

有效液滴模型对超铅区结团放射性的研究*

圣宗强^{1)†} 舒良萍¹⁾ 孟影¹⁾ 胡继刚²⁾ 钱建发¹⁾

1)(安徽理工大学理学院, 淮南 232007)

2)(合肥工业大学电子科学与应用物理学院, 合肥 230009)

(2014年2月23日收到; 2014年4月10日收到修改稿)

利用有效液滴模型计算了超铅区结团放射半衰期. 在计算 Gamow 势垒穿透因子时采用了碎块体积不守恒以及有效惯性系数因子, 并用有效的核半径常数公式代替原来的经验公式. 理论计算得到的结团放射半衰期和实验值符合得很好, 其半衰期对数值的均方差只有 0.895. 理论结果表明, 有效液滴模型能充分反映 $N = 126$ 和 $Z = 82$ 的壳效应, 并且在奇数结团 ^{25}Ne , ^{29}Mg 中出现了明显的奇偶质量摆动现象. 另外, 理论计算得到的结团半衰期基本符合盖革-努塔尔定律, 并基于理论结果得到了一些关于盖革-努塔尔定律的有意义的结论.

关键词: 结团放射性, 有效液滴模型, 衰变, 半衰期

PACS: 23.70.+j, 21.10.Tg, 21.60.-n

DOI: 10.7498/aps.63.162302

1 引言

研究原子核放射性对核物理的发展和应用有着重要的意义. 近年来, 随着现代大型加速器的建成和放射性核束实验的发展, 在奇异核研究方面取得了巨大的进展^[1-5], 如超重新核素的合成以及新实验数据的不断积累^[6-8]. 到目前为止, 自然界存在以及实验合成的核素约有 2000 多种, 其中绝大部分是不稳定的. 除了常见的 α 衰变、 β 衰变、 γ 跃迁外, 不稳定核素衰变模式还有质子放射性、结团放射性及自发裂变等. 结团放射性又称为重离子放射性, 从母核放射出的结团质量大于 α 粒子质量但小于自发裂变碎块的质量. Sandulescu 等^[9] 在 1980 年首次提出了结团放射性这一概念. 1984 年, Rose 和 Jones^[10] 在实验上首次观测到从母核 ^{223}Ra 放射出的 ^{14}C 结团, 并测量了 ^{14}C 结团的半衰期. 目前已观测到的放射结团大约有 20 个, 从最轻的 ^{14}C 到最重的 ^{34}Si ^[11-15]. 常见的有 ^{14}C , ^{15}N ,

$^{18,20}\text{O}$, ^{23}F , $^{22,24-26}\text{Ne}$, $^{28-30}\text{Mg}$, $^{32,34}\text{Si}$ 等. 目前结团放射性研究主要集中在超铅区, 母核从 ^{221}Fr 到 ^{242}Cm , 所有的子核都围绕在双幻核 ^{208}Pb 附近.

目前研究结团放射性的理论方法和模型有很多, 大体上可以分为以下两类: 一类是基于 Gamow 势垒穿透的超不对称裂变模型^[9,16,17], 这类模型认为结团是在穿透的过程中逐渐形成的; 另一类是预形成结团模型^[18-27], 此类模型认为在穿过势垒之前在母核中就已经形成了结团. 此外, 还有一些半经验模型用来研究结团放射性^[28-32]. 尽管这些模型能够很好地描述结团放射半衰期, 但在有些模型中使用了较多参数. 文献^[33, 34] 提出了用有效液滴模型研究结团放射性, 最初 Gonçalves 和 Duarte 是为了将 α 衰变和结团放射性统一到同一个理论框架下, 后来又将此模型扩展到可以处理质子放射性和冷裂变过程. 有效液滴模型的独特之处是在计算过程中只使用了两个参数就能使理论计算结果与实验数据符合得很好, 这两个参数分别是 r_0 和 λ_0 .

* 国家自然科学基金(批准号: 11247001)、安徽省级高校自然科学基金(批准号: KJ2012A083, KJ2013Z066)和中央高等学校基本科研基金(批准号: 2012HG2Y0004)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zqsheng@aust.edu.cn

文献 [35] 利用有效液滴模型对结团放射性做了一定的研究. 本文用该模型对超铅区结团放射性进行更深入的研究, 超铅区是目前实验研究的主要区域. 采用碎块体积不守恒以及有效惯性系数因子计算 Gamow 势垒穿透因子. 考虑到核半径常数对该模型的重要性, 计算过程中采用一个更有效的核半径常数公式代替原来的经验公式 $r_0 = 1.20$, 并且采用最新的实验核数据. 理论计算得到的结果可以检验模型的可靠性, 也可为未来的实验提供有益的参考.

2 有效液滴模型

下面简要介绍有效液滴模型的理论框架, 具体细节可参见文献 [33, 34] 及其参考文献. 该模型把原子核的结团放射过程作为超非对称裂变处理. 在母核衰变成子核和结团的过程中, 原子核发生形变, 可以用两个相交的球表示变形核的形状, 如图 1 所示.

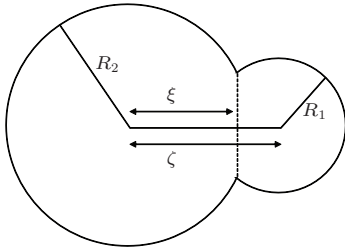


图 1 母核衰变过程中结团和子核的形状示意图

需要用四个独立的参数 (R_1, R_2, ξ, ζ) 描述此系统. 这里, R_1 和 R_2 分别为结团和子核的半径; ζ 为结团与子核几何中心的距离; ξ 为子核的几何中心到两球相交面的距离. 这四个参数之间应满足三个约束条件. 首先, 假设核物质不可压缩, 所以整个系统在形变的过程中体积守恒, 可用下式表示:

$$2(R_1^3 + R_2^3) + 3[R_1^2(\zeta - \xi) + R_2^2\xi] - [(\zeta - \xi)^3 + \xi^3] - 4R_m^3 = 0, \quad (1)$$

式中 R_m 为母核的半径. 其次, 为保持在形变过程中两个球始终接触, 这四个参数必须满足以下几何关系:

$$R_1^2 - R_2^2 - (\zeta - \xi)^2 + \xi^2 = 0. \quad (2)$$

当系统即将分裂成结团和子核时, 结团和子核两个球面相切, 系统达到一个临界状态. 将此时的结团

半径和子核半径分别表示为 \bar{R}_1 和 \bar{R}_2 . 第三个约束条件分为以下两种情况: 一种是假设在核的形变过程中结团和子核的质量保持不变; 另一种是在核的形变过程中结团和子核的质量发生变化. 本文属于第二种情况. 在此条件下, 结团的半径被固定为

$$R_1 - \bar{R}_1 = 0. \quad (3)$$

在对系统进行上述约束后, 核的变形分裂过程就简化为一个一维的势垒穿透问题. 根据量子理论, 系统从初态到末态的量子穿透率可利用 Gamow [36] 提出的 α 衰变理论处理. Gamow 概率穿透因子 \mathcal{P} 可表示为

$$\mathcal{P} = \exp \left\{ - \frac{2}{\hbar} \int_{\zeta_0}^{\zeta_C} \sqrt{2\mu_{\text{eff}}(V - Q)} d\zeta \right\}, \quad (4)$$

式中, ζ_0 和 ζ_C 分别表示内外两个转变点, $\zeta_0 = R_0 - \bar{R}_1$, $\zeta_C = Z_1 Z_2 e^2 / Q$; Q 为衰变能; V 为总的一维有效液滴势; μ_{eff} 为有效惯性系数, $\mu_{\text{eff}} = \mu \alpha^2$, 其中 μ 是约化质量, $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$, μ_{eff} 的具体表达式详见文献 [34]. 衰变能 Q 由关系式 $Q = M - M_1 - M_2$ 推导出, 式中各质量值取自最新的核质量表 [37]. 关于 V 的表达式以及各项的具体含义可参见文献 [33].

