

基于Newmark算法的任意磁化方向铁氧体 电磁散射时域有限差分分析*

王飞[†] 魏兵 杨谦 李林茜

(西安电子科技大学物理与光电工程学院, 西安 710071)

(2014年2月27日收到; 2014年4月4日收到修改稿)

利用坐标系转换矩阵给出实验室坐标系中饱和磁化铁氧体的频域磁导系数张量, 再通过频域到时域的转换关系 $j\omega \rightarrow \partial/\partial t$ 得到一个二阶微分方程形式的时域本构关系. 然后采用 Newmark 方法求解时域本构关系从而给出一种适用于处理任意磁化方向铁氧体电磁问题的 Newmark 时域有限差分算法. 利用此算法计算了饱和磁化铁氧体层的反(透)射系数和饱和磁化铁氧体球的后向雷达散射截面, 所获得的结果验证了此算法的正确有效性.

关键词: Newmark 方法, 饱和磁化铁氧体, 电磁散射, 时域有限差分方法

PACS: 41.20.Jb

DOI: 10.7498/aps.63.164101

1 引言

铁氧体材料为磁色散介质, 在有外加磁场时又是磁各向异性介质. 近年来, 其物理特性已成为研究热点之一^[1-4]. 磁化铁氧体材料兼有频率色散和空间色散特性, 因此对其电磁特性进行严格的解析分析是十分困难的, 通常采用数值方法进行模拟. 本文主要研究应用于处理饱和磁化铁氧体电磁问题的时域有限差分(FDTD)算法. FDTD方法属于时域算法, 磁化铁氧体是磁各向异性色散介质, 其磁导系数是频率的张量函数, 因此应用FDTD算法处理磁化铁氧体问题时需要将用于处理各向同性色散介质电磁问题的常用FDTD方法(包括递推卷积(RC)法^[5]、分段线性递推卷积法^[6]、电流密度卷积法^[7]、分段线性电流密度递推卷积法^[8,9]、辅助方程法^[10,11]、Z变换(ZT)法^[12-14]、移位算子(SO)法^[15]、半解析递推卷积法^[16]等方法)进行推广. 在2006—2008年, 杨利霞等分别采用Padé-FDTD法^[17]、RC-FDTD法^[18]和直接差分法^[19]计算了饱

和磁化铁氧体球的电磁散射. 2009和2013年, 本课题组^[20,21]将SO法和ZT方法推广应用于任意磁化方向铁氧体情形.

Newmark算法^[22,23]是动力学时域微分方程数值积分的一种经典步进算法, 具有高稳定性和高精度的特点. 目前, Newmark算法在应用于力学和电磁场数值计算的时域有限元(time-domain finite-element, TDFE)方法中已得到广泛应用. 本文将Newmark方法引入到饱和磁化铁氧体电磁问题的FDTD分析中, 给出了一种既适用于任意磁化方向情形同时又具有更高计算精度和稳定性的新方法. 具体过程如下: 首先利用外磁场坐标系中饱和磁化铁氧体的频域磁导系数张量和坐标系转换矩阵得到实验室坐标系中的频域磁导系数张量, 再利用频域到时域的转换关系 $j\omega \rightarrow \partial/\partial t$, 得到一个二阶微分方程形式的饱和磁化铁氧体时域本构关系, 然后通过引入一个中间过渡变量 \mathbf{P} 将其改写为两个以 \mathbf{P} 为激励源的二阶微分方程, 最后采用Newmark两步算法(Newmark- β - γ 法)求解这两

* 国家高技术研究发展计划(批准号: 2012AA01A308)、国家自然科学基金重点项目(批准号: 61231003)和中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: JB140503)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: wfei79@163.com

个方程并将结果中的中间过渡变量 \mathbf{P} 消去, 从而得到在离散时域磁场量 $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{H}$ 的递推公式, 结合 Maxwell 旋度方程的 FDTD 离散式最终实现完整的 FDTD 循环迭代计算. 计算了一维饱和磁化铁氧体层的反(透)射系数和三维饱和磁化铁氧体球的后向雷达散射截面(RCS), 所得结果与解析解和文献结果一致. 理论推导及算例表明该方法是正确有效的. 文中时谐因子取 $\exp(j\omega t)$.

