

# 智能群体环绕运动控制\*

段敏 高辉 宋永端†

(重庆大学自动化学院智慧系统与新能源技术研究院, 重庆 400044)

(2013年11月26日收到; 2014年3月31日收到修改稿)

自然界中, 鸟类迁徙、鱼类群游等群体智能运动具有一定的规律. 例如, 鸟类迁徙以领导者和跟随者模式的直线运动为主, 鱼类中以环绕运动为主. 自然界的这种群体直线运动与环绕运动具有十分重要的理论研究和广泛的工程应用前景. 本文针对群体环绕运动进行研究, 考虑个体只能获取局部目标信息这一特性, 设计均值估计器进行群体目标状态估计, 建立环绕运动算法, 确保实现群体圆形编队且保持队形. 通过李雅普诺夫理论分析, 证明每个个体在有限时间内能获取所有目标平均位置信息, 且能基于群体圆形编队队形进行目标环绕和追踪, 队形随目标状态变化. 有关结果通过仿真得到进一步验证.

**关键词:** 智能群体, 环绕运动, 分布式估计

**PACS:** 02.30.Yy, 05.65.+b

**DOI:** 10.7498/aps.63.140204

## 1 引言

自然界中存在一个普遍的现象, 即弱小的个体总是通过整体的配合完成觅食、迁移(如图1所示)、躲避天敌等, 如鱼类群游(如图2所示)、鸟类的蜂拥、兽群猎食、蚁群的聚集等. 这种现象是千百年来自然选择、适者生存的结果. 通过大量的观察和研究发现, 这些生物群体中的每个个体都微不足道, 也没有复杂的智慧, 但自然智能生物个体能够通过视觉、声觉获取其他邻居的状态信息, 仅利用获得的局部信息控制自身运动, 使得所有的群体运动从宏观上作为一个整体, 这引起了广大学者的研究兴趣. 通过从数学、生物学、人工智能、计算机科学等多方面研究分析, 建模仿真, 得出了一些初步结果[1–20]. 群体运动能获取最大群体优势, 例如鸟类的V字形飞行既可以节省体力又可以加强视觉信息, 同时可以减少个体被捕食的机会, 鱼群在领导者带领下进行觅食, 动物在迁徙中保持队形以防止被袭击以及抵抗恶劣的自然环境提高生存能力, 狮群进行猎物围捕以提高捕食概率等. 群体运动在

如太空、深海等未知环境的探索, 资源勘探, 灾情侦查, 海洋、森林、电网的监测, 以及军事中多卫星同步, 无人车运输队伍, 无人机侦查与打击等方面有着巨大用途. 目前的研究主要致力于保持群体编队一致和考虑个体间信息相互传递的时延问题, 群体环绕运动问题仅有有限的结果. 例如, 文献[1]研究了如何通过智能个体间的交互实现群体一致完成复杂任务问题. 文献[2, 3]研究了群体动态领导者状态不可知的运动问题; 文献[4]通过群体间局部信息交互的个体协作方法解决群体间只能进行单向信息传递的问题; 文献[5–15]进行了更复杂的群体智能问题的研究, 考虑了更多实际中可能的群体个体信息交互对象发生变化和信息滞后问题; 文献[16]研究了跟随者在领导者所形成的保护区内运动的问题. 在医学方面, 文献[17]提出了一种复杂网络下动态流行病控制模型. 文献[18]中, 研究了基于分布式非线性模型预测控制方法进行单个静止和单个动态目标的包围的研究. 文献[19, 20]考虑了智能个体间信息交互时延及运动等更加复杂的实现群体一致完成任务问题. 但在实际中, 多个动态目标的包围追踪更具有意义, 同时更具挑

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2012CB215202)和国家自然科学基金(批准号: 61203080, 61134001)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: ybsong@cqu.edu.cn

战性, 比如围捕多个运动猎物比多个静止猎物更难也更具有实际意义和价值, 同样无人机问题对多个运动目标进行侦查和跟踪打击更具有研究价值.



图1 牛群迁徙



图2 鱼群涌现行为

本文针对多个静止和多个运动目标的环绕追踪问题进行了深入的研究. 针对智能群体个体只能获取部分目标信息的特点, 我们提出了利用个体和邻居相对于目标的估计误差, 通过一定的控制算法实现对多目标状态的实时估计. 基于最大限度获取目标信息的原则, 提出了以圆形的群体编队队形进行目标的环绕和跟踪方案, 从而解决了群体环绕运动控制问题. 本文第二节对群体环绕问题模型和基本问题进行了阐述, 提出了群体环绕运动控制算法; 第三节针对群体环绕运动问题目标位置估计和群体圆形编队问题进行分析; 第四节给出了静止和动态目标仿真分析; 第五节进行问题总结分析和展望.

