

微波器件微放电阈值计算的蒙特卡罗方法研究*

林舒 闫杨娇 李永东† 刘纯亮

(西安交通大学, 电子物理与器件教育部重点实验室, 西安 710049)

(2014年1月8日收到; 2014年3月24日收到修改稿)

为了精准快速地计算微波器件中微放电效应的阈值, 在传统蒙特卡罗方法的基础上, 提出了三种不同的蒙特卡罗方法, 分别对二次电子的初始能量、出射角度和初始相位等参数进行随机, 结合四阶龙格-库塔法和Furman模型计算电子的运动轨迹和单次碰撞产生的二次电子发射系数, 然后应用不同的方法计算有效二次电子发射系数作为微放电效应的判据. 以平板传输线TEM模式为研究对象, 采用四种不同的蒙特卡罗方法计算微放电阈值, 并与统计模型结果进行对比. 结果表明单电子-多碰撞蒙特卡罗方法误差最小, 而且稳定性最好.

关键词: 微放电阈值, 平板传输线, 蒙特卡罗方法

PACS: 79.20.Hx, 73.43.Cd

DOI: 10.7498/aps.63.147902

1 引言

微放电效应^[1,2]也称二次电子倍增效应, 是指高功率或者大功率无源微波器件处于低气压(10^{-3} Pa)或者真空条件下发生的非线性谐振现象. 微放电效应一旦发生将造成严重后果^[3]: 微波传输系统驻波比增大, 反射功率增加, 信道阻塞; 微波器件表面损坏, 载荷寿命缩短; 航天器载荷永久性失效等. 近年来, 随着空间有效载荷数目和性能不断提高, 航天器件中传输的功率要求也越来越高, 微放电效应发生的概率越来越大. 因此, 需要合理准确地预测微放电效应的阈值电压、获得能够为工程实际提供指导的敏感区域图. Vdovicheva等^[4]提出了稳态统计模型, Anza等^[5]在稳态统计模型基础上稍做改进, 提出非稳态统计模型(与稳态统计模型统称为统计模型), 绘制了平板传输线中TEM模式下的微放电敏感区域图, 与实验结果有较好的一致性. 但是, 统计模型是建立在对电子进行动力学分析的基础上, 对复杂结构(如矩形^[6]或同轴结构^[7])或者高阶的模式不再适用; 粒子模拟^[8,9]的方法则非常耗时, 计算效率低; 蒙特卡罗

方法^[10,11]早在20世纪末由Kishek和Lau提出, 主要用于研究介质中的微放电效应, 该方法考虑了二次电子发射的随机性, 通过计算和分析宏粒子代表的实际电子数目变化作为是否发生微放电的标准, 但是结果容易受到极端数据影响, 误差较大.

本文以更加精准、快速地计算微波器件中的微放电阈值为目的, 在传统蒙特卡罗方法的基础上提出了三种改进的蒙特卡罗方法. 将平板传输线TEM模式中微放电阈值作为模型的计算对象, 传输线材料为金属Ag, Ag二次电子发射模型选用Furman模型^[12-14]. 应用这四种蒙特卡罗方法计算微放电阈值, 并将结果与统计模型结果进行对比, 分别验证这四种方法的准确性和稳定性.

2 传统蒙特卡罗方法

传统蒙特卡罗方法^[15]是以概率模型为基础, 考虑二次电子发射的随机性的方法. 最初用于研究介质中的微放电效应, 模拟电子从介质表面出射、碰撞后再次出射、再次碰撞的循环过程. 本文中应用传统蒙特卡罗方法研究金属表面的微放电效应, 其流程如图1所示.

* 国家自然科学基金(批准号: 51277147)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: leyond@mail.xjtu.edu.cn