2 饱和磁化铁氧体的 Newmark-FDTD 算法

2.1 磁化铁氧体中的 Maxwell 旋度方程和频域本构关系

磁化铁氧体介质的 Maxwell 旋度方程及频域本构关系为

$$\partial \mathbf{E} / \partial t = (\nabla \times \mathbf{H}) / \varepsilon_0, \quad (1)$$

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (2)$$

$$\mathbf{B}(\omega) = \mu_0 \boldsymbol{\mu}_r(\omega) \cdot \mathbf{H}(\omega). \quad (3)$$

按标准 Yee 元胞^[24]对旋度方程(1), (2)差分离散便可实现 $\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B}$ 的 FDTD 迭代计算, 而要实现完整的 FDTD 循环迭代还需要对频域本构关系(3)式进行特殊处理, 将其转换到时域进而得到 $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{H}$ 的步进迭代.

2.2 实验室坐标系中的频域磁导系数张量

磁化铁氧体是各向异性介质, 其本构参数与所选取的坐标系有关. (3)式中 $\boldsymbol{\mu}_r(\omega)$ 是实验室直角坐标系(设为 xyz 系)中磁化铁氧体的频域相对磁导系数张量, 其具体形式与外加磁场 \mathbf{H}_0 的方向有关. 设外加磁场 \mathbf{H}_0 在实验室坐标系(xyz 系)中的方向角为 θ_t, φ_t , 如图 1 所示.

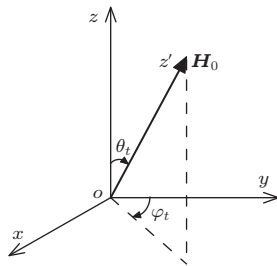


图 1 外磁场 ($x'y'z'$) 坐标系和实验室 (xyz) 坐标系

以外加磁场 \mathbf{H}_0 的方向为 z' 轴正向建立 $x'y'z'$

直角坐标系(图 1), 称为外磁场坐标系, 即 $\mathbf{H}_0 = z'H_0$, z' 为 z' 轴正向单位矢量, H_0 为 \mathbf{H}_0 的大小. 设 $\boldsymbol{\mu}'_r(\omega)$ 为外磁场坐标系 ($x'y'z'$ 系) 中饱和磁化铁氧体的频域相对磁导系数张量, 其表达式为^[25]

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}'_r(\omega) &= \begin{bmatrix} \mu_{x'x'}(\omega) & \mu_{x'y'}(\omega) & \mu_{x'z'}(\omega) \\ \mu_{y'x'}(\omega) & \mu_{y'y'}(\omega) & \mu_{y'z'}(\omega) \\ \mu_{z'x'}(\omega) & \mu_{z'y'}(\omega) & \mu_{z'z'}(\omega) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mu_r & \mu_{rg} & 0 \\ -\mu_{rg} & \mu_r & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{rz} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中,

$$\mu_r = 1 + \frac{(\omega_0 + j\omega\alpha)\omega_m}{(\omega_0 + j\omega\alpha)^2 - \omega^2},$$

$$\mu_{rg} = \frac{j\omega\omega_m}{(\omega_0 + j\omega\alpha)^2 - \omega^2},$$

$$\mu_{rz} = 1. \quad (5)$$

这里, $\omega_0 = \gamma H_0$; γ 为旋磁比, $\gamma = 1.76 \times 10^7 \text{ rad}\cdot\text{Oe}\cdot\text{s}$; $\omega_m = \gamma 4\pi M_s$, 其中, M_s 为饱和磁化率, α 为阻尼因子.

根据(5)式, $\boldsymbol{\mu}'_r(\omega)$ 可改写为

$$\boldsymbol{\mu}'_r(\omega) = \frac{\mathbf{M}' \cdot (j\omega)^2 + \mathbf{C}' \cdot (j\omega) + \mathbf{K}'}{q_2(j\omega)^2 + q_1(j\omega) + q_0}, \quad (6)$$

式中,

$$\mathbf{M}' = (\alpha^2 + 1) \cdot \mathbf{I},$$

$$\mathbf{C}' = 2\alpha\omega_0 \cdot \mathbf{I} + \omega_m \cdot \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ -1 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}' = \omega_0^2 \cdot \mathbf{I} + \omega_0\omega_m \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中 \mathbf{I} 表示单位矩阵, $q_2 = \alpha^2 + 1$, $q_1 = 2\alpha\omega_0$, $q_0 = \omega_0^2$.