## 2 预备知识

### 2.1 图论

令  $G(\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathbf{A})$  表示一个无向图, 其中  $\mathcal{V} = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  表示图  $G$  的  $n$  个节点的集合,

$\mathcal{E} \in \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  表示图  $G$  的边集合, 节点的下标集合  $I = \{1, 2, \dots, n\}$ . 定义节点  $s_i$  的邻居集合为  $N_i = \{s_j \in \mathcal{V} : (s_i, s_j) \in \mathcal{E}\}$ . 图  $G$  的邻接连接矩阵  $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in R^{n \times n}$ , 其中元素  $a_{ij}$  表示节点  $s_i$  到  $s_j$  的连接权重, 当  $s_j \in N_i$  时,  $a_{ij} > 0$ , 否则  $a_{ij} = 0$ . 每一条边可以用一对节点  $e_{ij} = (s_i, s_j)$  表示, 其中  $s_i$  是起点,  $s_j$  是终点. 边集  $e_{ij} = (s_i, s_j) \in \mathcal{E}$  表示节点  $j$  可以向节点  $i$  传递信息. 在无向图中, 任何  $(s_i, s_j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow (s_j, s_i) \in \mathcal{E}$ . 定义图  $G$  的拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L} = [l_{ij}]$ , 其中  $l_{ii} = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ , 和  $l_{ij} = -a_{ij}, i \neq j$ . 如果任意两个节点之间都有一条路径, 则该图称作是无向连通图.

**引理 1**<sup>[17]</sup> 如果无向图  $G$  是连通图, 则拉普拉斯矩阵满足:

1) 0 是  $\mathbf{L}$  的一个特征值,  $\mathbf{1}_n$  是相对应的特征向量,  $\mathbf{L}\mathbf{1}_n = 0$ ;

2)  $\mathbf{L}$  的所有特征值是非负实数,  $\mathbf{L}$  是一个对称半正定矩阵, 其特征值可以表示为

$$0 = \lambda_{\min} = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n = \lambda_{\max}.$$

**引理 2**<sup>[21]</sup> 假设存在一个正定的李雅普诺夫函数  $V(x, t)$ , 定义在  $U \times R^+$ , 其中  $U \in U_0$  是原点的一个邻域, 实数  $c > 0$  和  $0 < \alpha < 1$ , 使得  $\dot{V}((x, t) + cV^\alpha(x, t))$  在  $U$  上是半负定的, 则  $V(x, t)$  在有限时间内收敛到 0. 并且, 该时间满足

$$T \leq \frac{V^{1-\alpha}(x_0(t))}{c(1-\alpha)}.$$

### 2.2 群体环绕模型与问题描述

假设考虑有  $n$  个个体的群体, 每个个体看作是无向图  $G$  中的一个节点, 每条边  $(s_j, s_i)$  对应个体  $j$  到  $i$  可进行通信的信息链. 并且, 每个个体通过从邻接个体接收到的信息更新当前状态.

假设群体系统满足以下动态方程:

$$\dot{y}_i(t) = u_i(t), \tag{1}$$

其中  $i \in I$ ,  $y_i(t)$  表示第  $i$  个个体的位置状态,  $u_i(t)$  表示控制输入,  $y_i(t) \in R^2, u_i(t) \in R^2$ .

为便于分析, 定义极坐标系下个体状态

$$\begin{aligned} \dot{l}_i(t) &= v_i(t), \\ \dot{\theta}_i(t) &= \omega_i(t), \end{aligned} \tag{2}$$

其中  $i \in I$ ,  $l_i(t), \theta_i(t)$  分别表示极坐标下智能个体  $i$  以目标几何中心  $P$  为坐标原点的坐标半径和角度,  $y_i(t) = p_i(t) + [l_i(t)\cos(\theta_i(t)), l_i(t)\sin(\theta_i(t))]^T$ ,

$p_i(t)$  表示第  $i$  个智能个体对目标几何中心  $P$  的估计值.

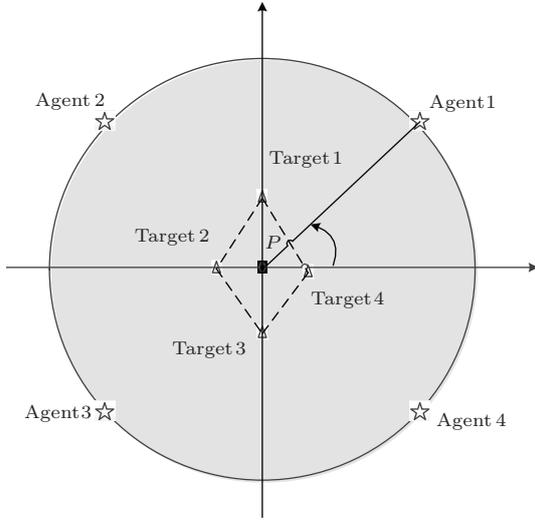


图3 群体环绕模型实例  $P$  表示目标的几何中心, 每个个体能够和其邻接个体进行通信, 传递目标信息; 目标之间的点线表示目标的编队形状, 个体之间的表示个体的编队形状, 个体最终以圆形编队环绕目标并且均匀分布在圆形编队上

