进行仿真分析的, 当然还有 其他形式的相位板, 比如基于策尼克多项式的立方 型(GCPM)[23]. 同时, 人们开始对比各种相位掩膜 板的特性并进行实验,对于波前编码系统的讨论开 始考虑系统本身所具备的像差[24], 进而设计出更 加实用的对称和非对称相位掩膜板. 负折射材料的 独有特性, 能够实现亚波长成像, 以及超分辨, 同 时我们知道分辨率和景深存在天然的矛盾. 但是目 前,一直没有对负折射材料系统的景深延拓进行研 究. 本文探讨了负折射平板透镜的景深特性, 给出

**DOI:** 10.7498/aps.63.134202

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2007CB935300)和国家自然科学基金(批准号: 61177043, 11104184)资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: Liangbinming@sina.com

了平板透镜折射率发生微小变化时校正透镜的结构,以及相应的景深特性.上述工作为探讨负折射材料成像的景深问题打下基础.

#### 2 负折射平板景深延拓特性

#### 2.1 理论模型

平板透镜完美成像示意图, 如图 1 所示, 其中, n 表示物像空间的折射率, n' 表示平板的折射率, l 表示物距, l' 表示像距, d 表示平板透镜的厚度,  $\theta$  表示物方孔径角,  $\theta'$  表示像方孔径角, ①和②表示平板透镜的第一和第二面编号. 平板透镜完美成像, 要物距和像距满足 [25]

$$l + l' = d. (1)$$

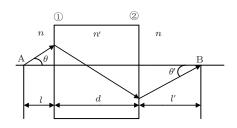


图 1 平板透镜完美成像示意图

平板透镜的折射率和平板透镜物方以及像方折射率大小相等,符号相反,仿真时的工作环境是空气,那么相应的平板透镜的折射率为-1.轴上物点A,发出的光线,经过平板透镜的①面,发生负折射,成一个实像,光线继续传播,经过平板透镜的②面,在像空间B点成实像.轴上物点的对应的物方孔径角和共轭的像方孔径角满足下面关系,

$$\theta = \theta'. \tag{2}$$

考虑到照明条件,根据系统最小分辨尺寸( $\varepsilon$ )公式和数值孔径(NA)公式,

$$\varepsilon = \frac{0.5\lambda}{N\Delta},\tag{3}$$

$$NA = n\sin\theta, \tag{4}$$

 $\theta$ 决定了系统的分辨率,  $\theta$ 越大, 系统的最小分辨尺寸越小, 分辨率越大. 那么负折射材料实现超分辨的应用的时候, 不可避免的要求物方孔径角 $\theta$ 较大.

仿真时, 选取板厚为8 mm, 物像距离相同为4 mm, 入瞳大于等于6 mm. 引入入瞳物距比的概念, 用x表示入瞳物距比(入瞳直径和物距的比值). 根

据(3)和(4)式,我们可以得到x = 1.5时,系统的最 大空间分辨率为2180 lp/mm, 考虑到实际的加工 和装配情形, 认为空间分辨率在1090 lp/mm 以内 是可以接受的. 同时, 可以适当的认为最大空间分 辨率可以与1090 lp/mm有一定的偏差. 在下面进 行物距偏离,物距变小时,入瞳物距比变大, $\theta$ 变大, 分辨率能达到1090 lp/mm. 当物距变大的时候, 入 瞳物距比变小,  $\theta$ 变小, 分辨率达不到 1090 lp/mm; 但在后文的仿真发现(后文将具体说明), 物距在理 想位置的前后有相同的偏离量时, 其调制传递函 数 MTF 一样, 可以认为入瞳大小不变, 物距变大的 时候, 采用最大分辨率为1090 lp/mm是可以接受 的,这就是为什么可以认为最大空间分辨率可以 与1090 lp/mm有少量偏差. 固定像距为4 mm, 变 化物距, 平板透镜在像面处的调制传递函数 MTF 如图2所示, 在物距为4 mm的理想位置, 调制传 递函数 MTF 是一条直线, 在我们给定的最大空间 频率1090 lp/mm 处, 很接近40%, 成像效果很好, 给物距一个0.0015 mm 偏量, 调制传递函数 MTF 很快就下降了很多, 在空间频率为450 lp/mm左右 的时候就下降到了40%, 在最大的空间频率1090 lp/mm 时, 调制传递函数 MTF 到达 5%, 认为刚好 能够分辨, 这样平板透镜的景深为0.0030 mm. 根 据像差理论厚度对于成像的影响较小, 下将平板透 镜的①面在 ZEMAX 中设置为立方型面, 相当于引 入了相位掩膜板, 多次试验, 得到相应的调制传递 函数MTF, 如图3所示, 可以看MTF在我们给定 的三个物距处, 基本上是重合的, 而且在空间频率 1090 lp/mm 以内不过零点, 在最大空间频率处达 到5%, 通过数字图形处理的方法, 可以恢复出清晰 的图像,认为此时景深为0.0256 mm.

