

# 聚焦高斯涡旋光束焦区电场和磁场的偏振奇点\*

罗亚梅<sup>1)2)†</sup> 高曾辉<sup>2)</sup> 唐碧华<sup>1)</sup> 吕百达<sup>3)</sup>

1) (泸州医学院生物医学工程系, 泸州 646000)

2) (宜宾学院计算物理重点实验室, 宜宾 644000)

3) (四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)

(2014年1月6日收到; 2014年4月15日收到修改稿)

以高斯涡旋光束为例, 研究了聚焦场中电场和磁场的偏振奇点变化规律. 结果表明, 高斯涡旋光束经透镜聚焦后, 在焦区存在二维和三维电场和磁场的偏振奇点, 其位置一般不重合. 适当改变与焦面的距离以及光阑截断参数等出现圆偏振奇点的移动、产生和湮没. 不同二维和三维电场和磁场圆偏振奇点湮没所对应的各参数临界值不同. 在二维电场中, 几何焦面上会有  $V$  点的产生.

**关键词:** 聚焦高斯涡旋光束, 电场和磁场的偏振奇点, 焦区

**PACS:** 42.25.Bs, 42.25.Ja

**DOI:** 10.7498/aps.63.154201

## 1 引言

矢量场中的偏振态会随位置而改变, Nye 和 Hajnal 发现在三维单色电磁场中, 存在着  $C$  线 (圆偏振线) 和  $L$  线 (线偏振线), 这些线上的点即为偏振奇点<sup>[1]</sup>. 基于偏振奇点, Soskin 等人提出奇异 Stokes 偏振术, 这一新技术在亚微米粒子的变形和位移精确测量以及生命科学研究中具有应用前景<sup>[2,3]</sup>. Hajnal 通过实验研究了微波在自由空间传输过程中的三维电场的偏振奇点以及三维磁场的偏振奇点, 证实了一般情况下的电场和磁场的偏振奇点是不同的<sup>[4]</sup>. Berry 对矢量波的横向场 (二维) 以及三维电场和磁场偏振奇点做了比较研究<sup>[5]</sup>. Luo 等人对高斯涡旋光束在自由空间传输中二维和三维电场和磁场的偏振奇点做了研究, 发现圆偏振奇点随着光束涡旋离轴量等的变化而移动<sup>[6]</sup>. Schoonover 等人对大数值孔径光阑透镜聚焦径向偏振光焦区的偏振态做了分析, 把偏振奇点的研究从傍轴推广到了非傍轴领域, 讨论了随透镜的半角宽度变化偏振奇点的变形、分裂和湮没等<sup>[7]</sup>.

部分相干径向偏振光束通过大数值孔径光阑透镜后, 光阑截断参数、光阑透镜的半角宽度以及相干长度变化对焦区 Stokes 涡旋有所影响<sup>[8]</sup>. Hua 等人研究了强聚焦飞秒椭圆偏振涡旋光脉冲在焦区的传输特性<sup>[9]</sup>. 但是, 迄今为止对聚焦场的二维和三维的电磁场偏振奇点还未见报道. 本文以高斯涡旋光束为例, 研究了光束经光阑透镜后的傍轴传输过程中, 光阑截断参数以及与焦面的距离等变化对聚焦二维和三维电场、磁场中的偏振奇点的影响, 所得结果有助于对电场和磁场偏振奇点在聚焦场中变化规律的深入认识.

## 2 理论推导

假设高斯涡旋光束经过一焦距为  $f$ , 光阑孔径半宽为  $d$ , 位于  $z = 0$  平面处的方形光阑透镜聚焦,  $z = 0$  平面处的高斯涡旋光束表示为<sup>[10]</sup>

$$E_x(x_0, y_0, 0) = E_{0x}(x_0 - a + iy_0) \exp\left[-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_{0x}^2}\right], \quad (1a)$$

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61275203) 和四川省科技厅自然科学基金 (批准号: 2013JY0100) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: luolueryan@126.com

$$E_y(x_0, y_0, 0) = E_{0y}(x_0 - b + iy_0) \exp \left[ -\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_{0y}^2} \right], \quad (1b)$$

其中,  $E_{0x}$ ,  $E_{0y}$ ,  $w_{0x}$ ,  $w_{0y}$  分别是  $E_x$  和  $E_y$  的振幅常量和束腰宽度,  $a$ ,  $b$  为  $E_x$  和  $E_y$  分量的光涡旋在  $x$  方向的离轴量, 光束束腰恰好位于透镜处.

把 (1) 式代入 Collins 公式, 聚焦场电场的表达式为

$$E_x(x, y, z) = \left( -\frac{i}{\lambda B} \right) \exp \left[ -ik \left( z + \frac{x^2 + y^2}{2B} \right) \right] \times \int_{-d}^d \int_{-d}^d E_x(x_0, y_0, 0) \times \exp \left\{ -\frac{ik}{2B} \left[ A(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0x + y_0y) \right] \right\} dx_0 dy_0, \quad (2a)$$

$$E_y(x, y, z) = \left( -\frac{i}{\lambda B} \right) \exp \left[ -ik \left( z + \frac{x^2 + y^2}{2B} \right) \right] \times \int_{-d}^d \int_{-d}^d E_y(x_0, y_0, 0) \times \exp \left\{ -\frac{ik}{2B} \left[ A(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0x + y_0y) \right] \right\} dx_0 dy_0, \quad (2b)$$

式中  $k$  为波数, 和波长  $\lambda$  的关系为  $k = 2\pi/\lambda$ , ABCD 矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

按 Berry 的处理 [5], 纵向场分量可由散度方程用横向场分量表示为

$$E_z \approx \frac{i}{k} \nabla_t \cdot \mathbf{E}_t, \quad B_z \approx \frac{i}{k} \nabla_t \cdot \mathbf{B}_t, \quad (4)$$

式中,  $\nabla_t = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right\}$ ,  $\mathbf{E}_t = \{E_x, E_y\}$ ,  $\mathbf{B}_t = \{B_x, B_y\}$ , 且有

$$B_x(x, y, z) = \frac{1}{c} \left\{ -E_y - \frac{1}{2k^2} \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_y - 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} E_x \right] \right\}, \quad (5a)$$

$$B_y(x, y, z) = \frac{1}{c} \left\{ E_x - \frac{1}{2k^2} \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_x + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} E_y \right] \right\}, \quad (5b)$$

其中,  $c$  为真空中的光速.

