一种含柱形空腔结构橡胶层的吸声机理及优化*

赵宏刚† 温激鸿 杨海滨 吕林梅 温熙森

(国防科学技术大学机电工程与自动化学院,装备综合保障技术重点实验室声学与振动组,长沙 410073) (2013年12月27日收到;2014年2月16日收到修改稿)

采用有限元法,分析了含单层柱形空腔橡胶层 (厚度 20 mm)的吸声性能,表明其吸声峰频率比相同尺寸的球形空腔低,这与单个柱形和球形空腔的单极共振频率相对应,通过谐波散射分析证实了空腔单极共振引起的能量耗散增强了声波的吸收。采用能量耗散功率及位移场分布,对柱形空腔结构的吸声机理进行了深入分析.其次,在钢背衬条件下分析了横波损耗因子对橡胶层吸声特性的影响,并采用遗传算法对含不同尺寸柱形空腔橡胶层在1.5—10 kHz 频段上的吸声特性进行了优化,获得了较好的宽频吸声效果.

关键词: Mie 散射, 有限元法, 柱形空腔, 吸声 **PACS:** 43.30.Ky, 43.20.+g

DOI: 10.7498/aps.63.134303

1引言

橡胶吸声层广泛应用于潜艇等水下装备,用 于吸收干扰声波或噪声,长期受到各国持续研究. 吸声层通常是含有各种散射粒子以及声学结构的 黏弹复合橡胶材料. 散射粒子尺度通常为微米级, 如微空腔(发泡材料)^[1,2]、实心微珠^[3,4]、空心微珠 等[5-7]. 声学结构通常指各种声学空腔及重质散 射体,如柱形/球形/锥形空腔^[8-10]以及局域共振 结构^[11-20]等.其中,Zhao等分析了局域共振声子 晶体的吸声性能^[13,14],并将该结构引入橡胶吸声 设计中,实验验证了局域共振吸声现象^[15],进而分 析了钢背衬对局域共振吸声特性的影响^[16]. Wen, Lü 等采用有限元法比较了不同形状局域共振结构 的吸声特性及吸声规律,并分析了不同结构的位 移场图[17,18] 姜恒等则发展了木堆[19]及互穿网 络^[20] 局域共振结构实现了宽频吸声. 在这一领域, 利用薄层结构实现低频、宽带声波的吸收耗散是一 技术难题. 低频声波的耗散通常需借助声学结构得 以改善. 声学空腔产生的单极共振散射^[1,6]以及局 域共振结构产生的偶极共振散射 [14,15] 均能提升橡 胶层的低频吸声性能. 最近, Ivansson^[8] 将圆柱空 腔单周期嵌入橡胶层(空腔轴线与声波入射方向垂 直,而与橡胶层平行),其研究工作表明,在刚性背 衬条件下,同样半径的圆柱空腔要比球形空腔的单 极共振频率低,为了提升8—22kHz频段的吸声性 能,采用圆柱形空腔可以使橡胶层设计得更薄.然 而,柱形空腔结构的吸声机理尚需深入分析,且尚 未开展钢背衬应用条件下的柱形空腔的低频、宽带 吸声设计工作.

受Ivansson工作的启发,本文引入有限元 法^[11,17],分析了含单层柱形空腔结构橡胶层的 吸声性能,进而采用Mie散射谐波分析揭示了单个 空腔共振散射与橡胶层吸声峰的因果关系,并与球 形空腔相比较.其次,采用能量耗散功率及位移场 分布对空腔结构的吸声机理进行了深入分析.最 后,在钢背衬条件下讨论了横波损耗因子对橡胶 层吸声特性的影响,并采用遗传算法对橡胶层在 1.5—10 kHz频段上的吸声性能进行了优化.

2 模型及分析方法

2.1 模 型

在笛卡儿坐标系下,图1给出含单层柱形空腔 橡胶吸声层的局部结构模型.圆柱空腔半径为r₁,

© 2014 中国物理学会 Chinese Physical Society

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 11004249, 51275519) 资助的课题.

