

# 基于轴棱锥产生近似无衍射 Mathieu 光束的新方法\*

李冬 吴逢铁<sup>†</sup> 谢晓霞

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建省光传输与变换重点实验室, 厦门 361021)

(2014年3月19日收到; 2014年5月15日收到修改稿)

提出了一种基于轴棱锥产生零阶近似无衍射 Mathieu 光束的新方法, 利用轴棱锥聚焦具有椭圆高斯振幅调制的平面波, 得到近似零阶无衍射 Mathieu 光束. 根据椭圆高斯平面波经轴棱锥衍射的衍射积分公式, 对光强分布进行了数值模拟, 依据几何光学模型计算了近似无衍射 Mathieu 光束的最大无衍射距离, 并设计了实验对理论模拟的结果进行了验证. 实验采用柱透镜和准直扩束系统变换圆高斯光束产生具有椭圆高斯振幅调制的平面波, 用轴棱锥聚焦该平面波后得到近似无衍射 Mathieu 光束, 实验结果与理论模拟和计算相符.

**关键词:** 无衍射 Mathieu 光束, 椭圆高斯振幅调制的平面波, 轴棱锥, 柱透镜

**PACS:** 24.10.Ht, 42.25.-p, 42.60.Jf

**DOI:** 10.7498/aps.63.152401

## 1 引言

无衍射光束这个概念在1987年由Durnin等<sup>[1]</sup>提出, 它是自由空间中波动方程的一组特解, 由于光束具有无衍射和自重建等特性<sup>[2-4]</sup>而受到广泛的关注. 事实上, Durnin提出的无衍射 Bessel 光束只是无衍射光束家族中的一员, Gutierrez-Vega 小组<sup>[5]</sup>提出, 自由空间波动方程的无衍射解实际上有四种: cosine 光束, Bessel 光束, Mathieu 光束和 Parabolic 光束, 分别对应笛卡尔坐标, 圆坐标, 椭圆坐标和抛物线坐标. 目前国内对无衍射 Bessel 光束的报道比较多, 但是对其他几种无衍射光束的研究很少, 2007年文伟<sup>[6]</sup>对无衍射 Mathieu-Gauss 光束的传输进行了相关的理论研究但未涉及近似无衍射 Mahtieu 光束<sup>[7]</sup>的产生方法. 与无衍射 Bessel 光束一样, 无衍射 Mathieu 光束也可被用于非线性光学<sup>[8-10]</sup>, 光学微操作<sup>[11,12]</sup>, 光通信<sup>[13]</sup>等领域. 然而在现实中, 光束孔径总是有限的条件下, 理想的无衍射光束是不能得到的, 只能产生无衍射传播距离有限的近似无衍射光束, 近似无衍射 Mathieu

光束是一种特殊光束, 不能用传统的光学元件变换得到, Gutierrez-Vega 等提出了几种产生近似无衍射 Mahtieu 光束的方法产生无衍射 Mathieu 光束的方法, 比如计算相位机全息法<sup>[14]</sup>, 基于轴棱锥的激光谐振腔方法<sup>[15]</sup>, 环缝透镜组方法<sup>[16]</sup>三种, 其中计算机相位全息法和基于轴棱锥的激光谐振腔方法可以产生任意阶近似无衍射 Mathieu 光束, 但是计算机相位全息法需要空间光调制器, 计算机或者制作相位全息片, 操作比较麻烦, 实验成本高; 基于轴棱锥的激光谐振腔方法需要高能激光器, 调节激光腔产生无衍射光束的操作很繁琐, 且产生的无衍射光束的质量受到激光器稳定性的影响, 光束质量不高, 光束的波长和最大无衍射长度都受到激光器结构的限制; 环缝透镜法实验操作虽然简单, 但是由于环缝只允许狭缝部分光透过, 因此光能利用率低. 基于轴棱锥产生近似无衍射光束的方法有主动式和被动式两种. 本文提出的柱透镜-轴棱锥组合系统产生零阶近似无衍射 Mahtieu 光束的被动式方法不仅简单, 光能传输效率高而且该系统的光束传输元件全部由光学玻璃透镜组成, 因此成本

\* 国家自然科学基金资助 (批准号: 61178015) 和福建省自然科学基金 (批准号: 2012J01278) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn

低, 光学损伤阈值高, 适合于高能激光系统中零阶近似无衍射 Mathieu 光束的产生. 文章分析了这种方法的优点, 然后分从理论模拟和实验两方面对本文提出的产生近似无衍射光束的新方法进行了分析, 基于菲涅尔衍射积分理论数值模拟了轴棱锥后的截面光强分布, 计算了近似无衍射 Mathieu 光束的最大无衍射传播距离, 并设计实验对理论进行了验证, 理论模拟与实验结果相符.