在 xyz 坐标系中的频域相对磁导系数张量 $\boldsymbol{\mu}_r(\omega)$ 可以由 $\boldsymbol{\mu}'_r(\omega)$ 和转换矩阵计算得到^[24],

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_r(\omega) &= \begin{bmatrix} \mu_{xx}(\omega) & \mu_{xy}(\omega) & \mu_{xz}(\omega) \\ \mu_{yx}(\omega) & \mu_{yy}(\omega) & \mu_{yz}(\omega) \\ \mu_{zx}(\omega) & \mu_{zy}(\omega) & \mu_{zz}(\omega) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{U}^T \cdot \boldsymbol{\mu}'_r(\omega) \cdot \mathbf{U}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中, U 为 $x'y'z'$ 坐标系到 xyz 坐标系的转换矩阵; U^T 为 U 的转置矩阵, 且

$$U = \begin{bmatrix} \cos \varphi_t & -\sin \varphi_t & 0 \\ \cos \theta_t \sin \varphi_t & \cos \theta_t \cos \varphi_t & -\sin \theta_t \\ \sin \theta_t \sin \varphi_t & \sin \theta_t \cos \varphi_t & \cos \theta_t \end{bmatrix}. \quad (9)$$

因此, 由 (6)—(8) 式可得 xyz 坐标系中

$$\mu_r(\omega) = \frac{M \cdot (j\omega)^2 + C \cdot (j\omega) + K}{q_2(j\omega)^2 + q_1(j\omega) + q_0}, \quad (10)$$

式中,

$$\begin{aligned} M &= U^T \cdot M' \cdot U, \\ C &= U^T \cdot C' \cdot U, \\ K &= U^T \cdot K' \cdot U. \end{aligned} \quad (11)$$

2.3 时域本构关系及其 Newmark 解

将 (10) 式代入频域本构关系 (3) 式并整理得到

$$\begin{aligned} & [q_2(j\omega)^2 + q_1(j\omega) + q_0] \cdot B(\omega) \\ &= \mu_0 \cdot [M \cdot (j\omega)^2 + C \cdot (j\omega) + K] \cdot H(\omega), \end{aligned} \quad (12)$$

再应用频域到时域的转换关系 $j\omega \rightarrow \partial/\partial t$ 将 (12) 式转换为一个时域微分方程

$$\begin{aligned} & q_2 \frac{d^2}{dt^2} B(t) + q_1 \frac{d}{dt} B(t) + q_0 B(t) \\ &= \mu_0 [M \cdot \frac{d^2}{dt^2} H(t) + C \cdot \frac{d}{dt} H(t) \\ & \quad + K \cdot H(t)], \end{aligned} \quad (13)$$

(13) 式即为磁化铁氧体的时域本构关系, 对其进行时域离散可以得到磁场量 $B \rightarrow H$ 的步进计算. 下面采用 Newmark 方法处理时域本构关系 (13) 式.

引入一个中间过渡变量 P , 令

$$\begin{aligned} & q_2 \frac{d^2}{dt^2} B(t) + q_1 \frac{d}{dt} B(t) + q_0 B(t) = P(t), \\ & \mu_0 \left[M \cdot \frac{d^2}{dt^2} H(t) + C \cdot \frac{d}{dt} H(t) + K \cdot H(t) \right] \\ &= P(t), \end{aligned} \quad (14)$$

(14) 式中的两个方程为二阶时域微分方程, 其中 $P(t)$ 相当于激励源. 1959 年, Newmark^[22] 根据 Taylor 级数的时间导数差分近似公式, 给出了此种形式时域微分方程数值积分的步进算法, 改善了计算精度和稳定性. 按照 Zienkiewicz^[23] 推导的方法, (14) 式两个方程的 Newmark 解为

$$a_0 B^{n+1} = -a_1 B^n - a_2 B^{n-1} + (\Delta t)^2$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\beta P^{n+1} + \left(\frac{1}{2} + \gamma - 2\beta \right) P^n \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{2} - \gamma + \beta \right) P^{n-1} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} S_0 \cdot H^{n+1} &= S_1 \cdot H^n + S_2 \cdot H^{n-1} + \frac{(\Delta t)^2}{\mu_0} \\ & \times \left[\beta P^{n+1} + \left(\frac{1}{2} + \gamma - 2\beta \right) P^n \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{2} - \gamma + \beta \right) P^{n-1} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

