

湍流热对流大尺度环流反转时的角涡特性*

包芸^{1)†} 宁浩²⁾ 徐炜¹⁾

1)(中山大学力学系, 广州 510275)

2)(广东海洋大学海洋与气象学院, 湛江 524088)

(2013年10月5日收到; 2014年4月16日收到修改稿)

本文采用DNS方法计算二维方腔Rayleigh–Bénard热对流. 在软湍流区热对流场呈现大尺度环流和两个反向转动的角涡, 并出现了大尺度环流的反转现象. 连续的温度等值线和流线图清晰地描述了反转现象的全过程. 在反转过程中, 角涡的大小尺度变化起到重要的作用. 对角涡大小尺度变化的分析发现, 在反转现象中其角涡尺度随时间的变化出现剧烈的振荡, 而没有反转现象的热对流场中角涡尺度变化只有小幅的脉动. 对反转过程前后的角涡大小尺度、典型位置速度及角点附近温度等流动特性进行了探讨和分析, 发现反转是在瞬间完成的, 角涡内速度脉动较小、温度较高, 反转前角涡尺度与角涡侧壁垂向速度变化具有同步性.

关键词: 热对流, 大尺度环流, 反转现象, 角涡特性

PACS: 47.55.P–

DOI: 10.7498/aps.63.154703

1 引言

热对流广泛存在于天体、太阳、地球地幔、大气、海洋环流等自然界运动, 以及核反应堆堆芯冷却系统、化工产品生产、电子元件设计等工程应用领域中. 热对流研究对天体内部运动规律、全球气候变化、海洋环流、地磁变化、反应堆设计等问题具有重要意义.

作为一种典型的热对流运动, Rayleigh–Bénard对流(简称RB对流)是一种由底部水平平板加热后形成的两个平行平板之间流体自然对流过程. 由于实验和分析的简便性, 使得RB对流成为热对流研究领域中最为典型的流动物理模型之一^[1,2]. RB对流的物理过程会随物理条件产生丰富的流动现象^[3,4], 并不断发现新的现象和特性^[5–7]. 在高 Ra 数情况下, 虽然 Re 数还不是很大(约 10^2), 但RB对流的中心区已呈现出湍流流动的特征, 表现出丰富的空间结构, 同时还会表现出多种标度特征, 流动结构不但与空间位置密切相关而

且不同尺度的流动结构也呈现明显的差异. Ahlers等^[8]综述了近十几年的湍流热对流的研究成果和工作, Xia^[9]的综述给出了RB湍流热对流研究包括传热特性, 边界层特性, 流动结构(大尺度环流、羽流和小尺度湍流特性等)和一些新的研究发现以及所面临的挑战.

实验研究是RB对流的重要手段. 高 Ra 数湍流热对流实验研究及结果讨论是当今物理界的热点问题, 实验的 Ra 数已达到了 10^{15} ^[10]. 热对流中大尺度环流的反转现象很早就已经在实验中被发现. Cioni等^[11]用水银做了RBC实验($Pr \approx 0.02$)中观察到了流动反转, Niemela等^[12]在实验中用氩气($Pr \approx 0.7$)、Brown^[13]和Xi等^[14]用水($Pr \approx 7$)也观察到了相似的结果. 高 Ra 数湍流RB对流的数值模拟计算近十年发展的很快. Gayen等^[15]计算了三维方腔RB热对流, 由于计算工作量的问题, 在 Ra 数较小时采用DNS方法, 当 Ra 数较大时用大涡模拟. Poel等^[16]比较了二维和三维RB热对流的计算结果, 认为在较高的 $Pr = 4.3$ 数二维和三维结果相差很小, 但对低 $Pr = 0.7$ 数两种模拟

* 国家自然科学基金(批准号: 11372362)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: stsby@mail.sysu.edu.cn

有较大的差异. Stevens 等^[17]讨论了旋转RB对流的DNS数值模拟的计算结果. 每年都有大量的有关RB对流的实验和数值模拟研究结果出现, 其中大尺度环流及其特性的研究仍是重要工作之一. Zhou 等^[18]讨论了RB湍流热对流研究的进展、现状和展望. Ning 等^[19]利用格子 Boltzmann 方法模拟矩形腔内纳米流体 Rayleigh-Benard 对流.

