

具有列维飞行与布朗运动特征的循环竞争 博弈及物种稳定共存条件*

王栋^{1)2)†} 唐长庆³⁾ 田宝国¹⁾ 曲亮生¹⁾ 张金春¹⁾ 狄增如²⁾

1)(海军航空工程学院基础部, 烟台 264001)

2)(北京师范大学系统科学学院, 北京 100875)

3)(海军航空工程学院研究生管理大队, 烟台 264001)

(2014年2月13日收到; 2014年4月16日收到修改稿)

循环竞争博弈常被用来研究物种多样性. 以前有关循环竞争博弈的研究工作所考虑的相互作用距离模式包括最近邻、取固定距离或一定距离以内的随机值, 这与实际情况不相符. 考虑到实际生物系统中物种个体做列维飞行与布朗运动的情况广泛存在, 综合考虑了最近邻相互作用模式和列维飞行(布朗运动)长程相互作用模式, 对循环竞争博弈及保持物种多样性的条件进行了研究. 得到了最大飞行距离与选择概率的临界关系(包括 Logistic 式和指数式关系), 进一步得到了幂指数与选择概率的临界关系, 以及保持物种共存的条件.

关键词: 循环竞争博弈, 列维飞行, 布朗运动, 物种多样性

PACS: 87.23.Cc, 89.75.Da, 89.75.Kd

DOI: 10.7498/aps.63.168701

1 引言

循环竞争博弈是一种循环式、非传递性相互作用, “石头-剪刀-布”就是一种常见的循环竞争博弈(即石头砸剪子, 剪子剪布, 布包石头). 研究发现, 在一些种群中存在循环竞争博弈, 例如, 美国加州蜥蜴的生存与交配策略博弈^[1]、大肠杆菌之间的竞争博弈^[2,3]都是循环竞争博弈. 研究还发现, 珊瑚礁上的无脊椎动物之间的竞争博弈^[4]、酵母菌突变菌株之间的竞争博弈^[5]以及格林兰岛近北极冻土带范围内的啮齿目动物之间的竞争博弈^[6]等都属于循环竞争博弈.

近几年, 针对以上实证研究结果, 国内外学者利用理论和计算机模拟深入研究了循环竞争博弈, 得出了一些有价值的结果. 文献^[7—12]采用随机点阵模拟方法和偏微分方程分析法, 研究了物种个体之间存在最近邻相互作用时的循环竞争博弈, 发

现物种繁殖率、消灭率、流动性等都会影响物种共存, 例如, 流动性过高会破坏物种多样性, 物种共存要求流动性小于一定阈值等. 还发现在复杂的时空博弈过程中存在稳定的时空关联, 进而出现各种斑图(如螺旋波)等, 这从理论上揭示了保持物种多样性的新条件.

上述研究工作只考虑了最近邻相互作用, 而在实际的生物系统中, 物种个体之间的相互作用不仅有最近邻的, 还有各种远程性质的, 在不同的环境中, 相互作用有不同的模式. 文献^[13—15]研究了二维点阵网络上长程有向相互作用对循环竞争博弈动力学的影响, 发现系统出现共振和相变现象, 并且长程消灭活动能破坏四态循环竞争博弈中的物种共存, 而在具有长程迁徙的三态循环竞争博弈中却促进物种共存. 文献^[16, 17]进一步研究了纽曼-瓦茨网络上的远程循环竞争博弈动力学, 也发现了斑图涌现及螺旋波, 并且增大长程连接概率或作用距离均等效于提高流动性, 不利于物种共存.

* 国家自然科学基金(批准号: 61174150, 60974084)和教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCET-09-0228)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: xbcysdnr@tom.com

文献[18—20]研究了在离散空间和连续空间两种情况下的最近邻与远程循环竞争博弈动力学,也发现长程相互作用不利于物种共存,还发现在具有多个物种斑块分布的情况下,斑块内的物种迁徙和斑块间的物种迁徙均有利于生物多样性的存在及演变.上述工作所考虑的相互作用模式包括最近邻、取固定距离或一定距离以内的随机值,但是这不符合实际生物系统的情况.

在生物学的实证研究中,已发现生物个体的移动遵循列维飞行等模式[21—26],例如鹿、蜘蛛猴、海洋捕食类鱼以及细菌等,它们的觅食与搜索活动符合列维飞行等模式.列维飞行描述的运动模式是指经历许多小的移动距离后突然发生一个较大距离的移动,其运动距离的概率密度分布函数为幂律函数,即

$$P(l_i) \propto l_i^h \quad (-3.0 \leq h < -1.0),$$

式中, l_i 为第 i 次移动的距离; $P(l_i)$ 为飞行距离为 l_i 的概率; h 为幂指数,当 $-3.0 \leq h < -1.0$ 时为列维飞行,当 $h < -3.0$ 时为布朗运动.研究者推测:在食物分布较分散的区域,列维飞行是最有效的觅食和搜索模式,在自然演化过程中,生物获得了最优的搜索模式——列维飞行[27—30].