### 3 圆偏振奇点 ( $c$ 和 $C$ 点)

对于矢量  $\mathbf{E} = \{\mathbf{E}_t, E_z\}$  和  $\mathbf{B} = \{\mathbf{B}_t, B_z\}$ , 对圆偏振奇点的定义有 [5]

$$\mathbf{E}_t \cdot \mathbf{E}_t = 0 \quad (c_E \text{线}), \quad (6a)$$

$$\mathbf{B}_t \cdot \mathbf{B}_t = 0 \quad (c_B \text{线}), \quad (6b)$$

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (C_E \text{线}), \quad (6c)$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (C_B \text{线}). \quad (6d)$$

在线上偏振椭圆的长轴和短轴方向并不确定. 若考虑在  $z$  一定处的圆偏振奇点, 即在  $xy$  平面上满足 (6a)—(6d) 式的点, 即其实部和虚部的交点分别为  $c_E$  点、 $c_B$  点、 $C_E$  点和  $C_B$  点. 由 (3)—(6) 式可知, 高斯涡旋光束经光阑透镜聚焦后, 焦区的二维电场和磁场 ( $\mathbf{E}_t$  和  $\mathbf{B}_t$ ) 以及三维电场和磁场 ( $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$ ) 中的偏振奇点随光束振幅比  $\eta = E_{0y}/E_{0x}$ 、截断参数  $\delta_x = d/w_{0x}$  和  $\delta_y = d/w_{0y}$ 、涡旋离轴量  $a$  和  $b$  等变化.

#### 3.1 随截断参数的变化规律

根据 (6a)—(6d) 式, 图 1 给出了经过不同截断参数方形光阑透镜后几何焦面上的  $c_E$  点、 $c_B$  点的分布变化规律, 参数取值为  $\lambda = 1000$  nm,  $f = 25000\lambda$ , 数值孔径  $NA \approx d/f = 0.1$ , 其中  $NA = 0.1 \ll 1$  是为了确保傍轴近似的有效性 [11]. 图 1 (a)—(c) 为  $\text{Re}[\mathbf{B}_t \cdot \mathbf{B}_t] = 0$  (实线) 和  $\text{Im}[\mathbf{B}_t \cdot \mathbf{B}_t] = 0$  (虚线) 的等值线分布, 其交点为  $c_B$  点, 用 “▼” 代表; 图 1 (d)—(f) 为  $\text{Re}[\mathbf{E}_t \cdot \mathbf{E}_t] = 0$  (实线) 和  $\text{Im}[\mathbf{E}_t \cdot \mathbf{E}_t] = 0$  (虚线) 的等值线分布, 其交点为  $c_E$  点, 用 “▲” 代表, (a), (d)  $\delta_y = 1.684$ , (b), (e)  $\delta_y = 1.694$ , (c), (f)  $\delta_y = 1.704$ ,  $a = b = 2\lambda$ ,  $\delta_x = 1.667$ ,  $\eta = 1$ ,  $z = f = 25000\lambda$ . 由图 1 (a) 可见, 当  $\delta_y = 1.684$  时, 几何焦面上, 在范围  $\{10 \leq x/\lambda \leq 14, 10.5 \leq y/\lambda \leq 14.5\}$  内有 8 个  $c_B$  点, 位置分别为  $c_{B1}$  (11.350, 12.645),  $c_{B2}$  (11.304, 11.563),  $c_{B3}$  (11.506, 11.266) 和  $c_{B4}$  (12.732, 11.339),  $c_{B5}$  (13.059, 11.412),  $c_{B6}$  (12.955, 12.850),  $c_{B7}$  (12.872, 12.970) 和  $c_{B8}$  (11.401, 13.119). 根据文献 [5] 定义二维磁场有

$$B_R = \frac{B_x + iB_y}{\sqrt{2}},$$

$$B_L = \frac{B_x - i B_y}{\sqrt{2}}, \quad (7)$$

则  $B_R = 0$ , 对应左旋  $c_B$  点;  $B_L = 0$ , 对应右旋  $c_B$  点. 由定义可知,  $c_{B1}$ ,  $c_{B2}$ ,  $c_{B5}$  和  $c_{B6}$  为左旋点,  $c_{B3}$ ,  $c_{B4}$ ,  $c_{B7}$  和  $c_{B8}$  为右旋点. 根据文献 [12] 方法, 分析各  $c_B$  点的位相分布可知其拓扑电荷为  $q_{c_{B1}} = q_{c_{B4}} = q_{c_{B5}} = q_{c_{B8}} = -1$ ,  $q_{c_{B2}} = q_{c_{B3}} =$

$q_{c_{B6}} = q_{c_{B7}} = +1$ . 随着光阑截断参数  $\delta_y$  的增加, 各  $c_B$  点有所移动并有湮没现象的产生. 例如当  $\delta_y = 1.694$  时,  $c_B$  点位置分别为  $c_{B1}$  (11.376, 12.382),  $c_{B2}$  (11.336, 11.839),  $c_{B3}$  (11.737, 11.296) 和  $c_{B4}$  (12.514, 11.366),  $c_{B5}$  (13.128, 11.503),  $c_{B6}$  (12.971, 12.782),  $c_{B7}$  (12.806, 12.986) 和  $c_{B8}$  (11.489, 13.184). 当  $\delta_y = 1.704$  时, 拓扑电荷相反而旋性同为左旋的  $c$

