

基于噪声辅助非均匀采样复数据经验模态分解的混沌信号降噪^{*}

王小飞^{1)†} 曲建岭¹⁾ 高峰¹⁾ 周玉平¹⁾ 张翔宇²⁾

1)(海军航空工程学院青岛校区, 青岛 266041)

2)(海军航空工程学院, 烟台 264001)

(2014年4月2日收到; 2014年4月18日收到修改稿)

鉴于非均匀采样复数据经验模态分解(NSBEMD)相对传统分解方法的优势和噪声的NSBEMD特性, 提出了一种基于噪声辅助NSBEMD的混沌信号自适应降噪方法. 该方法首先以含噪混沌信号和高斯白噪声分别为实、虚部来构造复数据并进行NSBEMD, 然后根据虚部各IMF的能量来估算实部各IMF中包含的噪声能量, 最后根据噪声能量的估计值对实部IMF进行奇异值分解(SVD)降噪. 噪声估计实验验证了噪声能量估计方法的可行性, 而Lorenz信号和太阳黑子月平均数的降噪实验则表明, 相对于现有EMD降噪方法, 本文方法能够进一步消除噪声, 更清晰地恢复出混沌吸引子的拓扑结构.

关键词: 非均匀采样复数据经验模态分解, 噪声辅助, 噪声能量估计

PACS: 02.30.Em, 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.63.170203

1 引言

基于观测数据研究混沌运动的演化趋势是分析非线性动力学系统的重要手段^[1], 然而受测量仪器精度和环境干扰等因素的影响, 实际观测信号通常包含噪声^[2], 使得由观测数据获取的混沌吸引子与非线性系统的真实动力学特性存在差异, 进而影响到混沌特征参数的计算、混沌行为的识别及预测. 由于混沌信号具与噪声交叠的连续功率谱, 采用传统方法降噪难以取得满意效果, 混沌信号的降噪问题已成为制约混沌理论研究与发展的关键因素^[3].

传统混沌信号降噪方法主要有局部模型近似法、影子定理法、小波分析法、奇异值分解法和局部投影法等. 局部模型法通过在相空间中更新特定邻域内的数据点来逼近真实吸引子轨迹, 但该方法在局部近似时采用简单的线性化处理, 不能充分刻画

非线性系统的动力学特性^[4]. 影子定理法将降噪问题转化为确定一条靠近含噪序列的轨迹问题, 但该方法仅适用于系统动力学特性已知的混沌序列^[5]. 小波分析法虽然具有较好的时频局域化特性, 但其降噪效果受小波基、分解层次和阈值计算规则等选取的影响较大, 给实际应用带来了诸多不便^[6]. 奇异值分解法和局部投影法都是基于相空间重构的方法, 具有较高的准确性, 但两者也各有局限, 在奇异谱分析法中, 如何确定奇异值的截取阶次关系到降噪效果的好坏^[7], 而对于局部投影法来说, 针对不同相点如何选择合适的投影邻域成为算法的关键^[8].

经验模态分解(EMD)作为一种适用于非线性、非稳定性信号的分解方法, 可以在不需要设定基函数和分解层次的前提下, 自适应地将信号分解成一组具有明确物理含义的内禀模态函数(IMF). 由于具有较高的局部时频分辨率, 采用EMD理论进行信号处理成为当前研究的热点^[9,10]. 在EMD

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 61372027)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: cody05@163.com

降噪领域, Boudaraa, Khan 和 Chacho 等^[11–13]先后提出了不同的部分滤波重构法, 该类方法首先采用相关准则(相关系数、频谱均匀度等)来判定含噪 IMF, 再对其进行滤波并完成原信号的重构. 为了解决部分重构法中的有用信息丢失问题, Olufemi 等^[14]借鉴小波阈值降噪的思想, 提出了基于 IMF 系数的 EMD 阈值去噪算法, 但该算法破坏了模态单元的完整性, 使部分 IMF 丧失了原有的物理含义. 鉴于此, Kopsinis 和王文波等^[15–17]围绕基于模态单元的降噪方法进行了系统研究, 但此类方法依然存在模态单元阈值确定困难等问题. Hassan 和 Sweeney 等^[18,19]将盲源分离技术(PCA, ICA 和 CCA 等)引入到 EMD 降噪, 取得了较好的效果, 但此类方法涉及到高维数据构建、相关分量选取和协方差矩阵求逆等问题, 影响了算法的自适应性且增加了计算复杂度.

综上所述, 可以将现有 EMD 降噪方法的主要问题归结为两个方面: 一是分解方法不完善导致模态混叠和信号失真, 从而造成噪声消除不彻底和部分有用信号的误消除; 二是相关参数和阈值的选取依赖于信号统计学先验知识, 影响了算法的自适应性和效果. 针对上述问题, 本文介绍了非均匀采样复数据经验模态分解(NSBEMD)相对传统分解方法的优势, 并引入了噪声辅助 NSBEMD 的概念, 然后采用数值实验研究了高斯白噪声经 NSBEMD 分解后实/虚部噪声能量之间的对应关系, 在此基础上, 提出了一种基于噪声辅助 NSBEMD 的混沌信号降噪方法: 首先对含噪混沌信号进行噪声辅助 NSBEMD 并估算各层 IMF 中的噪声能量, 然后根据噪声能量估计值对各层 IMF 进行奇异值分解(SVD)降噪并完成信号的重构. 仿真实例验证了噪声能量估计方法的可行性, 并对比分析了本文方法相对于现有 EMD 方法在降噪效果上的优势.