本文采用DNS方法数值计算了二维方腔RB对流的一系列结果. 在软湍流对流中存在大尺度环流和两个角涡, 其中在特定 Ra 数下大尺度环流出现反转现象. 流场流线图清晰的显示出在流动反转过程中, 两个角涡尺寸变化及合并形成新的反向大尺度环流过程, 并对在反转前后角涡的流动特性及其变化进行了讨论.

2 控制方程及数值计算方法

在 boussinesq 假设下, 无量纲化后的二维RB对流偏微分方程组为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \\ & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \\ &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{Pr}{(RaPr)^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ & \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \\ &= -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{Pr}{(RaPr)^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \theta, \\ & \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ &= \frac{1}{(RaPr)^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right), \end{aligned}$$

其中 Ra 和 Pr 是RB对流系统的控制参数,

$$Ra = \frac{\beta g \Delta L^3}{\kappa \nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\kappa}.$$

计算边界条件为速度四壁无滑移, 侧壁绝热, 上下壁给定温度, 其上壁温度为 -0.5 , 下壁温度为 0.5 .

求解热对流方程的计算过程为投影法. 在交错网格中, 采用二阶中心差分格式离散方程. 投影法中的压力泊松方程求解需要全场联立, 所以往往是整个计算中最费时的部分, 合理的设计压力泊松求解方法是提高不可压流动计算效率的关键之一. 在大规模的计算中, 压力泊松方程通常采用迭代求

解. 当 x 方向上采用等网格时, 使用FFT方法可将全场联立的泊松方程在 x 方向上解耦, 从而构造出直接求解方法^[20], 快速有效的求解压力泊松方程.

3 计算热对流流动中的反转特性

本文计算了 $Pr = 4.3$, $10^5 \leq Ra \leq 2 \times 10^{10}$ 范围内的17个算例, 横跨了Heslot定义的振荡、混沌、转流、软湍流、硬湍流五个状态, 得到了与目前国际上RB热对流研究一致的 Nu 数标度等宏观传热特性结果^[21]. 其中软湍流区中 $Ra = 5 \times 10^7$, 10^8 , 2×10^8 和 2×10^8 这4个计算条件下的流动都出现了反转现象. 文本以 $Ra = 10^8$ 的计算为例, 讨论反转现象中大尺度环流与角涡的流动特性.

3.1 大尺度环流的反转过程

数值模拟计算的结果有在实验测量中无法实现的一个优点, 就是可以得到整个流场的所有时间的物理量数据, 因此可以看到整个流场变化细节. 图1给出了反转过程的流线和温度分布变化情况, 其中 T 为无量纲计算时间.

从图1中可以看出反转前后方腔内不同的流动状态, 反转过程中角涡大小的变化起到了关键的作用. 图1(a)中方腔存在椭圆形顺时针流动的大尺度环流和左上角及右下角的逆时针流动的两个角涡. 随着时间的演化, 到达图1(b)状态时, 两个角涡比图1(a)有明显的增大, 方腔中部的大尺度环流被挤成狭长不规则形, 且从流线上看出, 其涡心已分裂成两个涡. 在角涡与中心涡旋的相互作用下, 发展到了图1(c)状态, 此时原本左上角与右下角的角涡已经在方腔中部相遇, 并融合成一个新的涡, 而原本的中心大尺度环流涡一分为二. 新生成的逆时针大涡不断扩张, 将被分割在左下角和右上角的涡挤到方腔角落处, 如图1(d)所示. 在中心涡与角涡相互影响的自组织流动下, 新的大尺度环流和角涡形成, 如图1(e)所示. 随着时间的发展, 流动趋于相对稳定, 形成两个角涡和一个逆时针的反向转动椭圆形的大尺度环流, 如图1(f)所示. 图1清晰的显示了热对流中大尺度环流发生反转时, 角涡大小尺度的变化和分割与合并形成新的反向转动大尺度环流的细节过程.