针对上述实证研究结果和推测,有些研究者提出了质疑[31—33],原因在于用来确定列维行为的统计方法在估计幂律指数和确定数据的适合度方面存在缺陷.文献[26]从一定程度上解决了上述争论,这项工作研究的对象是海洋捕食类鱼(鲨鱼、金枪鱼、翻车鱼等14种鱼),研究发现:在水产丰富的水域,觅食和搜索活动符合布朗运动模式;在水产分布稀疏的水域,觅食和搜索活动符合列维飞行模式;随着栖息地的变化,觅食和搜索活动模式也相应发生变化,混合模式大量存在.

由上述实证研究可知,列维飞行和布朗运动是生物个体的觅食和搜索活动模式,这一定与物种的复杂博弈和演化紧密相关,因此研究列维飞行和布朗运动对物种多样性的作用和影响显得非常重要.王栋等[34]根据生物个体空间移动模式的实证研究结果将列维飞行(布朗运动)模式与循环竞争博弈相结合,研究了列维飞行(布朗运动)概率与幂指数、交换率等之间的关系,得到了保持物种多样性的新机制与条件.在此基础上,本文继续将列维飞行(布朗运动)模式和循环竞争博弈相结合,研究飞行距离、幂指数、选择概率、交换率等的作用及影响.

2 具有列维飞行和布朗运动特征的循环竞争博弈模型及其动力学

2.1 循环竞争博弈模型

首先给出本文研究的模型,所有研究都在平面点阵上进行,点阵规模为 $N \times N$,采用周期边界条件.平面点阵上的每一位置由 A, B, C 三类物种占有,每一位置最多有一个个体,如果某一位置没有物种个体,则用空位置 ϕ 表示.物种个体以及空位置之间存在如下循环竞争博弈关系:

$$AB \xrightarrow{\mu} A\phi, \quad BC \xrightarrow{\mu} B\phi, \quad CA \xrightarrow{\mu} C\phi, \quad (1)$$

$$A\phi \xrightarrow{\delta} AA, \quad B\phi \xrightarrow{\delta} BB, \quad C\phi \xrightarrow{\delta} CC, \quad (2)$$

$$XY \xrightarrow{e} YX \quad (X, Y \in \{A, B, C, \phi\}). \quad (3)$$

(1)式表示 A 消灭 B ,并在 B 原来的位置上产生一个空位置,同理 B 消灭 C , C 消灭 A ,并在被消灭个体原来的位置上产生一个空位置,相应消灭率为 μ ; (2)式表示 A, B, C 三类物种均可在空位置 ϕ 处繁殖一个同类个体,繁殖率为 δ ; (3)式表示 A, B, C 三类物种个体以及空位置 ϕ 可以交换位置,交换率为 e .

在随机点阵模拟中, A, B, C 三类物种与空位置 ϕ 的初始分布比例均取为 25%.采用 Monte Carlo 模拟,首先随机选择某一位置的个体,再决定相互作用方式,最近邻相互作用发生的概率为 p_0 ,列维飞行(布朗运动)长程相互作用发生的概率为 $1 - p_0$.如果选择了最近邻相互作用,先前选择的个体将会从它的四个最近邻个体中随机选定某一个体,进行相互作用;如果选择了列维飞行(布朗运动)长程相互作用,先前选择的个体按照幂律分布 $P(l_i) \propto l_i^h$ 以及 Monte Carlo 算法所得出的飞行距离(本文均采用 Manhattan 距离)和方向与相应的个体发生相互作用.接着,根据经典的 Gillespie 算法[35,36],得出发生(1)—(3)式所表示的相互作用的概率,消灭发生的概率为 $\frac{\mu}{\mu + \delta + e}$,繁殖发生的概率为 $\frac{\delta}{\mu + \delta + e}$,交换位置发生的概率为 $\frac{e}{\mu + \delta + e}$.然后循环进行上述算法.

为简明起见,规定消灭率和繁殖率均为 1.当所有的个体平均都进行了一次相互作用时,规定所经历的时间为一代.根据文献[7]给出的稳定性定义,每次均取大于 $N \times N$ 代的模拟结果,定义在模拟中物种灭绝的条件为三类物种之一灭绝,下面主要研究三类物种的稳定共存条件.

2.2 最大飞行距离与选择概率的临界关系

在实际生物系统中,物种个体受到自身活动能力以及活动区域等的限制,平均而言,个体移动的距离存在一个限制值^[37],定义它为最大飞行距离,用 l_{\max} 表示.对于物种个体具有实际意义的是最大飞行距离 l_{\max} 和幂指数 h .