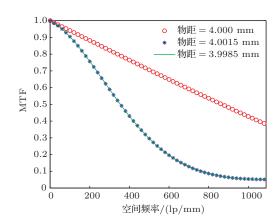


图 2 (网刊彩色) 折射率为 -1 的平板调制传递函数 MTF 图 (其中横轴的最大值为 1090 lp/mm)

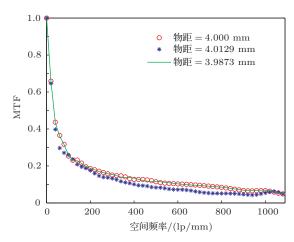


图 3 折射率为 -1 的平板引入相位面后的调制传递函数 MTF 图 (其中横轴的最大值为 1090 lp/mm)

通过仿真试验,可以发现随着系统入瞳物距比的增大,系统的分辨变大,同时系统所具备的景深减少,这个关系如图4所示. 传统的系统也是分辨率越大的时候系统的景深越小,景深延拓只是在不同的分辨率要求下延拓系统景深,并不改变景深随着分辨率变大逐渐变小的趋势.

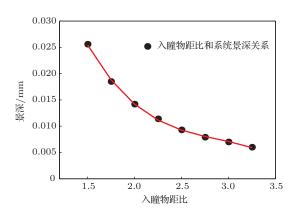


图 4 平板透镜引入立方型相位掩膜板后,入瞳物距比和 景深关系曲线

同时,我们可以发现,我们将系统厚度,孔径和距离按一定的比例缩放后,系统边缘光线和光轴夹角不变,这就意味着,光线的成像结构不变.可以预测,按比例缩放的系统在引入相位面后,所具备的景深不变.这一点可以通过仿真加以验证.

至此,对于负折射平板透镜完美成像的景深问题我们做了完备的讨论.系统的景深延拓能力和系统对于分辨率的要求成反比;而平板透镜的厚度以及对应的物距和像距的选取对于系统的景深延拓没有影响,对于系统的安装相应降低了要求,给我们的设计更多的自由度通过仿真分析,在选定的1090 lp/mm空间分辨率下,实现了平板透镜8.5333 倍的景深延拓.根据波前编码理论,实现了

负折射平板透镜的景深延拓.

### 2.2 折射率变化对平板透镜景深延拓的 影响

实际运用的过程中, 负折射平板透镜的折射率很容易受到外界的影响发生变化为探讨折射率变化时平板透镜的景深延拓特性, 假定平板透镜的折射率发生微小变化, 变为 -0.99, 在 ZEMAX中仿真, 得到系统的调制传递函数 MTF, 如图 5 所示(其中平板透镜在物距为4 mm, 入瞳为6 mm). 系统的 MTF, 在空间频率 100 lp/mm 以内的时候, 就急剧下降, 到达 350 lp/mm 的时候, 系统调制传递函数 MTF 就下降到了 5%, 在 600 lp/mm 的空间频率处, 已经下降为0, 之后系统的调制传递函数 MTF 基本为零, 在要求最大空间频率为 1090 lp/mm 的情况下, 完全没有景深延拓的可能性.