如果对所有  $i \in 1, 2, \dots, n$ , 个体  $i$  状态满足以下条件, 则控制协议  $u_i$  解决了环绕控制问题.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \left\| y_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_k(t) \right\| - k \max_{i \in I} \left\{ \left\| r_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_k(t) \right\| \right\} \right\} = 0, \quad (3)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \theta_i(t) - \theta_j(t) - \frac{2\pi(i-j)}{n} \right] = 0,$$

其中  $r_i(t)$  表示第  $i$  个目标的位置状态,  $r_i(t) \in R^2$ ,  $k$  表示智能群体编队半径与目标编队半径的比值且满足  $k > 1$ .

在 (3) 式中,  $\|y_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_k(t)\|$  表示个体  $i$  距离目标几何中心点的距离,  $k \max \left\{ \left\| r_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_k(t) \right\| \right\}$  表示群体编队半径.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \theta_i(t) - \theta_j(t) - \frac{2\pi(i-j)}{n} \right]$  表示所有个体最终将均匀分布在圆形编队上.

为了解决分布式环绕控制问题, 本文提出了以下控制算法:

$$u_i(t) = \dot{p}_i(t) + \begin{bmatrix} v_i(t) \cos(\theta_i(t)) - l_i(t) \omega_i(t) \sin(\theta_i(t)) \\ v_i(t) \sin(\theta_i(t)) + l_i(t) \omega_i(t) \cos(\theta_i(t)) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中  $i \in I$ .

智能个体运动半径控制算法如下:

$$\begin{aligned} \dot{l}_i(t) &= -k_2 \text{sign}(l_i(t) - k\rho_i(t)), \\ \dot{\theta}_i(t) &= \sum_{j \in N_i} a_{ij} \left( \theta_i(t) - \theta_j(t) - \frac{2\pi(j-i)}{n} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $i \in 1, 2, \dots, n$ ,  $\rho_i(t)$  表示第  $i$  个智能个体对目标距离目标几何中心的最大距离估计值. 本文中  $\text{sign}(\cdot)$  表示符号函数,  $k_2 > 0$  为控制增益.

目标几何中心均值估计器  $p_i(t)$  如下:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_i(t) &= \alpha \text{sign} \left[ \sum_{j \in N_i} p_j(t) - p_i(t) \right], \\ p_i(t) &= \varphi_i(t) + r_i(t), \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $i \in I$ ,  $\varphi_i(t)$  表示动态均值估计器的内部状态并且  $\varphi_i(0) = 0$ .

**假设 1** 假设运动目标速度有界  $\|\dot{r}_i(t)\| \leq \beta$  且目标距离目标几何中心距离有界  $d_i(t) \leq d$ , 其中  $d_i(t) = \|r_i(t) - p_i(t)\|$ ,  $d, \beta$  为正常数.

在假设 1 满足的情况下, 智能个体能够快速获取目标距离几何中心最大距离, 且智能个体和其邻居不断交换信息, 由于智能个体之间通信拓扑结构是连通的, 因此智能个体能够在有限时间内获取目标距离目标几何中心的最大值  $\max_{i \in I} (d_i(t)) = d$ . 智能个体对目标距离目标几何中心的最大距离的估计算法  $\rho_i(t)$  如下:

$$\dot{\rho}_i(t) = -k_1 \text{sign} \left[ \rho_i(t) - \max_{j \in I} (d_j(t)) \right], \quad (7)$$

其中  $i \in I$ ,  $k_1 > 0$  表示增益系数.

为了便于分析, 对系统进行一个简单模型变换, 定义  $\hat{\theta}_i(t) = \theta_i(t) - \frac{2i\pi}{n}$ . 代入 (5) 式可得,

$$\begin{aligned} \dot{l}_i(t) &= -k_2 \text{sign}(l_i(t) - k\rho_i(t)), \\ \dot{\theta}_i(t) &= \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\theta}_j(t) - \hat{\theta}_i(t)), \end{aligned} \quad (8)$$

令  $\theta = [\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_n(t)]$ , 则  $\dot{\hat{\theta}} = -L\hat{\theta}$ .