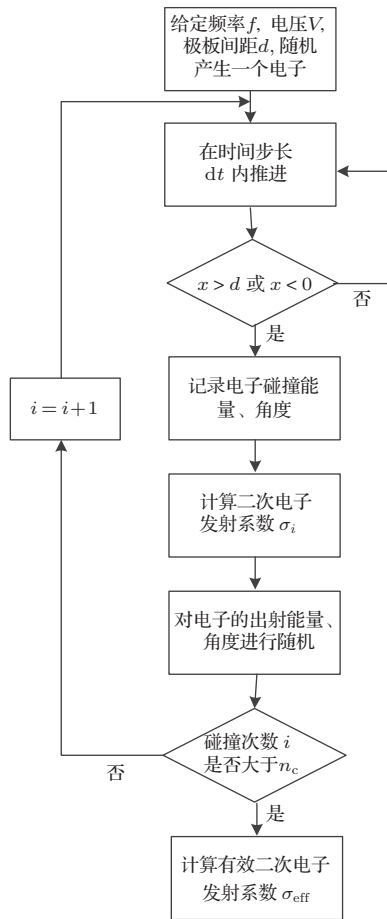


图1 传统蒙特卡罗方法流程图

模拟微放电效应的过程中, 首先将电子初始能量、出射角度和初始相位作为随机变量进行随机化,

表1 传统蒙特卡罗方法碰撞次数 n_c 的确定

| n_c | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 15000 |
|-----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ | 0.9590 | 0.9319 | 0.9446 | 0.9493 | 0.9425 | 0.9427 |
| 方差 | 3.04×10^{-4} | 2.34×10^{-4} | 6.93×10^{-5} | 4.06×10^{-5} | 1.09×10^{-5} | 1.04×10^{-5} |

由表1可以看出, 随着单电子连续碰撞次数 n_c 的增加, 二次电子发射系数的方差越来越小, 即 $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ 越来越趋于稳定, 当 n_c 分别取 10000 和 15000 时, 得到的方差相差无几. 因而, 在计算微放电阈值时, n_c 取 10000. 然后, 计算不同频率 f 和板间间隙 d 的乘积 (以下简称 fd 值) 条件下的微放电阈值, 计算结果如表2所示.

3 改进的蒙特卡罗方法

本文在传统蒙特卡罗方法的基础上, 提出了三种改进的蒙特卡罗方法.

1) 单电子-多碰撞蒙特卡罗方法 (MC1 方法)

随机化的方法与文献 [12] 中一致.

完成二次电子的初始化后, 设定一个小的时间步长 Δt , 在 Δt 内采用四阶龙格-库塔法 [16] 对电子的运动进行求解, 根据末位置是否超出边界来判断电子是否与金属板发生碰撞, 即判断是否满足条件 $x > d$ 或 $x < 0$. 若不满足, 表明没有发生碰撞, 继续推进, 直至与金属板发生碰撞; 若满足, 表明电子与金属板发生了碰撞, 则停止计算, 记录该时刻电子的碰撞能量和碰撞角度; 然后根据 Ag 材料的二次电子发射曲线计算该次碰撞的二次电子发射系数 σ_i , 并对二次电子的初始能量、出射角度进行随机. 然后循环该过程, 将多次循环得到的二次电子发射系数的几何平均数 $\left(\prod_{i=1}^{n_c} \sigma_i\right)^{1/n_c}$ 作为有效二次电子发射系数 σ_{eff} (式中用 n_c 表示碰撞次数, 下文中相同), 若 $\sigma_{\text{eff}} > 1$, 表示微放电效应能够发生, 若 $\sigma_{\text{eff}} < 1$, 表示微放电效应不能发生, 而 $\sigma_{\text{eff}} = 1$ 对应的电压或者功率即为微放电阈值.

应用传统蒙特卡罗方法对平板传输线 TEM 模式条件下的微放电阈值进行计算. 为了得到准确稳定的有效二次电子发射系数, 在频率 $f = 1.06 \text{ GHz}$, 电压 $V = 44 \text{ V}$ 条件下, 改变碰撞次数 n_c 值, 计算有效二次电子发射系数直至 σ_{eff} 稳定. 计算过程中, 对于某一个 n_c 的取值, 重复计算 5 次, 进而计算这 5 个有效二次电子发射系数的均值 $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ 和方差, 如表 1 所示.

表2 传统蒙特卡罗方法计算获得的微放电阈值

| $fd/\text{GHz}\cdot\text{mm}$ | 1.06 | 2.14 | 3.71 | 5.33 | 7.97 |
|-------------------------------|------|-------|------|------|------|
| 阈值电压/V | 45.5 | 174.5 | 450 | 421 | 650 |

单电子-多碰撞蒙特卡罗方法是针对单个电子而言, 反映了单个电子经过多次连续碰撞, 产生一系列二次电子发射系数的物理过程. MC1 方法的基本流程与传统蒙特卡罗方法相似, 只是在有效二次电子发射系数的计算上做了改进, 用多次碰撞产生的二次电子发射系数 σ_i 的算术平均数, 即 $\frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \sigma_i$, 代替传统蒙特卡罗方法中的几何平均数, 作为有效二次电子发射系数 σ_{eff} , 用于判断微放电

效应能否发生, 从而克服传统蒙特卡罗方法易受极端数据影响的缺点.