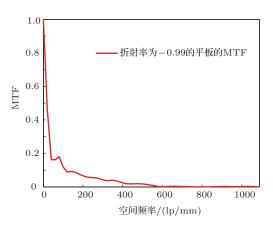
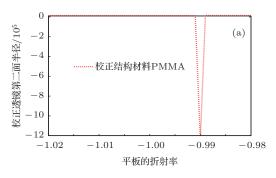
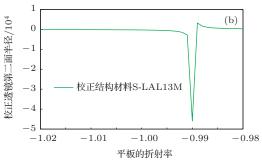


图 5 折射率为 -0.99 平板透镜单独成像的调制传递函数 MTF 图 (其中横坐标的最大值为 1090 lp/mm)

平板透镜的成像质量在折射率的微小变化的时候就发生了很大变化. 尝试在平板透镜的后表面引入一个校正透镜改善系统的像差,实现景深延拓. 为了和前面的仿真保持一致,在折射率区间为[-1.02,-0.98],板厚为8 mm,物距4 mm,入瞳孔径为6 mm的情况下,多次仿真试验,发现给校正透镜的中心厚度为0.5169 mm是合适的. 为了能了解到不同折射率下的校正情况,所用到的三种材料的折射率由低到高变化,分别用 PMMA(在0.55 μm时,折射率为1.4936), S-LAL13M(在0.55 μm时,折射率为1.6918), CAW04-E(在0.55 μm时,折射率为1.9432)在MATLAB里仿真,得到校正透镜第二面半径和平板透镜的折射率关系曲线,如图6. 对于图6(a)和(b),由于对应的校正透镜第二面半径数值过大,在-1.01附近的

图像没有完全表示出来,在图6(a)里,在平板 透镜折射率为-1.01时,校正透镜第二面的半径 为-995046.3847, 当平板透镜的折射率为-1.011 时,校正透镜第二面的半径为2213.422838;在 图 6(b) 里, 平板折射率为 -1.01 时, 校正透镜第二 面的半径是-45595.26649, 平板透镜的折射率为 -1.011时, 校正透镜的第二面半径是3224.571586. 图 6(c) 里, 平板透镜的折射率时 -1.009 时, 校 正透镜的第二面半径为-6578.593522, 平板透 镜的折射率为-1.01时,校正透镜的第二面半 径是10293.48579. 校正透镜第二面半径正负号 翻转的转折点,基本上都在平板透镜折射率为 -1.01 附近. 这是因为校正结构选用的是正折 射率材料, 采用球面结构, 像差的引入基本上是 不可避免的折射率为-1 的平板透镜没有像差, 图6(a), (b), (c) 中, 平板透镜的折射率为-1时, 校 正透镜的第二面半径均为负值时能尽量的使像差





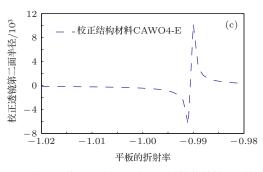


图 6 校正透镜分别选用三种不同折射率材料, 对应的校正透镜第二面半径和平板折射率之间的关系曲线 (a) PMMA; (b) S-LAL13M; (c) CAWO4-E

综合达到最小. 为了解到系统像差校正的情况,在 ZEMAX里,仿真平板透镜在折射率为 –1,校正透镜材料采用 CAW04-E,优化后的调制传递函数 MTF,如图 7 所示. 图 7 中,系统的衍射极限是调制传递函数数值较大的那个曲线,衍射极限下面的曲线是校正后的系统调制传递函数,二者在最大空间频率 1090 lp/mm时,相差 0.025,中间位置附近最大相差不到 0.1,可以认为像差校正已经很好了在求取校正透镜第二面半径的时候,采用的是自动优化的模式,得到的参数可能不是最好,在实际使用过程中要相应微调,但是整个校正透镜的第二面半径和平板透镜折射率的关系规律和给出的图 6 中的曲线一致.