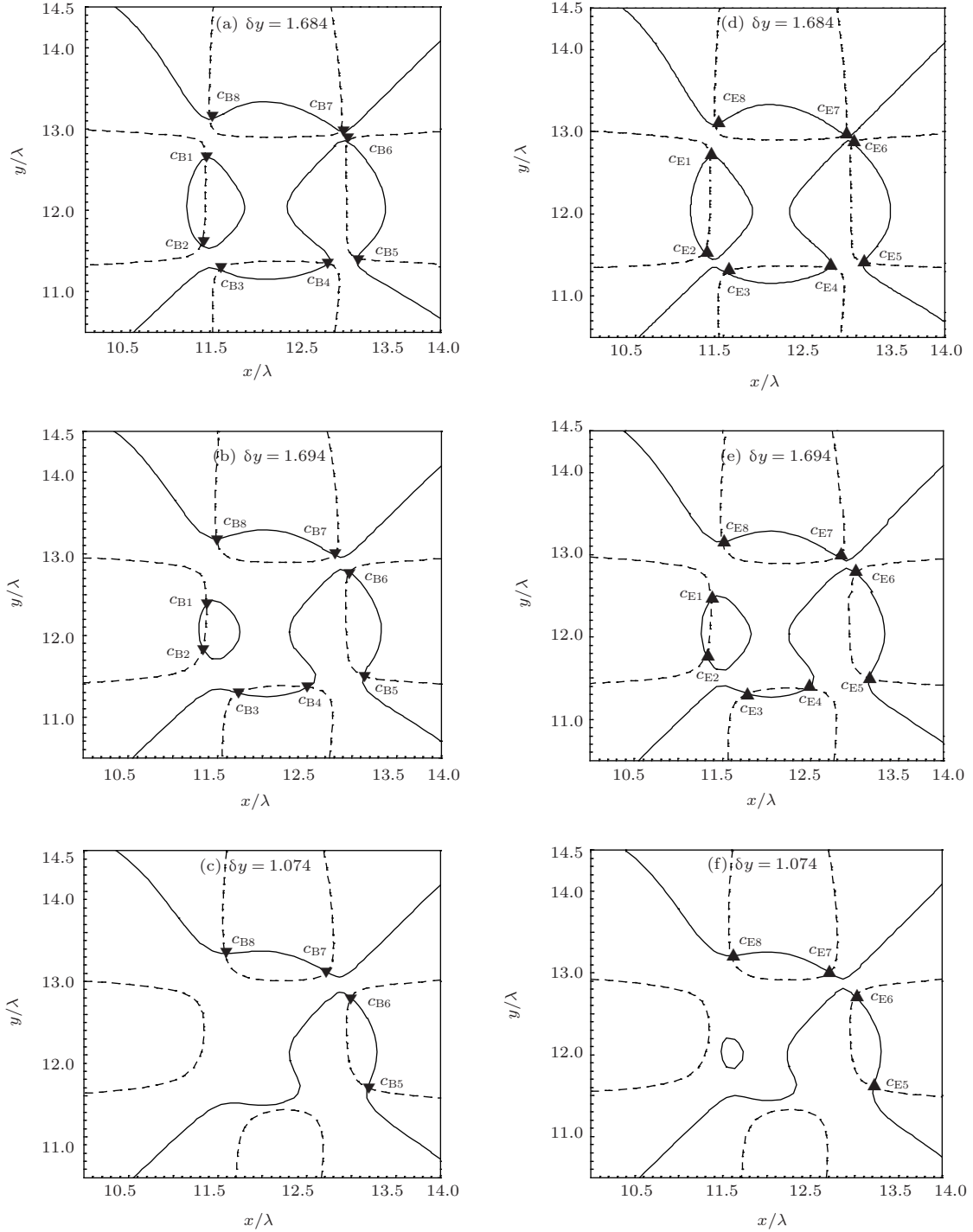


图1 二维磁场与电场的偏振奇点分布

点对  $c_{B1}$  点和  $c_{B2}$  点、右旋  $c$  点对  $c_{B3}$  点和  $c_{B4}$  点已经靠近而湮没,只剩下奇点  $c_{B5}$  (13.185, 11.602),  $c_{B6}$  (12.996, 12.702),  $c_{B7}$  (12.731,13.012) 和  $c_{B8}$  (11.586, 13.238).

相应地,  $\delta_y = 1.684$ 时,几何焦面上的范围  $\{10 \leq x/\lambda \leq 14, 10.5 \leq y/\lambda \leq 14.5\}$  内也有8个  $c_E$  点(如图 1(d)),位置分别为  $c_{E1}$ (11.342, 12.689),  $c_{E2}$ (11.284, 11.534),  $c_{E3}$ (11.532, 11.285) 和  $c_{E4}$  (12.692, 11.344),  $c_{E5}$ (13.089,11.408),  $c_{E6}$ (12.964,

12.860),  $c_{E7}$ (12.862,12.962) 和  $c_{E8}$ (11.407,13.087).  $c_{E1}$ ,  $c_{E2}$ ,  $c_{E5}$  和  $c_{E6}$  为左旋点,  $c_{E3}$ ,  $c_{E4}$ ,  $c_{E7}$  和  $c_{E8}$  为右旋点.

图 2 给出了三维场中相对应的  $C_B$  点和  $C_E$  点分布. 图 2(a)—(c) 为  $\text{Re}[\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}] = 0$  (实线)和  $\text{Im}[\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}] = 0$  (虚线)的等值线分布,其交点为  $C_B$  点,用“●”代表;图 2(d)—(f) 为  $\text{Re}[\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}] = 0$  (实线)和  $\text{Im}[\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}] = 0$  (虚线)的等值线分布,其交点