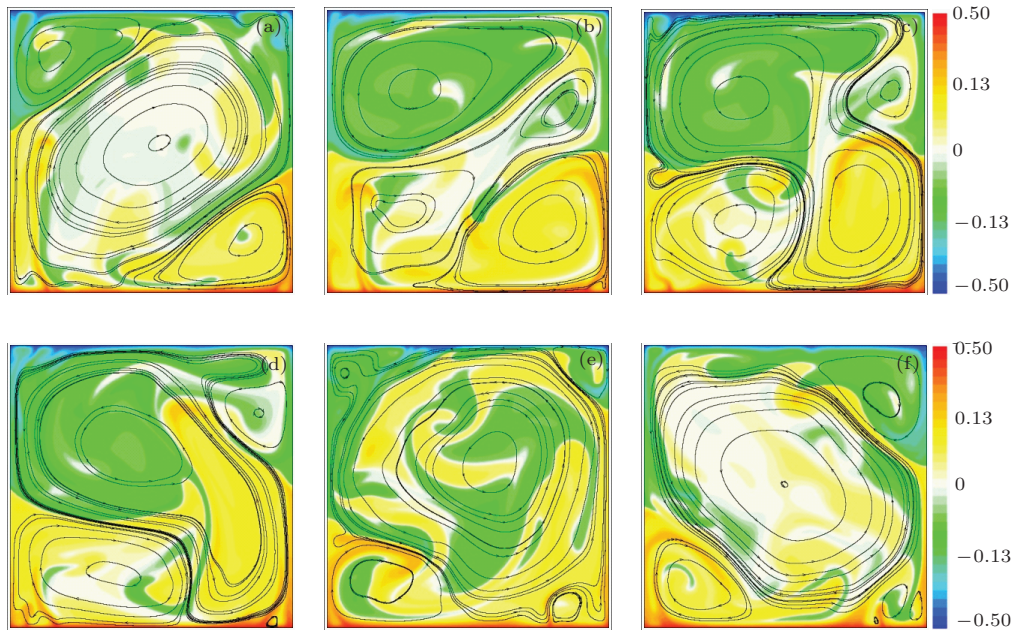


图1 反转过程中的流线和温度场 (a) $T = 5032.1$; (b) $T = 5302.1$; (c) $T = 5304.1$; (d) $T = 5306.1$; (e) $T = 5318.1$; (f) $T = 5440.1$

3.2 角涡大小尺度的稳定性

在热对流大尺度环流的反转过程中, 其角涡尺寸的变化在反转过程中起到重要的作用.

从热对流的温度速度分布图2中可看到, 角涡在侧壁冷热羽流交汇以及在方腔对角线上两个涡相邻处速度最大的特性可以很好的反映角涡的大小尺度. 因此定义两个尺度特征量, 一个为冷热羽流在侧壁交汇点 K 的位置 y_w , 一个为方腔对角线上速度最大点 M 据角点的距离 r_w , 用于讨论角涡大小尺度的变化特性与大尺度环流反转现象之间的关系.

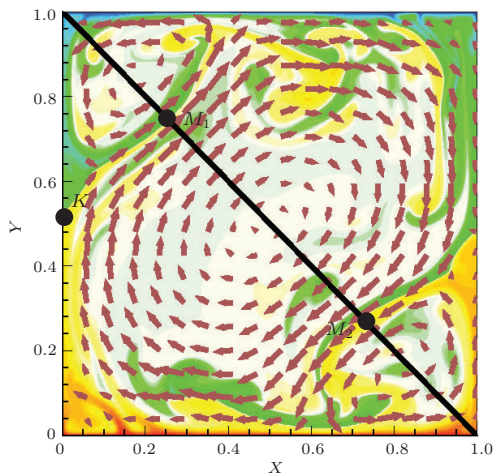


图2 角涡大小尺度特征量示意图

图3给出了侧壁上角涡尺度 y_w 在不同算例中随计算时间的变化规律. 从图3中可以看出, $Ra = 10^8$ 时有反转现象的流动中, 角涡尺度 y_w 变化剧烈. 图中虚线为方腔的水平中线 $Y = 0.5$, 当 y_w 的值跨过这个分界线时表明大尺度环流发生反转. 而 $Ra = 5 \times 10^8$ 时大尺度环流不发生反转,