类似地, 首先确定计算结果达到稳定所需的碰

撞次数 n_c . 在频率 $f = 1.06$ GHz, 电压 $V_0 = 44$ V 时, 对于每个 n_c 取值, 计算 5 次有效二次电子发射系数的均值 $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ 和方差, 结果如表 3 所示.

表 3 MC1 方法碰撞次数 n_c 的确定

| n_c | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 15000 |
|-----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ | 1.0162 | 1.0068 | 1.0049 | 1.0097 | 1.0079 | 1.0082 |
| 方差 | 3.03×10^{-4} | 1.45×10^{-4} | 2.18×10^{-5} | 1.16×10^{-5} | 1.98×10^{-6} | 1.95×10^{-6} |

由表 3 可以看出, 当 n_c 取 10000 和 15000 时, 多次碰撞所得的二次电子发射系数方差基本相同, $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ 已经达到基本稳定. 因而, 在计算阈值时, 参数 n_c 取 10000.

需要注意的是, 传统蒙特卡罗方法和 MC1 方法均考虑了二次电子多次碰撞间相位的连续性, 并且忽略了电子与金属板相互作用的时间.

2) 多电子-单碰撞蒙特卡罗方法 (MC2 方法)

传统蒙特卡罗方法和 MC1 方法都是针对单个电子而言, MC2 方法是模拟多个电子微放电过程的蒙特卡罗方法, 流程如图 2 所示. 首先, 随机产生一个电子, 电子的初始化和轨迹的推进过程与 MC1 方法相同, 当电子与金属板发生碰撞时停止计算, 记录该时刻的碰撞能量、碰撞角度和碰撞位置, 再根据 Ag 材料对应的二次电子发射曲线计算该次碰撞的二次电子发射系数 σ_i . 然后进入下一轮循环, 随机产生新的初始电子, 并将电子的初始能量、出射角度和初始相位都进行随机化, 重复上述的出射、推进、碰撞的循环过程, 直至初始电子总数达到预先设定的值为止.

在多电子-单碰撞蒙特卡罗方法中, 电子多次碰撞之间是相互独立的, 其实质是反映多个电子经过单次碰撞产生多个二次电子发射系数 σ_i 的物理过程. 将多个电子二次电子发射系数的算术平均数, 即 $\frac{1}{n_p} \sum_{i=1}^n \sigma_i$ 作为有效的二次电子发射系数 σ_{eff} (式中用 n_p 表示总的电子数目, 下文中相同).

为了得到稳定的二次电子发射系数, 选定与前

述方法相同的计算条件, 即频率 $f = 1.06$ GHz, 电压 $V = 44$ V, 取不同的电子数目 n_p 计算有效二次电子发射系数 σ_{eff} , 直到 σ_{eff} 趋于稳定, 5 次计算得到有效二次电子发射系数的均值 $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ 和方差如表 4 所示.

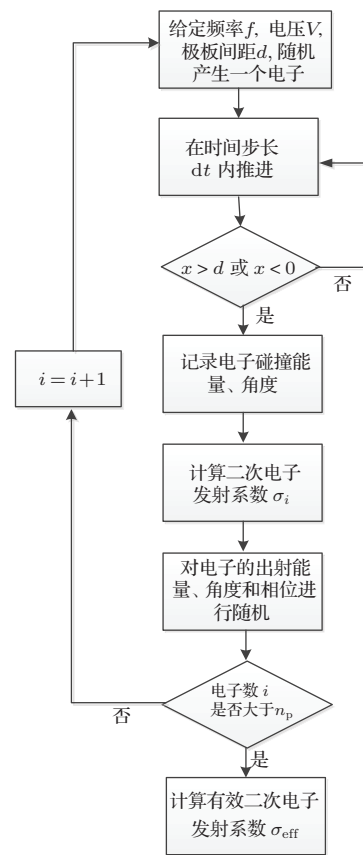


图 2 MC2 方法流程图

表 4 MC2 方法电子数目 n_p 的确定

| n_p | 500 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 15000 |
|-----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ | 0.6797 | 0.6785 | 0.6772 | 0.6816 | 0.6809 | 0.6811 |
| 方差 | 8.86×10^{-5} | 8.25×10^{-5} | 3.76×10^{-5} | 2.22×10^{-5} | 3.86×10^{-6} | 3.45×10^{-6} |

由表 4 可以看出, 随着电子数目 n_p 的增加, 多次计算的二次电子发射系数的均值 $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ 的方差越来越小, 且当电子数目 n_p 取 10000 和 15000 时, 计算方差趋于稳定, 因而计算过程中电子数目 n_p 取 10000.