首先研究不同幂指数 h 情况下最大飞行距离 l_{\max} 、选择概率 p_0 与三类物种稳定共存的关系.为了进行对比,将物种个体采用布朗运动模式(即 $h < -3.0$)的情况也做了相应研究.交换率 $e = 0.2, 1.0, 5.0$,点阵规模为 100×100 ,模拟代数为 10^5 ,采用上述算法和步骤进行随机模拟,相应结果如图1所示.图1中的每条曲线及其以下区域为相应参数条件下三类物种稳定共存区域,每条曲线以上区域为相应参数条件下三类物种不能稳定共存区域;曲线上的每一点是在规模为 100×100 的平面点阵上做100次随机模拟的平均结果,每次随机模拟经历 10^5 代.

从图1所示的临界曲线可以看出,最大飞行距离 l_{\max} 与选择概率 p_0 呈现复杂多变的关系.对于大多数临界曲线,随着 p_0 的逐渐增大(飞行概率 $1 - p_0$ 逐渐减小),为保持三类物种稳定共存,临界曲线上的 l_{\max} 表现出Logistic或指数式增长模式.当交换率 e 由0.2增大到1.0(图1(a),(b))时,临界曲线上的 l_{\max} 表现出Logistic式增长模式,即最大飞行距离 l_{\max} 与选择概率 p_0 之间存在Logistic式关系,在选择概率 p_0 取值接近1的一定范围内(飞行概率 $1 - p_0$ 很小), l_{\max} 可以在较大范围内取值都能保持三类物种稳定共存;在中间某段选择概率区间,当 p_0 减小时, l_{\max} 必须迅速减小,才不会破坏三类物种稳定共存;随着选择概率 p_0 的继续减小, l_{\max} (如接近于10)开始缓慢减小,也能保持三类物种稳定共存,此时 l_{\max} 的取值受到限制.这些结果揭示了生存活动资源是有限的.当交换率 e 取值更大(如 $e = 5.0$)时(图1(c)),临界曲线上的 l_{\max} 表现出指数式增长模式,这是由于流动性(包括最近邻相互作用导致的流动性及列维飞行所导致的超扩散流动性)较大所造成的结果^[38],使得当选择列维飞行的概率较大时,最大飞行距离 l_{\max} 的取值及其范围都须较快地减小,才能保持三类物种稳定共存.

另外,在交换率 e 取值相同的情况下,随着幂指数 h 的逐步减小,三类物种稳定共存区域的面积逐步增大,布朗运动模式对应的稳定区域明显大于

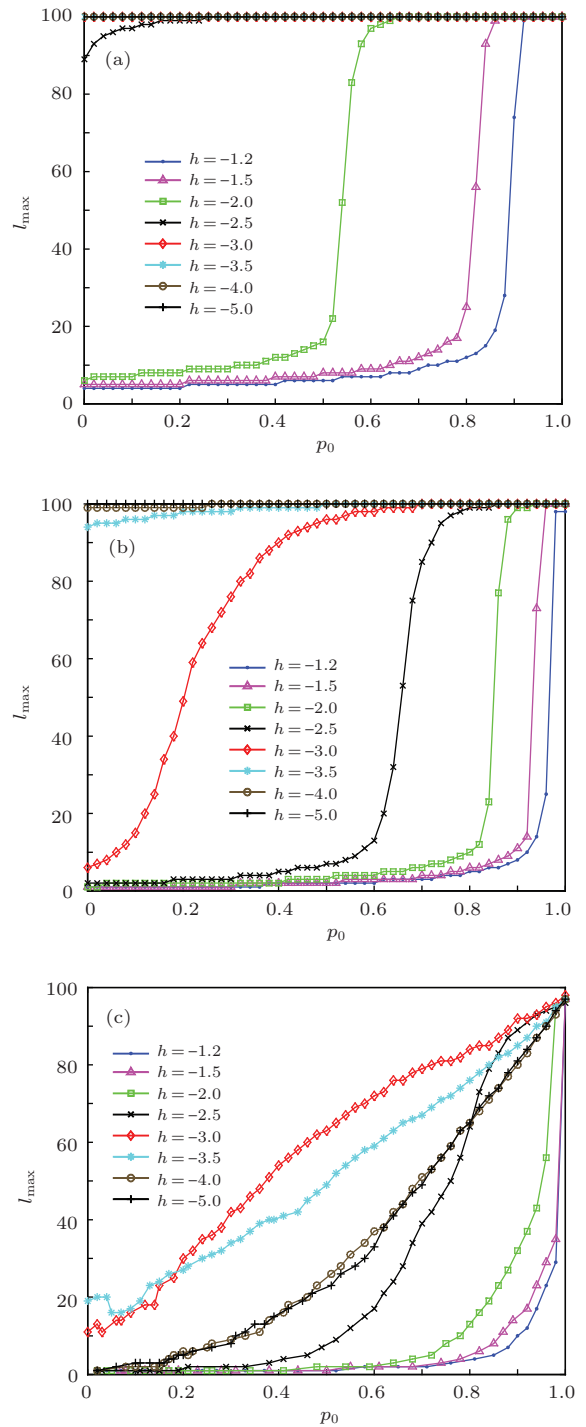


图1 (网刊彩色) 在交换率 $e = 0.2, 1.0, 5.0$ 和幂指数 h 取值不同的情况下,最大飞行距离 l_{\max} 与选择概率 p_0 的关系 (a) $e = 0.2$; (b) $e = 1.0$; (c) $e = 5.0$