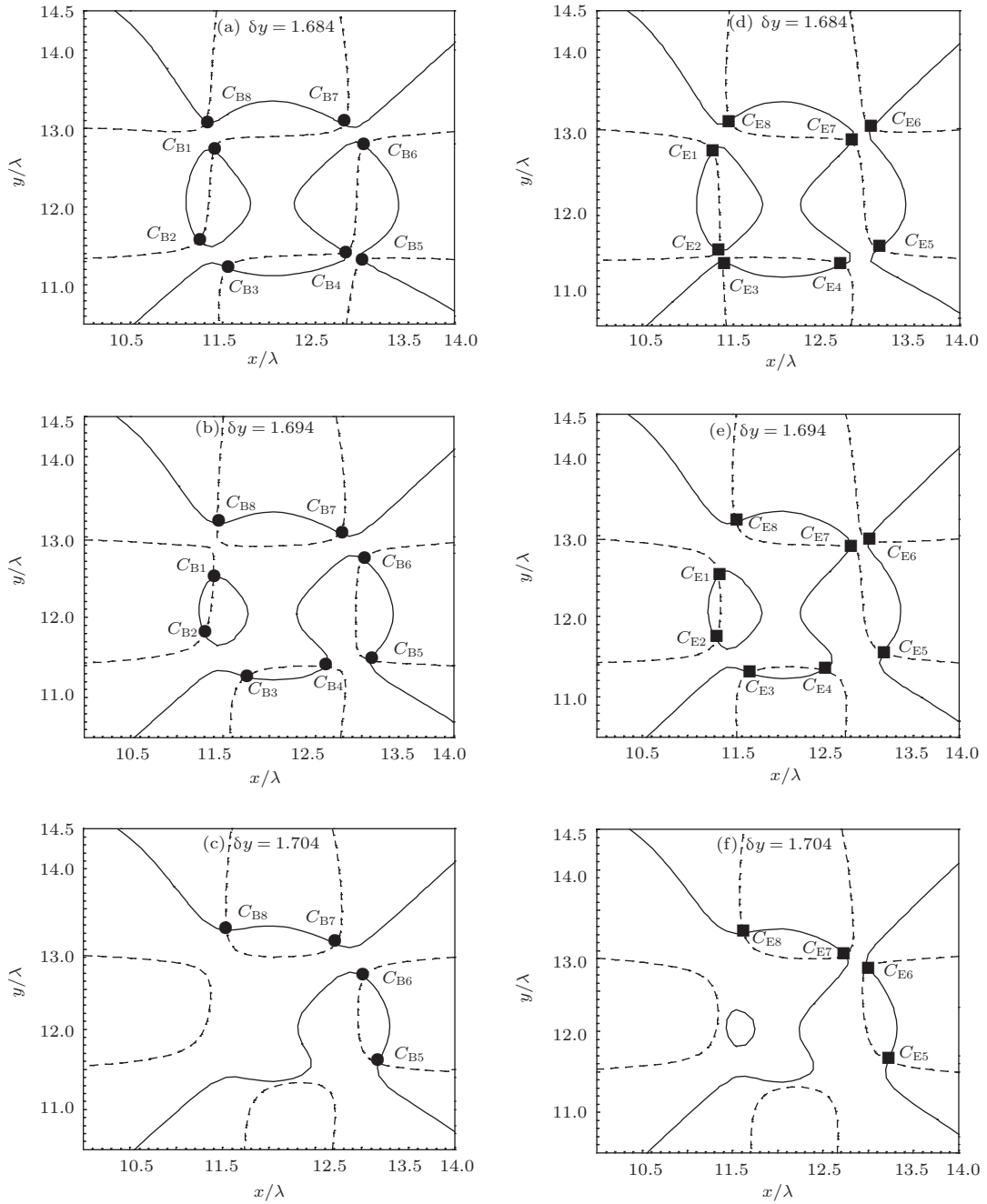


图 2 三维磁场与电场的偏振奇点分布

为 $C_E$ 点,用“■”代表.由图2(a)可见,当 $\delta_y = 1.684$ 时,几何焦面上,在范围 $\{10 \leq x/\lambda \leq 14, 10.5 \leq y/\lambda \leq 14.5\}$ 内有4个三维左旋磁场偏振奇点,即 $C_{B1}(11.407, 12.722)$ ,  $C_{B2}(11.246, 11.568)$ ,  $C_{B5}(13.015, 11.308)$ ,  $C_{B6}(13.026, 12.780)$ , 4个三维右旋磁场偏振奇点 $C_{B3}(11.552, 11.223)$ ,  $C_{B4}(12.818, 11.423)$ ,  $C_{B7}(12.810, 13.049)$ 和 $C_{B8}(11.322, 13.087)$ .同时,该范围内也存在着相应的左旋 $C_E$ 点 $C_{E1}(11.282, 12.713)$ ,  $C_{E2}(11.348, 11.443)$ ,  $C_{E5}(13.106, 11.472)$ ,  $C_{E6}(12.808, 12.830)$ 和右旋点 $C_{E3}(11.403, 11.309)$ 和 $C_{E4}(12.707, 11.274)$ ,  $C_{E7}(13.030, 13.004)$ 和 $C_{E8}(11.464, 13.099)$ .可见,各相应的圆偏振奇点的位置相隔都较近.例如,由 $c_{B1}$ ,  $c_{E1}$ ,  $C_{B1}$ ,  $C_{E1}$ 的位置可计算出,  $c_{B1}$ 和 $c_{E1}$ 相隔 $0.045\lambda$ ,  $c_{B1}$ 和 $C_{B1}$ 相隔 $0.096\lambda$ ,  $c_{B1}$ 和 $C_{E1}$ 相隔 $0.068\lambda$ ,  $c_{E1}$ 和 $C_{E1}$ 相隔 $0.065\lambda$ ,  $c_{E1}$ 和 $C_{B1}$ 相隔 $0.073\lambda$ , 四个相应的圆偏振奇点两两间的距离非常小,都在亚波长范围内.可以证明,在严格傍轴近似下,即(6)式中 $1/k^2$ 项可忽略时,二维电场和磁场的圆偏振奇点完全重合,三维电场和磁场中相对应的圆偏振奇点也完全重合,但二维和三维的圆偏振奇点并不重合.

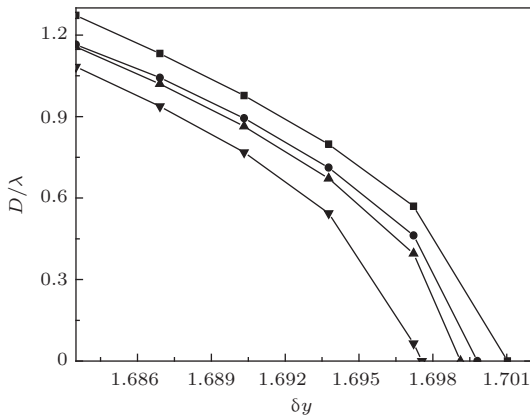


图3 奇点对距离随 $\delta_y$ 的变化

对比图1和图2可见,随着光阑截断参数 $\delta_y$ 的增加,  $c_E$ 点以及 $C_B$ 点、 $C_E$ 点都会有所移动,奇点对的距离会产生变化并伴随有湮没现象的产生.图3给出了两个旋性相同的奇点对间距离随截断参数 $\delta_y$ 的变化,其中,▼代表 $c_{B1}$ 点和 $c_{B2}$ , ▲代表 $c_{E1}$ 点和 $c_{E2}$ , ●代表 $C_{B1}$ 点和 $C_{B2}$ , ■代表 $C_{E1}$ 点和 $C_{E2}$ .由图1至图3可见,随着 $\delta_y$ 的增加,旋性相同的圆偏振奇点间的距离变小,但相同的 $\delta_y$ 值对应的各奇点对的距离是

不同的.例如图中,  $\delta_y = 1.694$ 时,图中 $c_B$ 点对、 $c_E$ 点对、 $C_B$ 点对和 $C_E$ 点对对应的距离分别为 $0.544\lambda$ ,  $0.672\lambda$ ,  $0.712\lambda$ 和 $0.798\lambda$ .当 $\delta_y$ 增大到一定值时会有湮没现象的产生(也可以认为随 $\delta_y$ 减小会有奇点对的产生),但不同奇点对湮没的临界点不同,二维圆偏振奇点对湮没的临界值小于三维圆偏振奇点对湮没的临界值(见图1、图2(c), (f)和图3).图中 $c_B$ 点对、 $c_E$ 点对、 $C_B$ 点对和 $C_E$ 点对对应的湮没临界值分别为 $\delta_y = 1.698, 1.699, 1.700$ 和 $1.701$ .