衰变后最终的结团或子核的半径为

$$\bar{R}_i = \left(\frac{Z_i}{Z_m} \right)^{1/3} R_m, \quad (5)$$

式中, Z_m 为母核的质子数; Z_i 为结团或子核的质子数. 如上所述, 原子核半径在有效液滴模型中起重要作用. 在以前的一些文献中, 人们一般将 r_0 当作常数来计算, 然而由实验数据可知, r_0 并不总是常数. 本文将用如下一个更加精确的核半径公式来替代常用的经验公式 ($R_m = 1.20 A_m^{1/3}$) [38]:

$$R_m = r_0 A_m^{1/3} = \left(1.2332 + \frac{2.8961}{A_m} - 0.18688 \times I \right) \times A_m^{1/3}, \quad (6)$$

式中 I 为相对的中子数剩余, $I = (N_m - Z_m) / A_m$.

衰变率 λ 可用下式计算 [34]:

$$\lambda = \lambda_0 P, \quad (7)$$

式中 $\lambda_0 = 10^{22} \text{ s}^{-1}$. 在 λ_0 固定的情况下, 放射结团的半衰期

$$T_{1/2} = \ln(2/\lambda). \quad (8)$$

3 计算结果及讨论

下面将利用有效液滴模型系统计算超铅区结团放射的半衰期. 对于质子放射性或 α 衰变而言, 角动量和离心势垒对半衰期的计算有很明显的影响. 而对于结团放射性而言, 放射结团带走的角动量不是很大(一般情况下, $l \leq 6$), 离心势垒比库仑势垒低得多, 所以角动量对半衰期的影响可忽略.

因此, 本文设放射结团角动量 $l = 0$.

目前, 结团放射性的研究主要集中在 Fr ($Z = 87$) 到 Cm ($Z = 96$) 区域, 在该区域内存在丰富的实验数据. 我们对 $^{195-227}\text{Fr}$, $^{200-232}\text{Ra}$, $^{203-234}\text{Ac}$, $^{206-237}\text{Th}$, $^{210-239}\text{Pa}$, $^{215-242}\text{U}$, $^{220-244}\text{Np}$, $^{225-247}\text{Pu}$, $^{231-249}\text{Am}$, $^{233-252}\text{Cm}$ 核素进行了计算. 首先将理论计算结果与现有的实验结果进行对比, 如表 1 和表 2 所列.

表 1 对于有确切半衰期实验值的结团放射, 理论计算结果与现有的实验结果的对比 (半衰期单位为 s)

衰变模式	$Q_{\text{expt}}/\text{MeV}$	P	$\lg T_{\text{theo}}$	$\lg T_{\text{expt}}$
$^{221}\text{Fr} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{207}\text{Tl}$	31.292	3.039×10^{-37}	15.996	14.52
$^{221}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{207}\text{Pb}$	32.396	4.446×10^{-36}	12.831	13.39
$^{222}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	33.050	7.310×10^{-35}	11.615	11.22
$^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{209}\text{Pb}$	31.829	4.507×10^{-37}	13.825	15.20
$^{224}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{210}\text{Pb}$	30.536	1.394×10^{-39}	16.334	15.86
$^{226}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{212}\text{Pb}$	28.197	1.321×10^{-44}	21.358	21.19
$^{225}\text{Ac} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{211}\text{Bi}$	30.477	1.264×10^{-40}	17.377	17.28
$^{228}\text{Th} \rightarrow ^{20}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	44.723	4.177×10^{-45}	21.858	20.72
$^{230}\text{Th} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{206}\text{Hg}$	57.761	5.212×10^{-48}	24.762	24.61
$^{231}\text{Pa} \rightarrow ^{23}\text{F} + ^{208}\text{Pb}$	51.844	9.122×10^{-48}	24.519	26.02
$^{231}\text{Pa} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{207}\text{Tl}$	60.411	2.894×10^{-45}	22.017	23.23
$^{230}\text{U} \rightarrow ^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$	61.388	1.744×10^{-43}	20.237	19.57
$^{232}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$	62.311	9.194×10^{-44}	20.515	20.40
$^{233}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{209}\text{Pb}$	60.486	2.273×10^{-46}	23.122	24.83
$^{233}\text{U} \rightarrow ^{25}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$	60.776	9.094×10^{-47}	23.520	24.83
$^{234}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{210}\text{Pb}$	58.826	7.312×10^{-49}	25.615	25.92
$^{234}\text{U} \rightarrow ^{26}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$	59.465	1.414×10^{-49}	26.328	25.92
$^{234}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{206}\text{Hg}$	74.111	2.122×10^{-48}	25.152	25.14
$^{235}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{211}\text{Pb}$	57.364	3.681×10^{-51}	27.913	27.42
$^{235}\text{U} \rightarrow ^{25}\text{Ne} + ^{210}\text{Pb}$	57.757	1.959×10^{-51}	28.187	27.42
$^{236}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{208}\text{Th}$	70.562	2.414×10^{-53}	29.096	27.58
$^{236}\text{U} \rightarrow ^{30}\text{Mg} + ^{206}\text{Th}$	72.303	2.452×10^{-52}	29.089	27.58
$^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{208}\text{Pb}$	79.670	5.842×10^{-44}	20.712	21.67
$^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{210}\text{Pb}$	75.912	1.074×10^{-48}	25.447	25.70
$^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{30}\text{Mg} + ^{208}\text{Pb}$	76.824	6.600×10^{-49}	25.659	25.70
$^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{32}\text{Si} + ^{206}\text{Hg}$	91.191	1.996×10^{-48}	25.178	25.27
$^{242}\text{Cm} \rightarrow ^{34}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$	96.509	3.033×10^{-46}	22.997	23.15

表2 对于只有半衰期实验值下限的结团放射, 理论计算结果与现有的实验结果的对比(半衰期单位为s)