列维飞行模式对应的稳定区域,这也说明了列维飞行模式的搜索效率比布朗运动模式的搜索效率高.在相同 h 的情况下,随着 e 的增大,三类物种稳定共存区域的面积明显减小,这说明流动性(这里包括最近邻相互作用和列维长程相互作用)对物种共存起了一定的破坏性作用,特别是列维飞行所导致的超扩散效应影响明显.最大飞行距离 l_{\max} 与选

择概率 p_0 之间的 Logistic 式和指数式关系可以为实际生物系统中保持物种多样性提供一定的理论参考.

为了解点阵规模是否对上述结果有影响, 选择不同点阵规模进行模拟, 发现所得结果一致. 下面仅给出点阵规模为 50×50 的模拟结果, 其中交换率 $e = 0.02, 0.1, 0.5$, 模拟代数为 2.5×10^4 , 对物种个体采用布朗运动模式 (即 $h < -3.0$) 的情况也进行了研究. 采用上述算法及步骤进行模拟, 结果如图 2 所示. 图 2 中的每条曲线及其以下区域为相应参数条件下三类物种稳定共存区域, 每条曲线以上区域为相应参数条件下三类物种不能稳定共存区域; 曲线上每一点是在规模为 50×50 的平面点阵上做 100 次随机模拟的平均结果, 每次随机模拟经历 2.5×10^4 代. 从图 2(a), (b) 可以看出, 当交换率 e 从 0.02 增大到 0.1 时, 在相同 h 和 e 情况下, 随着 p_0 的逐渐增大 (飞行概率 $1 - p_0$ 减小), 为保持三类物种稳定共存, 临界曲线上的 l_{\max} 表现出 Logistic 式增长模式. 当交换率取值更大 ($e = 0.5$) 时, (图 2(c)), 临界曲线上的 l_{\max} 表现出指数式增长模式. 在相同 e 的情况下, 随着 h 的逐步减小, 三类物种稳定共存区域的面积逐步增大, 布朗运动模式对应的稳定区域明显大于列维飞行模式对应的稳定区域, 这也是由于列维飞行模式的搜索效率比布朗运动模式的搜索效率高所致. 在相同 h 的情况下, 随着 e 的增大, 三类物种稳定共存区域的面积仍明显减小, 原因主要在于列维飞行所导致的超扩散效应.

2.3 幂指数与选择概率的临界关系

为了更全面地研究列维飞行和布朗运动的作用及影响, 下面分别取交换率 $e = 1.0, 5.0$, 研究最大飞行距离 l_{\max} 不同情况下幂指数 h 、选择概率 p_0 与三类物种稳定共存的关系. 同时, 对物种个体采用布朗运动模式 (即 $h < -3.0$) 的情况也进行了研究. 图 3 给出了幂指数 h 与选择概率 p_0 之间的关系. 图 3 中的每条曲线及其以下区域为相应参数条件下三类物种稳定共存区域, 每条曲线以上区域为相应参数条件下三类物种不能稳定共存区域; 曲线上每一点是在规模为 100×100 的平面点阵上作 100 次随机模拟的平均结果, 每次随机模拟经历 10^5 代.