### 3.2 焦区电场和磁场偏振奇点的变化规律

图4给出了几何焦面附近 $z = f + \Delta$ (式中 $\Delta$ 为与几何焦面的距离)的 $c_B$ 点和 $c_E$ 点的演化规律, (a), (d)  $\Delta = -1\lambda$ , (b), (e)  $\Delta = +1\lambda$ , (c), (f)  $\Delta = +2\lambda$ , 其余参数同图1(a).由图可见,当 $\Delta = -1\lambda$ 时,8个 $c_B$ 点位置分别为 $c_{B1}(11.286, 12.276)$ ,  $c_{B2}(11.242, 11.855)$ ,  $c_{B3}(11.354, 11.380)$ ,  $c_{B4}(12.960, 11.379)$ ,  $c_{B5}(13.246, 11.439)$ ,  $c_{B6}(13.024, 12.806)$ ,  $c_{B7}(12.924, 12.909)$ 和 $c_{B8}(11.366, 12.915)$ .当 $\Delta = 0$ (即 $z = f$ )时,则变为图1(a).  $\Delta = +1\lambda$ 时,  $c_B$ 点移至 $c_{B1}(11.389, 12.891)$ ,  $c_{B2}(11.422, 11.400)$ ,  $c_{B3}(11.732, 11.198)$ ,  $c_{B4}(12.433, 11.282)$ ,  $c_{B5}(12.847, 11.382)$ ,  $c_{B6}(12.894, 12.905)$ ,  $c_{B7}(12.829, 13.037)$ 和 $c_{B8}(11.431, 13.299)$ .可见,  $c_B$ 点对 $c_{B3}$ 点和 $c_{B4}$ 点越来越靠近.当 $\Delta = +2\lambda$ 时,拓扑电荷相反但同为右旋的 $c$ 点对 $c_{B3}$ 点和 $c_{B4}$ 点已湮没,只剩下 $c_{B1}(11.419, 13.098)$ ,  $c_{B2}(11.598, 11.291)$ ,  $c_{B5}(12.590, 11.342)$ ,  $c_{B6}(12.841, 12.969)$ ,  $c_{B7}(12.799, 13.108)$ 和 $c_{B8}(11.462, 13.464)$ .相应地,当 $\Delta = -1\lambda$ 时,8个 $c_E$ 点(见图4(d))的位置分别为 $c_{E1}(11.281, 12.360)$ ,  $c_{E2}(11.216, 11.790)$ ,  $c_{E3}(11.373, 11.403)$ ,  $c_{E4}(12.927, 11.382)$ ,  $c_{E5}(13.273, 11.437)$ ,  $c_{E6}(13.031, 12.817)$ ,  $c_{E7}(11.374, 12.879)$ 和 $c_{E8}(12.915, 12.901)$ .同样地,焦区附近的 $c_E$ 点也会有产生、移动和湮灭,见图1(d)和图4(e)—(f).

图5给出了三维场中焦区的 $C_B$ 点和 $C_E$ 点变化规律, (a), (d)  $\Delta = -1\lambda$ , (b), (e)  $\Delta = +1\lambda$ , (c), (f)  $\Delta = +2\lambda$ , 其余参数同图1(a).当 $\Delta = -1\lambda$ 时,8个 $C_B$ 点分别处于 $C_{B1}(11.357, 12.497)$ ,  $C_{B2}(11.169, 11.754)$ ,  $C_{B3}(11.409, 11.349)$ ,  $C_{B4}(13.001, 11.451)$ ,  $C_{B5}(13.227, 11.344)$ ,  $C_{B6}(13.089, 12.731)$ ,  $C_{B7}(12.865, 12.995)$ 和 $C_{B8}(11.284, 12.852)$ ; 8个 $C_E$ 点分别处于 $C_{E1}(11.239, 12.449)$ ,  $C_{E2}(11.219, 11.595)$ ,

$C_{E3}$  (11.301, 11.489),  $C_{E4}$  (12.924, 11.306),  $C_{E5}$  (13.296, 11.504),  $C_{E6}$  (13.095, 12.949),  $C_{E7}$  (12.858, 12.783) 和  $C_{E8}$  (11.425, 12.876). 随着与焦面距离的变化, 三维圆偏振奇点也会有所移动和湮没, 见图 2(a), 图 5(b),(c) 和图 2(d), 图 5(e),(f). 图 6 给出了图 (4) 和图 (5) 中各奇点对  $c_{B3}$ ,  $c_{B4}$ ,

$c_{E3}$ ,  $c_{E4}$ ,  $c_{B3}$ ,  $c_{B4}$ ,  $c_{E3}$ ,  $c_{E4}$  距离与  $\Delta/\lambda$  之间的变化关系. 由图可见, 虽然随着  $\Delta$  的变化, 在焦面附近有湮没现象的产生, 但不同圆偏振奇点对湮没的  $\Delta$  却有所不同, 图中  $c_B$  点对、 $c_E$  点对、 $c_B$  点对和  $c_E$  点对对应的湮没临界值分别为  $\Delta/\lambda = 1.6, 1.4, 1.9$  和  $1.8$ .