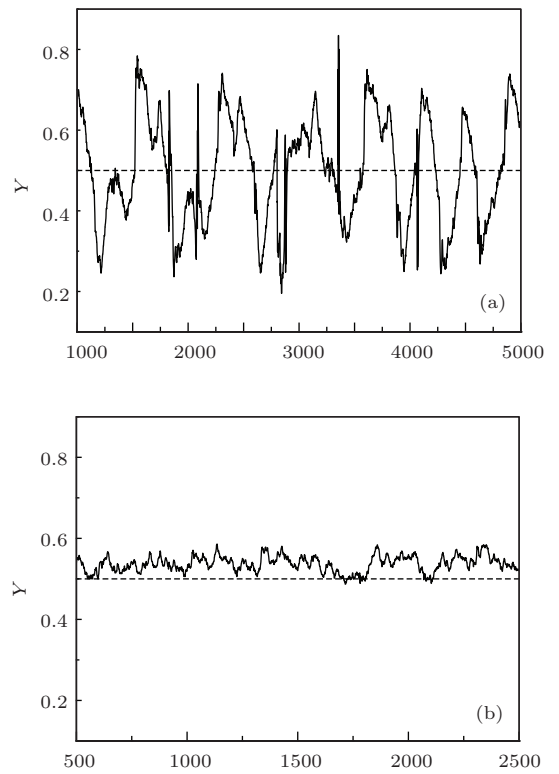


图3 角涡尺度 y_w 在反转流动和无反转流动中的变化特性 (a) $Ra = 10^8$ (反转); (b) $Ra = 5 \times 10^8$ (不反转)

此时在侧壁处角涡尺度 y_w 仅在 $Y = 0.53$ 附近波动, 其变化幅度与有反转流动的情况相比要小很多. 由此可见, 在有反转现象的热对流流动中出现剧烈的角涡大小尺度变化, 角涡大小极不稳定. 当不同 Ra 数的热对流大尺度环流与角涡相互作用, 角涡大小尺度变化转为小幅脉动后, 热对流中不再出现反转现象.

3.3 大尺度环流反转前后角涡流动特性

在不同的流动状态下, 角涡的性质不同. 在有明显角涡的软湍流阶段, 大尺度环流反转过程中角涡的大小、典型流动速度和温度有显著变化.

3.3.1 角涡大小尺度

在含角涡的方腔对角线上, 角涡与大尺度环流的交界处出现流动速度最大值. 讨论左上角的角涡特性, 找出每个瞬时场方腔中对角线上速度最大值点 M 的坐标 (x, y) , 得到该点到方腔角点 $(0,1)$ 的距离 r_w , 由此得到 r_w 在反转前后随时间的脉动过程, 如图 4 所示.

图 4 中的横坐标 T 为计算的无量纲时间. 竖直线为计算时间 $t = 5304$, 在该时刻前后对角线上最大速度点 M 的位置有明显的变化, 因此可知 $t = 5304$ 为大尺度环流的反转临界点. 而且从时间

变化序列可以发现, 反转是在短时间内完成的, 反转过程发生很快. 结合图 1 可以看出, 在 $t = 5304$ 前大尺度环流为顺时针流动, 在 $t = 5304$ 后, 大尺度环流呈逆时针流动, 也说明 $t = 5304$ 是反转临界点. 从图 4 中还可以看到, 反转前 r_w 随时间变化有不同的周期, 先增大后减小, 且 r_w 脉动幅度不大. 临近反转前 r_w 一直脉动增大, 说明反转前角涡在对角线上的尺寸不断扩大. 发生反转后, 角涡已不再方腔的左上角, 因此在原对角线上得到的最大速度位置不再是角涡和大尺度环流的交界位置, 而是大尺度环流上靠近方腔角落处的某个位置. 从图上看, 在大尺度环流区对角线上最大速度的位置波动较大.

在方腔侧壁处, 大尺度环流与角涡的冷热羽流交界点会出现温度的零点. 在图中这次大尺度环流反转前, 角涡位于方腔的左上方, 因此令角涡垂向尺度 y_w 为左侧壁冷热羽流的分界点到上角点的距离, 得到的 y_w 在反转前后随时间的变化如图 4 所示.