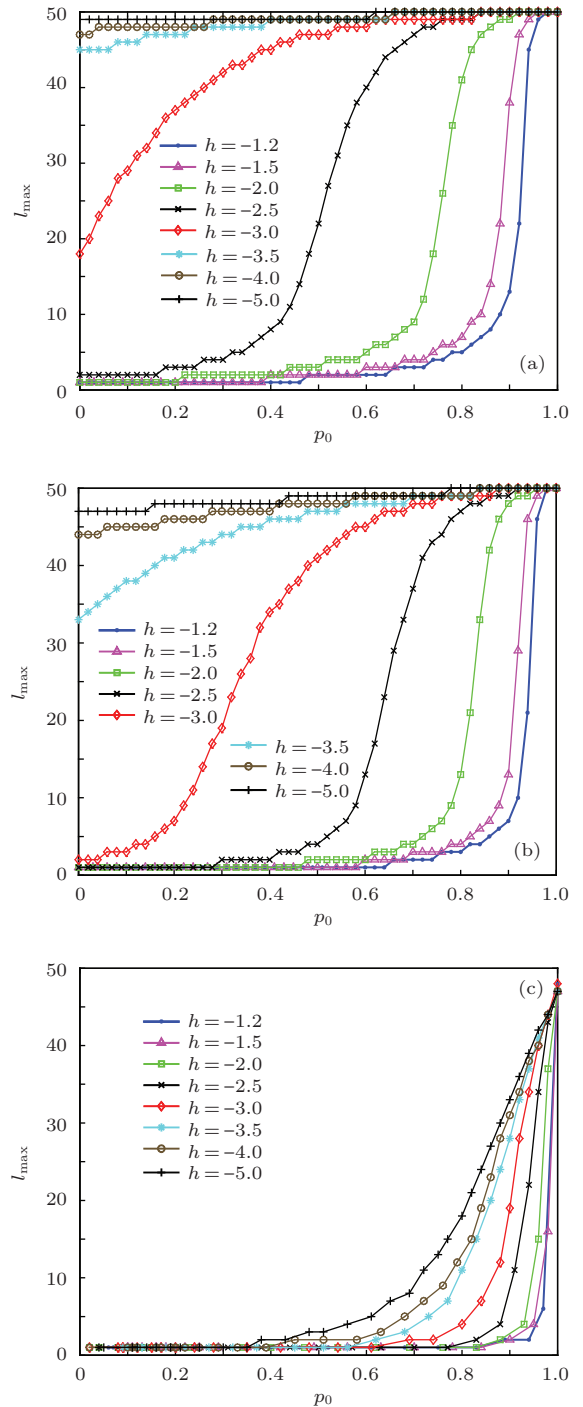


图 2 (网刊彩色) 在交换率 $e = 0.02, 0.1, 0.5$ 和幂指数 h 取值不同的情况下, 最大飞行距离 l_{\max} 与选择概率 p_0 的关系 (a) $e = 0.02$; (b) $e = 0.1$; (c) $e = 0.5$

由图 3 所示的临界曲线可以看出, 在其他参量不变的情况下, 当选择概率 p_0 减小 (即列维飞行或布朗运动的概率增大) 时, 为保持三类物种稳定共存, 幂指数 h 必须减小 (即出现较大距离列维飞行或布朗运动的概率减小, 流动性减小), 相比较而言, 列维飞行对应的幂指数下降得较快, 而布朗运动对应的幂指数下降得较慢. 这说明列维飞行对

三类物种稳定共存的负面影响较大, 布朗运动的负面影响较小, 这也是列维飞行模式的搜索效率比布朗运动模式的搜索效率高所致. 在 e 相同的情况 ($e = 1.0$) 下, 由图 3(a) 可以看出, 当最大飞行距离 l_{\max} 由 10 逐渐增加到 50 时, 三类物种稳定共存区域的面积逐渐减小, $l_{\max} = 50$ 对应的曲线下区域面积最小. 由图 3(b) 可以看出, 随着 l_{\max} 由 50 逐渐增加到 100, 每条曲线下区域 (三类物种稳定共存区域) 的面积几乎没有变化. 这些结果与文献 [34] 中 $e = 0.2$ 时的结果相一致, 只是当 e 增大 (其他参量相同) 时, 对应的三类物种稳定共存区域面积减小, 说明此种情况下 e 对三类物种稳定共存起负面影响作用. 因此, 综合图 3 (a), (b) 可知, 随着 l_{\max} 逐渐增加到 100, 三类物种稳定共存区域的面积逐渐趋向于某一最小值, 平面点阵尺寸的有限性和周期边界条件共同作用导致了这一结果. 但是当 e 增大 ($e = 5.0$) 时 (图 3(c), (d)), 对于最大飞行距离 l_{\max} 取不同值的各种情况, 三类物种稳定共存区域的面积非常接近, 这说明此种情况下不同 l_{\max} 对三类物种稳定共存的作用及影响较接近; 特别是当 $h \rightarrow -4.0$ 时, 不同 p_0 对三类物种稳定共存的影

响也较接近. 由 h 与 p_0 之间的关系可知, 列维飞行和布朗运动对三类物种稳定共存的作用及影响较显著.

为了研究平面点阵尺寸对幂指数 h 、选择概率 p_0 及三类物种稳定共存的影响, 将平面点阵尺寸改为 50×50 , 交换率 $e = 0.02, 0.1, 0.5$, 采用上述算法及步骤进行模拟, 并且对物种个体采用布朗运动模式 (即 $h < -3.0$) 的情况也进行了研究, 相应结果如图 4 所示. 图 4 中的每条曲线及其以下区域为相应参数条件下三类物种稳定共存区域, 每条曲线以上区域为相应参数条件下三类物种不能稳定共存区域; 曲线上每一点是在规模为 50×50 的平面点阵上作 100 次随机模拟的平均结果, 每次随机模拟经历 10^5 代.