衰变模式	$Q_{\text{expt}}/\text{MeV}$	P	$\lg T_{\text{theo}}$	$\lg T_{\text{expt}}$
$^{232}\text{Th} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{208}\text{Hg}$	54.497	2.611×10^{-53}	30.062	> 29.20
$^{232}\text{Th} \rightarrow ^{26}\text{Ne} + ^{206}\text{Hg}$	55.964	1.258×10^{-52}	29.379	> 29.20
$^{230}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{206}\text{Pb}$	61.352	3.100×10^{-45}	21.987	> 18.20
$^{232}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{204}\text{Hg}$	74.320	3.195×10^{-48}	24.974	> 22.26
$^{233}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{205}\text{Hg}$	74.226	2.693×10^{-48}	25.048	> 27.59
$^{235}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{207}\text{Hg}$	72.155	4.523×10^{-51}	27.823	> 28.09
$^{235}\text{U} \rightarrow ^{29}\text{Mg} + ^{206}\text{Hg}$	72.486	2.246×10^{-51}	28.127	> 28.09
$^{236}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{212}\text{Pb}$	55.945	1.730×10^{-53}	30.241	> 25.90
$^{236}\text{U} \rightarrow ^{26}\text{Ne} + ^{210}\text{Pb}$	56.745	5.347×10^{-54}	30.751	> 25.90
$^{240}\text{Pu} \rightarrow ^{34}\text{Si} + ^{206}\text{Hg}$	91.029	9.351×10^{-50}	26.508	> 25.52
$^{237}\text{Np} \rightarrow ^{30}\text{Mg} + ^{207}\text{Tl}$	74.817	3.186×10^{-50}	26.975	> 26.93
$^{241}\text{Am} \rightarrow ^{34}\text{Si} + ^{207}\text{Tl}$	93.926	9.012×10^{-48}	24.524	> 24.41

在表1和表2中, Q_{expt} 为衰变能实验值, 数据取自最新的核质量表[37]; T_{theo} 和 T_{expt} 分别为半衰期的理论计算值和实验值, 其中 T_{expt} 的数据取自文献[11, 29]. 表1列出了有确切半衰期实验值的结团放射的结果. 表2列出了只有半衰期实验值下限的结团放射的结果. 文献[35]利用相同的理论研究了这些有实验结果的结团放射性, 但对于核子数为奇数的核的处理方法和本文所使用的方法不同. 由表1和表2可知, 理论计算得到的结团放射半衰期和实验数据符合得很好. 对于有确切半衰期实验值的结团放射, $\lg T_{\text{theo}}$ 与 $\lg T_{\text{expt}}$ 的差别大部分都在1之内, 对于 $^{234}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{206}\text{Hg}$, 两者的差距最小, 只有0.012, 而对于 $^{233}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{209}\text{Pb}$, 两者的差距最大, 但也只有1.708. 对于只有半衰期实验值下限的结团放射, 只有 $^{233}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{205}\text{Hg}$ 和 $^{235}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{207}\text{Hg}$ 两例的半衰期理论计算值稍低于半衰期实验值下限. 对于有确切半衰期实验值的结团放射, 其半衰期对数值的均方差

$$\sigma = \left[\sum_{i=1}^{27} (\lg T_{\text{theo}} - \lg T_{\text{expt}})^2 / 27 \right]^{1/2}, \quad (9)$$

计算得到的均方差 σ 非常小, 只有0.895. 这也说明理论计算值和实验值符合得很好, 同时说明利用有效液滴模型研究结团放射是可行的. 我们还利用常用的核半径经验公式 $R_m = 1.20A_m^{1/3}$ 进行了计算,

得到的均方差为1.251. 这表明本文所使用的核半径常数公式更加有效, 与实验数据符合得更好.

下面选取一些有代表性的结团, 考察在某些同位素链中其半衰期的变化情况. 选取的结团为 ^{14}C , ^{20}O , ^{24}Ne , ^{28}Mg , 图2—图5分别给出了这四个结团的半衰期在相应的同位素链中的变化情况. 这里 N 为子核的中子数.

从图2—图5可以清楚地看出, 在各同位素链中这四个结团半衰期的变化情况, 各结团的曲线有以下相似之处: 一般都是在子核中子数较少处变化较缓, 然后急剧下降, 在子核中子数 $N = 126$ 时达到最低(有极个别的是在子核中子数 $N = 125$ 或 127 时达到最低), 然后再继续上升. 这一现象可理解为母核发生结团放射时有衰变到子核中子数等于126的趋势. 此现象在其他结团放射性中也同样存在. 这充分反映了中子数 $N = 126$ 的壳效应. 由目前已有的结团放射性实验可知, 在超铅区母核都是在 ^{208}Pb ($N = 126, Z = 82$) 附近衰变成子核, 这也从有效液滴模型的理论计算中得到了验证.

图2(b)还给出了Ra同位素放射的 ^{14}C 的实验结果(空心五角星)和利用核半径经验公式 ($R_m = 1.20A_m^{1/3}$) 计算得到的结果(空心圆). 从图2(b)可以看出, 利用核半径经验公式计算得到的结果普遍比用(6)式得到的结果偏大, 后者更接近实验值. 图4(c)给出了U同位素放射的 ^{24}Ne 的

实验结果, 其中除 ^{233}U 放射的 ^{24}Ne 的半衰期实验值比计算值稍大外, 其他计算值和实验值符合得很好.

以上研究了在同位素链中结团半衰期的变化

情况, 接下来研究在同中子素链中结团半衰期的变化情况. 我们选取了 ^{18}O 和 ^{24}Ne 结团, 研究在同中子素链 ($N = 124, 126, 128$) 中结团半衰期的变化情况, 结果如图 6 所示.