### 3 群体环绕控制基本结论

本节讨论了目标几何中心和群体圆形编队半径的估计问题以及系统稳定性问题. 通过李雅普诺夫函数证明, 目标的几何中心能在有限时间内得到, 智能群体个体运动半径将在有限时间内收敛到

群体最大编队半径, 个体在有限时间内将均匀分布在圆形编队上, 系统能够保持稳定.

### 3.1 有限时间目标几何中心估计

**引理 3** 假设系统 (1) 在控制输入 (6) 下, 如果假设 1 成立, 且存在正常数  $\alpha, \alpha > \beta(n-1)$ , 则对于所有智能个体  $i = 1, \dots, n$ , 存在一个时间  $T$ , 使得

$$\lim_{t \rightarrow T} \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_k(t) \right] = 0,$$

智能个体对目标几何中心估计能在有限时间内一致收敛到目标几何中心.

**证明** 定义如下李雅普诺夫函数:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right]^T \times \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right], \quad (9)$$

沿系统 (6) 对  $V_1(t)$  进行求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right]^T \right. \\ &\quad \times \left. \left[ \dot{p}_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \dot{p}_k(t) \right] \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right]^T \right. \\ &\quad \times \left\{ \alpha \text{sign} \left[ \sum_{j \in N_i} p_j(t) - p_i(t) \right] \right. \\ &\quad \left. \left. + \dot{r}_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [\dot{\varphi}_k(t) + \dot{r}_k(t)] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

其中,

$$\begin{aligned} &\alpha \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j \in N_i} \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right]^T \right. \\ &\quad \times \left. \text{sign} \left[ \sum_{j \in N_i} p_j(t) - p_i(t) \right] \right\} \\ &= \frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right]^T \right. \\ &\quad \times \left. \text{sign} \sum_{j \in N_i} [p_j(t) - p_i(t)] \right\} \\ &\quad - \frac{\alpha}{2} \sum_{j=1}^n \left\{ \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right]^T \right. \\ &\quad \times \left. \text{sign} \sum_{i \in N_j} [p_i(t) - p_j(t)] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j \in N_i} [p_i(t) - p_j(t)]^T \right. \\ &\quad \times \left. \text{sign} \sum_{j \in N_i} [p_j(t) - p_i(t)] \right\} \\ &\leq -\frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \|p_i(t) - p_j(t)\|. \end{aligned} \quad (11)$$

由假设 1  $\|\dot{r}_i(t)\| \leq \beta$ , 可得

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^n \left\{ \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right]^T \dot{r}_i(t) \right\} \\ &\leq \beta \sum_{i=1}^n \left\| p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right\| \\ &= \frac{\beta}{n} \sum_{i=1}^n \left\| n p_i(t) - \sum_{k=1}^n p_k(t) \right\| \\ &\leq \beta \sum_{j=1, j \neq i}^n \max_{i=1,2,\dots,n} (\|p_i(t) - p_j(t)\|) \\ &\leq (n-1)\beta \max_{i=1,2,\dots,n} \|p_i(t) - p_j(t)\| \\ &\leq \frac{\beta(n-1)}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \|p_i(t) - p_j(t)\|. \end{aligned} \quad (12)$$

图  $G$  是连通的, 并且  $\varphi_i(0) = 0$ , 可得

$$\sum_{i=1}^n \dot{\varphi}_i(t) = 0, \quad \sum_{i=1}^n \varphi_i(t) = 0,$$

因此,

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^n \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right]^T \\ &\quad \times \left[ -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \dot{p}_k(t) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right]^T \\ &\quad \times \left\{ -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [\dot{\varphi}_k(t) + \dot{r}_k(t)] \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ r_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_k(t) \right]^T \dot{r}_i(t) \right\} \\ &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

将 (11)—(13) 式代入 (10) 式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq -\frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i(t)} \|p_i(t) - p_j(t)\| \\ &\quad + \frac{\beta(n-1)}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \|p_i(t) - p_j(t)\| \end{aligned}$$

$$= \left( \frac{\beta(n-1)}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) \times \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \|p_i(t) - p_j(t)\|, \quad (14)$$

由  $\alpha > (n-1)\beta$ , 可得  $\dot{V}_1(t) \leq 0$ .

$$\begin{aligned} & \left\| p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right\| \\ & \leq \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \|p_i(t) - p_j(t)\| \\ & \leq \|p_{i0}(t) - p_{j0}(t)\|, \end{aligned}$$

其中,  $\|p_{i0}(t) - p_{j0}(t)\| = \max_{i,j \in I} \|p_i(t) - p_j(t)\|$ . 因此,

$$0 \leq V_1(t) \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \|p_{i0}(t) - p_{j0}(t)\|^2. \quad (15)$$