2 基于 NSBEMD 的噪声辅助信号分解

在复数据经验模态分解(CEMD)领域先后出现过多种算法^[20–22], 其中 Rilling 等的 BEMD 算法实现了复数据实/虚部之间的同步分解, 故后期学者围绕 CEMD 展开的研究大都以 BEMD 算法为基础进行. 为了解决 BEMD 在分解实/虚部能量不均衡的复信号时存在的信号失真度较大等问

题, Ahrabian 等^[23]于 2013 年提出了 NSBEMD, 其关键思想是将 BEMD 中的均分投影方向改进为由复数据切面投影的环状系数来确定投影方向.

噪声辅助信号分解的出现, 最初是为了克服异常干扰给 EMD 过程带来的模态混叠. 2009 年, Wu 等^[24]提出了 EEMD, 其实质为添加白噪声的多次 EMD 分解; 为了克服 EEMD 中存在的计算时间长和信号失真度大等问题, 文献^[25]将 BEMD 应用于一维信号领域, 提出了基于 BEMD 的噪声辅助信号分解方法, 基本思想是利用虚部噪声的投影来指导实部信号的分解. 本文借鉴噪声辅助 BEMD 的思想, 引入了噪声辅助 NSBEMD 的概念, 步骤如下:

1) 由观测信号 $x(t)$ 和辅助分解的高斯白噪声 $y(t)$ 构造复信号 $z(t) = x(t) + iy(t)$, 并记 $z'(t) = z(t)$. 首先计算 $z(t)$ 的切面投影环状系数 $\rho = P/C$, 其中 $P = E\{zz^T\}$, $C = E\{zz^H\}$, 及离心率 $\varepsilon = \sqrt{\rho}$, 离心角 $\theta = \arg(\sqrt{\rho})$.

2) 给定均匀分布的投影方向 $\phi_k = (2k\pi/N - 1)$, $k = 0, 1, \dots, N - 1$, 根据(1)式计算其对应的椭圆分布投影方向, 其中 $a = \sqrt{(1 + |\rho|)/4}$, $b = \sqrt{(1 - |\rho|)/4}$.

$$y_k = e^{j\theta}(a \cos(\phi_k) + jb \sin(\phi_k)). \quad (1)$$

3) 令 $\varphi_k = \arg(y_k)$ 将复数据 $z(t)$ 投影到 φ_k 上,

$$p_{\varphi_k}(t) = \text{Re}(e^{-i\varphi_k} z(t)). \quad (2)$$

4) 提取 $p_{\varphi_k}(t)$ 的局部最大值 $\{t_j^k, p_j^k\}$, 然后对集合 $\{t_j^k, e^{i\varphi_k} p_j^k\}$ 进行插值, 得到在方向 φ_k 上的极大值包络 $e'_{\varphi_k}(t)$.

5) 计算所有方向上极大值包络线的质心

$$m(t) = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N e'_{\varphi_k}(t). \quad (3)$$

6) 判断 $s(t) = z(t) - m(t)$ 是否满足 IMF 的条件, 若满足, 则 IMF1 = $s(t)$, $z(t) = z'(t) - s(t)$, 并令 $z'(t) = z(t)$; 若不满足, 则令 $z(t) = s(t)$. 然后重复步骤 3)—6), 依次求取各阶 IMF, 直到 $z(t)$ 满足一定的停止条件.

3 噪声的 NSBEMD 特性

除采用噪声辅助 NSBEMD 来改善分解方法的影响之外, 本文还在旨在克服现有 EMD 降噪方法

相关参数和阈值选取时自适应性不高的缺点. 由于噪声辅助NSBEMD产生的虚部为纯噪声IMF, 实部为含噪信号IMF, 故本文从研究分解结果实/虚部之间噪声能量关系的角度出发, 通过估计实部各层IMF中的噪声能量, 来确定SVD降噪算法中的奇异值截取阶次.

由于缺乏完备的理论基础, 在此前的相关研究中, Wu和Flandrin等^[26,27]均采用数值实验的方式研究来高斯白噪声和分形高斯噪声的EMD特性(包括IMF的自相似性和极值分布特性等), 故本文沿用类似的实验方式来研究高斯白噪声在NS-

BEMD后的噪声能量分布特性. 数值实验中的高斯白噪声由Hurst参数为0.5的分形高斯噪声代替, 采用文献^[28]提出的循环嵌入法, 设置Hurst参数为0.5, 时间步长0.01 s, 产生10000个长度为5000点的高斯白噪声样本, 构成5000个复数据并均分为5组. 由于实际复数据实/虚部之间的噪声能量比未知, 故将5组数据的实部分布乘以 $r(r = 1, 2, \dots, 5)$, 然后进行NSBEMD, 最后求每组1000个数据分解结果的均值, 并对其进行FFT变换, 结果如图1所示.