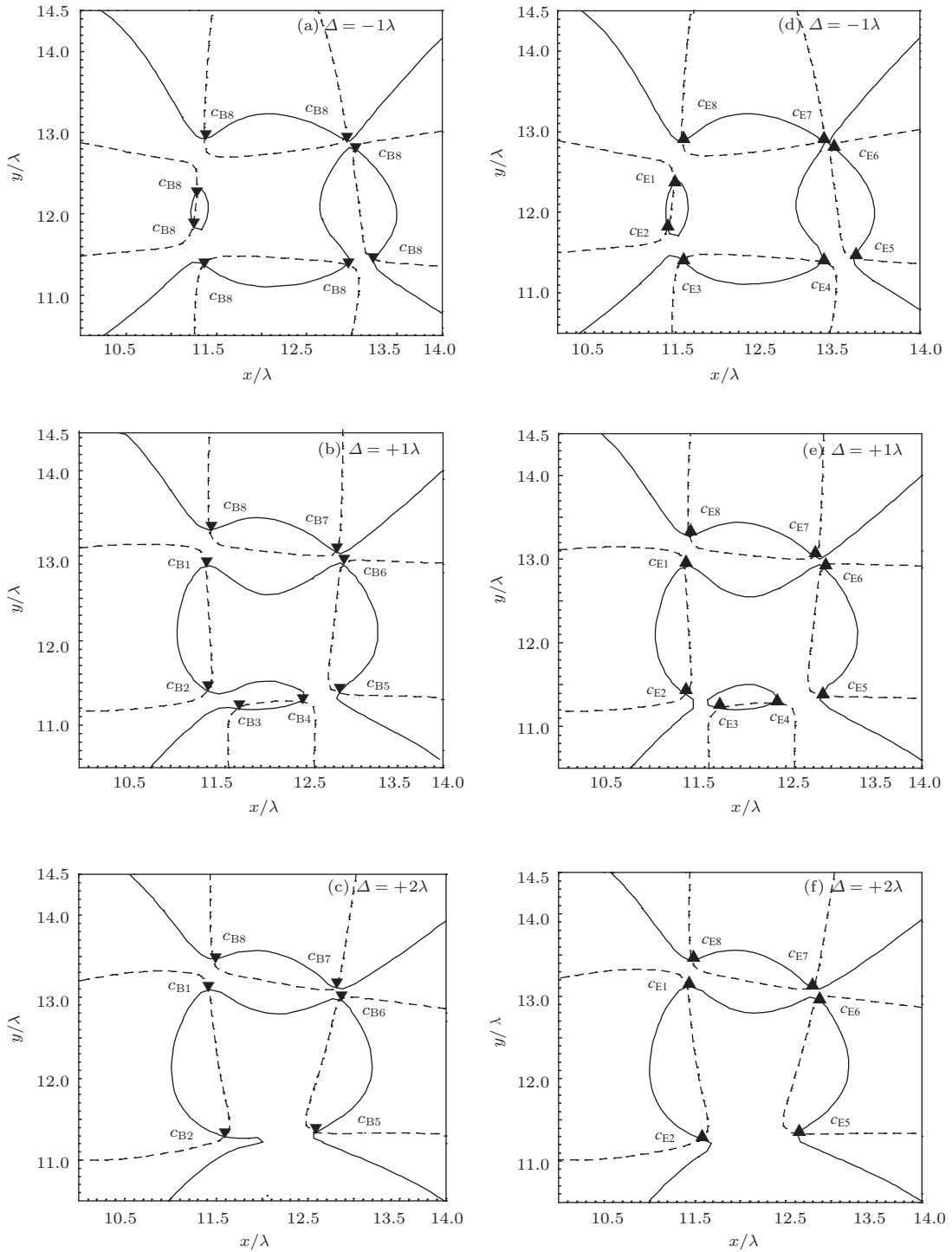


图 4 焦区二维圆偏振奇点的变化

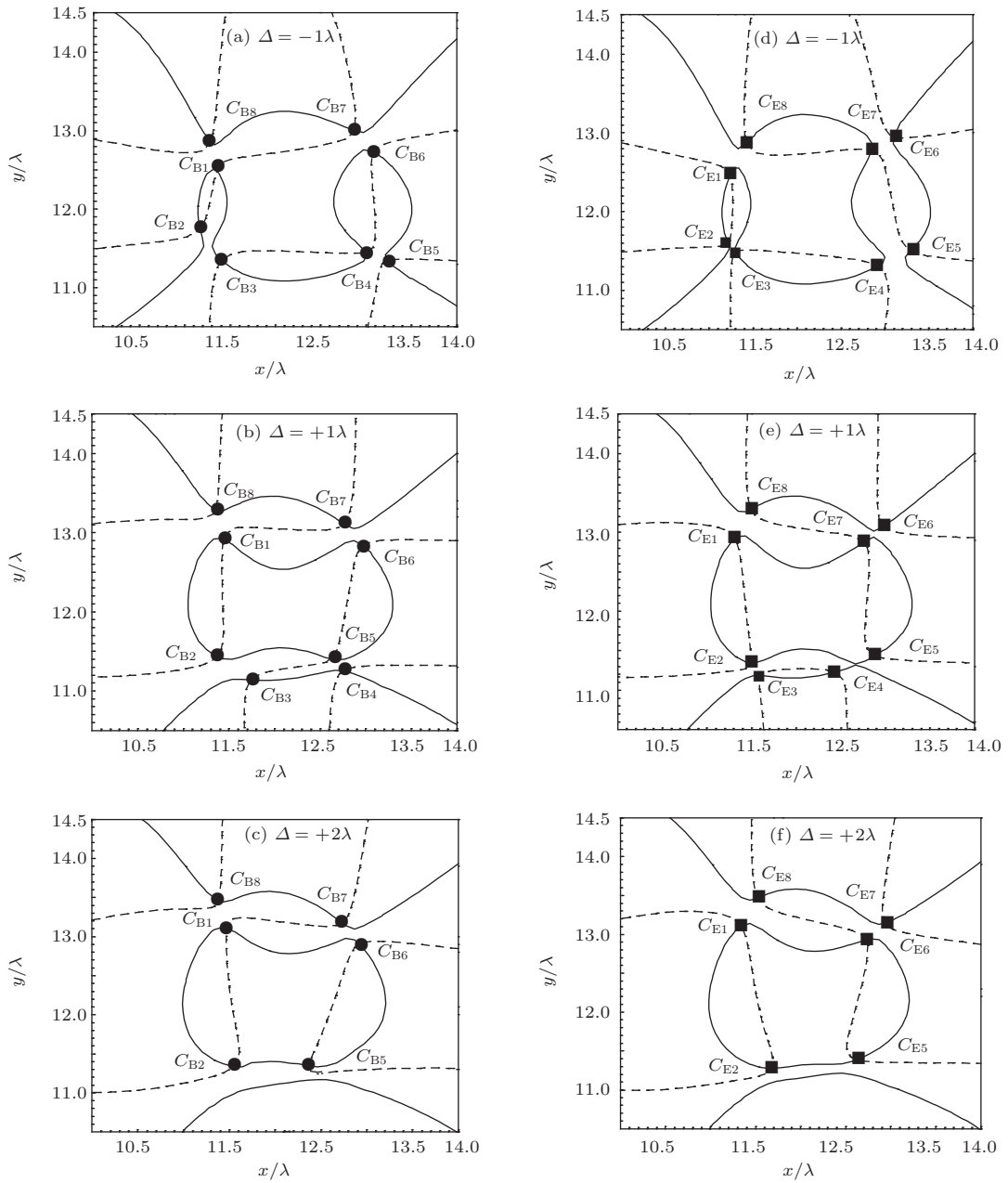


图5 三维圆偏振奇点随  $\Delta$  的变化

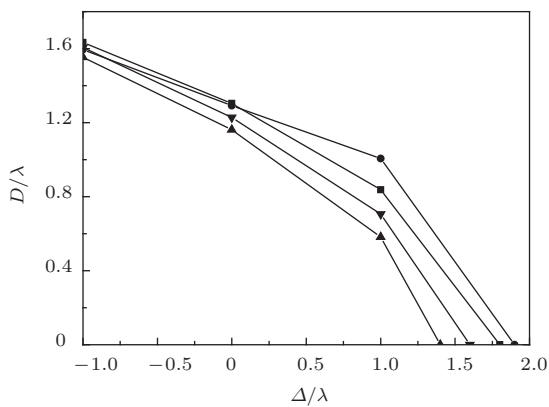


图6 圆偏振奇点对距离随  $\Delta/\lambda$  的变化

### 3.3 V点

图7给出了  $\delta_y = \delta_x$ ,  $b = a$ , (a)  $a = 2\lambda$ , (a)  $a = 250\lambda$ , 其余参数同图1(d)的(6a)式实部和虚部的等值线分布图. 和图1(d)对比可知, 此时几何焦面上的两个旋性相反的圆偏振点重合在一起(或者说  $C_{E1}$  和  $C_{E8}$ ,  $C_{E2}$  和  $C_{E3}$ ,  $C_{E4}$  和  $C_{E5}$ ,  $C_{E6}$  和  $C_{E7}$  各自碰撞在一起), 此时在该点不能再称之为一个左旋圆偏振点或右旋圆偏振点, 出现一个V点, 该点的偏振态是不确定的<sup>[7]</sup>. 对比图7(a)和(b), 当  $b = a = 2\lambda$  时, V点的位置分别为  $V_1$