由 (14) 和 (15) 式可得

$$\begin{aligned} & \frac{\dot{V}_1(t)}{\sqrt{V_1(t)}} \\ & \leq \frac{\left( \frac{\beta(n-1)}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \|p_i(t) - p_j(t)\|}{\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2}} \|p_{i0}(t) - p_{j0}(t)\|} \\ & = \frac{\beta(n-1) - \alpha}{\sqrt{2n}} < 0. \end{aligned} \quad (16)$$

根据引理 2 可得,  $V_1(t)$  将在有限时间内收敛到 0, 存在一个时间  $T = \frac{2\sqrt{2nV_1(0)}}{\alpha - \beta(n-1)}$ , 当  $t > T$  时

$$\begin{aligned} & \lim_{t \rightarrow T} \left[ \left( p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k(t) \right) = 0 \right], \\ & \lim_{t \rightarrow T} [p_i(t) - p_j(t) = 0], \end{aligned}$$

因此, 每个个体对目标几何中心的估计值能够在有限时间得到, 并且每个个体估计的中心位置  $p_i(t)$  最终将收敛到目标几何中心平均位置.

### 3.2 有限时间群体编队半径估计

**引理 4** 假设系统 (1) 中在控制输入 (5) 和 (7) 下, 如果假设 1 成立, 并且存在正常数  $k_2 > 0$ . 则智能个体对目标到目标几何中心的最大距离估计值将在有限时间内一致收敛到所有目标到目标几何中心的最大值及运动半径最终将在有限时间内一致收敛到群体圆形编队半径.

**证明** 选取以下李雅普诺夫函数. 定义误差函数:  $\varepsilon_i = (\rho_i(t) - \max_{j \in I} (d_j(t)))$ ,

$$V_2(t) = \sum_{i=1}^n (\text{sign}(\varepsilon_i) \varepsilon_i). \quad (17)$$

沿系统 (7) 对  $V_2(t)$  求导, 根据假设 1 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \sum_{i=1}^n \text{sign}(\varepsilon_i) \dot{\varepsilon}_i \\ &= \sum_{i=1}^n \text{sign}(\varepsilon_i) \left[ -k_1 \text{sign}(\rho_i(t)) \right. \\ & \quad \left. - \max_{j \in I} (\dot{d}_j(t)) - \max_{j \in I} (\dot{d}_j(t)) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \text{sign}(\varepsilon_i) (-k_1 \text{sign}(\varepsilon_i)) \\ &\leq \sum_{i=1}^n -k_1 |\text{sign}(\varepsilon_i)|, \end{aligned} \quad (18)$$

$k_1 > 0$  且最大距离  $\max_{j \in I} (d_j(t))$  为一个常数, 因此, 所有智能个体对目标距离目标几何中心的最大距离估计值将在有限时间内一致收敛到所有目标距离几何中心的最大距离.

定义误差函数  $e_i(t) = l_i(t) - k\rho_i(t)$ . 选取李雅普诺夫函数如下:

$$V_3(t) = \sum_{i=1}^n |e_i(t)| = \sum_{i=1}^n \text{sign}(e_i) e_i. \quad (19)$$

沿 (8) 式对  $V_3(t)$  求导可得,

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &= \sum_{i=1}^n \text{sign}(e_i) \dot{e}_i \\ &= \sum_{i=1}^n \text{sign}(e_i) (-k_2 \text{sign}(l_i(t) - k\rho_i(t)) \\ & \quad - k\dot{\rho}_i(t)) \\ &= \sum_{i=1}^n -k_2 |\text{sign}(e_i)| - \text{sign}(e_i) k\dot{\rho}_i(t) \\ &\leq \sum_{i=1}^n -k_2 |\text{sign}(e_i)| + k|\dot{\rho}_i(t)|. \end{aligned} \quad (20)$$

由 (18) 式可得, 存在一个时间  $T$ , 当  $t > T$  时,  $\dot{\rho}_i(t) = 0$ , 因此,

$$\dot{V}_3(t) \leq \sum_{i=1}^n -k_2 |\text{sign}(e_i)|. \quad (21)$$

当  $k_2 > 0$  时, 智能个体运动半径将在有限时间内收敛到群体圆形编队半径.

### 3.3 群体圆形编队分析

**定理 1** 假设系统 (1) 在控制输入 (4) 下, 如果假设 1 成立, 并且图  $G$  是连通的, 存在正常数  $\alpha$ ,  $\alpha > (n-1)\beta$ ,  $k_2 > 0$ . 则系统 (1) 能够在有限时间内实现以圆形编队对运动目标环绕和追踪.