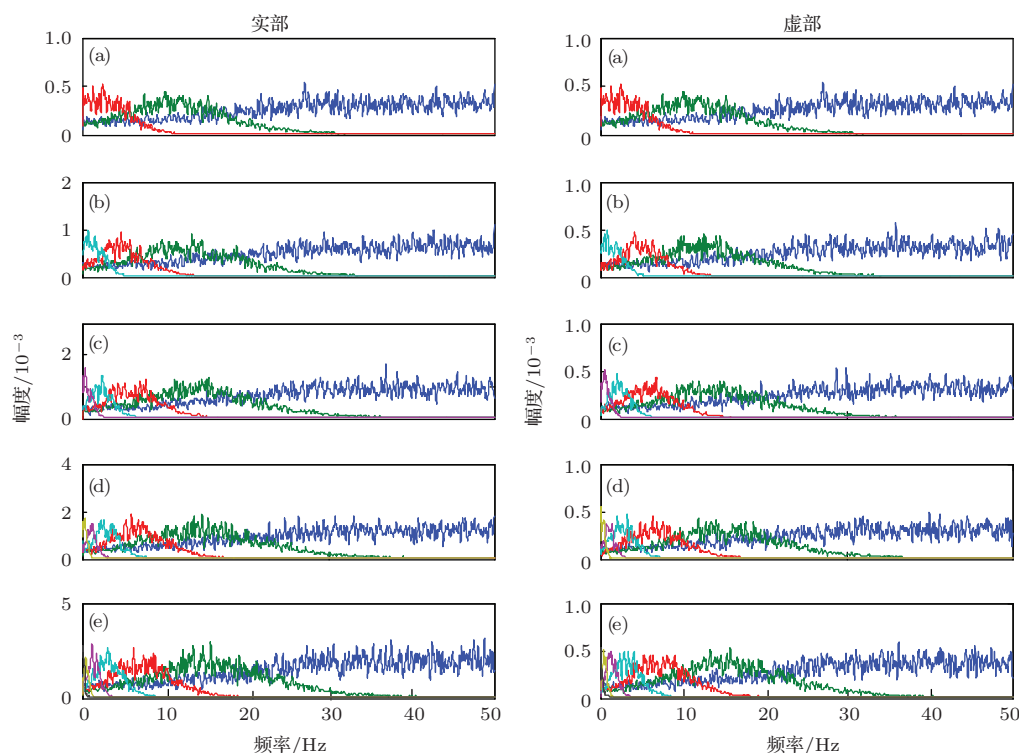


图1 (网刊彩色) 不同 r 值时IMF的实/虚部频谱 (a) $r = 1$; (b) $r = 2$; (c) $r = 3$; (d) $r = 4$; (e) $r = 5$

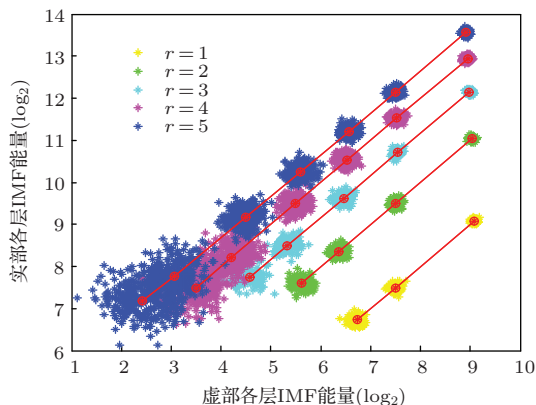


图2 (网刊彩色) NSBEMD分解结果实/虚部能量对比

由图1可以看出: 1) NSBEMD得到的IMF数据数量随 r 的增加逐步递增; 2) 对于单组数据来说, 其实/虚部相同阶次上的IMF具有近似的分布特征, 说明它们之间满足一定的函数关系.

图2给出了5组数据实/虚部相同阶次IMF能量之间的对比关系, 其中带‘○’的红色‘*’表示按(4)式计算的IMF能量均值对比关系,

$$W_r[k] = \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} W_{ri}(k), \quad (4)$$

其中 $W_{ri}(k)$ 为 r 一定时, 第 i 个实验数据分解的第 k 层IMF能量.

从图2可以看出, 尽管噪声的个体差异成了分解结果的差异, 但其总体分布却具有一定的规律: 从噪声能量均值的对比关系可以看出, 经NS-BEMD后的实部噪声能量 $W_r[k]$ 和虚部噪声能量 $W'_r[k]$ 取对数之后满足线性关系,

$$\log_2(W_r[k]) = a \log_2(W'_r[k]) + b, \quad (5)$$

其中 $a = f_1(r)$, $b = f_2(r)$. 为求取 f_1 和 f_2 , 对图2中的能量均值数据进行线性拟合, 结果如表1所示.

表1 图2中能量均值线性关系的拟合结果

拟合参数	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$	$r = 4$	$r = 5$
a	1.0004	1.0051	0.9970	0.9945	0.9996
b	-0.0068	1.9530	3.2000	4.0393	4.6529