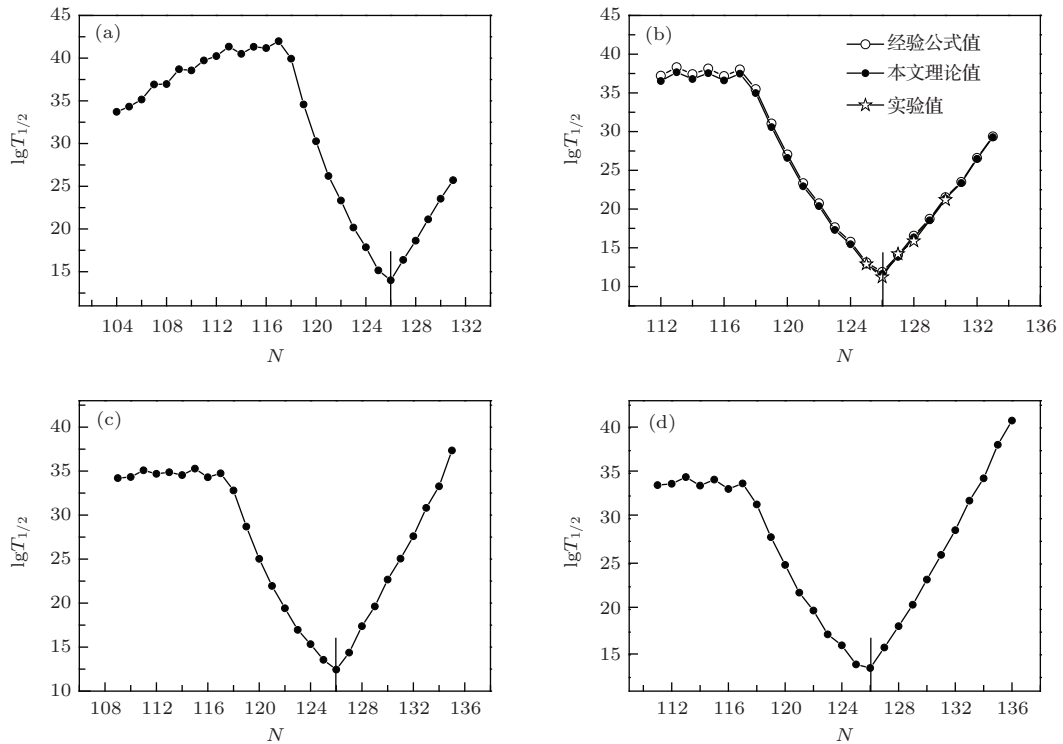


图 2 在 Fr ($Z = 87$), Ra ($Z = 88$), Ac ($Z = 89$) 和 Th ($Z = 90$) 四个同位素链中 ^{14}C 半衰期的变化 (a) Fr ($Z = 87$); (b) Ra ($Z = 88$); (c) Ac ($Z = 89$); (d) Th ($Z = 90$)

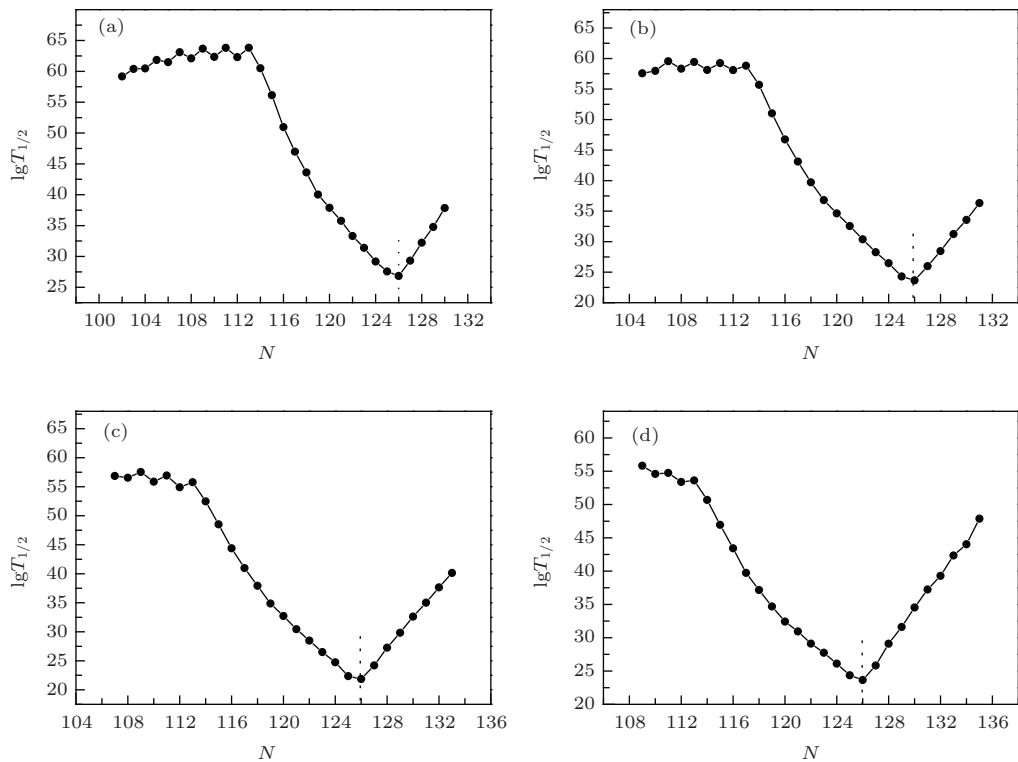


图 3 在 Ra ($Z = 88$), Ac ($Z = 89$), Th ($Z = 90$) 和 Pa ($Z = 91$) 四个同位素链中 ^{20}O 半衰期的变化 (a) Ra ($Z = 88$); (b) Ac ($Z = 89$); (c) Th ($Z = 90$); (d) Pa ($Z = 91$)

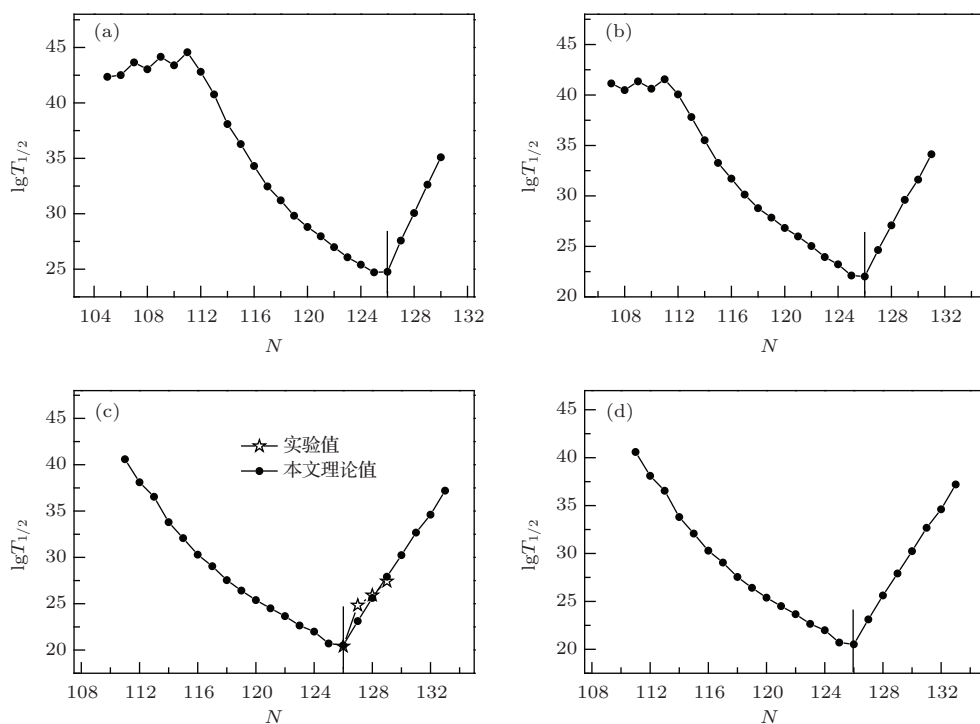


图4 在 Th ($Z = 90$), Pa ($Z = 91$), U ($Z = 92$) 和 Np ($Z = 93$) 四个同位素链中 ^{24}Ne 半衰期的变化 (a) Th ($Z = 90$); (b) Pa ($Z = 91$); (c) U ($Z = 92$); (d) Np ($Z = 93$)