式中,

$$\begin{aligned} a_0 &= q_2 + \gamma \Delta t q_1 + \beta (\Delta t)^2 q_0, \\ a_1 &= -2q_2 + (1 - 2\gamma) \Delta t q_1 \\ & \quad + \left(\frac{1}{2} + \gamma - 2\beta \right) (\Delta t)^2 q_0, \\ a_2 &= q_2 + (\gamma - 1) \Delta t q_1 \\ & \quad + \left(\frac{1}{2} - \gamma + \beta \right) (\Delta t)^2 q_0, \\ S_0 &= M + \gamma \Delta t C + \beta (\Delta t)^2 K, \\ S_1 &= 2M - (1 - 2\gamma) \Delta t C \\ & \quad - \left(\frac{1}{2} + \gamma - 2\beta \right) (\Delta t)^2 K, \\ S_2 &= -M - (\gamma - 1) \Delta t C \\ & \quad - \left(\frac{1}{2} - \gamma + \beta \right) (\Delta t)^2 K. \end{aligned} \quad (17)$$

(15) 和 (16) 式称为 Newmark 方法的两步算法或 Newmark- β - γ 方法. 系数 (17) 式包含了两个参变量 β 和 γ , 文献 [24] 给出 $0 \leq \gamma \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1/2$, 为了保证计算精度和稳定性需要适当选择 γ , 以及 $\beta \geq 0.25(0.5 + \gamma)^2$, 通常取 $\beta = 0.25$, $\gamma = 0.5$ 可以保证无条件收敛.

消去 (15), (16) 式中的中间过渡变量 P , 得到

$$\begin{aligned} H^{n+1} &= S_0^{-1} \cdot \left[S_1 \cdot H^n + S_2 \cdot H^{n-1} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\mu_0} (a_0 B^{n+1} + a_1 B^n \right. \\ & \quad \left. + a_2 B^{n-1}) \right], \end{aligned} \quad (18)$$

式中 S_0^{-1} 表示 S_0 的逆矩阵. 由 (18) 式可以实现磁场量 $B \rightarrow H$ 的时域步进计算.

综上所述, 可以得到磁化铁氧体的 Newmark-FDTD 计算步骤:

步骤 1 由 $H \rightarrow E \rightarrow B$, 用旋度方程 (1), (2) 式的差分离散式计算;

- 步骤2 由 $B \rightarrow H$, 用(18)式计算;
- 步骤3 回到步骤1.

3 算例验证及数值结果

以下算例FDTD计算时取 $\beta = 0.25$, $\gamma = 0.5$, 时间步长 $\Delta t = \delta/2c$, 其中, δ 为Yee元胞边长, c 为真空光速. 入射波为 x 方向极化的平面高斯脉冲

$$E_{xi}(t) = \exp\left[-\frac{4\pi(t-t_0)^2}{\tau^2}\right]. \quad (19)$$

例1 饱和磁化铁氧体层的反射和透射

饱和磁化铁氧体层厚度 $d = 3\text{ cm}$, 外加磁场 H_0 垂直于介质层界面沿 z 轴正向. 铁氧体介

质参数为 $\alpha = 0.1$, $\omega_0 = 2\pi \times 20 \times 10^9 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $\omega_m = 2\pi \times 10^{10} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. 电磁波沿 z 轴入射, FDTD 计算时 $\delta = 0.075 \text{ mm}$, $\tau = 160\Delta t$, $t_0 = 0.8\tau$. 沿 z 轴方向的一维FDTD计算域被离散为 $-360\delta - 280\delta$ 共640个一维Yee元胞, 其中 $-200\delta - 200\delta$ 共400个元胞区域为铁氧体层, 两边为真空并在计算域两端设置一阶Mur吸收边界. 在 -280 格点处设置连接边界, 引入入射波, 在 -320 和 240 格点处分别设置反射波和透射波观察点, 以记录反射波形和透射波形. 电场和磁场分量的采样点位置与标准一维Yee元胞相同, 如图2所示. 迭代计算共进行了7680步.