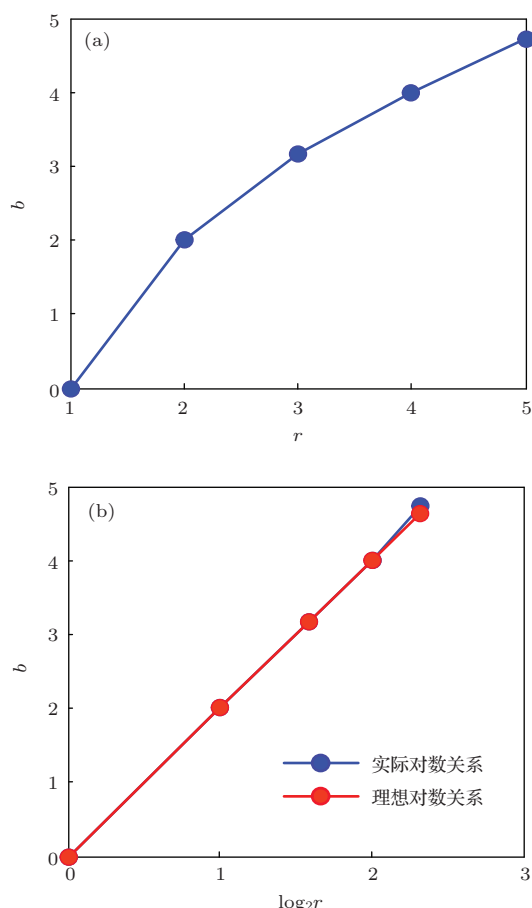


图3 (网刊彩色) 参数 b 随 r 变化曲线 (a) 原始关系; (b) 对数关系

从表1可以看出 $a = 1$, $b = f_2(r)$. 这样(5)式就可以简化为

$$\log_2(W_r[k]) = \log_2(W'_r[k]) + b. \quad (6)$$

为求取 f_2 , 作出 b 随 r 变化曲线, 如图3(a)所示, 可以看出其服从对数函数关系, 故对 r 取对数, 结果如图3(b)所示 (其中红线为 $b = 2 \log_2 r$ 理想对数关系).

由图3(b)可以看出, b 与 r 的关系满足

$$b = c \log_2 r. \quad (7)$$

对图3(b)进行线性拟合, 到 $c = 2$. 代入(7)式并化简得

$$W_r[k] = W'_r[k] \times \alpha, \quad (8)$$

其中 $\alpha = r^2$, 说明噪声经NSBEMD分解结果的实/虚部IMF能量成正比例关系. 4.2节将在这一结论的基础上讨论噪声辅助NSBEMD中的噪声能量估计方法.

4 基于噪声辅助NSBEMD的混沌信号去噪

4.1 基于NSBEMD的噪声辅助混沌信号分解模型

实际测得的混沌信号 $x_m(t)$ 可近似看作有用信号与测量噪声的叠加, 即 $x_m(t) = x_r(t) + n_r(t)$, 其中 $x_r(t)$ 为有用信号, $n_r(t)$ 为测量噪声. 设 $n_s(t)$ 为辅助分解的高斯白噪声, 则利用 $x_m(t)$ 和 $n_s(t)$ 组成的待分解复信号 $x_c(t)$ 如下:

$$x_c(t) = x_m(t) + i n_s(t). \quad (9)$$

对 $x_c(t)$ 进行NSBEMD, 可以得到

$$x_c(t) = \sum_{k=1}^K \text{imf}_k(t) + i \sum_{k=1}^K \text{imf}'_k(t), \quad (10)$$

其中 $\{\text{imf}_k(t)\}_{k=1}^K$ 为实部观测混沌信号的分解结果, 每个 imf_k 均由有用信号和噪声构成; 而 $\{\text{imf}'_k(t)\}_{k=1}^K$ 为虚部高斯白噪声的分解结果, 每个 imf'_k 由纯噪声构成. 这样, 对 $x_m(t)$ 进行降噪就转换成了对 $\{\text{imf}_k(t)\}_{k=1}^K$ 进行降噪和重组.

4.2 混沌信号IMF中噪声能量的估计

显然, 在忽略有用信号 $x_r(t)$ 对分解过程造成少量影响的前提下, 可近似认为上一节的噪声辅助NSBEMD结果同样满足(8)式, 其中 α 为由测量噪声强度和辅助分解高斯白噪声强度决定的常数. 由

于 $\{\text{imf}'_k(t)\}_{k=1}^K$ 各层 IMF 的能量为纯噪声能量, 因此, 估计 $\{\text{imf}_k(t)\}_{k=1}^K$ 各层 IMF 包含噪声能量的关键在于求取 α 值.

由于纯净混沌信号的带宽有限, 主要分布在有限的几个 IMF 中, 且频带与有用信号差异越大的 IMF, 混入的有用分量越少, 因此本文选取 $\{\text{imf}_k(t)\}_{k=1}^K$ 中频带与混沌信号相差最大的 IMF 为纯净噪声分量并求取 α . 本文提出的 $\{\text{imf}_k(t)\}_{k=1}^K$ 各层 IMF 噪声能量估算步骤如下:

- 1) 计算实部 $\{\text{imf}_k(t)\}_{k=1}^K$ 中各阶次 IMF 的能量值 $\{W_k\}_{k=1}^K$, 选取频带与纯净混沌信号相差最大的 IMF 分量作为纯净噪声分量, 其能量记为 W'_k ;
- 2) 计算虚部 $\{\text{imf}'_k(t)\}_{k=1}^K$ 中各阶次 IMF 的能量值 $\{W'_k\}_{k=1}^K$;
- 3) 将 W'_k 和 W'_k 代入 (8) 式计算常数 α 的值, 再将 $\{W'_k\}_{k=1}^K$ 和 α 代入 (8) 式计算 $\{\text{imf}_k(t)\}_{k=1}^K$ 中其他各层 IMF 包含噪声能量的估计值 $\{\hat{W}_k\}_{k=1}^K$.

4.3 IMF 的 SVD 降噪

SVD 降噪的主要思想是对时间序列进行相空间重构和奇异值分解, 并由前 p 个较大奇异值对应的特征向量来反重构降噪后的信号 (后几个较小的奇异值代表噪声), 其关键是奇异值截取阶次 p 的确定.