**证明** 由引理 2 可得, 系统 (1) 对目标分布式几何中心估计值将在有限时间内收敛到目标几何中心, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[ p_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_k(t) \right] = 0.$$

由引理 3 可得, 系统 (1) 中智能个体将在有限时间内收敛到群体圆形编队, 且保持圆形编队对目标进行环绕和追踪, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \left\| y_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_k(t) \right\| - k \max \left[ \left\| r_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_k(t) \right\| \right] \right\} = 0.$$

由引理 1 可得, 通信拓扑图  $G$  是连通的,  $L$  的特征值均具有非负实部. 由 (8) 式  $\dot{\theta}(t) = -L\theta$ , 则  $\theta_i(t)$  最终将一致收敛, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\theta}_i(t) - \hat{\theta}_j(t)) = 0$ , 因此  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_i(t) - \theta_j(t) - \frac{2i\pi}{n}) = 0$ , 个体将均匀分布在群体圆形编队上, 且由  $\sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) = 0$  可得  $\sum_{i=1}^n \hat{\theta}_i(t) = \sum_{i=1}^n \hat{\theta}_i(0)$ , 即个体编队角度和初始角度位置有关. 系统 (1) 能在有限时间内实现以圆形编队对目标的环绕和追踪, 从而解决了群体的环绕运动问题.

### 4 仿真结果分析

本节选取了静止和动态状态目标的群体进行仿真分析, 进一步验证了理论结果的有效性. 通过仿真表明, 控制算法能够在静止和运动两种状态下均有能够有效地解决了群体环绕运动控制问题.

仿真实验中, 选取具有 4 个个体的无向通信拓扑结构的群体系统. 通信拓扑结构图 4 所示.

图 5—图 7 表示 4 个静止目标的群体环绕运动控制, 其中

$$r_1(t) = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad r_2(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix},$$

$$r_3(t) = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad r_4(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

如图 5 所示, 个体最终能够均匀分布在群体圆形编队上.

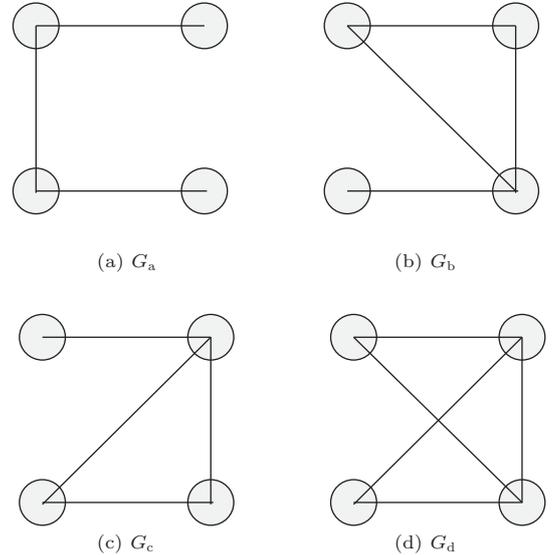


图 4 通信拓扑结构

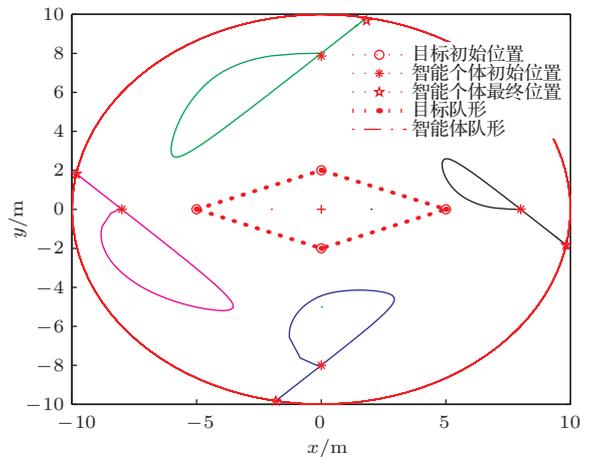


图 5 静态目标环绕

静止目标几何中心估计误差如图 6 所示, 最终个体对目标几何中心估计值能够一致收敛到目标的几何中心上. 图 7 表示静止目标编队半径与群体圆形编队的估计误差, 个体运动半径最终将收敛到群体圆形编队半径. 由图 5—图 7 可得, 系统在静止目标状态下, 控制算法能够很有效地解决环绕控制问题.