图 5 中的虚线为 $Y = 0.5$ 的标志线. 从图中发现, 反转前角涡垂向尺度 y_w 与对角线上尺寸相同, 也是具有先增大后减小再增大的过程, 且几乎不脉动. 当临近反转时刻 $t = 5304$ 时, y_w 在 $Y = 0.5$ 的

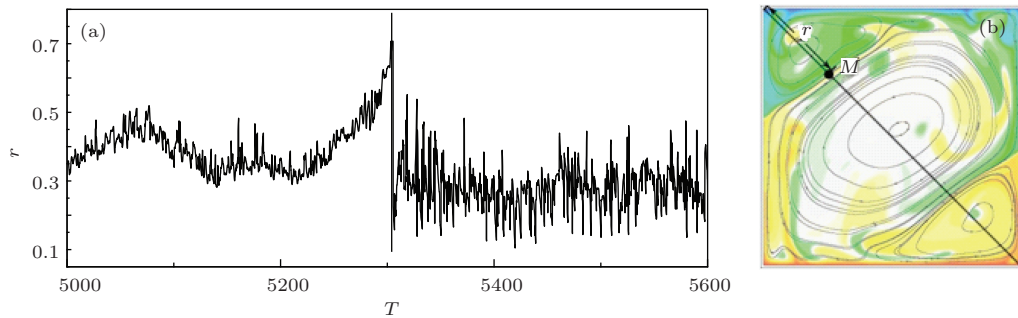


图 4 (a) r_w 在反转前后的脉动变化; (b) 点 M 位置及距离 r 示意图 (背景为反转前温度及流线)

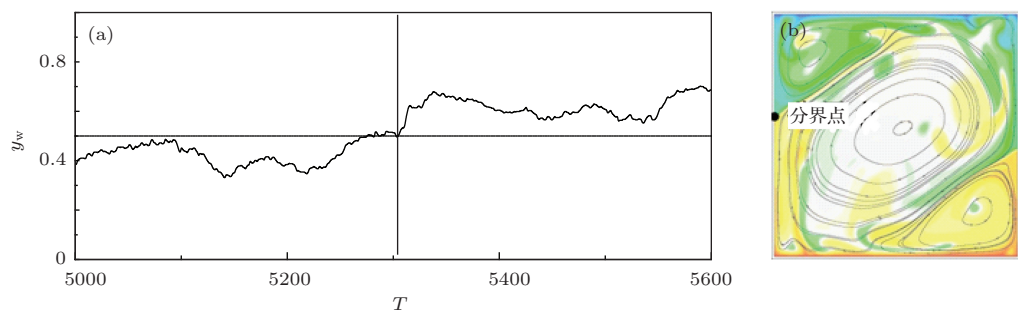


图 5 (a) 角涡垂向尺度 y_w 在反转前后的变化; (b) 侧壁 y_w 位置示意图

标准线处徘徊, 对应说明角涡在增大并挤压分割原大尺度环流. 过反转时间临界点后 y_w 快速增大, 表明角涡已从方腔左上角变化到方腔的左下角, 新的反向转动的大尺度环流和角涡形成, 并逐步稳定. 与对角线上的角涡尺度相比, 侧壁尺度 y_w 能同时

反映反转前后的角涡大小尺度.

3.3.2 对角线上最大速度

对角线上点 M 的最大速度在反转前后的变化如图 5 所示, 其速度值为无量纲化的值.

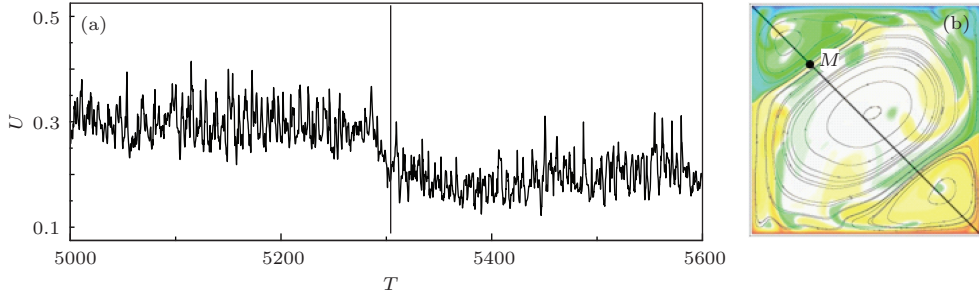


图 6 (a) M 点最大速度在反转前后的脉动变化; (b) M 点位置示意图

从图 6 中可以看出, 在反转前对角线上的最大速度是脉动的, 其平均值基本稳定在 0.3 左右. 临近反转最大速度开始减小. 反转后, 点 M 已不在角涡与大尺度环流交界处, 最大速度值总体上减小, 仍随时间脉动振荡, 脉动幅度与反转前相比变化不大. 可见大尺度环流与角涡交界处对角线上的速度值比大尺度环流内部对角线上的速度总体上大.