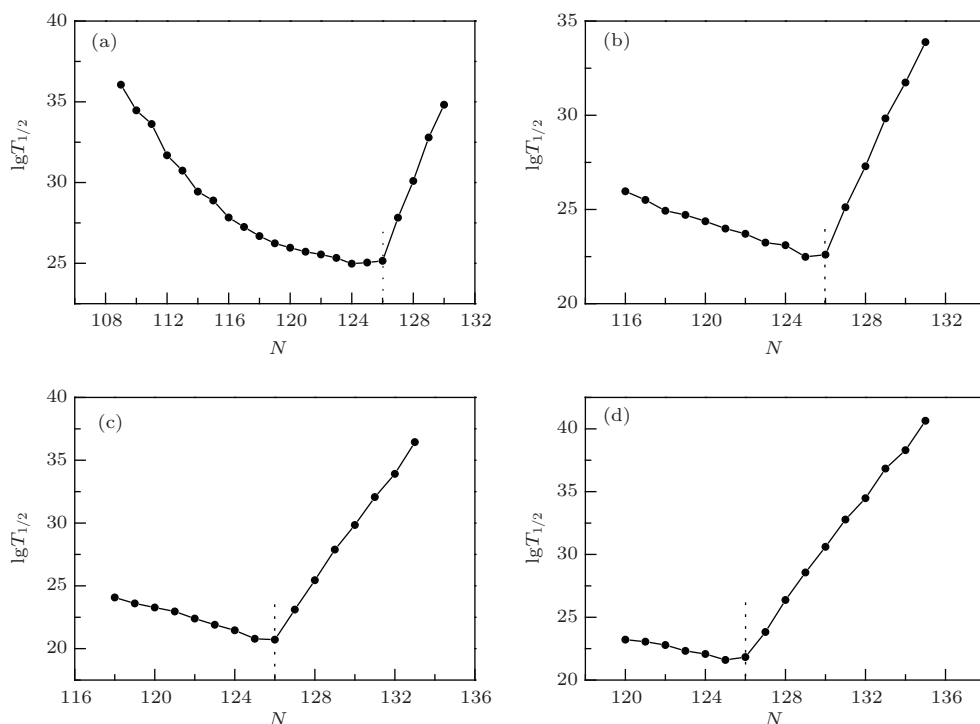


图5 在 U ($Z = 92$), Np ($Z = 93$), Pu ($Z = 94$) 和 Am ($Z = 95$) 四个同位素链中 ^{28}Mg 半衰期的变化 (a) U ($Z = 92$); (b) Np ($Z = 93$); (c) Pu ($Z = 94$); (d) Am ($Z = 95$)

从图6可以清楚地看出,在同一条同中子素链中,质子数 $Z = 82$ 所对应的半衰期是最短的,这充分反映了 $Z = 82$ 的壳效应. ^{18}O 和 ^{24}Ne 这两种结团是任意选取的,对于其他结团也能得出同样的结

果. 选取 $N = 124, 126, 128$ 这三个同中子素链是为了同时考察 $N = 126$ 的壳效应. 从图6还可以看出,在相同质子数情况下, $N = 128$ 的曲线在最上面, $N = 124$ 的曲线在中间,而 $N = 126$ 的曲线在

最下面. 这也充分反映了中子幻数 $N = 126$ 的壳效应.

在已经发现的放射结团中, 共有四个质量数为奇数的结团, 即 ^{15}N , ^{23}F , ^{25}Ne , ^{29}Mg . 理论计算结果表明, 在各同位素链中 ^{25}Ne 和 ^{29}Mg 两个结团半衰期的变化情况与其他一些结团半衰期的变化

情况有很大的不同, 并且出现了一个有趣的现象. 我们以这四个结团在 U 同位素链中半衰期的变化(图 7) 为例进行说明.

从图 7 可以看出, 对于 ^{15}N , ^{23}F 结团, 其半衰期的变化情况与图 2—图 5 所示的质量数为偶数的结团半衰期的变化情况基本相同. 但对于 ^{25}Ne ,

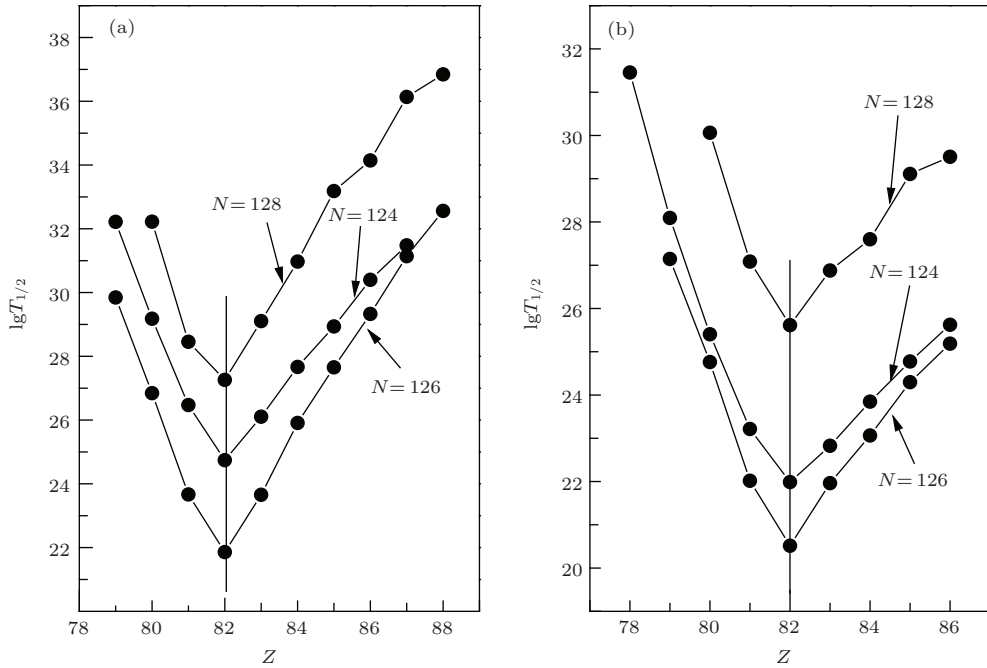


图 6 在同中子素链 ($N = 124, 126, 128$) 中 ^{18}O 和 ^{24}Ne 结团半衰期的变化 (a) ^{18}O ; (b) ^{24}Ne