## 2 近似无衍射 Mathieu 光束的理论

Salo 等<sup>[17]</sup>提出一种统一描述无衍射波场的方法, 在自由空间中任一单色无衍射光波  $U(x, y, z)$  可以看成是波矢位于一个锥面上的所有平面波的叠加, 用 Helmholtz 方程  $\nabla^2 U + k^2 U = 0$  的 Whittaker 解<sup>[18]</sup>可以表示为

$$u(x, y, z \geq 0) = \frac{\exp(ik_z z)}{2\pi} \int_0^{2\pi} A(\phi) \times \exp[ik_t(x \cos(\phi) + y \sin(\phi))] d\phi, \quad (1)$$

其中,  $A(\phi)$  是复角谱分布,  $k_t = k \sin \theta_0$  和  $k_z = k \cos \theta_0$  分别是波矢的径向和轴向分量,  $\theta_0 = \tan^{-1}(k_t/k_z)$  是波矢与传播方向的夹角, 显然当  $A(\phi)$  取不同的分布时, 可以得到不同的无衍射光波场. 在椭圆柱坐标系下, 当  $A(\phi)$  取不同阶数的角 Mathieu 函数  $ce_n(\phi; q)$  时, 可以得到相对应的 Mathieu 光束, 其中椭圆柱坐标和笛卡尔坐标的之间的变换关系为  $x = h \cosh \xi \cos \eta$ ,  $y = h \sinh \xi \sin \eta$  和  $z = z$ ,  $\xi \in [0, \infty)$  和  $\eta \in [0, 2\pi)$  分别是径向和角向变量,  $2h$  是椭圆柱坐标中椭圆两个焦点之间的距离. 对于零阶 Mathieu 光束, 当  $A(\phi)$  取零阶角 Mathieu 分布  $ce_0(\phi; q)$  时, 对 (1) 式积分后得到零阶 Mathieu 光场分布

$$U(\xi, \eta, z; q) = J_{e_0}(\xi; q) ce_0(\eta; q) \exp(ik_z z), \quad (2)$$

其中  $J_{e_0}(\xi; q)$  是第一类零阶径向 Mathieu 函数, 其中参数  $q = h^2 k_t^2 / 4$  为了观察近似无衍射 Bessel 光束, Durnin 曾利用等振幅的平面波垂直入射环缝透镜系统产生了近似无衍射 Bessel 光束. 于是 Gutierrez-Vega 指出用经零阶角 Mathieu 函数  $A(\phi) = ce_0(\phi; q)$  调制的平面波入射环缝透镜系统就可以产生零阶近似无衍射 Mathieu 光束, 然而具有零阶角 Mathieu 函数振幅调制的平面波很难获

得, 图 1(a) 是  $q = 25$  时  $ce_0(\phi)$  的极坐标分布通过观察零阶角 Mathieu 函数的分布形式, Gutierrez-Vega 等<sup>[7,16]</sup>指出可以用具有一维高斯振幅调制的平面波来近似零阶角 Mathieu 函数调制的平面波入射环缝-透镜组获得近似无衍射 Mathieu 光. 虽然具有一维高斯振幅调制的平面波难以用传统的折射光学元件变换高斯光束获得, 但是可以用具有椭圆高斯振幅调制的平面波来近似一维高斯振幅调制的平面波, 只要椭圆光斑的离心率足够地接近于 1, 椭圆高斯平面波可以用柱透镜和准直扩束系统变换圆高斯光束得到, 其中柱透镜可以将圆高斯光束变换为椭圆高斯光束, 椭圆高斯光束经准直扩束后变为平面波, 只要入射到环缝上的椭圆高斯光斑的离心率足够的大, 就可以近似认为得到的平面波是具有一维高斯振幅调制的平面波. 具有椭圆高斯振幅调制的平面波可以表示为

$$E(x', y', 0) = E_0 \exp\left(-\frac{x'^2}{\omega_{0x}^2} - \frac{y'^2}{\omega_{0y}^2}\right), \quad (3)$$

其中,  $E_0$  是常数, 为了简单, 设  $E_0=1$ ,  $\omega_{0x}$  和  $\omega_{0y}$  分别是入射到轴棱锥上的椭圆光斑在  $x$  和  $y$  方向上的光斑半径. 设  $\omega_{0x} = \omega$ ,  $\omega_{0y} = \alpha\omega$ , 在柱坐标下, 可以表示为

$$E(\rho, \phi) = G(\rho) \exp\left[-\frac{1}{2}\beta g(\rho) \cos(\phi)^2\right], \quad (4)$$