3) 多电子-多碰撞蒙特卡罗方法 (MC3 方法)

上述传统蒙特卡罗方法、MC1 方法和 MC2 方法中, 单个电子的初始相位在 $[0, 2\pi]$ 内虽然满足均匀分布, 但由于只有一个电子, 因此没有统计效应. 为了计入二次电子初始相位分布的影响, 提出一种多电子-多碰撞蒙特卡罗方法, 该方法将初始相位 φ_0 在 $[0, 2\pi]$ 均分为 20 份, 对于每个相位 φ_j , 对单个电子的初始能量和出射角度进行随机化, 推进、碰撞并产生二次电子发射系数 $\sigma_{j,i}$, 然后重复电子出射、推进和碰撞的过程, 将多次碰撞产生的二次电子发射系数求几何平均数 σ_j , 即 $\left(\prod_{i=1}^{n_c} \sigma_{j,i}\right)^{(1/n_c)}$,

再将 20 个相位的 σ_j 求算数平均值, 即 $\frac{1}{20} \sum_{j=1}^{20} \sigma_j$ 作为有效二次电子发射系数 σ_{eff} 用于判断微放电能否发生. 该方法的实质是反映满足均匀分布的多个电子、经过多次碰撞产生有效二次电子发射系数的过程.

同样, 选定相同的计算条件, 即频率 $f = 1.06 \text{ GHz}$, 电压 $V = 44 \text{ V}$, 对每个相位, 设定不同的电子碰撞次数 n_c 计算有效二次电子发射系数 σ_{eff} , 直到趋于稳定. 需要注意的是, 为了能够与上述其他蒙特卡罗方法进行对比, 保证总的碰撞次数相同, 单个相位对应的电子连续碰撞次数满足如下关系:

$$n_c = \frac{n_{\text{total}}}{20}, \quad (1)$$

其中, n_{total} 为整个过程中多个相位总的碰撞次数. 计算结果如表 5 所示.

表 5 MC3 方法碰撞次数 n_c 的确定

| n_c | 25 | 50 | 100 | 25 | 500 | 75 |
|-----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$ | 0.9376 | 0.9336 | 0.9531 | 0.9350 | 0.9436 | 0.9438 |
| 方差 | 7.76×10^{-4} | 1.37×10^{-4} | 1.01×10^{-4} | 4.67×10^{-5} | 2.11×10^{-5} | 2.03×10^{-5} |

由表 5 可以看出, 随着电子碰撞次数 n_c 的增加, 多次计算的二次电子发射系数的方差越来越小, 且当每个相位碰撞次数取 500 和 750 时, 计算方差趋于稳定, 因而计算过程中单个相位碰撞次数 n_c 取值 500.

4 模型计算结果与分析

以平板传输线 TEM 模式为研究对象, 分别建立四种不同的蒙特卡罗方法, 计算不同 fd 值对应的微放电阈值. 在文献 [5] 中应用统计模型计算平板传输线 TEM 模式中微放电阈值并绘制了敏感区域图, 其准确性得到了实验结果的验证. 因此, 将四种蒙特卡罗方法计算的微放电阈值与统计模型阈值进行对比, 结果如表 6 和图 3 所示.

进一步计算四种方法结果与统计模型结果的相对误差, 如表 7 和图 4 所示.

由图 3 和图 4 可以直观地看出, MC1 方法与统计模型计算的微放电阈值几乎重合, 一致性最好, 且相对误差较小; 传统蒙特卡罗方法的相对误差较 MC1 方法大很多, 这是由于该方法采用多次碰撞产生二次电子发射系数的几何平均数作为有效

二次电子发射系数判定微放电效应, 结果易受到极端数据的影响; MC2 方法的相对误差最大, 这是由于该方法实质是通过模拟平板传输线中多个电子发生单次碰撞的物理过程来预估微放电阈值. 这说明, 在金属平板传输线中, 微放电效应是电子多次连续碰撞的效应, 而电子的多次碰撞不是相互独立的, 因此, 多个电子的单次碰撞不能够客观、准确地表征微放电效应发生的物理过程; MC3 方法与统计模型结果符合较好, 相对误差较小, 也比较稳定, 同时与 MC1 方法相比, 也获得了较好的一致性. 经验证, 当碰撞次数足够多的时候, 两种情形是基本一样的, 但 MC3 方法实现起来相对复杂, 且计算量较大.