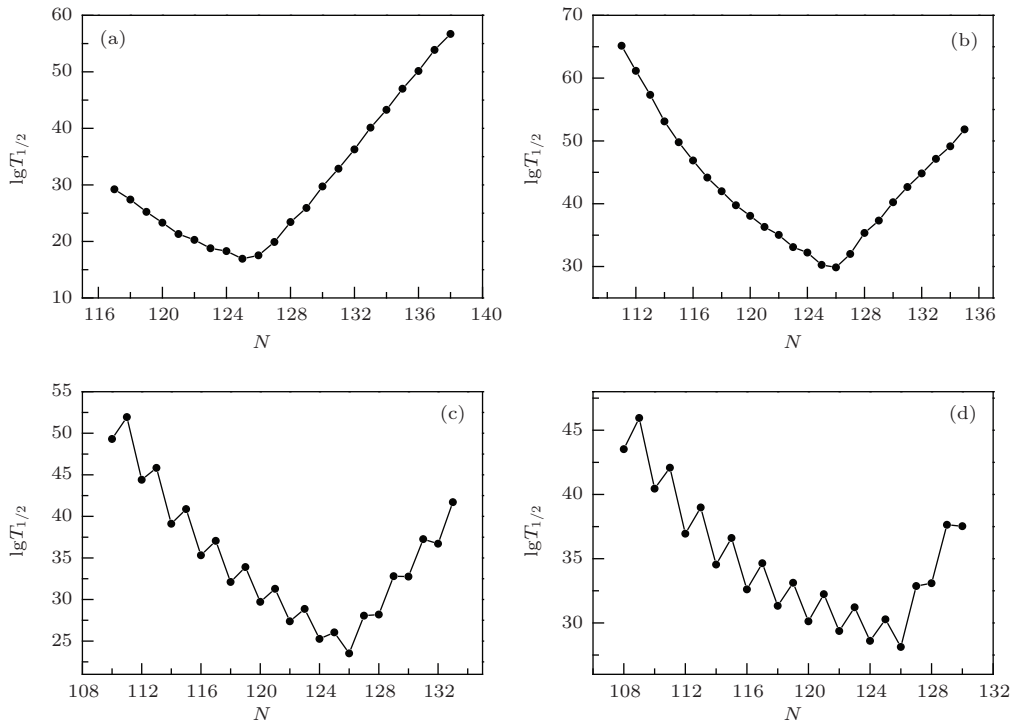


图 7 质量数为奇数的四个结团 ^{15}N , ^{23}F , ^{25}Ne , ^{29}Mg 在 U 同位素链中半衰期的变化 (a) ^{15}N ; (b) ^{23}F ; (c) ^{25}Ne ; (d) ^{29}Mg

^{29}Mg 结团, 可以看到明显的奇偶质量摆动现象, 即曲线呈现锯齿状, 子核中子数为偶数的结团半衰期比相邻的中子数为奇数的结团半衰期都要小, 在其他同位素链中也会出现相同的现象. 奇偶质量摆动现象在质量数为偶数的结团放射中也会出现, 不过一般只是在子核中子数较少的情况下发生. 如图 2 所示, ^{14}C 结团放射的半衰期曲线在子核中子数较少区域均呈现出奇偶质量摆动.

上述 $N = 126$ 和 $Z = 82$ 的幻数效应以及 ^{25}Ne , ^{29}Mg 奇偶效应是原子核固有的属性, 该属性可以通过结合能得到反映. 在计算对 Gamow 概率穿透因子时用到的 Q 值是通过提取结合能实验数据得到的, 因此计算得到的半衰期也反映了上述效应.

盖革-努塔尔定律是核物理中的一条基本定律, 它是在研究 α 放射性基础上建立起来的一个经验定律, 是指衰变能和衰变常量或半衰期之间存在一定的相互依赖关系, 可简单地表示为

$$\lg T_{1/2} = bQ^{-1/2} - a, \quad (10)$$

式中 a , b 是常量, 对不同的元素 a , b 的取值不同. (10) 式只是定性地表示了 $\lg T_{1/2}$ 与 $Q^{-1/2}$ 呈简单的线性关系. 通过计算发现, 用有效液滴模型计算得到的结团放射半衰期与衰变能之间的关系也完全符合该定律.

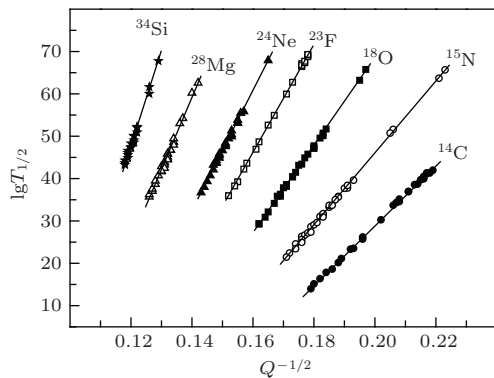


图 8 在 Fr 同位素链中各放射结团半衰期与衰变能的关系

图 8 给出了在 Fr 同位素链中各放射结团半衰期与衰变能的关系, 纵坐标是采用有效液滴模型计算得到的结团半衰期的对数值. 图 8 中, 每一种元素只选了一个结团, 这是因为同一种元素的结团的盖革-努塔尔关系直线离得非常近, 不容易区分. 从图 8 可以看出: 各放射结团半衰期与衰变能近似呈

线性关系, 这充分验证了盖革-努塔尔定律, 也说明有效液滴模型计算得到的结团放射半衰期是合理的; 各直线的斜率并不相同, 结团的质子数越大, 斜率越大, ^{14}C 结团的盖革-努塔尔关系直线斜率最小, 而 ^{34}Si 结团的盖革-努塔尔关系直线斜率最大. 这里 Fr 同位素链是任意选择的, 在其他同位素链中也会得到相同结果.

下面分析盖革-努塔尔关系直线斜率随放射结团质子数的增加而增大的原因. 以上给出的 (10) 式是最简单的经验公式, 更为复杂精确的公式为 [31]

$$\begin{aligned} \lg T_{1/2} = & 0.39961\sqrt{\mu}Z_cZ_dQ^{-1/2} \\ & - 1.31008\sqrt{\mu}(Z_cZ_d)^{1/2} \\ & - 17.00698, \end{aligned} \quad (11)$$

式中, μ 为约化质量, $\mu = A_cA_d/(A_c+A_d)$, 其中 A_c 和 A_d 分别为结团和子核的质量数; Z_c 和 Z_d 分别为结团和子核的质子数. 这里, $0.39961\sqrt{\mu}Z_cZ_d$ 相当于 (10) 式中的系数 b , $-1.31008\sqrt{\mu}(Z_cZ_d)^{1/2} - 17.00698$ 相当于 (10) 式中的 $-a$. 当母核质量数一定时, Z_c 越大, $0.39961\sqrt{\mu}Z_cZ_d$ 值越大, 即斜率 b 越大.

接下来研究在不同同位素链中同一结团的盖革-努塔尔关系. 图 9 给出了 ^{14}C , ^{18}O , ^{23}F , ^{24}Ne 结团 (任意选取的) 在 Ra, U, Cm 同位素链中的盖革-努塔尔关系. 对于同一个结团, 在质子数相邻的同位素链中其盖革-努塔尔关系直线离得非常近, 不易区分. 因此, 这里只选择了 Ra ($Z = 88$), U ($Z = 92$), Cm ($Z = 96$) 同位素链, 在这三个同位素链中同一个结团的盖革-努塔尔关系直线距离稍微远一些, 可以清楚直观地区分. 从图 9 可以看出, 在 Ra, U, Cm 同位素链中各结团半衰期与衰变能近似呈线性关系, 基本满足盖革-努塔尔定律. 在不同同位素链中同一结团的盖革-努塔尔关系直线几乎平行, 并且同位素链的质子数越大, 其盖革-努塔尔关系直线越靠近图的左上方.

最后, 我们研究结团质子数及中子数与盖革-努塔尔关系直线位置的关系, 选取 ^{23}F , ^{22}Ne , ^{24}Ne 三个结团作为代表进行说明.