由图 1 可知经 NSBEMD 后各层 IMF 的噪声频谱近似服从高斯分布, 改变了白噪声原有的在整个频域空间内均匀分布的特性, 因此传统 SVD 方法以奇异谱平坦程度来确定 p 值并不适用. 本文依据 $\{\text{imf}_k(t)\}_{k=1}^K$ 的噪声能量估计值 $\{\hat{W}_k\}_{k=1}^K$ 来确定 p 值并完成降噪过程, 具体步骤如下:

- 1) 设 imf_k 为第 k 层 IMF, 计算其延时-协变矩阵 T ,

$$T = \begin{bmatrix} c(0) & c(1) & \cdots & \cdots & c(m-1) \\ c(1) & c(0) & c(1) & & \vdots \\ \vdots & c(1) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & c(1) \\ c(m-1) & \cdots & \cdots & c(1) & c(0) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中 m 为嵌入维数, $c(l)$ 为延迟时间 $\tau = l$ 时 imf_k 的协方差, 由下式计算:

$$c(k) = \frac{1}{N-l} \sum_{k=1}^{N-l} \text{imf}_k(t) \text{imf}_k(t+l), \quad (12)$$

其中 $0 \leq l \leq m-1$, N 为 imf_k 中的元素个数.

- 2) 对 T 进行特征值分解并按降序排列得到奇异值序列 $\{\lambda_j, j = 1, 2, \dots, m\}$, 其中第 n 个奇异值对应的特征向量 E^n , 即经验正交函数 (EOF), 然后计算 imf_k 在 E^n 上的正交投影系数 a_t^n , 即第 n 个主分量 (PC):

$$a_t^n = \sum_{l=1}^m \text{imf}_k(t+l) E^n(l), \quad 0 \leq t \leq N-m. \quad (13)$$

- 3) 依次计算前 q ($1 \leq q \leq m$) 个奇异值的能量贡献率, 由于每一个奇异值代表了由其对应的 EOF 和 PC 重构后信号的能量贡献率, 根据 imf_k 的能量 W_k 和噪声能量估计值 $\hat{W}_k$, 本文中 p 取满足 (14) 式的第一个 q 值, 以充分消除 imf_k 中的噪声,

$$\left(\sum_{j=1}^q \lambda_j / \sum_{j=1}^m \lambda_j \right) \geq 1 - \hat{W}_k / W_k. \quad (14)$$

- 4) 按下式反重构原时间序列, 得到 imf_k 降噪后的 imf_k'' ,

$$\text{imf}_k''(t+l) = \sum_{n=1}^p a_t^n E^n(l), \quad 0 \leq t \leq N-m, \quad 1 \leq l \leq m. \quad (15)$$

- 5) 依次对 $\{\text{imf}_k(t)\}_{k=1}^K$ 中的各层 IMF 进行上述降噪过程, 然后对其进行重组就可以得到降噪后的混沌信号 $x_m''(t)$, 即

$$x_m''(t) = \sum_{k=1}^K \text{imf}_k''. \quad (16)$$

5 实例分析

5.1 噪声能量估计实验

本文基于实/虚部均为噪声的复信号的数值实验结论 ((8) 式) 提出了 4.2 节的噪声能量估计方法, 而对混沌信号进行噪声辅助 NSBEMD 降噪时, (8) 式的噪声能量比例关系可能会受到有用信号的影响, 因此进行噪声能量估计实验来验证噪声能量估计方法的可行性. 首先在纯净混沌信号中加入信噪比一定的噪声并进行噪声辅助 NSBEMD 分解, 然后采用 4.2 节中的方法估计实部各层 IMF 中的噪声能量并以此计算含噪混沌信号的信噪比估计值, 最后对比分析信噪比给定值和估计值.