表 6 四种蒙特卡罗方法与统计模型计算获得的平板传输线微放电阈值

| $fd/\text{GHz}\cdot\text{mm}$ | 阈值电压/V | | | | |
|-------------------------------|--------|-----|-----|-----|------|
| | 传统 MC | MC1 | MC2 | MC3 | 统计模型 |
| 1.06 | 45.5 | 44 | 81 | 46 | 47 |
| 2.14 | 174.5 | 161 | 190 | 175 | 169 |
| 3.71 | 450 | 220 | 380 | 320 | 235 |
| 5.33 | 421 | 380 | 500 | 430 | 388 |
| 7.97 | 650 | 536 | 800 | 625 | 555 |

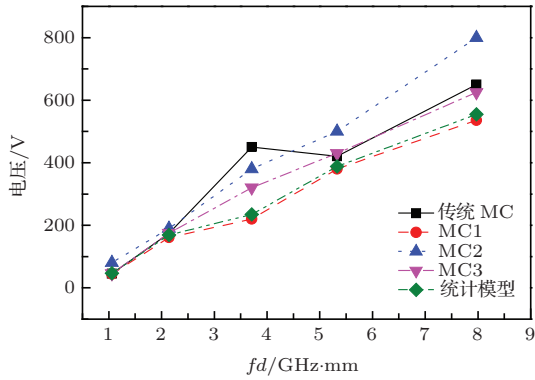


图3 四种蒙特卡罗方法与统计模型方法计算获得的微放电阈值对比曲线

表7 四种蒙特卡罗方法计算获得的微放电阈值的相对误差

| fd/GHz·mm | 相对误差/% | | | |
|-----------|--------|------|-------|------|
| | 传统 MC | MC1 | MC2 | MC3 |
| 1.06 | 3.19 | 6.38 | 72.3 | 2.13 |
| 2.14 | -3.25 | 4.73 | 12.43 | 3.55 |
| 3.71 | -91.5 | 6.38 | 61.7 | 3.62 |
| 5.33 | -8.51 | 2.06 | 28.87 | 10.8 |
| 7.97 | -17.1 | 3.42 | 44.14 | 12.6 |

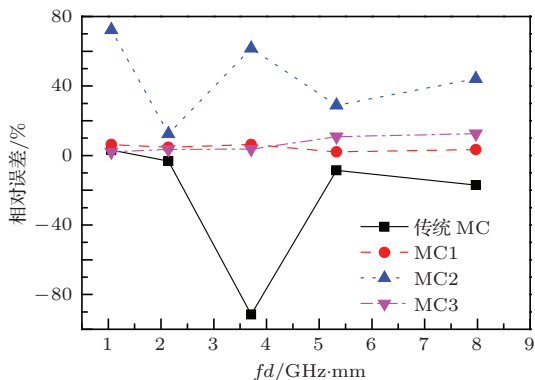


图4 四种蒙特卡罗方法计算微放电阈值的相对误差

综上所述, 在传统蒙特卡罗方法基础上提出的三种改进的蒙特卡罗方法中, 单电子-多碰撞蒙特卡罗方法(MC1 方法) 明显优于其他方法, 这是由于该方法中除了首个电子的相位采用随机均匀分布外, 此后产生二次电子的初始相位是上一循环过程中的电磁场作用的结果, 这更能客观地反映微放电的物理过程, 而且实现起来也较容易, 并可以有效避免极端数据对模型结果的影响, 其准确性在与统计结果的对比中得到了充分验证. 此外, 单电子-多碰撞蒙特卡罗方法在变量的初始化、电子的推进以及有效二次电子发射系数的计算过程中, 均没有受到传输线结构和TEM 模式条件的限制, 因而, 可以推广至其他更复杂的结构或高阶模式用于计算微放电阈值, 具有很好的普适性.