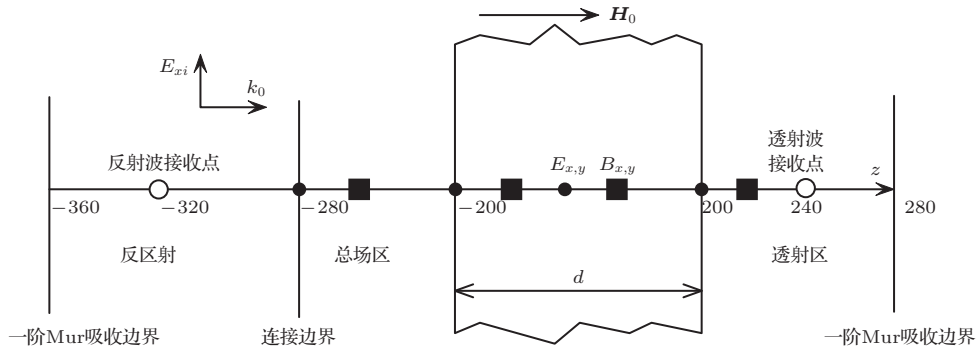


图2 饱和磁化铁氧体层

此时, 虽然入射波电场沿 x 方向极化, 但由于磁化铁氧体介质的交叉磁化效应, 使得反射波和透射波的电场都存在 y 分量. 根据电磁理论, 此时介质中的电磁波可分解为左旋(LCP)和右旋(RCP)两个圆极化本征波. 利用本文Newmark-FDTD方法可以直接计算出该磁化铁氧体层的反射场和透射场时域形式 $E_x(t)$ 和 $E_y(t)$, 将其做傅里叶变换得到反射场和透射场的复数频域形式 $E_x(\omega)$ 和 $E_y(\omega)$. 根据

$$\begin{aligned} E_{RCP}(\omega) &= E_x(\omega) + jE_y(\omega), \\ E_{LCP}(\omega) &= E_x(\omega) - jE_y(\omega) \end{aligned} \quad (20)$$

可得到LCP波和RCP波的反射场、透射场的复数频域形式^[26], 依此可计算得到磁化铁氧体层的LCP波反(透)射系数(如图3中实线所示)和RCP波反(透)射系数(如图4中实线所示).

作为验证, 图3和图4还给出了采用传播矩阵(propagation matrix, PM)法计算得到的反(透)射系数解析解, 在图中用圆圈表示. 由图3和图4可知, 本文算法结果和解析解符合得很好, 说明本文算法是正确有效的.

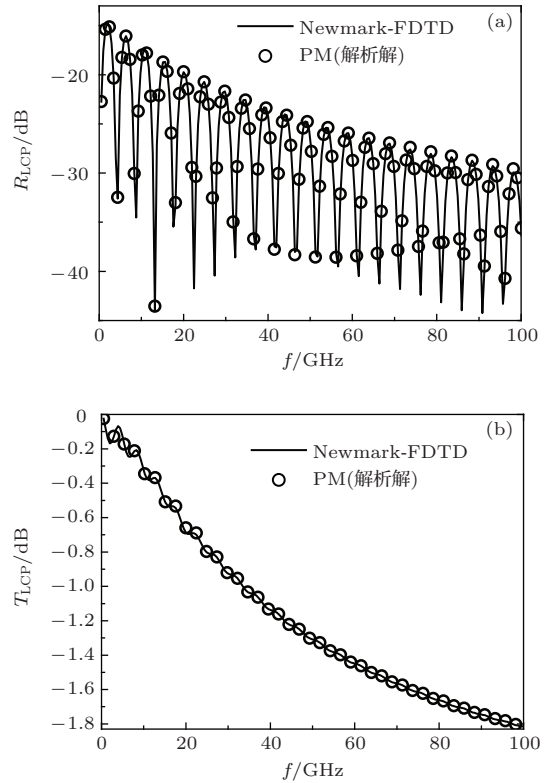


图3 LCP波反射系数、透射系数随入射频率的变化 (a) 反射系数 R_{LCP} ; (b) 透射系数 T_{LCP}

为了比较不同算法, 又分别采用SO法^[20]和ZT法^[21]计算了该算例. 图5是三种方法计算RCP波反射系数结果的误差绝对值, 图中圆圈代表本文Newmark法结果, 五角星和实线分别表示SO法和ZT法的结果. 从图5可以看出, Newmark法和SO法的精度近似且都优于ZT法的精度.