[†]通讯作者. E-mail: zhhg9603@sina.com

位于橡胶层厚度方向的对称中心面上,其轴线沿z 轴方向,并沿y轴方向单周期排列,相邻空腔间距 (晶格常数)为a.橡胶层厚度为d.为防止声波边界 绕射并简化分析,假设橡胶层沿yoz平面无限延伸, 即圆柱空腔无限长,且沿y方向无限周期排列.橡 胶层前端(左侧)为半无限水介质,一列平面纵波垂 直于z轴入射.橡胶层后端(右侧)为背衬,在理论 分析中,背衬常采用水背衬、空气背衬和钢背衬.钢 背衬通常为有限厚度钢板后伴随半无限空气介质. 边界 S⁻和 S⁺ 为有限元计算区域.



图1 含有周期排列柱形空腔的橡胶层吸声结构

2.2 分析方法

考虑入射平面波垂直于z轴, 声学性能分析转 化为与z轴无关的二维问题.略去时间谐波因子 exp(-jωt), 入射波为

$$p_{\rm in}(x,y) = p_0 \,{\rm e}^{{\rm j}(k_x x + k_y y)},$$
 (1)

其中, $k_x = k \cos \theta$, $k_y = k \sin \theta$, $k = \omega/c$, c 为入射 端介质声速, θ 为入射波与x 轴夹角.由于散射体在 基体中呈周期排列, 根据 Bloch 定理, 固体中的位 移 {u} 和液体中的声压 {p} 均具有下列二维声波 方程 (式中 χ 代表位移和声压):

$$\chi(x, y+a) = \chi(x, y) e^{jak_y}, \qquad (2)$$

其中, *a* 为*y*方向的晶格常数, 这样可简化为针对单 个周期单元进行有限元分析. 在入射声波域截面 *S*⁻上, 总波场包括入射波和反射波, 并将反射波平 面波展开, 得

$$p_{\text{tol}}(x,y) = p_{\text{in}}(x,y) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_n \,\mathrm{e}^{\mathrm{j}[-k_{xn}x + (2n\pi/a + k_y)y]}.$$
 (3)

 $\diamondsuit k_{yn} = 2n\pi/a + k_y,$

$$k_{xn} = \sqrt{k^2 - k_{yn}^2}.$$
 (4)

类似地, 在声波透射域截面 S⁺上, 透射声平面 波展开为

$$p_t(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_n \,\mathrm{e}^{\mathrm{j}[k'_{xn}x + (2n\pi/a + k'_y)y]}, \quad (5)$$

其中, k'_{xn}, k'_y定义同前, 分别是透射声波在截面 S⁺ 上沿 x, y轴的波矢分量, 与透射端 (背衬) 介质声速 c' 有关. 整个结构的流固耦合方程为^[11,17]

$$\begin{bmatrix} [R]^{\mathrm{T}} & [K^{\mathrm{s}}] - \omega^{2} [M^{\mathrm{s}}] \\ [K^{\mathrm{P}}] - [C_{\varPhi}] - \omega^{2} [M^{\mathrm{P}}] & -\rho_{0}\omega^{2} [R] \end{bmatrix}$$
$$\times \begin{bmatrix} \{\boldsymbol{p}\} \\ \{\boldsymbol{u}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F^{m}\} \\ \{C_{0}\} \end{bmatrix}, \qquad (6)$$

其中, ρ_0 为流体介质密度, $[M^p]$ 为流体质量矩阵, $[K^p]$ 为流体刚度矩阵, [R] 为流固耦合矩阵; $[M^s]$ 为固体质量矩阵, $[K^s]$ 为固体刚度矩阵, $\{F^m\}$ 为固 体结构所受机械激励的节点载荷矩阵. $[C_{\varPhi}]$, $\{C_0\}$ 为边界等效节点载荷矩阵. 根据周期边界条件 (2) 式和边界 S^- , S^+ 上的压力及速度连续条件, 可求 出反射波和透射波平面波展开系数, 即 (3) 式和 (5) 式中 R_n 和 T_n . 根据声功率计算公式

$$I = \int_0^1 \operatorname{Re}(p) \operatorname{Re}(v) \,\mathrm{d}t/T,\tag{7}$$