从图 4 可以看出, 平面点阵尺寸为 50×50 时, 三类物种稳定共存区域面积的变化趋势与平面点阵规模为 100×100 的情况相一致. 从图 4 所示的临界曲线可以看出, 当选择概率 p_0 减小时, 为保持三类物种稳定共存, 幂指数 h 必须减小. 当 e 相同时, 随着最大飞行距离 l_{\max} 由 5 逐渐增加到 25, 三类物

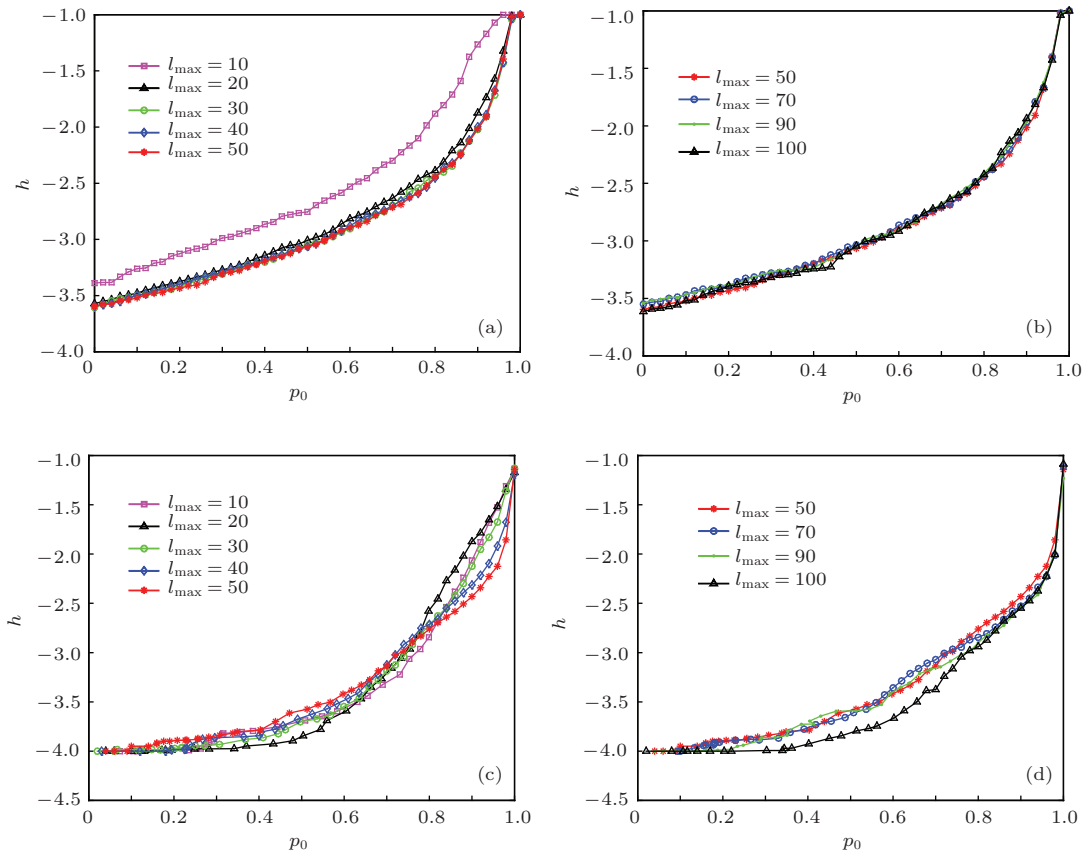


图 3 (网刊彩色) 在交换率 $e = 1.0, 5.0$ 和最大飞行距离 l_{\max} 取值不同的情况下, 幂指数 h 与选择概率 p_0 的关系 (a) $e = 1.0, l_{\max} = 10, 20, 30, 40, 50$; (b) $e = 1.0, l_{\max} = 50, 70, 90, 100$; (c) $e = 5.0, l_{\max} = 10, 20, 30, 40, 50$; (d) $e = 5.0, l_{\max} = 50, 70, 90, 100$