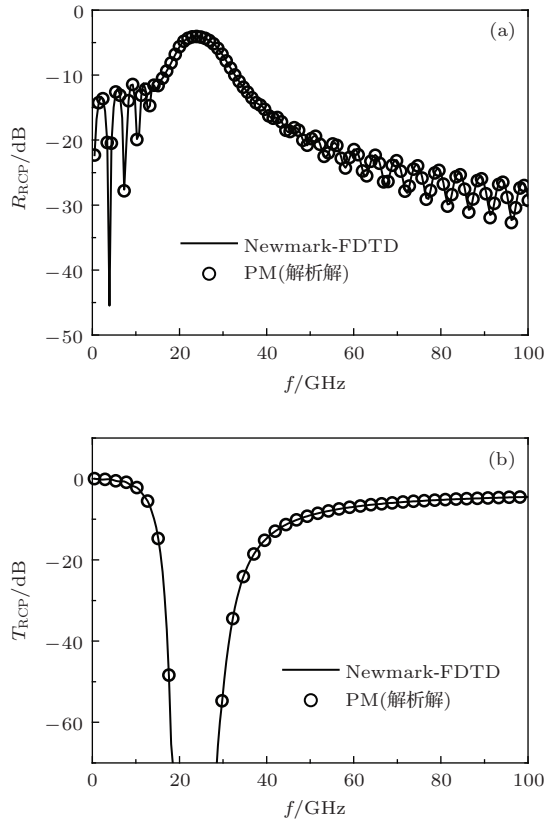


图4 RCP波反射系数、透射系数随入射频率的变化 (a) 反射系数 R_{RCP} ; (b) 透射系数 T_{RCP}

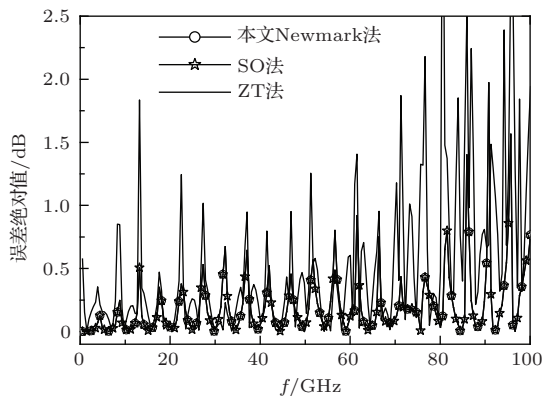


图5 本文Newmark法、SO法和ZT法计算RCP波反射系数的误差绝对值

例2 饱和磁化铁氧体球的后向散射

饱和磁化铁氧体球半径 $d = 1.5 \text{ cm}$ (图6), 介质参数同算例1. 电磁波沿 z 轴入射, $\tau = 34\Delta t$,

$t_0 = 0.8\tau$. FDTD 计算时将三维计算域离散为 $72 \times 72 \times 72$ 个正方体Yee元胞, 元胞尺寸 $\delta = 0.75 \text{ mm}$, 铁氧体球位于计算域正中心, 球半径等于20个元胞尺寸, 球外为真空介质. 由于球面位置的铁氧体元胞和真空元胞相邻, 所以在计算位于两种介质元胞分界面中心位置的磁场节点时, 采用两种介质磁导系数的平均值作为等效参数进行计算. 计算域外部包裹了6层单轴完全匹配层介质用于吸收外向行波, 迭代计算共进行了800步.

图7(a)和(b)分别为该磁化铁氧体球的同极化和交叉极化后向RCS. 图7中实线表示当外加磁场沿 z 轴正向 ($\theta_t = 0, \varphi_t = 0$) 时, 本文Newmark方法的计算结果, 作为对比, 图中同时给出了文献^[27]的计算结果 (用圆圈表示). 由图7可知, 本文结果与文献^[27]结果符合得很好.