其中

$$G(\rho) = \exp\left[-\frac{(1-\beta)\rho^2}{\omega^2}\right],$$

$$g(\rho) = \frac{\rho^2}{\omega^2},$$

$$\beta = 1 - \frac{1}{\alpha^2},$$

当  $\beta$  趋近于 1 时, (4) 式就趋近于一维高斯分布  $E(\rho, \phi) = \exp[-g(\rho) \cos(\phi)^2]$ , 而一维高斯函数在某一径向坐标  $\rho_0$  处的分布如图 1(b) 所示, 发现它与零阶角 Mathieu 函数的分布相似, 因此用一维高斯分布代替零阶角 Mathieu 分布调制平面波, 将其代入 (1) 式积分, 注意到积分只与角度  $\phi$  有关, 可以得到近似无衍射 Mathieu 光束, 但该近似无衍射 Mathieu 光束的  $q$  参数是随径向坐标  $\rho$  变化. 因此用 (4) 近似代替角 Mathieu 函数  $ce_0(\phi)$ , 代入到 (1) 式积分, 得到的近似无衍射 Mahtieu 光场, 不仅其振幅会受到高斯函数  $G(\rho)$  的调制, 而且其  $q$  参数还随径向坐标  $\rho$  和椭圆因子  $\beta$  变化, 因为近似无衍射场受到高斯函数  $G(\rho)$  的调制, 所以得到的是无衍射 Mathieu-Gauss 光束.

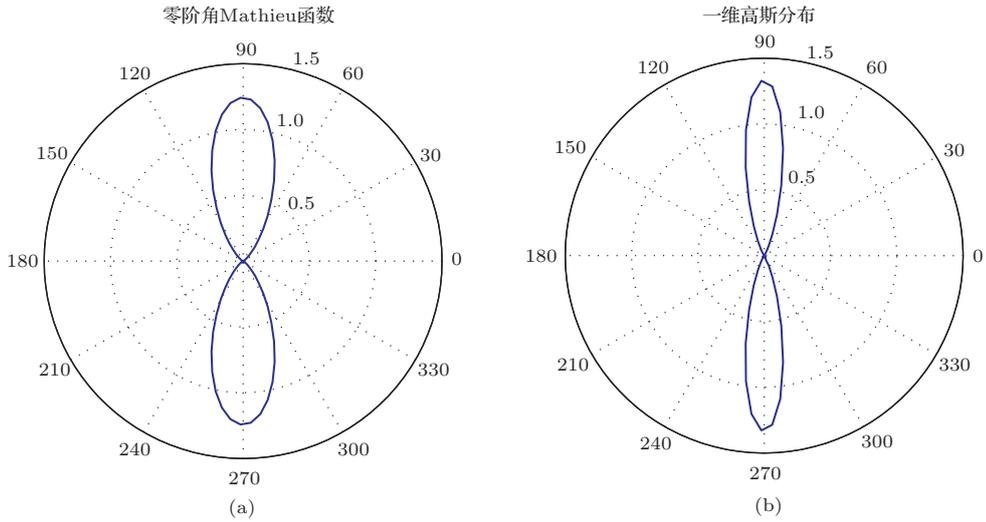


图1 (a)角 Mathieu 函数  $ce_0(\phi; 25)$  分布; (b) 某一特定径向坐标处的一维高斯函数

在近似无衍射光束的产生与传输变换的研究中, 用环缝透镜法产生近似无衍射光束虽然简单, 但是环缝的光能利用率太低, 不适合需求高能传输的光学系统. 基于轴棱锥产生近似无衍射光束的方法提出后, 轴棱锥取代了环缝和透镜的位置, 被广泛用于无衍射光束的产生 [19–23]. 轴棱锥 [24] 结构简单, 适用于光谱宽度大, 光能转换效率和光学损伤阈值都很高, 适用于传输高能量和不同频率光波的 光学系统. 基于轴棱锥产生近似无衍射光束的方法也有多种, 但这些方法大致可以分为两类, 一类称为被动式, 一类称为主动式, 被动式是指将其他光束转换为近似无衍射光束, 主要是基于单独的光源和可以分离的光学组件或系统来实现; 主动式是指通过特定结构的谐振腔由激光器直接输出近似无衍射光束. 图 2(a) 是基于轴棱锥的主动式产生近似无衍射光束的装置结构图. 这种基于轴棱锥的激光腔 [15] 既可以用于产生不同阶数的 Bessel-Gauss 光束, 也可以通过引入微小像散产生不同阶数的 Mahtieu-Gauss 光束. 本课题组曾经研究过基于轴棱锥的激光谐振腔产生脉冲式 Bessel-Gauss 光束 [25], 实验时要产生近似无衍射光束需要精细地调节激光腔, 操作很繁琐, 可靠性差, 导致获得高质量的近似无衍射光束很困难. 此外, 从图 2(a) 还可以看出, 主动式产生的近似无衍射光束的最大无衍射距离受到激光器腔长的限制, 因此这个方法不适合产生长距离近似无衍射光束, 与主动式比较, 被动式则操作更简单, 光学元件成本低, 适合于产生长距离近似无衍射光束. 因此, 在近似无衍射光