5 结 论

本文在传统蒙特卡罗方法的基础上, 提出了三种不同的蒙特卡罗方法, 用于计算微波器件中微放电效应的阈值. 首先, 对电子的初始能量、出射角度和初始相位等变量进行随机化, 并采取不同的方法计算有效二次电子发射系数, 作为微放电效应的判据. 应用这四种方法对平板传输线中TEM 模式的微放电阈值进行了计算, 将其结果分别与统计模型结果进行对比. 对比结果表明, 应用单个电子多次连续碰撞产生二次电子发射系数的算术平均数作为微放电阈值的单电子-多碰撞蒙特卡罗方法(MC1) 不仅形式简单, 而且稳定性好, 能够显著提高微放电阈值的计算精度, 同时, 能够更加真实地反映微放电效应的物理过程.

参考文献

- [1] Farnsworth P 1934 *J. Franklin Inst.* **218** 411
- [2] Vaughan J 1988 *IEEE Trans. Electron Dev.* **35** 1172
- [3] Zhang N, Cui W Z, Hu T C, Wang X B 2011 *Space Electron. Technol.* **1** 38 (in Chinese) [张娜, 崔万照, 胡天存, 王新波 2011 空间电子技术 **1** 38]
- [4] Vdovicheva N K, Sazontov A G, Semenov V E 2004 *Radiophys. Quantum Electron.* **47** 580
- [5] Anza S, Vicente C, Gil J, Boria V E, Gimeno B, Raboso D 2010 *Phys. Plasmas* **17** 062110
- [6] Sazontov A G, Sazontov V A, Vdovicheva N K 2008 *Contrib. Plasma Phys.* **48** 331
- [7] Udiljak R, Anderson D, Lisak M, Semenov V E, Puech J 2007 *Phys. Plasmas* **14** 033508
- [8] Burt G, Carter R G, Dexter A C, Hall B, Smith J D A 2009 *Proc. SRF* **09** 321
- [9] Nieter C, Stoltz P H, Roark C, Mahalingam S 2010 *AIP Conf. Proc.* **1299** 399
- [10] Kishek R A, Lau Y Y 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 193
- [11] Lau Y Y, Kishek R A, Gilgenbach R M 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 290
- [12] Li Y D, Yan Y J, Lin S, Wang H G, Liu C L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 047902 (in Chinese) [李永东, 闫杨娇, 林舒, 王洪广, 刘纯亮 2014 物理学报 **63** 047902]
- [13] Li Y D, Yang W J, Zhang N, Cui W Z, Liu C L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 077901 (in Chinese) [李永东, 杨文晋, 张娜, 崔万照, 刘纯亮 2013 物理学报 **62** 077901]
- [14] Xie A G, Zhang J, Wang T B 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 097901
- [15] Zhu F, Zhang Z C, Dai S, Luo J R 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 084103 (in Chinese) [朱方, 张兆传, 戴舜, 罗积润 2011 物理学报 **60** 084103]
- [16] Li X Y, Chen C M 2008 *Math. Appl.* **28** 62 (in Chinese) [李夏云, 陈传森 2008 数学理论与应用 **28** 62]

Monte-Carlo method of computing multipactor threshold in microwave devices*

Lin Shu Yan Yang-Jiao Li Yong-Dong[†] Liu Chun-Liang

(Key Laboratory for Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 8 January 2014; revised manuscript received 24 March 2014)

Abstract

In order to find a rapid and accurate numerical method to compute the multipactor threshold in microwave device, three enhanced Monte-Carlo (MC) methods are proposed which are single particle-multiple collision MC, multiple particle-single collision MC and multiple particle-multiple collision MC method. The three MC methods all give the random nature of the secondary electrons, including their initial energies, phases and angles. And in all of the methods, the electron trajectory is computed with Runge-Kutta method and the secondary electron yield (SEY) per collision is computed with Furman model. The effective SEY is taken as the criterion to judge whether multipactor occurs, the definition of which is a little different from those of the three MC methods. As a verification, the multipactor in a parallel plate transmission line is investigated with the presented MC methods and the traditional MC method. The numerical results of the four MC methods are compared with the results of the statistical theory. It is demonstrated that the single particle-multiple collision MC method has the smallest error and the best stability.

Keywords: multipactor threshold, parallel plates transmission line, Monte-Carlo method

PACS: 79.20.Hx, 73.43.Cd

DOI: [10.7498/aps.63.147902](https://doi.org/10.7498/aps.63.147902)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51277147).

[†] Corresponding author. E-mail: leyond@mail.xjtu.edu.cn