图 10 给出了 ^{23}F , ^{22}Ne , ^{24}Ne 三个结团在 Fr 同位素链中的盖革-努塔尔关系. ^{23}F 的盖革-努塔尔关系直线处于右下方, ^{22}Ne 处于中间, 而 ^{24}Ne 则处于左上方. 由图 10 可知, 盖革-努塔尔关系直线的

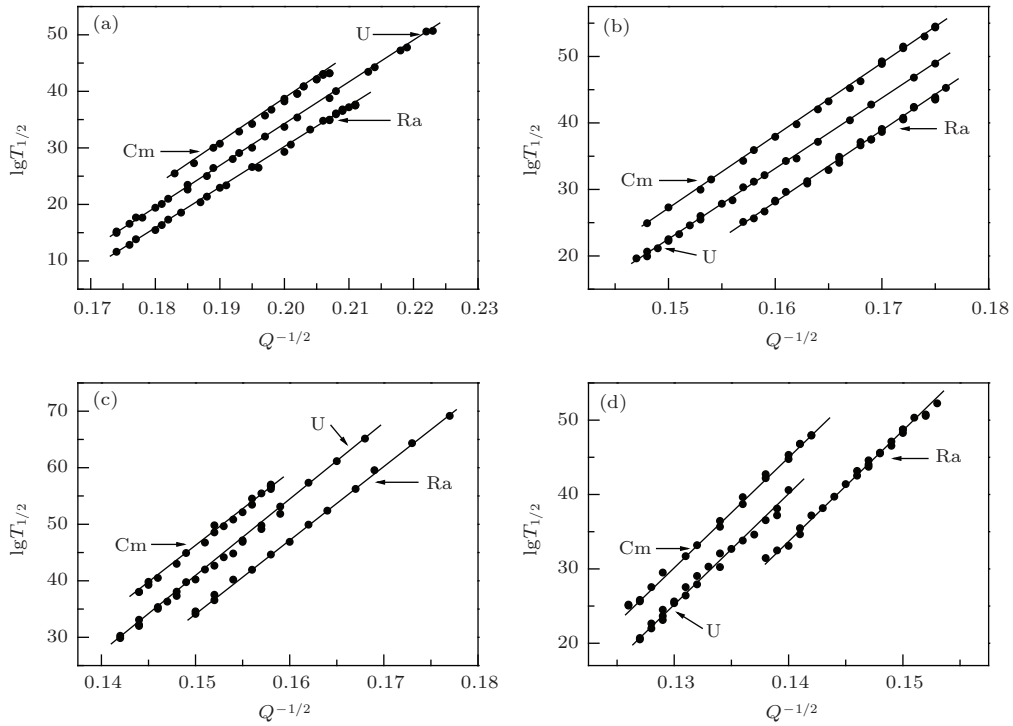


图9 在Ra, U, Cm同位素链中¹⁴C, ¹⁸O, ²³F, ²⁴Ne结团半衰期与衰变能的关系 (a) ¹⁴C; (b) ¹⁸O; (c) ²³F; (d) ²⁴Ne

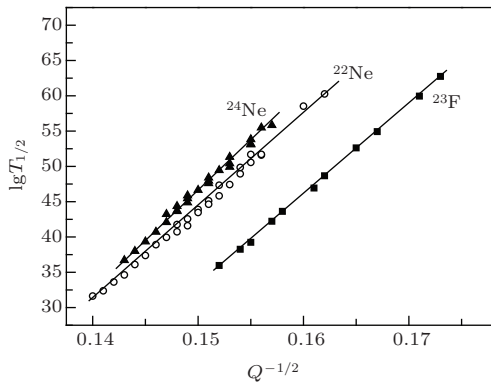


图10 在Fr同位素链中²³F, ²²Ne, ²⁴Ne结团半衰期与衰变能的关系

位置主要是由结团的质子数决定, 结团质子数越大, 其盖革-努塔尔关系直线越靠向左上方. 对于同一种元素的结团, 结团中子数越大, 其盖革-努塔尔关系直线越靠向左上方.

4 结 论

本文利用有效液滴模型计算了超铅区从Fr ($Z = 87$)到Cm ($Z = 96$)共十个同位素链的结团放射半衰期. 利用碎块体积不守恒以及有效惯性系数因子计算Gamow势垒穿透因子, 另外采用一个更精确的核半径常数公式代替原来的经验公式. 将计算得到的结果和现有的实验数据进行比较, 发

现两者符合得很好. $\lg T_{\text{theo}}$ 与 $\lg T_{\text{expt}}$ 之差大部分都在1之内, 两者的最小差距为0.012, 而最大差距仅有1.708, 且半衰期对数值的均方差非常小, 只有0.895. 这说明利用有效液滴模型计算结团放射半衰期得到的结果是可靠的. 研究给出了在同位素链中各结团半衰期的变化情况. 结果显示, 结团半衰期曲线一般在子核中子数 $N = 126$ 处达到最低, 说明母核发生结团放射时有衰变到子核中子数 $N = 126$ 的趋势, 这也充分反映了中子数 $N = 126$ 的壳效应. 另外, 还给出了在同中子素链中结团半衰期的变化情况. 结果表明, 质子数 $Z = 82$ 所对应的半衰期是最短的, 这充分反映了 $Z = 82$ 的壳效应. 由目前已有的结团放射性实验可知, 在超铅区母核都是在²⁰⁸Pb ($N = 126, Z = 82$)附近衰变成子核, 这也从有效液滴模型的理论计算中得到了验证. 对于²⁵Ne, ²⁹Mg两个结团, 其半衰期曲线出现明显的奇偶质量摆动现象, 曲线呈现出锯齿状. 着重讨论了盖革-努塔尔关系, 有效液滴模型计算得到的结团半衰期基本符合盖革-努塔尔定律. 在同一个同位素链中各种结团的盖革-努塔尔关系直线的斜率不同, 结团的质子数越大, 斜率越大, 其盖革-努塔尔关系直线越靠向左上方. 在不同的同位素链中同一结团的盖革-努塔尔关系直线几乎平行, 并且同位素链的质子数越大, 其盖革-努塔尔关系

直线越靠向左上方. 通过进一步的研究还发现: 在同一个同位素链中各种结团的盖革-努塔尔关系直线的位置主要是由结团的质子数决定, 结团质子数越大, 其盖革-努塔尔关系直线越靠向左上方; 对于同一种元素的结团, 结团中子数越大, 其盖革-努塔尔关系直线越靠向左上方. 所获得的理论计算结果验证了有效液滴模型的可行性, 也可为未来的实验提供有益的参考.