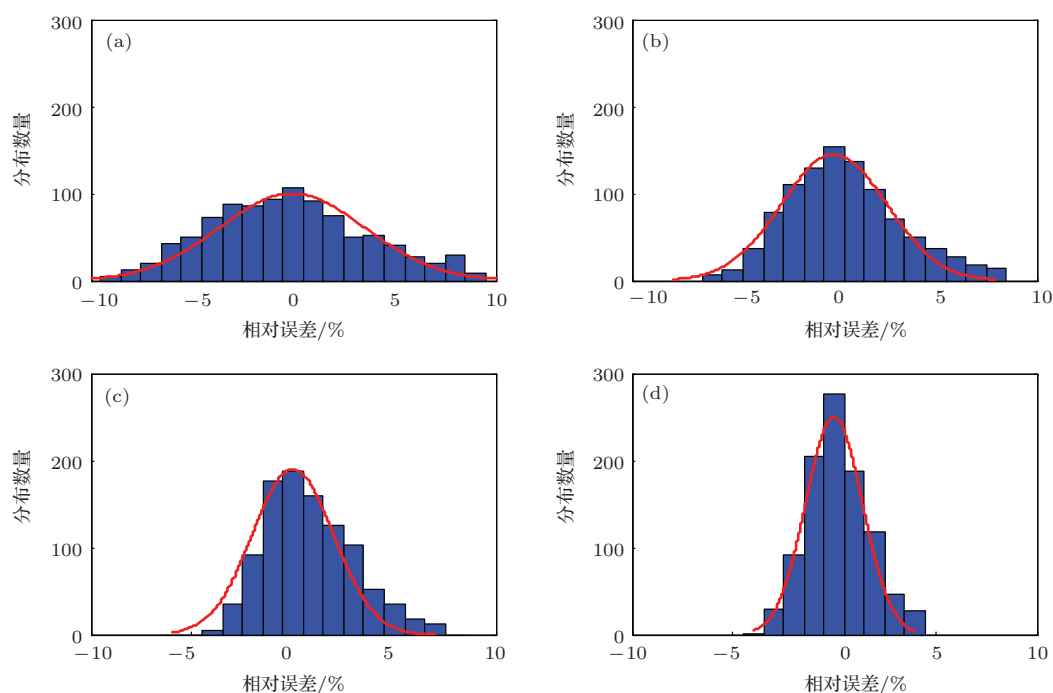


图4 实验结果相对误差的分布情况 (a) 10 dB; (b) 15 dB; (c) 20 dB; (d) 25 dB

设置Lorenz方程组三个无量纲参数分别为 $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $r = 28$, 用四阶Runge-Kutta法, 积分步长为0.01, 演化初始点设置为 $x = -1$, $y = 0$, $z = 1$, 随机产生15000点 x 值, 取中间5000个点为样本数据. 在样本数据分别加入10 dB, 15 dB, 20 dB和25 dB的高斯白噪声, 按上述方法进行噪声能量估计实验并重复1000次. 为了分析实验结果, 计算四种不同情况下信噪比估计值与对应给定值之间的相对误差, 并统计其在区间 $[-0.1:0.01:0.1]$ 上的分布情况, 结果如图4所示.

由图4可以看出: 1) 四种不同情况下, 实验结果的相对误差均近似服从零均值高斯分布; 2) 伴随着给定信噪比的不断提高, 相对误差的分布逐渐收敛. 采用高斯函数拟合相对误差实验结果, 结果如图4中红线所示. 表2给出了四种情况下高斯曲线的参数拟合结果.

表2 参数拟合结果

拟合参数	10 dB	15 dB	20 dB	25 dB
均值	0	0	0	0
方差	0.0322	0.0261	0.0203	0.0141

表2证实噪声能量估计值的相对误差服从零均值高斯分布, 故4.2节提出的噪声能量估计方法是可行的. 与此同时, 高斯分布的方差反映了相对误差在零均值附近的分布概率, 故表2说明噪声能

量估计值的可信度随给定信号信噪比的增加而提高, 这与噪声能量越小, 有用信号在所选纯净噪声分量中的混叠越少, 从而对噪声能量估计精度的影响越小是一致的.

5.2 模拟信号降噪实验

模拟信号仍然采用5.1中的样本数据, 在其中分别加入10 dB, 15 dB, 20 dB和25 dB的高斯白噪声, 分别采用EMD模态阈值法^[15], EMD-CCA法^[19]和本文的方法进行降噪. 为了充分验证本文方法的效果, 重复进行实验10次, 实验结果取10次降噪结果的均值. 以降噪信号的信噪比(SNR)及其与样本数据的互相关系数 ρ 来衡量三种方法的效果, 结果如表3所示, 其中添加噪声强度为15 dB的Lorenz信号降噪前后的混沌吸引子在二维平面上的投影如图5所示.

由表3可以看出, 在四种不同情况下, 本文方法的降噪效果相对于另外两种方法均有一定程度的提高. 同时由图5可知, EMD模态阈值法和EMD-CCA法降噪效果的吸引子自相似性相对较低, 主要体现在存在部分不规则、偏差较大的轨道, 而本文方法得到吸引子几何结构的规律性较强、自相似程度相对较高, 由于噪声的强度决定了吸引子自相似结构的破坏程度, 故图5客观说明本文方法的降噪效果要优于另外两种方法.

表 3 噪声能量估计实验结果

给定 SNR/dB	EMD 模态阈值法		EMD-CCA 法		本文方法	
	SNR/dB	ρ	SNR/dB	ρ	SNR/dB	ρ
10	18.7962	0.9933	19.0921	0.9941	19.9053	0.9955
15	22.6499	0.9969	23.7319	0.9974	25.2012	0.9985
20	27.1644	0.9990	28.3091	0.9992	29.6868	0.9994
25	30.6576	0.9995	32.5987	0.9996	33.9612	0.9998