其中, Re代表取实部, p为介质声压, v为质点速度, 计算得出声波能量反射系数

$$r = \sum_{n=-N'}^{N'} |R_n|^2 k_{yn} / \left(|p_0|^2 k_y \right), \qquad (8)$$

其中, N'为反射平面波传播阶数, 能量透射系数为

$$t = \rho \sum_{n=-N''}^{N''} |T_n|^2 k'_{yn} / \left(\rho' |p_0|^2 k_y\right), \qquad (9)$$

其中, N'' 为透射平面波传播阶数, $\rho \pi \rho'$ 分别为入 射端和透射端介质密度. 根据能量守恒, 吸声系数 为 $\alpha = 1 - r - t$.

3 分析与讨论

3.1 吸声特性及机理

取柱形空腔半径 $r_1 = 3$ mm, 空腔间距 a = 100 mm, 橡胶层厚度d = 20 mm (如无说 明,下文同). 首先, 图2给出空气背衬条件下橡胶 层的声学性能.分析中各材料参数见表1,其中体 模量损耗因子 η_l 取0.05,而剪切模量损耗因子 η_t 取 0.1(如无说明,全文同).从图2中可以看出,在空气 背衬条件下,由于空气背衬和橡胶层阻抗失配,透 射系数几乎为零(图中略去), $\alpha + r \approx 1$.吸声峰频 率为4.62 kHz,相应地反射系数在吸声峰频率处存 在最小值.



图 2 空气背衬条件下橡胶层声学性能

表1 论文分析中所用的材料参数

材料	$\rho/{\rm kg}{\cdot}{\rm m}^{-3}$	$c_l/{\rm m}{\cdot}{\rm s}^{-1}$	$c_t/\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
钢	7890	5780	3220
橡胶	1100	1470	95
水	1000	1480	
空气	1.29	340	

由于橡胶层声学特性与单个空腔声散射特性 密切相关,为了说明上述吸声峰的产生原因,下面 分析平面波入射到单个圆柱空腔的 Mie 散射特性, 即*T*-矩阵分析.*T*-矩阵表示散射场系数 *b*_{Pn} 与入 射场系数 *a*_{Pn}之间的线性关系^[21,22]:

$$b_{Pn} = \sum_{P'n'} T_{PnP'n'} a_{P'n'},$$
 (10)

其中, P = L, M, 分别表示柱坐标系下的纵波和 $横波模式. n为谐波阶数, <math>M - \infty$ 到+ ∞ , 一般取 $n \leq N_{\text{max}}$. 每阶谐波散射矩阵 T_l 中含四个非零元 素, 分别为LL, LM, ML, MM. 各元素含义是第一 个字母表示入射波模式, 而第二个字母表示散射 波模式, 如LL表示 Mie 散射过程中纵波入射同时 以纵波散射的系数. 由于空腔在低频段主要发生 单极 (l = 0)散射, 因而首先考查其入射纵波的单 极散射特点. 因橡胶中单个柱形空腔 T_0 散射矩阵 中LM = 0, 图 3 仅给出LL幅值随频率的变化 (点 划线). T_0 散射矩阵中仅LL非零, 这意味着柱形 空腔在零阶谐波散射中未发生波型转化, 呈径向 运动,其峰值标志着空腔存在径向共振,即单极共振^[1,6].从图3可看出,单个柱形空腔单极共振频率为4.08 kHz.为便于比较,图3给出相同尺寸球形空腔的单极 Mie 散射特性 (实线),其共振频率为10.2 kHz,这高于相同直径的圆柱空腔单极共振频率.相应地,球形空腔构成的橡胶层吸声峰频率为11.3 kHz(见文献[9]),高于柱形空腔.比较图3和图2可见,橡胶层的吸声峰频率与单个空腔的单极共振频率间存在一定差异,这主要由空腔间的多重散射效应引起.图4给出柱形空腔一阶谐波 Mie 散