束的研究中被动式使用的更广泛, 我们课题组在近似无衍射 Bessel 光束的产生方面 [3,19], 主要采用如图 2(b) 所示的平面波入射轴棱锥的被动式方法.

显然, 产生近似零阶无衍射 Bessel 光束与产生近似零阶无衍射 Mahtieu 光束的惟一区别只是入射到轴棱锥上的平面波具有不同的振幅调制形式, 因此文献 [26] 中用来计算近似无衍射 Bessel 光束的最大无衍射距离  $Z_{\max}$  的几何光学模型

$$Z_{\max} \approx \frac{R}{(n-1)\gamma}, \quad (5)$$

也可用于本文中计算近似无衍射 Mahtieu 光束的最大无衍射距离, 其中  $R$  是入射光束的孔径的半径,  $n$  是轴棱锥的折射率,  $\gamma$  是轴棱锥的底角.

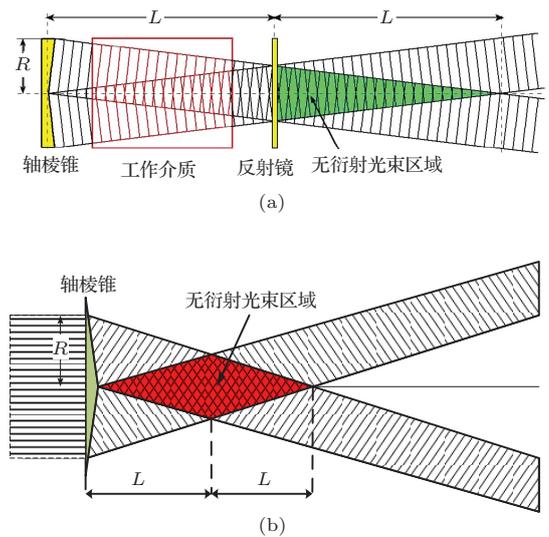


图2 基于轴棱锥产生近似无衍射光束的方法 (a) 主动式; (b) 被动式

### 3 数值模拟

设入射到轴棱锥上的具有椭圆高斯振幅调制的平面波具有 (3) 式的形式, 在圆柱坐标系下, 根据菲涅尔衍射积分理论, 轴棱锥后的近似无衍射光场可以表示为

$$\begin{aligned}
 E_{\text{out}}(r, \theta, z) &= \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \\
 &\times \int_0^{2\pi} \int_0^D \exp\left(-\frac{\rho^2 \cos^2 \phi}{\omega_{0x}^2} - \frac{\rho^2 \sin^2 \phi}{\omega_{0y}^2}\right) \\
 &\times \exp(-ik(n-1)\gamma\rho) \\
 &\times \exp\left[i\frac{k}{2z}(\rho^2 + 2\rho r \cos(\phi - \theta))\right] \rho d\rho d\phi, \quad (6)
 \end{aligned}$$

其中,  $\lambda$  是入射光波的波长, 波数  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $T(\rho) = \exp[-ik(n-1)\gamma\rho]$  是轴棱锥的振幅透过率函数,  $n$  是轴棱锥的折射率,  $\gamma$  是轴棱锥的底角, 设  $a = (n-1)\gamma$ ,  $D$  是光阑的半径. 利用复高斯函数展开法 [27] 将光阑展开为

$$\text{circ}(\rho) = \sum_{h=1}^N A_h \exp\left(-B_h \frac{\rho^2}{D^2}\right), \quad (7)$$

$A_h$  和  $B_h$  是展开系数, 可以用计算机优化的方法得到,  $N$  展开项数, 一般取  $N = 10$  就足够精确. 为了进一步的计算 (6) 式的衍射积分, 利用公式 [27]

$$\exp[iz \cos(\varphi)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(z) \exp(ik\varphi), \quad (8)$$