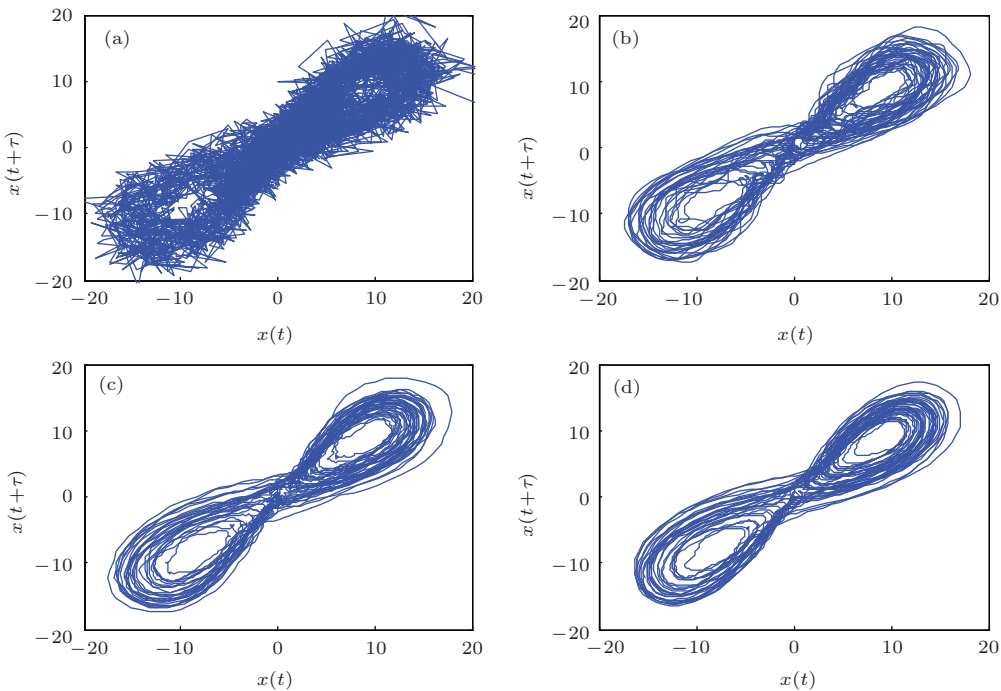


图 5 Lorenz 吸引子降噪前后的二维投影 (a) 加噪 15 dB 的信号; (b) EMD 模态阈值法降噪; (c) EMD-CCA 法降噪; (d) 本文方法降噪

5.3 自然信号降噪实验

太阳黑子是太阳光球层表面发生的一种温度变化现象, 其活跃程度会直接影响到地球磁场及气候的变化. 当前, 混沌理论已经成为研究太阳黑子活动规律的重要手段, 而去除太阳黑子观测数据中的噪声对于获得可靠的研究结论至关重要.

实验数据为 1749 年 1 月至 2014 年 2 月共 3182 个太阳黑子月平均数, 数据源自美国国家航空航天局 官网 (<http://solarscience.msfc.nasa.gov/greenwch.shtml>), 如图 6 所示, 可以看出观测数据中存在明显的测量噪声.

同 5.2 节, 分别采用 EMD 模态阈值法、EMD-CCA 法和本文方法对实验数据进行降噪, 降噪前后由数据序列重构的吸引子在二维平面上的投影如图 7 所示.

由图 7 可以看出三种降噪方法都明显减小了噪声, 得到了规律性较强的吸引子几何结构, 且本文方法得到的吸引子轨道要比其他两种方法更为光滑清晰, 说明本文方法在减小噪声和增强混沌序列内在确定性成分方面具有一定的优势.