射幅值频谱,从中可看出,无论纵波还是横波入射, 均存在纵波和横波间的转化.另一个显著特点是, 一阶散射矩阵各元素幅值的峰值频率均高于单极 共振频率,且其幅值比零阶谐波散射幅值小,如一 阶谐波散射中LM 幅值最大仅为0.12.进一步分析 表明,随谐波阶数增大,空腔各阶谐波散射峰值频 率均高于单极共振频率,而谐波散射幅值进一步降 低,限于篇幅,此处略去高阶谐波 Mie 散射特性.比 较图 3 和图 4 可看出,在单极共振频率处,一阶谐波 Mie 散射幅值小于零阶谐波散射幅值约两个数量 级,这说明在低频段上空腔单极共振决定了橡胶层 的声学性能,单极共振引起的能量耗散增强了声波 的吸收.



层的能量耗散功率分布及位移场分布

为了给出柱形空腔吸声机理的直观理解,我们 计算了吸声峰频率处单空腔截面上的能量耗散功 率分布和位移场分布,如图5所示.其中,位移场分 布中各箭头描述了其起点处介质的位移,箭头方向 为位移方向,箭头长度为位移幅值,蓝色实线外框 表示橡胶层基体域.考虑水和橡胶阻抗匹配,两者 界面对声波散射影响较小,图5(a)首先给出水背 衬条件下橡胶层在吸声峰频率处的能量耗散及位 移场分布,其位移场呈现出明显的柱对称径向分布 特征,位移峰值和介质能量耗散功率最大值出现在 临近空腔/橡胶界面处, 且随着离柱心距离的增大 能量耗散功率和位移逐步减弱,这表明能量耗散主 要发生在空腔/橡胶界面附近.进一步,为了说明背 衬对能量损耗及位移场的影响,图5(b)给出空气 背衬条件下橡胶层的能量耗散及位移场分布,可看 出能量耗散功率分布与水背衬相似,能量耗散主要 发生在空腔/橡胶界面附近. 但位移场发生了变化, 在空气背衬条件下,声波在背衬界面处反射强烈, 空腔形成的柱对称径向分布特征遭破坏,背衬声反射增强了橡胶层对声波的耗散,声波能量耗散功率峰值由水背衬条件下的 3.0×10^{-4} W·m⁻³增大到 7.3×10^{-4} W·m⁻³.

3.2 影响因素及吸声优化

考虑橡胶层通常在钢背衬条件下使用且纵波 损耗因子一般较小,图6给出钢背衬条件下不同剪 切模量损耗因子时橡胶层的吸声特性.分析中剪 切模量损耗因子分别为0.2,0.5和1.0,钢板厚度为 30 mm.从图中可看出,在损耗因子为0.2时,橡胶 层的吸声峰频率为3.5 kHz,这比空气背衬条件下 的吸声峰频率(4.62 kHz见图2)低,这是由于钢背 衬的质量效应引起的^[16].当损耗因子增大时,吸 声性能逐步增强,吸声带宽增加,吸声峰略向高频 移动.图7进一步给出不同阻尼条件下橡胶层的反 射系数.为了给出其反射特性细节,纵坐标定义为 10×lg(r),单位为分贝.从图7可看出,随着橡胶 损耗因子增大,橡胶层反射系数呈指数量级减小, 其在较大阻尼条件下呈现良好的无反消声特性.