校正结构选用不同折射率的材料均能实现对像差的校正,并且校正结构的第二面半径和平板透镜的折射率关系曲线走势一致,转折点的横坐标(平板透镜折射率)基本一致,转折点的纵坐标(校正透镜的第二面半径)差别较大,相同的横坐标时,折射率较大时,对应的纵坐标较小.

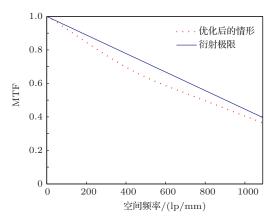


图 7 校正透镜的材料用 CAW04-E, 平板透镜为折射率 为 –1, 优化后的调制传递函数 MTF

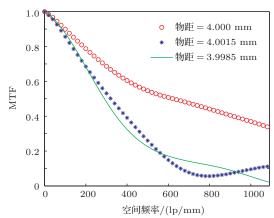


图 8 平板折射率为 -0.99, 不加相位掩膜板, 系统在不同物距处的调制传递函数 MTF 图 (其中横坐标的最大值为1090 lp/mm)

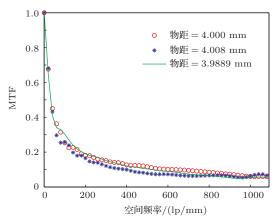


图 9 平板折射率为 -0.99, 引入相位掩膜板和校正透镜后, 不同物距处的调制传递函数 MTF 图 (其中横坐标的最大值为 1090 lp/mm)

加入材料为PMMA的校正透镜后的系统MT-F图,如图8,理想成像位置处,系统的MTF在1090 lp/mm时,达到40%左右,成像效果很好,具备了景深延拓的必要条件.对物距进行偏离,通过图8得到系统的景深为0.0029 mm.在第一面引入立方型面型,改变物距,得到对应情况下的MTF图,见图9,系统的景深,达到0.191 mm.通过校正结构的引入,实现了6.5862倍的景深延拓.

### 3 结 论

左手性介质所具备的优越的物理和光学特性 为设计和制造优质的光学透镜提供了一条重要途 径. 基于左手性介质提出的平板透镜可以无像差成 像,不过成像景深一般都很小,这就为实际应用造 成了很大的限制. 波前编码的方式可以在保证光通 量的情况下, 实现系统的景深延拓, 同时减少系统 除了离焦像差外的其他像差的敏感性,并且可以减 少系统的复杂度. 将波前编码技术应用在左手性 平板透镜完美成像中, 仿真空气环境下平板厚度为 8 mm, 折射率为-1, 物距为4 mm, 入瞳物距比为 1.5的情形, 加入立方型相位掩膜板后, 实现8.5333 倍的景深延拓;入瞳孔径比变大时,景深延拓的倍 率随之下降; 当平板厚度或者物像距离发生变化的 时候, 保持入瞳物距比不变, 得到的结果不变. 左 手性介质的折射率容易受到外界影响发生变化, 仿 真发现折射率的微小变化照成平板透镜成像质量 的严重恶化, 单纯的平板结构没有景深延拓的可能 性,要求引入平凸透镜或者平凹透镜校正像差.校 正像差后, 左手性介质平板透镜的景深延拓倍率和 完美成像条件下的景深延拓倍率基本一致,实现了

6.5862倍的景深延拓.