(11.267, 12.953),  $V_2$  (11.267, 11.267),  $V_3$  (12.955, 11.267),  $V_4$  (12.955, 12.953)(见图 7 (a)); 当  $b = a = 250\lambda$  时,  $V$  点移至  $V_1$  (11.267, 12.669),  $V_2$  (11.267, 11.440),  $V_3$  (12.955, 11.440),  $V_4$  (12.955, 12.669) (见图 7 (b)). 当  $\delta_y = \delta_x, b = a$  时存在二维电场  $V$  点. 随着涡旋离轴量的变化,  $V$  点位置有所改变.

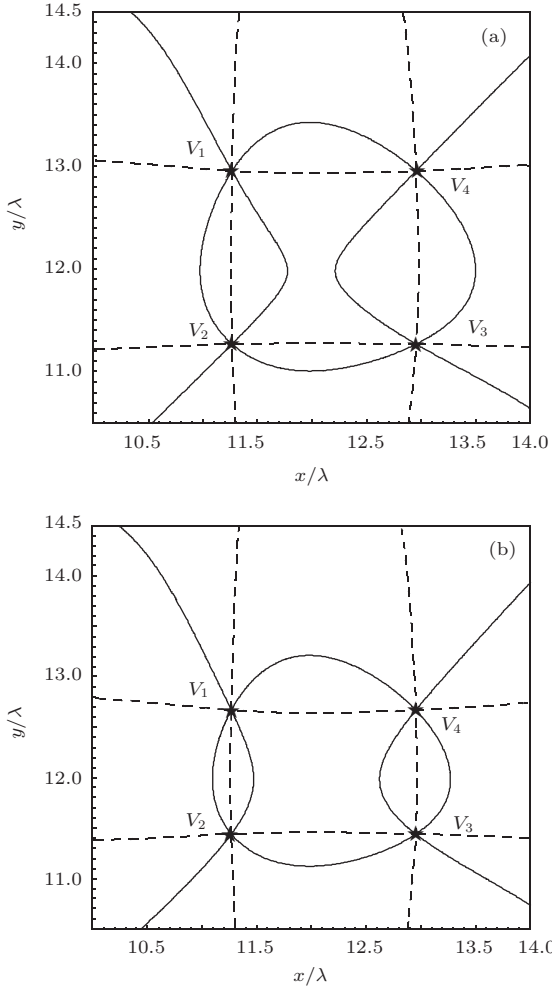


图7  $\delta_y = \delta_x, b = a$  时 (6a) 式实部和虚部的等值线分布图

#### 4 线偏振奇点 $l$ 线和 $L$ 点

对于矢量  $\mathbf{E} = \{\mathbf{E}_t, E_z\}$  和  $\mathbf{B} = \{\mathbf{B}_t, B_z\}$ , 对线偏振奇点的定义有 [5]

$$\text{Im}\mathbf{E}_t^* \times \mathbf{E}_t = 0, (l_E \text{面}), \quad (8a)$$

$$\text{Im}\mathbf{B}_t^* \times \mathbf{B}_t = 0, (l_B \text{面}), \quad (8b)$$

$$\text{Im}\mathbf{E}^* \times \mathbf{E} = 0, (L_E \text{线}), \quad (8c)$$

$$\text{Im}\mathbf{B}^* \times \mathbf{B} = 0, (L_B \text{线}). \quad (8d)$$

此时偏振态退化为线偏振, 其旋向性不确定. 若考虑在  $z$  一定处的线偏振奇点, 即在  $xy$  平面上构

成满足 (8a)–(8d) 式的  $l_E$  线,  $l_B$  线,  $L_E$  点和  $L_B$  点. 二维情况下, 对电场和磁场中的  $l$  线满足条件

$$|E_R|^2 - |E_L|^2 = 0, (l_E \text{线}), \quad (9a)$$

$$|B_R|^2 - |B_L|^2 = 0, (l_B \text{线}). \quad (9b)$$

三维情况下, 对电场和磁场中的  $L$  点满足条件

$$\text{Re}(\mathbf{E}_t^* \nabla_t \cdot \mathbf{E}_t) = 0, (L_E \text{点}), \quad (10a)$$

$$\text{Re}(\mathbf{B}_t^* \nabla_t \cdot \mathbf{B}_t) = 0, (L_B \text{点}). \quad (10b)$$

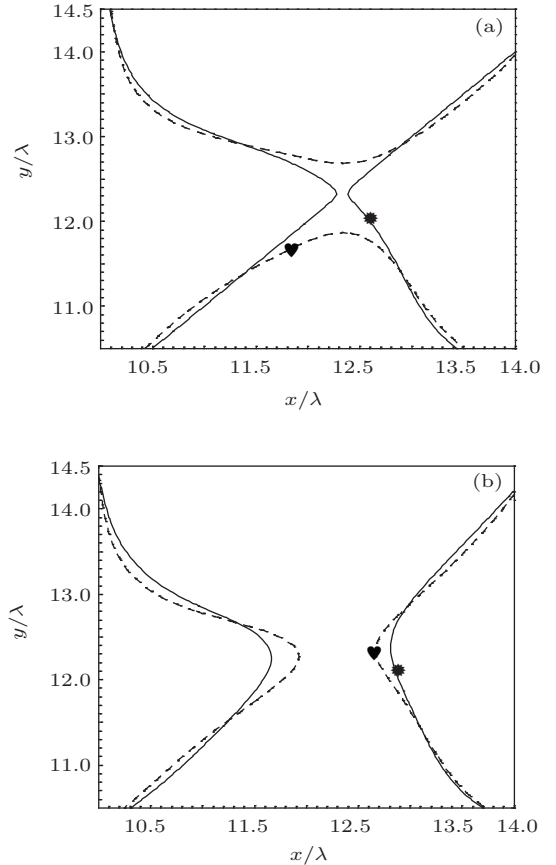


图8 线偏振奇点分布

图 8 给出了 (a)  $\Delta = 0$ , (b)  $\Delta = -1\lambda$  时范围  $\{10 \leq x/\lambda \leq 14, 10.5 \leq y/\lambda \leq 14.5\}$  内的线偏振奇点, 其余参数同图 1 (a). 由图可见,  $\Delta$  一定时, 所考虑范围内有  $l_B$  线 (以虚线表示) 和  $l_E$  线 (以实线表示) 各两条, 二者并不重合但有相交位置. 例如  $\Delta = 0$  时, 两条线相交于 (11.398, 11.400), (12.899, 11.400), (12.902, 12.900) 和 (11.391, 12.900), 在这些点上, 既是二维磁场的线偏振点, 也是二维电场的线偏振点. 对于三维的线偏振奇点, 由图可见, 当  $\Delta = 0$  时, 所考虑范围内有一个  $L_B$  点 (11.792, 11.653) (以“♥”表示), 以及一个  $L_E$  点