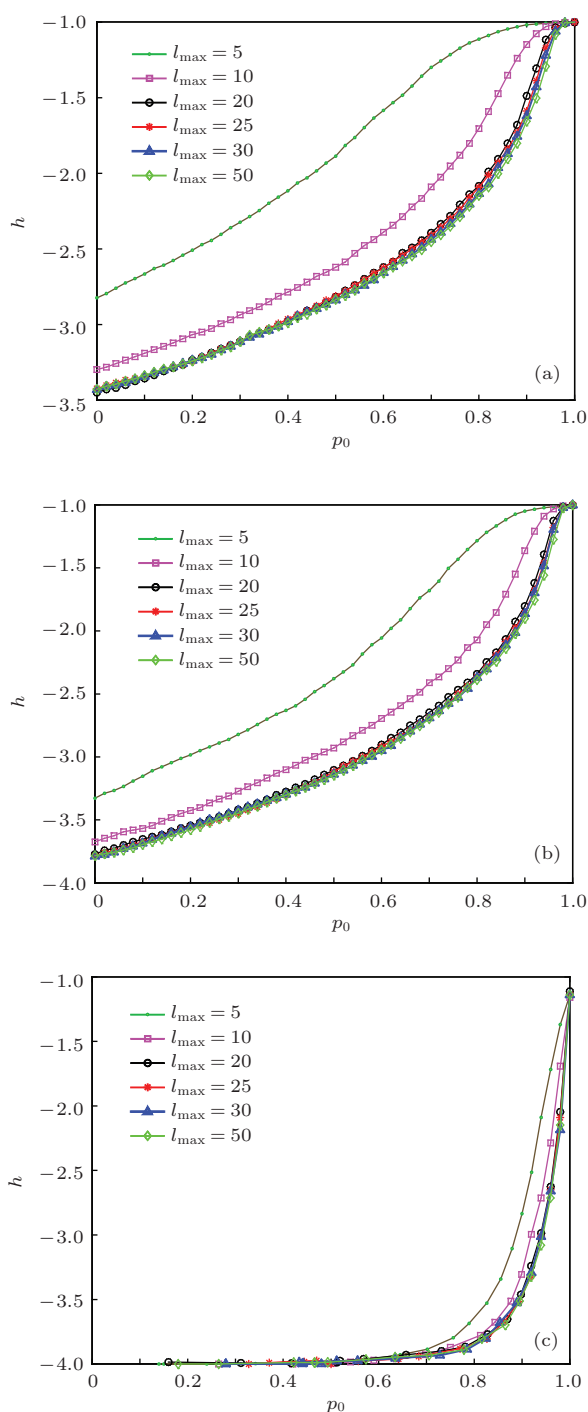


图4 (网刊彩色) 在交换率 $e = 0.02, 0.1, 0.5$ 和最大飞行距离 l_{\max} 取值不同的情况下, 幂指数 h 与选择概率 p_0 的关系 (a) $e = 0.02$; (b) $e = 0.1$; (c) $e = 0.5$

种稳定共存区域的面积逐渐减小; 而当 l_{\max} 由 25 逐渐增加到 50 时, 三类物种稳定共存区域的面积几乎没有变化, 这说明随着 l_{\max} 逐渐增加到 50, 三类物种稳定共存区域的面积逐渐趋向于某一最小值, 平面点阵尺寸的有限性和周期边界条件共同作用导致了这一结果. 综合平面点阵尺寸为 100×100 和 50×50 的结果可知: 在交换率 e 取值相同的情况

下, 当最大飞行距离 l_{\max} 增大到 $N/2$ 时, 三类物种稳定共存对应的幂指数 h 与选择概率 p_0 关系的区域面积接近最小值; 在其他量相同的情况下, 随着 e 的增大, 三类物种稳定共存区域的面积减小. 但是当 $e = 0.5$ (图 4(c)) 且 $h \rightarrow -4.0$ 时, 不同 p_0 对三类物种稳定共存的影响较接近. 比较平面点阵尺寸为 100×100 和 50×50 两种情况可以发现, 平面点阵尺寸明显地影响了三类物种稳定共存区域面积的大小.

3 结 论

本文主要研究了具有列维飞行(布朗运动)模式的循环竞争博弈, 最近邻相互作用和列维飞行(布朗运动)长程相互作用各以一定概率发生, 在不同幂指数 h 和交换率 e 的情况下, 得到了三类物种稳定共存条件以及相应的临界曲线, 即最大飞行距离 l_{\max} 与选择概率 p_0 之间存在 Logistic 式关系、指数式关系, 并揭示了列维飞行(布朗运动)模式的作用及影响. 通过一系列比较可知, 列维飞行模式的搜索效率比布朗运动模式的搜索效率高. 还研究了不同的最大飞行距离 l_{\max} 和交换率 e 的情况下幂指数 h 、选择概率 p_0 与三类物种稳定共存的关系. 研究表明: 随着 l_{\max} 的逐渐增加, 三类物种稳定共存区域的面积逐渐趋向于某一最小值; 当 e 增大(其他量相同)时, 对应的三类物种稳定共存区域面积减小, 说明 e 对三类物种稳定共存起负面影响作用. 平面点阵尺寸对三类物种稳定共存区域有明显影响. 这些结论对保持物种多样性具有一定的理论指导意义.

参考文献

- [1] Sinervo B, Lively C M 1996 *Nature* **380** 240
- [2] Kerr B, Riley M A, Feldman M W, Bohannan B J M 2002 *Nature* **418** 171
- [3] Kirkup B C, Riley M A 2004 *Nature* **428** 412
- [4] Jackson J B C, Buss L 1975 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **72** 5160
- [5] Paquin C E, Adams J 1983 *Nature* **306** 368
- [6] Gilg O, Hanski I, Sittler B 2003 *Science* **302** 866
- [7] Reichenbach T, Mobilia M, Frey E 2007 *Nature* **448** 1046
- [8] Reichenbach T, Mobilia M, Frey E 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 238105
- [9] Reichenbach T, Mobilia M, Frey E 2008 *J. Theor. Biol.* **254** 368
- [10] Reichenbach T, Frey E 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 058102