通过稳相法近似可以求出轴棱锥过后的近似无衍射光场的分布的表达式

$$\begin{aligned}
 E(r, \theta, z) &= -i2a\sqrt{2\pi zk} \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \exp\left(\frac{(\beta-2)z^2 a^2}{2\omega^2}\right) \\
 &\times \exp\left[-ik\left(\frac{za^2}{2}\right)\right] \exp(ikz) \exp\left(ik\frac{r^2}{2z}\right) \\
 &\times \sum_{h=1}^N \left[A_h \exp\left(-B_h \frac{z^2 a^2}{D^2}\right)\right]
 \end{aligned}$$

$$\times \sum_{m=0}^{\infty} C_m(z, \beta) (-1)^m \cos(2m\theta) J_{2m}(kar) \Big], \quad (9)$$

其中,

$$C_m(z, \beta) = \begin{cases} \frac{1}{2} I_0\left(\frac{-\beta z^2 a^2}{2\omega^2}\right), & m = 0, \\ I_m\left(\frac{-\beta z^2 a^2}{2\omega^2}\right), & m > 0, \end{cases}$$

$I_m$  是第一类  $m$  阶修正 Bessel 函数,  $J_{2m}$  是第一类  $2m$  阶 Bessel 函数, (9) 式表示具有椭圆高斯振幅调制的平面波入射轴棱锥产生的无衍射光场, 其中包含无穷级数项

$$\sum_{j=0}^{\infty} C_m(z, \beta) (-1)^m \cos(2m\theta) J_{2m}(kar). \quad (10)$$

对于波矢为  $k$  的平面波垂直入射轴棱锥产生的近似无衍射光束的波矢的径向分量  $k_t = ka$ . 注意到理想零阶 Mathieu 光场的表达式 [27]

$$\begin{aligned}
 uc_0(r, \theta, z = 0; q) &= \sum_{m=0}^{\infty} A_{2m}^0(q) (-1)^m \cos(2m\theta) J_{2m}(k_t r). \quad (11)
 \end{aligned}$$

对比 (10) 式和 (11) 式, 为了考察轴棱锥产生的无衍射光场的分布与理想零阶 Mathieu 光场的分布近似程度, 只需要考虑无穷级数项系数  $C_m$  与  $A_{2m}^0(q)$  相近程度即可, 根据文献 [27], 随着  $m$  的增大, (11) 式中的系数  $A_{2m}^0$  快速的单调递减, 同样在某一特定的传播距离  $z$  和  $\beta$  值, (11) 式中的系数  $C_m$  也是随着  $m$  的增大, 快速的单调递减的. 设入射光的波长  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , 入射到轴棱锥上的椭圆光斑半径分别为  $\omega_{0x} = 5 \text{ mm}$ ,  $\omega_{0y} = 1.5 \text{ mm}$ , 轴棱锥的折射率  $n = 1.458$ , 底角  $\gamma = 1^\circ$ , 光阑半径  $D = 5 \text{ mm}$ , 计算了在传播距离  $z = 300 \text{ mm}$  处,  $m = 0, 5, 10, 15, 20$  时  $C_m$  的值, 在表 1 中列出, 与  $A_{2m}^0(25)$  对比可以看出  $m$  较大时,  $C_m$  与  $A_{2m}^0(q)$  非常小, 可以忽略, 起主要作用是  $m$  值较小时的系数值, 因此不同的  $\beta$  和传播距离  $z$  使得  $C_m$  近似于具有不同  $q$  参数的  $A_{2m}^0$ , 椭圆高斯光束入射轴棱锥产生的光束就可以认为是近似零阶无衍射 Mahtieu 光束, 但是该近似 Mathieu 光场的  $q$  参数随入射光束的椭圆因子  $\beta$  和传播距离  $z$  变化.

表 1 系数  $C_m$  与  $A_{2m}^0(q)$  的比较

$m$	0	5	10	15	20
$C_m(300, 0.91)$	1.36778	$-5.85908 \times 10^{-4}$	$1.25556 \times 10^{-9}$	$-2.29572 \times 10^{-16}$	$8.16319 \times 10^{-24}$
$A_{2m}^0(25)$	0.54061	$-6.0723 \times 10^{-5}$	$1.79499 \times 10^{-13}$	$-4.0367 \times 10^{-24}$	$3.47918 \times 10^{-36}$