3.3.3 典型位置垂向速度

为了更好的比较大尺度环流和角涡上速度分布规律, 找两个监测点 $B_1(0.014, 0.75)$ 和 $B_2(0.014, 0.25)$. 这两点关于 $Y = 0.5$ 对称, 均在靠近左侧的边壁处. 反转前 B_1 在角涡内, B_2 在大尺度环流上, 反转后则 B_1 落到大尺度环流上, B_2 在角涡内. B_1 和 B_2 点的垂直速度 v 随时间的脉动变化如图 7 所示.

图 7 中蓝线为点 B_1 垂直速度脉动变化, 红线为点 B_2 的垂直速度脉动变化. 红线在蓝线之上是因为 B_2 点的垂向速度向上为正, 而 B_1 点的速度向下为负值. 从图 7 中可以看出, 速度在整个过程中是脉动的, 在大尺度环流反转前位于角涡内 B_1 点的速度脉动振幅, 小于反转之后位于大尺度环流上 B_1 点的速度振幅. 类似的, 在大尺度环流反转前, 点 B_2 位于大尺度环流上, 其速度脉动振幅大于反转后位于角涡内 B_2 点的速度脉动振幅. 通过以上典型位置垂向速度脉动的变化可以看出, 在方腔侧壁处, 大尺度环流垂直速度脉动振幅比角涡内相应位置的速度脉动振幅大. 这可能是由于角涡为较小的羽流运动循环区, 该区域羽流的生成周期比大尺度环流短, 角涡内流动与大尺度环流上的流动相比较稳定.

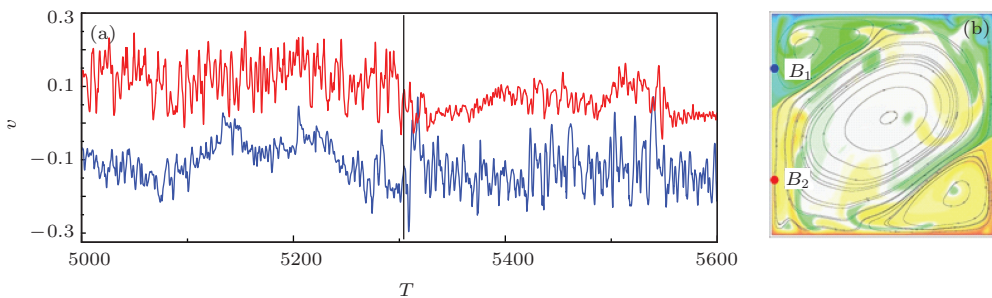


图 7 典型位置垂直速度反转前后的脉动变化 (蓝线为 B_1 点, 红线为 B_2 点的速度)

3.3.4 角点附近温度特性

考察在相同位置大尺度环流与角涡中热羽流带动温度的变化情况, 给出方腔角点附近点

$A(0, 0.1)$ 的温度 θ 随时间的脉动变化, 如图 8 所示. 点 A 位于左侧边壁上, 靠近底板, 且在反转前处于大尺度环流上, 在反转后处于角涡上.