图 6 剪切模量损耗因子对橡胶层吸声特性的影响



图 7 剪切模量损耗因子对橡胶层声反射特性的影响



图 8 (a) 并联空腔结构; (b) 吸声优化结果比较

从以上讨论可以看出,单一尺寸空腔结构的 吸声带宽随着损耗因子的增大逐步增大,但其吸 声带宽仍有限,采用不同空腔并联,在不增加橡 胶层厚度的条件下有望获得较宽频吸声. 采用 图8(a)所示两种柱形空腔并联结构,其中空腔半 径分别为 $r_1, r_2,$ 空腔间距为D,保持橡胶层厚度 20 mm不变. 在钢背衬条件下, 图8(b) 比较了橡 胶层吸声优化结果.优化前参数取值见表2,优 化前橡胶层吸声频谱如图中实线所示, 与图1相 比,由于空腔间距减小,橡胶层吸声峰出现在1.79 kHz 处, 低于图1中空腔间距较大时橡胶层的吸声 峰频率,这主要是由于此时空腔填充率增大,减小 了橡胶层等效弹性模量,导致钢背衬条件下橡胶 层吸声峰频率降低^[16]. 首先取空腔结构参数r₁, r2以及D为优化变量,采用遗传算法对橡胶层在 1.5—10 kHz 频段的吸声性能进行优化,优化目标 函数 $F = \max(\lg r), r$ 为反射系数. 参数优化结果 见表2,优化吸声系数如图8(b)虚线所示,从中可 看出, 通过两种尺寸的空腔并联, 可实现宽频吸声, 吸声带宽较单一尺寸空腔的吸声带宽大幅增加. 进 一步,将空腔结构参数 (r_1, r_2, D) 以及橡胶参数 (c_l, c_t, η_t) 选为优化变量,对橡胶层在1.5—10 kHz 频段的吸声性能进行优化,参数优化结果见表2, 橡胶纵波和横波速度优化结果分别为1259.8 m·s⁻¹ 和114.6 m·s⁻¹. 橡胶层吸声优化结果如图 8 (b) 中 点划线所示,可看出通过结构和材料参数优化,橡 胶层的吸声性能和带宽得到进一步提升. 比较两次 优化结果可看出,橡胶材料参数不同,相应地空腔 结构参数随之不同(反之亦然),这说明通过橡胶材

料和声学空腔结构的最佳匹配,才能获得最佳吸声效果.

表 2 吸声优化参数结果比较

	r_1/mm	r_2/mm	D/mm	η_t
优化前	3.0	3.0	50	0.5
空腔优化	3.8	1.4	47.4	0.5
空腔、材料优化	4.9	1.4	47.4	0.85

4 结 论

本文采用有限元法,分析了含单层柱形空腔橡 胶层的吸声性能,表明其吸声峰频率低于相同尺 寸的球形空腔,这与单个柱形和球形空腔的单极 共振 Mie 散射频率相对应,采用谐波散射分析证实 了橡胶层的吸声峰主要由空腔单极共振引起.其 次,对橡胶层能量耗散功率及位移场分布进行了分 析,深入分析了空腔结构的吸声机理,表明声波能 量耗散集中在空腔/橡胶界面处,空气背衬声反射 增强了声波能量耗散.最后,在钢背衬条件下讨论 了横波损耗因子对橡胶层吸声特性的影响,损耗因 子增大,吸声性能增强.为改善吸声带宽,利用不 同尺寸空腔并联结构,采用遗传算法对橡胶层在 1.5—10 kHz 频段上的吸声特性进行了优化,获得 了较好的宽频吸声效果.

感谢武汉大学物理科学与技术学院刘正猷教授的有益 讨论.

参考文献

- Gaunaurd G C, Barlow J 1984 J. Acoust. Soc. Am. 75 23
- [2] Liang B, Zou X Y, Cheng J C 2008 J. Acoust. Soc. Am. 124 1419
- [3] Hinders M K, Rhodes B A, Fang T M 1995 J. Sound Vib. 185 219
- [4] Zhao H G, Liu Y Z, Yu D L, Wang G, Wen J H, Wen X S 2007 J. Sound Vib. 303 185
- [5] Baird A M, Kerr F H, Townend D J 1999 J. Acoust. Soc. Am. 105 1527
- [6] Zhao H G, Liu Y Z, Wen J H, Yu D L, Wen X S 2007 J. Appl. Phys. 101 123518
- [7] Yu L G, Li Z H, Wang R Q, Ma L L 2013 Acta Phys. Sin. 62 064301 (in Chinese)[于利刚, 李朝晖, 王仁乾, 马 黎黎 2013 物理学报 62 064301]
- [8] Ivansson S M 2012 J. Acoust. Soc. Am. 131 2622