#### 参考文献

- [1] Veselago V G 1968 Sov. Phys. Usp. 10 509
- [2] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 Science 292 77
- [3] Smith D R, Padilla W J, Vier S C, Nemat-Nasser S C, Schultz S 2000 Phys, Rev, Lett. 84 4184
- [4] Eleftheriades G V, Lyer A K, Kremer P C 2002 IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 50 2702
- [5] Pendry J B 2000 Phys. Rev. Lett. 85 3966
- [6] Vodo P, Lu W T, Sridhar S 2005 Appl. Phys. Lett. 86 201108
- [7] Schurig D, Smith D R 2003 ArXiv Physics e-Prints 2 0307088
- [8] Schurig D, Smith D R 2004 Phys. E 70 065601
- [9] Parazzoli C G, Grcegor R B, Niclsen J A, Thompson M A, Li K, Vetter A M, Vier D C 2004 Appl. Phys. Lett. 84 3232
- [10] Liang B M, Feng L, Chen J B, Zhuang S L 2010 High Power Laser and Particle Beams 7 1645 (in Chinese) [梁 斌明, 冯莉, 陈家璧, 庄松林 2010 强激光与粒子束 7 1645]
- [11] Chen J B, Wang Y, Jia B H, Geng T, Li X P, Feng L, Qian W, Liang BM, Zhang X X, Gu M, Zhuang S L 2011 Nature Photonics 17 239
- [12] Lin Z L 2007 *Ph. D. Dissertation* (Hangzhou: Zhejiang University) (in Chinese) [林志立 2007 博士学位论文 (杭州: 浙江大学)]
- [13] Lin Z L, Ding J C, Zhang P 2008 Chin. Phys. B 17 3
- [14] Mo X T 2008 *Ph.D. Dissertation* (Tianjin: Tianjin University) (in Chinese) [莫绪涛 2008 博士学位论文 (天津: 天津大学)]
- [15] Yang Q G, Liu L R, Lang H T 2005 Appl. Opt. Lett. 44 6833
- $[16]\,$  Dowski E R, Cathey W T 1995  $Appl.~Opt.~{\bf 34}$  1859
- [17] Wach H B, Cathy W T, Dowski E R 1998 Appl. Opt. 37 5359
- [18] Marks D L, Stack R A, Brady D J 1999 Opt. Lett. 24 107
- [19] Zhang R F, Wang T, Pan C, Wang L L, Zhuang S L 2011 Acta Phys. Sin. 60 114204 (in Chinese) [张荣福, 王 涛, 潘超, 王亮亮, 庄松林 2011 物理学报 60 114204]
- [20] Zhao T Y, Ye Z, Zhang W Z, Yu F H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 200 (in Chinese) [赵廷玉, 叶子, 张文字, 余飞鸿 2008 物理学报 **57** 200]
- [21] Zhao T Y, Liu Q X, Yu F H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 074207 (in Chinese) [赵廷玉, 刘钦晓, 余飞鸿 2012 物理学报 **61** 074207]
- [22] Zhao T Y, Liu Q X, Yu, F H 2012 Chin. Phys. B 21 6
- [23] Liu M, Dong L Q, Zhao Y J, Hui M, Jia W 2013 Opt. Commun. 298-299 67
- [24] Zhao T Y, Mauger T, Li G Q 2013 Biomed. Opt. Express 4 1464
- [25] Pendry J B 2004 Contemp. Phys. 45 191

# Simulation analysis of the depth of field characteristic of negative refraction flat lens\*

Zhu Xing-Fu Liang Bin-Ming<sup>†</sup> Zhan Sheng-Gao Chen Jia-Bi Zhuang Song-Lin

(College of Optics and Electronics Information Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

( Received 2 December 2013; revised manuscript received 25 March 2014 )

#### Abstract

In virtue of wave-front coding theory, a computer simulation analysis of the depth of field extension of negative refraction flat lens is carried out. The depth of field extension can be achieved by 6.7 times in the slab, when its index is -1, through computer simulation. When the refractive index of the tablet is slightly offset, taking -0.99 for example, 6.9 times of the depth of field extension can be achieved after the introduction of the calibration lens.

Keywords: negative refraction, wave-front coding, depth of field

PACS: 42.30.Lr, 42.30.-d, 42.30.Va DOI: 10.7498/aps.63.134202

<sup>\*</sup> Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2007CB935300), and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61177043, 11104184).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: Liangbinming@sina.com