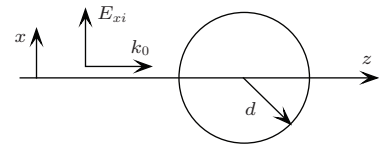


图6 饱和磁化铁氧球

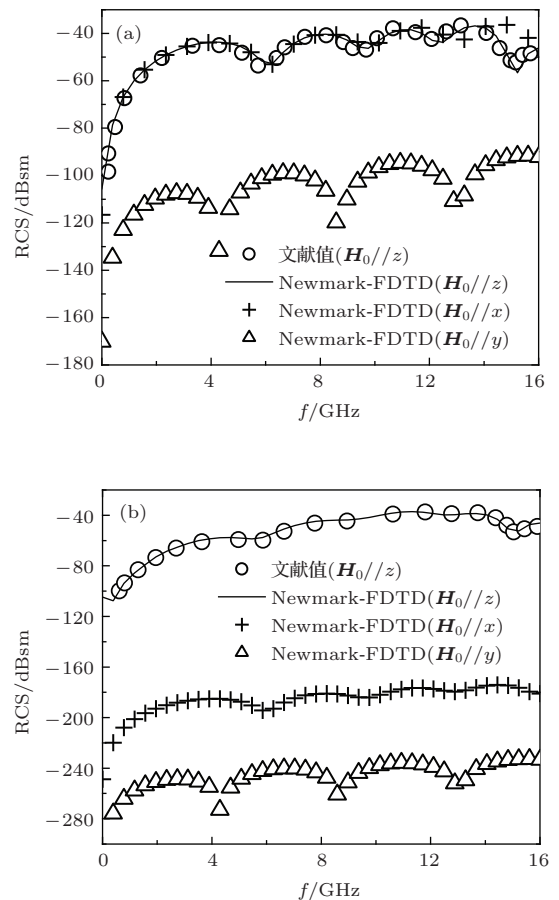


图7 饱和磁化铁氧体球的后向RCS (a) 同极化; (b) 交叉极化

本文算法可以处理外加磁场沿任意方向情形下饱和磁化铁氧体的电磁问题, 因此还计算了在其他方向外磁场情形下该球的后向RCS. 图7同时给出了当外加磁场 \mathbf{H}_0 沿 x 轴正向 ($\theta_t = 90^\circ$, $\varphi_t = 90^\circ$) 和沿 y 轴正向 ($\theta_t = 90^\circ$, $\varphi_t = 0^\circ$) 时该球的后向RCS, 在图中分别用十字和三角表示. 由图7可知, 由于磁化铁氧体的各向异性特性, 使得散射波出现了交叉极化分量, 而且散射波的特性与磁化方向相关.

在外加磁场沿 z 轴正向情形下, 本文还分别采用SO法^[20]和ZT法^[21]计算该铁氧体的后向RCS, 并对这三种方法的计算效率进行了对比. 表1列出了这三种算法计算时的内存消耗和中央处理器(CPU)时间. 计算时三种算法程序均运行800个时间步, 计算机CPU主频为2.8 GHz. 从表1可以看出, Newmark法的计算效率和ZT法的计算效率接近而略高于SO法的计算效率, 而根据前面算例1中对三种算法的对比, Newmark法在计算精度上要优于ZT法.

表1 Newmark法、SO法和ZT法模拟磁化铁氧体球散射的内存消耗和CPU计算时间

FDTD 算法	内存消耗/M	CPU 时间/s
Newmark 法	116	230
SO 法	134	242
ZT 法	116	220

4 结 论

根据坐标系转换矩阵和频域磁导系数张量的特点, 利用频域到时域的转换关系 $j\omega \rightarrow \partial/\partial t$, 饱和磁化铁氧体的频域本构关系可以转换成一个二阶微分方程形式的时域本构关系. 本文利用Newmark方法求解时域本构关系得到磁场量 $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{H}$ 的步进递推公式, 从而给出适用于处理任意磁化方向铁氧体电磁问题的Newmark-FDTD方法. 该方法对于研究铁氧体目标处于任意方向外磁场情况下的电磁散射问题具有应用价值. 理论推导及算例表明该方法正确可行, 推导简单, 概念简明.