图 8—图 10 表示动态目标群体环绕运动控制, 其中目标状态

$$r_1(t) = \begin{bmatrix} t + 5 \\ -\sin(t) + t + 10 \end{bmatrix},$$

$$r_2(t) = \begin{bmatrix} t + 3 \\ \sin(t) + t + 5 \end{bmatrix},$$

$$r_3(t) = \begin{bmatrix} t + 5 \\ -\sin(t) + t \end{bmatrix},$$

$$r_4(t) = \begin{bmatrix} t + 7 \\ \sin(t) + t + 5 \end{bmatrix}.$$

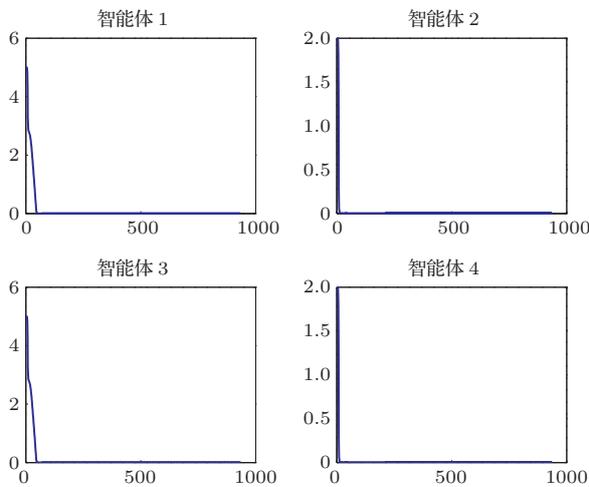


图6 静态目标几何中心估计误差

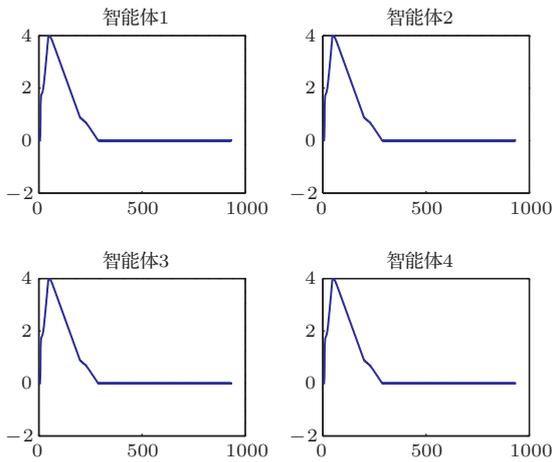


图7 静态目标个体编队半径估计误差

如图8所示,个体状态最终将随目标状态变化而实时更新,且保持位置在群体圆形编队上.图9中,动态目标几何中心估计误差最终趋近0,表明个体对目标分布式几何中心能够在有限时间内一致收敛到目标几何中心.动态目标个体运动半径

与群体圆形编队半径估计误差如图10所示,个体运动半径最终将一致收敛到群体编队的圆形编队半径,保证了个体最终将按群体圆形编队实现环绕运动控制,保持有效队形随目标状态更新.