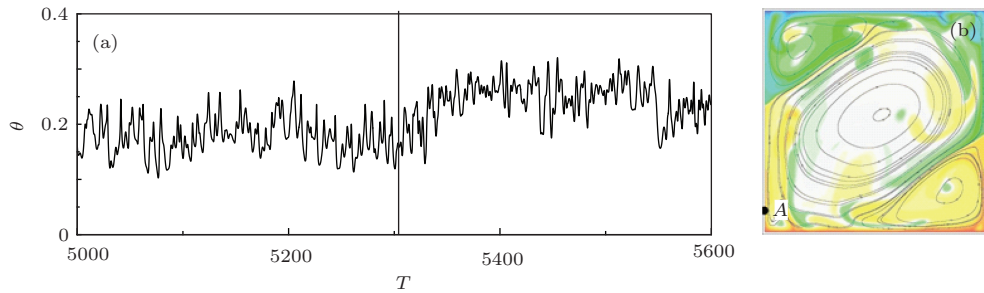


图8 (a) 角点附近 A 点温度反转前后的脉动变化; (b) A 点位置示意图

从图8中可以看出, 反转前点 A 的温度低于反转后的温度, 温度的脉动振幅略大于反转后的温度脉动振幅. 这说明处于大尺度环流上时, 从底板带到点 A 位置的热量低于处于角涡时从底板带来的热量. 这是由于当点 A 处于角涡时, 角涡是个局部封闭的体系, 热量随羽流流动的区域小, 能较好的保留在角涡内. 当点 A 处于大尺度环流时, 热量随

羽流流动的区域大, 在这个过程中热量被不断对流交换, 因此温度偏低.

3.3.5 角涡尺度与垂向速度在反转前的同步性

将角涡的垂向尺寸 y_w 、对角线上尺寸 r_w 以及角涡内监测点的垂直方向速度 v 进行对比, 如图9所示.

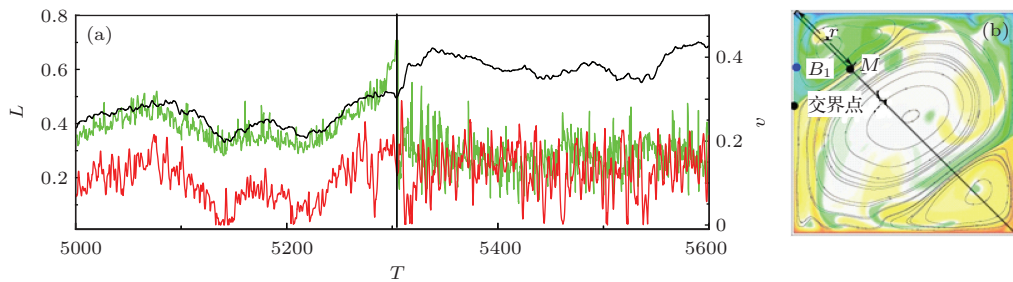


图9 (a) 角涡尺度与侧壁垂向速度反转前的变化同步性; (b) 位置示意图

图9中黑线为角涡的垂向尺寸 y_w , 绿线为角涡的对角线上尺寸 r_w , 均对应左侧的坐标轴, 红线为角涡内监测点 B_1 的垂直方向速度绝对值, 其大小对应右侧的坐标轴. 从图中可以看出, 在反转前, 这三个物理量的变化趋势相同, 表明角涡大小尺度与角涡内速度的变化具有同步性.

将其一分为二, 角涡合并形成新的反向转动大尺度环流, 原先的大尺度环流被分割后成为两个新的角涡. 整个热对流中大尺度环流和角涡的转动方向都与原先的反向, 完成一次反转过程.

对角涡大小尺度变化的分析发现, 存在反转现象的RB对流其角涡尺度随时间的变化出现剧烈的振荡, 而没有反转现象的对流角涡尺度变化只有小幅的脉动.

4 结 论

本文采用DNS方法计算了一个 $Pr = 4.3$ 和一系列 Ra 的二维方腔RB对流, 在计算结果软湍流区热对流场呈现一个大尺度环流和两个反向转动的角涡, 其中4个算例中出现了大尺度环流的反转现象. 通过对大尺度环流的反转过程的温度场和流线详细的逐时分析, 发现在反转过程中, 角涡的大小尺度变化起到重要的作用. 两个反向转动的角涡尺寸变大, 挤压和分割原方腔中心的大尺度环流,

本文对反转过程前后的角涡流动特性进行了探讨和分析, 得到以下结论:

1. 定义的两个角涡尺度特征量都能很好地反映RB对流中的反转现象. 与实验观测下板附近速度方向变化而发现热对流反转现象不同, 数值计算给出了全流动场物理量在反转过程中的整体图画. 角涡尺度的变化是反转过程中的重要特征, 反转是在短时间完成的.

2. 速度在对角线上的特点是角涡和大尺度环

流的交界处最大, 在大尺度环流内部较小. 在侧壁上下的对称点位置, 角涡内的速度脉动幅度比大尺度环流上的速度脉动幅度小, 角涡内流动比大尺度环流上流动相对稳定.