参考文献

[1] Zhou H M, Chen Q, Deng J H 2014 *Chin. Phys. B* **23** 047502
 [2] Wang W J, Zang C G, Jiao Q J 2013 *Chin. Phys. B* **22** 128101

[3] Zhang H W, Li J, Su H, Zhou T C, Long Y, Zheng Z L 2013 *Chin. Phys. B* **22** 117504
 [4] Yasir Rafique M, Pan L Q, Javed Q, Zubair Iqbal M, Qiu H M, Hassan Farooq M, Guo Z G, Tanveer M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 107101
 [5] Luebbers R J, Hunsberger F, Kunz K S 1991 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **39** 29
 [6] Kelley D F, Lubbers R J 1996 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **44** 792
 [7] Chen Q, Katsurai M, Aoyagi P H 1998 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **46** 1739
 [8] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 778 (in Chinese) [刘少斌, 莫锦军, 袁乃昌 2004 物理学报 **53** 778]
 [9] Xu L J, Yuan N C 2005 *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.* **15** 277
 [10] Nickisch L J, Franke P M 1992 *IEEE Trans. Antenn. Propag. Mag.* **34** 33
 [11] Takayama Y, Klaus W 2002 *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.* **12** 102
 [12] Sullivan D M 1992 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **40** 1223
 [13] Sullivan D M 1995 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **43** 676
 [14] Sullivan D M 1996 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **44** 28
 [15] Ge D B, Wu Y L, Zhu X Q 2003 *Chin. J. Radio Sci.* **18** 359 (in Chinese) [葛德彪, 吴跃丽, 朱湘琴 2003 电波科学学报 **18** 359]
 [16] Zhang Y Q, Ge D B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4573 (in Chinese) [张玉强, 葛德彪 2009 物理学报 **58** 4573]
 [17] Yang L X, Ge D B 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1751 (in Chinese) [杨利霞, 葛德彪 2006 物理学报 **55** 1751]
 [18] Yang L X, Ge D B, Wang G, Yan S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6937 (in Chinese) [杨利霞, 葛德彪, 王刚, 阎述 2007 物理学报 **56** 6937]
 [19] Yang L X, Ge D B, Zhao Y H, Wang G, Yan S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2936 (in Chinese) [杨利霞, 葛德彪, 赵跃华, 王刚, 阎述 2008 物理学报 **57** 2936]
 [20] Wang F, Ge D B, Wei B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6356 (in Chinese) [王飞, 葛德彪, 魏兵 2009 物理学报 **58** 6356]
 [21] Wang F, Wei B 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084106 (in Chinese) [王飞, 魏兵 2013 物理学报 **62** 084106]
 [22] Newmark N M 1959 *J. Eng. Mech. Div.* **85** 67
 [23] Zienkiewich O C 1977 *Earthquake Eng. Struct. Dyn.* **5** 413
 [24] Ge D B, Yan Y B 2011 *Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetic Waves* (3rd Ed.) (Xi'an: Xidian University Press) p11 (in Chinese) [葛德彪, 闫玉波 2011 电磁波时域有限差分法 (第三版) (西安: 西安电子科技大学出版社) 第11页]
 [25] Bi D X 1985 *Electromagnetic Field Theory* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) (in Chinese) [毕德显 1985 电磁场理论 (北京: 电子工业出版社)]
 [26] Kong J A 2000 *Electromagnetic Wave Theory* (Cambridge: EMW Publishing)
 [27] Schuster J, Lubbers R 1996 *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium* **3** 1648

Newmark algorithm in the finite-difference time-domain analysis of ferrite magnetized in an arbitrary direction*

Wang Fei[†] Wei Bing Yang Qian Li Lin-Qian

(School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Received 27 February 2014; revised manuscript received 4 April 2014)

Abstract

The permeability tensor of saturated magnetized ferrite in frequency domain in the laboratory coordinate system is obtained by using the transformation matrix between the principal and laboratory system. The constitutive relation in time domain, which is a kind of second order differential equation, is derived by employing the transformation from the frequency domain $j\omega$ to time domain $\partial/\partial t$ and solved by utilizing the Newmark algorithm. Consequently, a Newmark finite-difference time-domain method is proposed to deal with the problem of electromagnetic scattering by ferrite which is subjected to an external magnetic field in an arbitrary direction. The electromagnetic scattering by a magnetized ferrite layer and a sphere is simulated, and the numerical results demonstrate the validity and feasibility of the proposed method.

Keywords: Newmark algorithm, saturated magnetized ferrite, electromagnetic scattering, finite-difference time-domain method

PACS: 41.20.Jb

DOI: [10.7498/aps.63.164101](https://doi.org/10.7498/aps.63.164101)

* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2012AA01A308), the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61231003), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. JB140503).

[†] Corresponding author. E-mail: wfei79@163.com