参考文献

- [1] Ning Z J, Li J X, Guo Z Y, Zhan W L, Wang J S, Xiao G Q, Wang Q J, Wang J C, Wang M, Wang J F, Chen Z Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 644 (in Chinese) [宁振江, 李加兴, 郭忠言, 詹文龙, 王建松, 肖国青, 王全进, 王金川, 王猛, 王建峰, 陈志强 2001 物理学报 **50** 644]
- [2] Hu Z G, Wang M, Xu H S, Sun Z Y, Wang J S, Xiao G Q, Zhan W L, Xiao Z G, Mao R S, Zhang H B, Zhao T C, Xu Z G, Wang Y, Chen R F, Huang T H, Gao H, Jia F, Fu F, Gao Q, Han J L, Zhang X H, Zheng C, Yu Z H, Fan R R, Li B, Guo Z Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2866 (in Chinese) [胡正国, 王猛, 徐珊珊, 孙志宇, 王建松, 肖国青, 詹文龙, 肖志刚, 毛瑞士, 张宏斌, 赵铁成, 徐治国, 王玥, 陈若富, 黄天衡, 高辉, 贾飞, 付芬, 高启, 韩建龙, 章学恒, 郑川, 余正洪, 樊瑞睿, 李波, 郭忠言 2008 物理学报 **57** 2866]
- [3] Yang T L, Yang C W, Ze R D, Xiong Z H, Hao F H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8465 (in Chinese) [杨天丽, 杨朝文, 连仁德, 熊宗华, 郝樊华 2010 物理学报 **59** 8465]
- [4] Li J X, Liu P P, Wang J S, Hu Z G, Mao R S, Li C, Chen R F, Sun Z Y, Xu H S, Xiao G Q, Guo Z Y 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 032501
- [5] Liang Y J, Li Y S, Zhu M, Liu Z H, Zhou H Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5267
- [6] Gan Z G, Guo J S, Wu X L, Qin Z, Fan H M, Lei X G, Liu H Y, Guo B, Xu H G, Chen R F, Dong C F, Zhang F M, Wang H L, Xie C Y, Feng Z Q, Zhen Y, Song L T, Luo P, Xu H S, Zhou X H, Jin G M, Ren Z Z 2004 *Eur. Phys. J. A* **20** 385
- [7] Zhu M, Fu J L, Qu Z, Liu Z H, Wang W Z 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 082401
- [8] Zhang Z Y, Gan Z G, Ma L, Huang M H, Huang T H, Wu X L, Jia G B, Li G S, Yu L, Ren Z Z, Zhou S G, Zhang Y H, Zhou X H, Xu H S, Zhang H Q, Xiao G Q, Zhan W L 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 012502
- [9] Sandulescu A, Poenaru D N, Greiner W 1980 *Sov. J. Part. Nucl.* **11** 528
- [10] Rose H J, Jones G A 1984 *Nature* **307** 245
- [11] Bonetti R, Guglielmetti A 2007 *Rom. Rep. Phys.* **59** 301
- [12] Price P B 1989 *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **39** 19
- [13] Barwick S W, Price P B, Stevenson J D 1985 *Phys. Rev. C* **31** 1984
- [14] Price P B, Bonetti R, Guglielmetti A, Chiesa C, Mathéoud R, Migliorino C, Moody K J 1992 *Phys. Rev. C* **46** 1939
- [15] Bonetti R, Carbonini C, Guglielmetti A, Hussonnois M, Trubert D, Le Naour C 2001 *Nucl. Phys. A* **686** 64
- [16] Poenaru D N, Greiner W, Ivascu M, Sandulescu A 1985 *Phys. Rev. C* **32** 2198
- [17] Royer G, Gupta R K, Denisov V Y 1998 *Nucl. Phys. A* **632** 275
- [18] Malik S S, Gupta R K 1989 *Phys. Rev. C* **39** 1992
- [19] Buck B, Merchant A C 1989 *Phys. Rev. C* **39** 2097
- [20] Kumar S, Gupta R K 1997 *Phys. Rev. C* **55** 218
- [21] Arun S K, Gupta R K, Kanwar S, Singh B, Sharma M K 2009 *Phys. Rev. C* **80** 034317
- [22] Zhang H F, Dong J M, Royer G, Zuo W, Li J Q 2009 *Phys. Rev. C* **80** 037307
- [23] Singh B, Patra S K, Gupta R K 2010 *Phys. Rev. C* **82** 014607
- [24] Ni D D, Ren Z Z 2010 *Phys. Rev. C* **82** 024311
- [25] Santhosh K P, Priyanka B, Unnikrishnan M S 2012 *Nucl. Phys. A* **889** 29
- [26] Zhang G L, Liu H, Le X Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2300 (in Chinese) [张高龙, 刘浩, 乐小云 2009 物理学报 **58** 2300]
- [27] Zhang G L, Le X Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3810
- [28] Royer G, Moustabchir R 2001 *Nucl. Phys. A* **683** 182
- [29] Santhosh K P, Biju R K, Joseph A 2008 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **35** 085102
- [30] Ren Z Z, Xu C, Wang Z J 2004 *Phys. Rev. C* **70** 034304
- [31] Ni D D, Ren Z Z, Dong T K, Xu C 2008 *Phys. Rev. C* **78** 044310
- [32] Qi C, Xu F R, Liotta R J, Wyss R 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 072501
- [33] Gonçalves M, Duarte S B 1993 *Phys. Rev. C* **48** 2409
- [34] Duarte S B, Gonçalves M G 1996 *Phys. Rev. C* **53** 2309
- [35] Sheng Z Q, Ni D D, Ren Z Z 2011 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **38** 055103
- [36] Gamow G 1928 *Z. Phys. A* **51** 204
- [37] Wang M, Audi G, Wapstra A H, Kondev F G, MacCormick M, Xu X, Pfeiffe B 2012 *Chin. Phys. C* **36** 1603
- [38] Royer G, Rousseau R 2009 *Eur. Phys. J. A* **42** 541

Systematic calculations on cluster radioactivity half-lives of trans-lead nuclei with effective liquid drop model*

Sheng Zong-Qiang^{1)†} Shu Liang-Ping¹⁾ Meng Ying¹⁾ Hu Ji-Gang²⁾ Qian Jian-Fa¹⁾

1) (School of Science, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232007, China)

2) (School of Electronic Science and Applied Physics, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

(Received 23 February 2014; revised manuscript received 10 April 2014)

Abstract

The cluster radioactivities of trans-lead nuclei are systematically investigated by using the effective liquid drop description with the varying mass asymmetry shape and effective inertial coefficient. An effective nuclear radius constant formula is used instead of the original empirical formula in calculation. The calculated half-lives are in good agreement with the available experimental data. The root-mean-square deviation between the calculated logarithmic half-lives and the experimental ones is only 0.895. From the plots of the calculated $\lg T_{1/2}$ values versus the neutron (or proton) number of daughter, the shell effect of neutron magic number $N = 126$ (or proton magic number $Z = 82$) can be clearly seen. The odd-even-stagger can be clearly seen in the odd clusters ^{25}Ne , ^{29}Mg . The calculated half-lives conform to the Geiger-Nuttall law. We obtain some important conclusions about the Geiger-Nuttall law from the calculated results.

Keywords: cluster radioactivity, effective liquid drop model, decay, half-lives

PACS: 23.70.+j, 21.10.Tg, 21.60.-n

DOI: 10.7498/aps.63.162302

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11247001), the Natural Scientific Research Foundation of Institution of Higher Education of Anhui Province, China (Grant Nos. KJ2012A083, KJ2013Z066), and the Fundamental Scientific Research Foundation for the Central Universities of China (Grant No. 2012HG2Y0004).

† Corresponding author. E-mail: zqsheng@aust.edu.cn