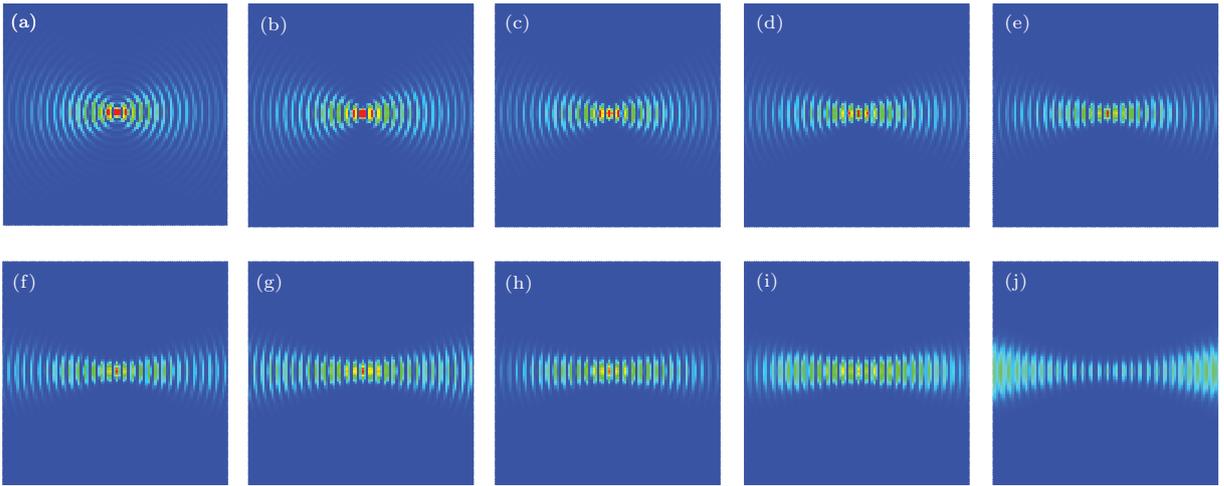


图3 数值模拟的近似无衍射光束的截面强度分布 (a)  $z = 200$  mm; (b)  $z = 250$  mm; (c)  $z = 300$  mm; (d)  $z = 350$  mm; (e)  $z = 400$  mm; (f)  $z = 450$  mm; (g)  $z = 500$  mm; (h)  $z = 550$  mm; (i)  $z = 600$  mm; (j)  $z = 650$  mm

由(5)式可计算得到的最大无衍射距离  $Z_{\max} \approx 625$  mm, 根据(6)式, 进行数值积分, 得到轴棱锥后不同传播距离处的近似无衍射光场的强度分布如图3所示, 在超出最大无衍射距离后  $z = 650$  mm 截面处, 光束的无衍射特性消失, 光束中心的光强小于周围的光强, 这与近似无衍射 Bessel 光束类似, 与几何光学模型(5)式计算的最大无衍射距离接近.

$f_2 = 190$  mm, 圆形光阑的半径为  $D = 5$  mm, 轴棱锥的折射率  $n = 1.458$ , 底角  $\gamma = 1^\circ$ .

在同一放大倍率下, 用显微镜观察轴棱锥后光强分布并用 CCD 相机拍摄到了轴棱锥后无衍射 Mathieu 光束在不同传播距离处光场的截面光强分布如图5所示, 在  $z = 650$  mm 处的光斑光强几乎消失, 说明已经超出了最大无衍射距离, 这与理论计算的最大无衍射距离相符.

#### 4 产生 Mathieu 光束的实验

为了验证理论模拟的结果, 设计了如图4所示的实验光路图, 其中光源用的是波长为 632.8 nm 的 He-Ne 激光器, 柱透镜的焦距  $f = 130$  mm, 准直扩束系统中两透镜的焦距分别为  $f_1 = 15$  mm,