(12.644, 11.928) (以“\*”表示).  $L_B$ 点处于 $l_B$ 线上,  $L_E$ 点处于 $l_E$ 线上. 当 $\Delta = -1\lambda$ 时,  $L_B$ 点位置为(12.662, 12.333),  $L_E$ 点位置为(12.912, 11.935). 若改变截断参数以及 $\Delta$ 等,  $l_E$ 线,  $l_B$ 线,  $L_E$ 点和 $L_B$ 点的位置发生变化, 但不管怎么样,  $L_B$ 点始终处于 $l_B$ 线上,  $L_E$ 点始终处于 $l_E$ 线上, 即三维电场及磁场的线偏振奇点和二维电场及磁场的线偏振奇点重合, 从(9)和(10)式也可以看出这一特点<sup>[5]</sup>.

## 5 结 论

本文从矢量Collins衍射积分公式和Maxwell散度方程出发, 详细研究了高斯涡旋光束在焦区二维偏振奇点 $c_B$ ,  $l_B$ ,  $c_E$ 和 $l_E$ 奇点和三维场的 $C_B$ ,  $L_B$ ,  $C_E$ 和 $L_E$ 奇点随光阑透镜截断参数等的变化, 以及偏振奇点间的位置关系. 高斯涡旋光束经透镜聚焦后, 焦区存在二维偏振奇点 $c_E$ ,  $l_E$ ,  $c_B$ 和 $l_B$ 奇点和三维场的 $C_E$ ,  $L_E$ ,  $C_B$ 和 $L_B$ 奇点. 随截断参数以及与焦面距离的变化, 各圆偏振奇点会发生移动、湮没, 并会有 $V$ 点的产生. 当光阑截断参数或与焦面的距离增大到一定值时, 两旋性相同的圆偏振奇点对会湮没或产生, 但二维 $c_E$ ,  $c_B$ 和三维 $C_E$ ,  $C_B$ 奇点对湮没的光阑截断参数和与焦面的距离的临界点不同. 二维电场中, 当满足条件 $\delta_y = \delta_x$ ,  $b = a$ 时, 几何焦面上两个旋性相反的圆偏振奇点碰撞, 形成 $V$ 点, 该点的偏振态是不确定的. 在整

个过程中, 虽然线偏振奇点会随截断参数和与焦面的距离等的变化而有所移动, 但 $L_E$ 点始终处于 $l_E$ 线上,  $L_B$ 点始终处于 $l_B$ 线上. 与高斯涡旋光束在自由空间的演化相比较, 后者仅有电场和磁场圆偏振奇点的移动. 因此, 在聚焦场中, 电场和磁场偏振奇点的行为有更为丰富的物理内涵. 本文的结果深化了对高斯涡旋光束在焦区电场和磁场的偏振奇点变化规律的认识.

## 参考文献

- [1] Nye J F, Hajnal J V 1987 *Proc. R. Soc. Lond. A* **409** 21
- [2] Soskin M S, Denisenko V G, Egorov R I 2004 *Proc. of SPIE* **5458** 79
- [3] Angelsky O V, Ushenko A G, Ushenko Ye G 2006 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39** 3547.
- [4] Hajnal J V 1990 *Proc. R. Soc. Lond. A* **430** 413
- [5] Berry M V 2004 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **6** 475
- [6] Luo Y M, Lü B D, Tang B H, Zhu Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 134202 (in Chinese) [罗亚梅, 吕百达, 唐碧华, 朱渊 2012 物理学报 **61** 134202]
- [7] Schoonover R W, Visser T D 2006 *Opt. Express* **14** 5733
- [8] Luo Y M, Lü B D 2010 *J. Opt.* **12** 115703
- [9] Hua L M, Chen B S, Chen Z Y, Pu J X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 014202
- [10] Dennis M R, O'Holleran K, Padgett M J 2009 *Progress in Optics* **53** 293
- [11] Karman G P, Duijil A, Beijersbergen M W, Woerdman J P 1997 *Appl. Opt.* **36** 8091
- [12] Freund I, Shvartsman N 1994 *Phys. Rev. A* **50** 5164

# Electric and magnetic polarization singularities of focused Gaussian vortex beams in the focal region\*

Luo Ya-Mei<sup>1)2)†</sup> Gao Zeng-Hui<sup>2)</sup> Tang Bi-Hua<sup>1)</sup> Lü Bai-Da<sup>3)</sup>

1) (*Department of Biomedical Engineering, Luzhou Medical College, Luzhou 646000, China*)

2) (*Key Laboratory of Computational Physics, Yibin University, Yibin 644000, China*)

3) (*Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China*)

( Received 6 January 2014; revised manuscript received 15 April 2014 )

## Abstract

Taking the Gaussian vortex beam as an example, the variation of electric and magnetic polarization singularities of focused Gaussian vortex beams is studied. It is shown that in the focal region there exist two- and three-dimensional (2D and 3D) electric and magnetic polarization singularities of focused Gaussian vortex beams, which do not coincide in general. By suitably varying the distance from the focal plane and the truncation parameter, the motion, creation, and annihilation of circular polarization singularities will take place. The critical value of the parameters at which a pair of circular polarization singularities of 2D and 3D electric and magnetic fields will annihilate, are not the same. In the 2D electric field the  $V$ -point may appear at the focal plane.

**Keywords:** focused vortex beam, electric and magnetic polarization singularities, focal region

**PACS:** 42.25.Bs, 42.25.Ja

**DOI:** [10.7498/aps.63.154201](https://doi.org/10.7498/aps.63.154201)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61275203), and the Natural Science Foundation of the Science and Technology Department of Sichuan Province (Grant No. 2013JY0100).

† Corresponding author. E-mail: [luoluoeryan@126.com](mailto:luoluoeryan@126.com)