- [9] Zhao H G, Liu Y Z, Wen J H, Yu D L, and Wen X S
 2006 Acta Phys. Sin. 55 4700 (in Chinese) [赵宏刚, 刘 耀宗, 温激鸿, 郁殿龙, 温熙森 2006 物理学报 55 4700]
- [10] Tang W L, He S P, Fan J 2005 Acta Acoust. **30** 289 (in Chinese)[汤渭霖,何世平,范军 2005 声学学报 **30** 289]
- [11] Hladky-Hennion A C, Decarpigny J N 1991 J. Acoust. Soc. Am. 90 3356
- [12] Liu Z Y, Zhang X, Mao Y W, Zhu Y Y, Yang Z, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* 289 1734
- [13] Zhao H G, Liu Y Z, Wen J H, Yu D L, Wang G, Wen X S 2006 Chin. Phys. Lett. 23 2132
- [14] Zhao H G, Liu Y Z, Wen J H, Yu D L, Wen X S 2007 *Phys. Lett. A* 367 224
- [15] Zhao H G, Wen J H, Yu D L, Wen X S 2010 J. Appl. Phys. 107 023519

- [16] Zhao H G, Wen J H, Yang H B, Lv L M, Wen X S 2014 Appl. Acoust. 76 48
- [17] Wen J H, Zhao H G, Lv L M, Yuan B, Wang G, Wen X S 2011 J. Acoust. Soc. Am. 130 1201
- [18] Lü L M, Wen J H, Zhao H G, Meng H, Wen X S 2012 Acta Phys. Sin. 61 214302 (in Chinese)[吕林梅, 温激鸿, 赵宏刚, 孟浩, 温熙森 2012 物理学报 61 214302]
- [19] Jiang H, Wang Y R, Zhang M L, Hu Y P, Lan D, Zhang
 Y M, Wei B C 2009 *Appl. Phys. Lett.* 95 104101
- [20] Jiang H, Wang Y R, Zhang M L, Hu Y P, Lan D, Wu Q L, Lu H T 2010 *Chin. Phys. B* **19** 026202
- [21] Mei J, Liu Z Y, Qiu C 2005 J. Phys.: Condens. Matter 17 3735
- [22] Yang H B, Li Y, Zhao H G, Wen J H, Wen X S 2013
 Acta Phys. Sin. 62 154301 (in Chinese)[杨海滨, 李岳, 赵 宏刚, 温激鸿, 温熙森 2013 物理学报 62 154301]

Acoustic absorption mechanism and optimization of a rubber slab with cylindrical cavities^{*}

Zhao Hong-Gang[†] Wen Ji-Hong Yang Hai-Bin Lü Lin-Mei Wen Xi-Sen

 (Vibration and Acoustics Research Group, Science and Technology on Integrated Logistics Support Laboratory, College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)
 (Received 27 December 2013; revised manuscript received 16 February 2014)

Abstract

The finite element method is introduced to investigate the absorption of a rubber slab (20 mm thick) with one layer of cylindrical cavities. It has a lower frequency absorption peak than that with spherical cavity in the same size, which is determined by the monopole resonance of cavities. Analysis of partial wave scattering verifies that the absorption peak is induced by the monopole resonance. Power dissipation density and displacement pattern of one unit cell is used to clarify intuitively the absorption mechanism of the cavity. Then the effect of damping of transverse modulus on the absorption is investigated under the condition of a steel backing. Both the physical and structural parameters of the rubber slab are optimized by a genetic algorithm for favorable absorption from 1.5 to 10 kHz.

Keywords: Mie scattering, finite element method, cylindrical cavity, acoustic absorptionPACS: 43.30.Ky, 43.20.+gDOI: 10.7498/aps.63.134303

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11004249, 51275519).

[†] Corresponding author. E-mail: zhhg9603@sina.com