3. 角点临近处的温度变化反映出, 由于角涡的羽流流动较封闭, 角涡内温度比大尺度环流上在侧壁角点附近的温度高.

4. 在反转前角涡尺度特征量与角涡内侧壁位置上的垂向速度具有变化的同步性.

参考文献

- [1] Mutabazi I, Wesfreid J E, Guyon E 2006 *Springer Tracts in Modern Phys. Springer* **207** 41 65B
- [2] Kadanoff L P 2001 *Phys. Today* **54** 8 34 39
- [3] Heslot F, Castaing B, Libchaber 1987 *Phys. Rev. A* **36** 12 5870 5873
- [4] Castaing G, Gunaratne F, Heslot L 1989 *J. Fluid Mech.* **24** 1 30
- [5] Ahlers G, Funfschilling D, Bodenschatz E 2009 *New J. Phys.* **11** 123001
- [6] Grossmann S, Lohse D 2011 *Phys. Fluids* **23** 045108
- [7] Ahlers G, Bodenschatz E, Funfschilling D 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 114501
- [8] Ahlers G, Grossmann S, Lohse D 2009 *Rev. of Modern Phys.* **81** 503 537
- [9] Xia K Q 2013 *Theo. & Appl. Mech. Lett.* 052001
- [10] Ahlers G, He X, Funfschilling D, Bodenschatz E 2012 *New J. Phys.* **14** 103012
- [11] Cioni S, Ciliberto S, Sommeria J 1997 *J. Fluid Mech.* **335** 111
- [12] Niemela J J, Skrbek L, Sreenivasan K R, Donnelly R J 2001 *J. Fluid Mech.* **449** 169
- [13] Brown E, Nikolaenko A, Ahlers G 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 084503
- [14] Xi H, Xia K Q 2007 *Phys. Rev. E* **75** 066307
- [15] Gayen B, Hughes G O, Griffiths R W 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 124301
- [16] Poel E P, Stevens R J A M, Lohse D 2013 *J. Fluid Mech.* **736** 177 194
- [17] Stevens R J A M, Clercx H J H, Lohse D 2013 *Euro. J. Mech.* **40** 41 49
- [18] Zhou Q, Xia K Q 2012 *Advances in Mech.* **42** 231 251 (in Chinese) [周全, 夏克清 2013 力学进展 **42** 231 251]
- [19] Guo Y L, Xu H H, Shen S Q, Wei L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144704 (in Chinese) [郭亚丽等 2013 物理学报 **62** 144704]
- [20] Xu W, Bao Y 2013 *Acta Mech. Sin.* **45** 666 (in Chinese) [徐炜, 包芸 2013 力学学报 **45** 666]
- [21] Ning H 2013 *Master Thesis* (in Chinese) [宁浩 2013 硕士论文]

Corner vortex characteristics at the reversal of large scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection*

Bao Yun^{1)†} Ning Hao²⁾ Xu Wei¹⁾

1) (*Department of Mechanics, Sun Yet-sen University, Guangzhou 510275, China*)

2) (*Guangdong Ocean University, Zhanjiang 524088, China*)

(Received 5 October 2013; revised manuscript received 16 April 2014)

Abstract

The two-dimensional Rayleigh-Bénard convection is calculated by DNS method. A large scale circulation and two corner vortices with reverse rotation are presented in soft turbulent convection, and the reversal phenomenon of the large scale circulation appears. Continuous temperature contour and the streamline chart describe the whole process of the reversal clearly. In the process of the reversal, the changes of the corner vortex size play an important role. Analysis of the corner vortex size change shows that the changes appear violent oscillation in the thermal flow field with the reversal, but only slight pulsation is found without the reversal. Corner vortex size, velocity at the typical position, and the temperature near the angle location in the process of reversal are discussed. The reversal is found to be done in an instant, and the velocity pulse is smaller and the temperature is higher in the corner vortex. The corner vortex size and the vertical velocity on the side wall vary synchronistically before the reversal.

Keywords: Rayleigh-Bénard convection, large scale circulation, reversal, corner vortex

PACS: 47.55.P-

DOI: [10.7498/aps.63.154703](https://doi.org/10.7498/aps.63.154703)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11372362).

† Corresponding author. E-mail: stsby@mail.sysu.edu.cn