- [11] Wang W M, Wang W J, Lin Y Z, Tan Y J 2011 *Chin. Phys. B* **20** 034702
- [12] Quan J, Wang X J 2011 *Chin. Phys. B* **20** 030203
- [13] Ying C Y, Hua D Y, Wang L Y 2007 *J. Phys. A: Math. Theor.* **40** 4477
- [14] Sun R S, Hua D Y 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 086403
- [15] Hua D Y, Dai L C, Lin C 2013 *Europhys. Lett.* **101** 38004
- [16] Zhang G Y, Chen Y, Qi W K, Qing S M 2009 *Phys. Rev. E* **79** 062901
- [17] Szabo G, Fath G 2007 *Phys. Rep.* **446** 97
- [18] Shi H J, Wang W X, Yang R, Lai Y C 2010 *Phys. Rev. E* **81** 030901R
- [19] Ni X, Wang W X, Lai Y C, Grebogi C 2010 *Phys. Rev. E* **82** 066211
- [20] Wang W X, Ni X, Lai Y C, Grebogi C 2011 *Phys. Rev. E* **83** 11917
- [21] Nossal R 1983 *J. Stat. Phys.* **30** 391
- [22] Viswanathan G M, Afanasyev V, Buldyrev S V, Murphy E J, Prince P A, Stanley H E 1996 *Nature* **381** 413
- [23] Levandowsky M, White B S, Schuster F L 1997 *Acta Protozool.* **36** 237
- [24] Ramos F G, Mateos J L, Miramontes O, Cocho G, Larralde H, Ayala O B 2004 *Behav. Ecol. Sociobiol.* **55** 223
- [25] Dieterich P, Klages R, Preuss R, Schwab A 2008 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105** 459
- [26] Humphries N E, Queiroz N, Dyer J R M, Pade N G, Musyl M K, Schaefer K M, Fuller D W, Brunnshweiler J M, Doyle T K, Houghton J D R, Hays G C, Jones C S, Noble L R, Wearmouth V J, Southall E J, Sims D W 2010 *Nature* **465** 1066
- [27] Viswanathan G M, Raposo E P, da Luz M G E 2008 *Phys. Life Rev.* **5** 133
- [28] Bartumeus F, Peters F, Pueyo S, Marrase C, Catalan J 2003 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **100** 12771
- [29] Bartumeus F 2007 *Fractals* **15** 151
- [30] Sims D W, Southall E J, Humphries N E, Hays G C, Bradshaw C J A, Pitchford J W, James A, Ahmed M Z, Brierley A S, Hindell M A, Morritt D, Musyl M K, Righton D, Shepard E L C, Wearmouth V J, Wilson R P, Witt M J, Metcalfe J D 2008 *Nature* **451** 1098
- [31] Sims D W, Righton D, Pitchford J W 2007 *J. Anim. Ecol.* **76** 222
- [32] Travis J 2007 *Science* **318** 742
- [33] Buchanan M 2008 *Nature* **453** 714
- [34] Wang D, Zhuang Q, Fan Y, Di Z R 2013 *Chin. Phys. B* **22** 128702
- [35] Gillespie D T 1976 *J. Comput. Phys.* **22** 403
- [36] Gillespie D T 1977 *J. Phys. Chem.* **81** 2340
- [37] Hastings A, Petrovskii S, Morozov A 2011 *Biol. Lett.* **7** 163
- [38] Metzler R, Klafter J 2000 *Phys. Rep.* **339** 1

Cyclical game coupling with Levy flight and Brownian motion and stable coexistence conditions of species^{*}

Wang Dong^{1)2)†} Tang Chang-Qing³⁾ Tian Bao-Guo¹⁾ Qu Liang-Sheng¹⁾
Zhang Jin-Chun¹⁾ Di Zeng-Ru²⁾

1) (Department of Basic Science, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

2) (School of Systems Science, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

3) (Administrant Brigade of Postgraduate, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

(Received 13 February 2014; revised manuscript received 16 April 2014)

Abstract

Cyclical game is often used to study the biodiversity in ecosystem. However, the interaction distance mode considered in previous studies of cyclical game is only the interaction between nearest neighbors, a fixed distance, or a random value of fixed distance among the individuals of species. This is not consistent with the actual situation. In this paper, considering the fact that Levy flight and Brownian motion widely exist in ecosystem, and comprehensively considering the nearest-neighbor-interaction and long-range-interaction given by Levy flight and Brownian motion, the cyclical game and conditions of maintaining biodiversity are investigated. The critical relation of maximal step length of flight versus choosing probability is presented, including Logistic and exponent relations. Further the critical relation between power-law exponent and choosing probability is found. The condition of maintaining species coexistence is also found.

Keywords: cyclical game, Levy flight, Brownian motion, biodiversity

PACS: 87.23.Cc, 89.75.Da, 89.75.Kd

DOI: [10.7498/aps.63.168701](https://doi.org/10.7498/aps.63.168701)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61174150, 60974084) and the Program for the New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education, China (Grant No. NCET-09-0228).

[†] Corresponding author. E-mail: xbcsdnr@tom.com