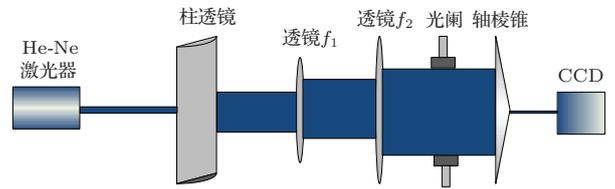


图4 产生近似无衍射零阶 Mathieu 光束实验光路图

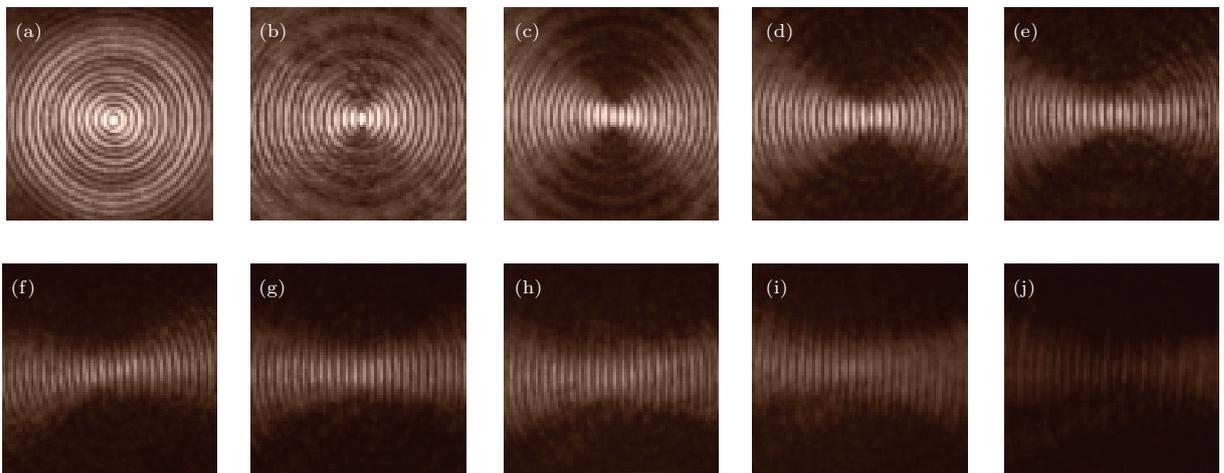


图5 实验产生的无衍射光场在不同传播距离处的截面光强分布 (a)  $z = 200$  mm; (b)  $z = 250$  mm; (c)  $z = 300$  mm; (d)  $z = 350$  mm; (e)  $z = 400$  mm; (f)  $z = 450$  mm; (g)  $z = 500$  mm; (h)  $z = 550$  mm; (i)  $z = 600$  mm; (j)  $z = 650$  mm

图 5 中在  $z = 200$  mm 处光场强度分布是类似于近似无衍射 Bessel 光场的强度分布, 随着传播距离的增加, 近似无衍射光场的分布过渡到近似无衍射 Mahtieu 光束光场分布, 这是由于入射到轴棱锥上的平面波并非理想的一维高斯振幅调制, 而是具有椭圆高斯振幅调制的平面波, 只要入射到轴棱锥上的椭圆光斑的离心率足够的大, 轴棱锥后的近似无衍射光场就可以全部变换为近似无衍射 Mathieu 光束.

## 5 结 论

本文首次提出了一种基于轴棱锥的被动式产生零阶近似无衍射 Mathieu 光束的新方法, 利用具有椭圆高斯振幅调制的平面波近似具有零阶角 Mathieu 振幅调制的平面波, 基于菲涅尔衍射积分理论, 数值模拟了椭圆高斯平面波经轴棱锥衍射后的不同传播距离处近似无衍射 Mathieu 光场的截面光强分布, 并计算近似无衍射光束的最大无衍射传播距离, 设计了柱透镜, 轴棱锥系统聚焦圆高斯光束产生近似无衍射 Mathieu 光束的实验, 实验结果与理论模拟相一致. 这种基于传统的折射光学元件柱透镜和轴棱锥产生零阶 Mathieu 光束的新方法, 非常简单且光能利用率高, 光学损伤阈值大, 所产生较长距离的近似无衍射 Mathieu 光束具有重要的实用价值.