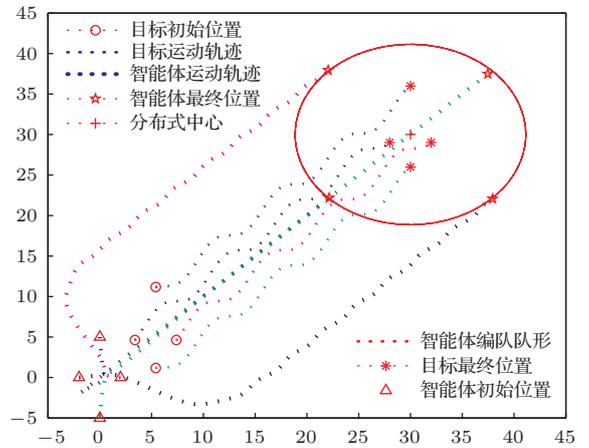


图8 动态目标环绕

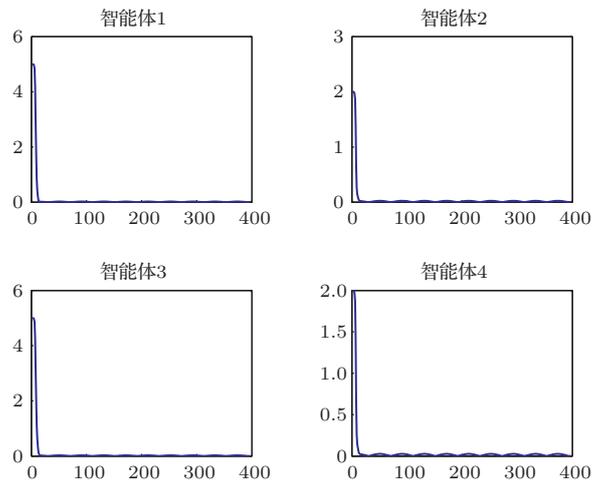


图9 动态目标几何中心估计误差

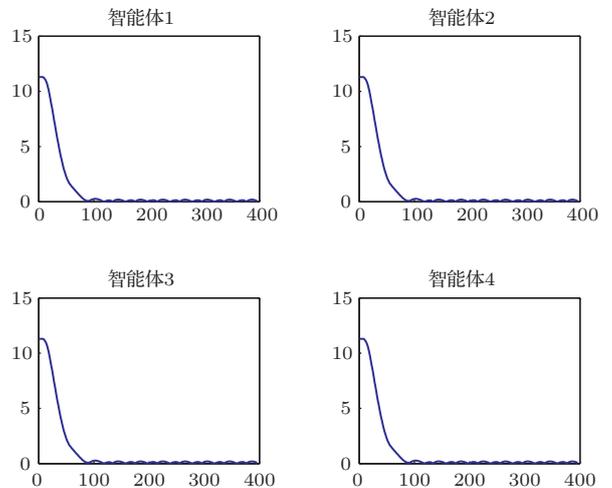


图10 动态目标个体编队半径估计误差

## 5 结 论

本文研究了智能群体如何实现多静止目标和多动态目标的环绕运动控制问题,提出了群体通过圆形编队方式进行目标的环绕追踪方法.针对每个个体只能获取局部的目标信息这一特性,设计了目标状态均值估计器对目标的平均位置进行估计.保证每个个体运动半径收敛到群体圆形编队半径,使个体能够全面的保持队形,并且编队队形随目标状态变化实时更新.通过李雅普诺夫理论方法,证明个体能在有限时间内获取整个目标的位置信息,同时在有限时间内实现圆形编队.分析及仿真结果表明,本文方法对多个静止目标和多个动态目标均有效.下一步工作拟探讨如何将本文结果推广到高阶智能群体系统的可能性.

## 参考文献

- [1] Olfati-Saber R, Murray R M 2004 *IEEE Trans. Automatic Control* **49** 1520
- [2] Hong Y G, Hu J P, Gao L X 2006 *Automatica* **42** 1177
- [3] Hong Y G, Chen G R, Bushnell L 2008 *Automatica* **44** 846
- [4] Ren W, Atkins E 2007 *Int. J. Robust Nonlinear Control* **17** 1002
- [5] Lin P, Jia Y M, Yuan S Y 2007 *Proceedings of the 26th Chinese Control Conference Zhangjiajie, Hunan, China, July 26–31, 2007* p577
- [6] Lin P, Jia Y M 2008 *Physica A* **387** 303
- [7] Lin P, Jia Y M, Du J P, Yuan S Y 2008 *Asian J. Control* **10** 254
- [8] Tian Y P, Liu C L 2008 *IEEE Trans. Autom. Control* **53** 2122
- [9] Tian Y P, Liu C L 2008 *Automatica* **45** 1347
- [10] Liu C L, Tian Y P 2009 *Int. J. Syst. Sci.* **40** 627
- [11] Lin P, Jia Y M 2009 *Automatica* **45** 2154
- [12] Lin P, Jia Y M 2010 *IEEE Trans. Automatic Control* **55** 778
- [13] Lin P, Jia Y M 2011 *Automatica* **47** 848
- [14] Hu J P, Hong Y G 2007 *Chin. Phys. A* **374** 853
- [15] Lin P, Jia Y M 2008 *Chin. Phys. A* **387** 303
- [16] Hu J P, Yuan H W 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3777
- [17] Pei W D, Chen Z Q, Yuan Z Z 2008 *Chin. Phys. B* **17** 373
- [18] Marasco A J, Givigi S N, Rabbath C A 2012 *American Control Conference Fairmont Queen Elizabeth, Montréal, Canada, June 27–29, 2012* p2004
- [19] Li Y M, Guan X P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3355
- [20] Zhang W G, Liu J Z, Zeng D L, Hu Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 050511
- [21] Bhat P S, Bernstein S D 1998 *IEEE Trans. Automatic Control* **43** 678

# Distributed encirclement control of multi-agent systems\*

Duan Min Gao Hui Song Yong-Duan<sup>†</sup>

(School of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

( Received 26 November 2013; revised manuscript received 31 March 2014 )

## Abstract

In nature, the motion of swarm intelligence has a regularity such as the line motion based bird migration, the circle motion based fish swarming, etc., which has important theoretical significance and vast application prospect in engineering practice. In this paper, we investigate the distributed encirclement control problem of a group of multi-agent systems. With considering the feature that each agent can achieve local target information, we design an averaging estimator to achieve the target information, and propose a distributed control scheme to achieve the encirclement and keep the formation changing with the target states. By Lyapunov theory analysis, it is proved that each individual agent can achieve the information about the marked average position in a finite time, encircle and pursue the targets based on the encirclement formation. Finally, a numerical example is presented to illustrate the obtained theoretical results.

**Keywords:** multi-agent system, encirclement control, distributed estimation

**PACS:** 02.30.Yy, 05.65.+b

**DOI:** [10.7498/aps.63.140204](https://doi.org/10.7498/aps.63.140204)

---

\* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2012CB215202) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61203080, 61134001).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [ybsong@cqu.edu.cn](mailto:ybsong@cqu.edu.cn)