## 参考文献

- [1] Durnin J, Miceli J J, Eberly J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1499
- [2] Fan D D, Wu F T, Cheng Z M, Zhu J Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 104219 (in Chinese) [范丹丹, 吴逢铁, 程治明, 朱健强 2013 物理学报 **62** 104219]
- [3] Zhang Q A, Wu F T, Zheng W T, Pu J X 2011 *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica* **41** 1131 (in Chinese) [张前安, 吴逢铁, 郑维涛, 蒲继雄 2011 中国科学: **41** 1131]
- [4] Zhao J, Zhang P, Deng D, Lou C, Song D, Liu J, Chen Z 2013 *Chin. Opt. Lett.* **11** 110701
- [5] Gutiérrez-Vega J C, Bandres M A 2005 *J. Opt. Soc. Am. A* **22** 289
- [6] Wen W 2007 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: Centeal South University) (in Chinese) [文伟 2007 博士学位论文 (长沙: 中南大学)]
- [7] Gutierrez-Vega J C, Iturbe-Castillo M D, Chavez-Cerda S 2000 *Opt. Lett.* **25** 1493
- [8] Fleischer J W, Segev M, Efremidis N K, Christodoulides D N 2003 *Nature* **422** 147
- [9] Ye F, Mihalache D, Hu B 2009 *Phys. Rev. A* **79** 053852
- [10] Jin X, Shui M, Wang Y X, Li C W, Yang J Y, Zhang X R, Yang K, Song Y L 2010 *Chin. Phys. B* **19** 074203
- [11] Dholakia K, Čižmár T 2011 *Nat. Photonics* **5** 335
- [12] Zheng J, Yao B, Yang Y, Lei M, Gao P, Li R, Ye T 2013 *Chin. Opt. Lett.* **11** 112601
- [13] Kollarova V, Medrik T, Celechovsky R, Bouchal Z, Wilfert O, Kolka Z 2007 *Unmanned/Unattended Sensors and Sensor Networks IV* Florence, Italy, September 17, 2007 p67361C
- [14] Chávez-Cerda S, Padgett M, Allison I, New G, Gutiérrez-Vega J C, O'Neil A, MacVicar I, Courtial J 2002 *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **4** S52
- [15] Alvarez-Elizondo M B, Rodriguez-Masegosa R, Gutierrez-Vega J C 2008 *Opt. Exp.* **16** 18770
- [16] Gutierrez-Vega J C, Iturbe-Castillo M D, Ramirez G A, Tepichin E, Rodriguez-Dagnino R M, Chavez-Cerda S, New G H C 2001 *Opt. Commun.* **195** 35
- [17] Salo J, Fagerholm J, Friberg A T, Salomaa M 2000 *Phys. Rev. E* **62** 4261
- [18] Belafhal A, Hricha Z 2004 *Phys. Chem. News* **16** 33
- [19] Cheng Z M, Wu F T, Fan D D, Fang X 2012 *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica* **42** 805 (in Chinese) [程治明, 吴逢铁, 范丹丹, 方翔 2012 中国科学: **42** 805]
- [20] Zheng W T, Wu F T, Zhang Q A, Cheng Z M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 144201 (in Chinese) [郑维涛, 吴逢铁, 张前安, 程治明 2012 物理学报 **61** 144201]
- [21] Arlt J, Dholakia K 2000 *Optics Commun.* **177** 297
- [22] Sun Q G, Zhou K Y, Fang Y G, Liu Z J, Liu S T 2012 *Chin. Phys. B* **21** 014208
- [23] Chen G M, Hua L M, Lin H C, Pu J X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 094203
- [24] Jaroszewicz Z, Burvall A, Friberg A T 2005 *Optics and Photonics News* **16** 34
- [25] Wu F, Chen Y, Guo D 2007 *Appl. Opt.* **46** 4943
- [26] Fang X, Chen J, Wu F T, Cheng Z M, Zhu J Q 2013 *Acta Optica Sinica* **33** 508002 (in Chinese) [方翔, 陈婧, 吴逢铁, 程治明, 朱健强 2013 光学学报 **33** 508002]
- [27] Chafiq A, Hricha Z, Belafhal A 2006 *Opt. Commun.* **265** 594

# A novel method of generating quasi-non-diffracting Mahtieu beam based on axicon\*

Li Dong   Wu Feng-Tie<sup>†</sup>   Xie Xiao-Xia

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, Xiamen 361021, China)

( Received 19 March 2014; revised manuscript received 15 May 2014 )

## Abstract

A novel method of generating zero order non-diffracting Mathieu beam with an axicon is proposed. To create quasi non-diffracting Mahtieu beam, an axicon is used to focus a plane wave modulated by elliptical Gaussian amplitude. Based on the formula of diffraction integral of a plane wave modulated by elliptical Gaussian amplitude propagating through the axicon, the intensity of quasi non-diffracting beam is simulated numerically. The maximum propagation distance of the quasi-non-diffracting Mathieu beam is calculated according to a geometrical optical model. To verify the results of the theory, an experimental setup is designed. Using a cylindrical lens and a collimating and expanding system, a circular Gaussian beam can be converted in to a plane wave modulated by elliptical Gaussian amplitude. Focusing the plane wave using an axicon, a quasi-non-diffracting Mathieu beam can be generated. The experimental results are consistent with theoretical calculations and numerical simulations.

**Keywords:** non-diffracting Mathieu beam, plane wave modulated by elliptical Gaussian amplitude, axicon, cylindrical lens

**PACS:** 24.10.Ht, 42.25.-p, 42.60.Jf

**DOI:** [10.7498/aps.63.152401](https://doi.org/10.7498/aps.63.152401)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61178015), and the Natural Science Foundation of Fujian Province, China(Grant No. 2012J01278).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [fengtie@hqu.edu.cn](mailto:fengtie@hqu.edu.cn)