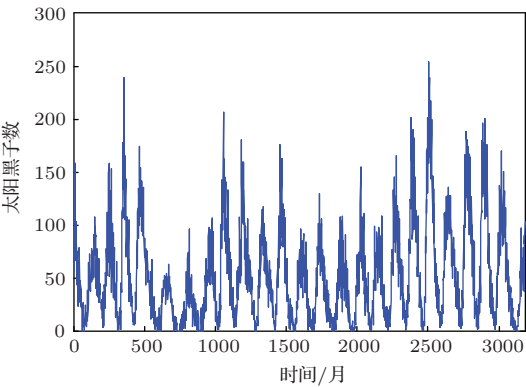


图 6 太阳黑子月平均数观测数据

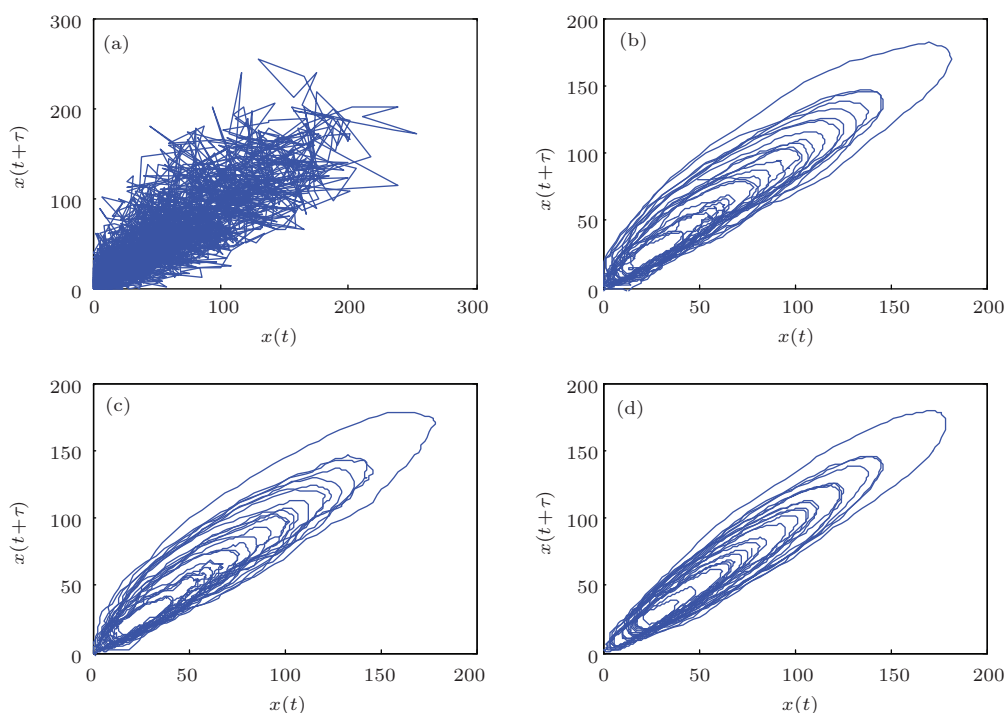


图7 太阳黑子重构吸引子降噪前后的二维投影 (a) 降噪前; (b) EMD 模态阈值法降噪; (c) EMD-CCA 法降噪; (d) 本文方法降噪

6 结 论

针对现有 EMD 降噪算法存在的分解方法不完善和自适应性较差等问题, 本文在采用数值实验研究噪声 NSBEMD 特性的基础上, 提出了一种基于噪声辅助 NSBEMD 的混沌信号降噪方法, 该方法的主要特点是根据 IMF 中的噪声能量估计值来对其进行 SVD 降噪. 为了验证算法的性能: 1) 进行噪声能量估计实验, 实验结果表明噪声能量估计值的相对误差近似服从零均值高斯分布, 且估计值的可信度随信噪比的增加而提高, 证实了噪声能量估计方法的可行性; 2) 以不同信噪比的 Lorenz 信号和实际观测的太阳黑子月平均数为实验数据, 分别进行降噪实验. 实验结果表明, 相对于现有的 EMD 降噪方法, 本文的方法能够进一步消除噪声, 更清晰地恢复出混沌吸引子潜在的拓扑结构, 为基于混沌理论研究非线性动力学系统的物理特性奠定了基础.

参考文献

- [1] Zhang Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 050502
- [2] Wang W B, Zhang X D, Wang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 020501 (in Chinese) [王文波, 张晓东, 汪祥莉 2013 物理学报 **62** 020501]
- [3] Qu J L, Wang X F, Qiao Y C, Gao F, Di Y Z 2014 *Chin. Phys. Lett.* **31** 020503
- [4] Schreiber T 1993 *Phys. Rev. E* **47** 2401
- [5] Dedieu H, Kisel A 1999 *Int. J. Circuit Theory Appl.* **27** 577
- [6] Deng K, Zhang L, Luo M K 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 020502
- [7] Xu L Q, Hu L Q, Li E Z 2012 *Chin. Phys. B* **21** 055208
- [8] Xie Z B, Feng J C 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 030501
- [9] Fu M J, Zhuang J J, Hou F Z, Zhan Q B, Shao Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 058701
- [10] Tang J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 049701 (in Chinese) [唐洁 2014 物理学报 **63** 049701]
- [11] Boudraa A, Cexus J 2007 *IEEE Trans. Instrum. Measur.* **56** 2196
- [12] Khan J, Bhuiyan S, Murphy G, Alam M 2011 *Opt. Pattern Recognit.* **8055** 805504
- [13] Chacko A, Ari S 2012 *IEEE ICAESM Nagapattinam, Tamil Nadu, March*, 30–31, 2012 p6
- [14] Olufemi A, Vladimir A, Auroop R 2011 *IEEE Sensors J.* **11** 2565
- [15] Kopsinis Y, McLaughlin S 2009 *IEEE Trans. Signal Process.* **57** 1351
- [16] Wang W B, Zhang X D, Wang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 069701 (in Chinese) [王文波, 张晓东, 汪祥莉 2013 物理学报 **62** 069701]
- [17] Wang W B, Wang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 209701 (in Chinese) [王文波, 汪祥莉 2013 物理学报 **62** 209701]
- [18] Hassan M, Boudaoud S, Terrien J, Karlsson B, Marque C 2011 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **58** 2441
- [19] Sweeney K T, McLoone S F 2013 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **60** 97

- [20] Tanaka T, Mandic D P 2006 *IEEE Signal Process Lett.* **14** 101
- [21] Altaf M U B, Gautama T, Tanaka T 2007 *IEEE ICAS-SP* **3** 1009
- [22] Rilling G, Flandrin P, Goncalves P 2007 *IEEE Signal Process Lett.* **14** 936
- [23] Ahrabian A, Rehman N U, Mandic E 2013 *IEEE Signal Process Lett.* **20** 245
- [24] Wu Z H, Huang N E 2009 *Advances in Adaptive Data Analysis* **1** 1
- [25] Qu J L, Wang X F, Gao F, Zhou Y P, Zhang X F 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 110201 (in Chinese) [曲建岭, 王小飞, 高峰, 周玉平, 张翔宇 2014 物理学报 **63** 110201]
- [26] Wu Z, Huang N E 2004 *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **460** 1597
- [27] Flandrin P 2004 *Int. J. Wavelets Multiresolution Inf. Process.* **2** 1
- [28] Perrin E, Harba R, Jennane R 2002 *IEEE Signal Process Lett.* **9** 382

A chaotic signal denoising method developed on the basis of noise-assisted nonuniformly sampled bivariate empirical mode decomposition*

Wang Xiao-Fei^{1)†} Qu Jian-Ling¹⁾ Gao Feng¹⁾ Zhou Yu-Ping¹⁾ Zhang Xiang-Yu²⁾

1) (Naval Aeronautical Engineering Institute Qingdao Branch, Qingdao 266041, China)

2) (Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai 264001, China)

(Received 2 April 2014; revised manuscript received 18 April 2014)

Abstract

According to the advantages of nonuniformly sampled bivariate empirical mode decomposition and the characteristics of noise after it, an adaptive chaotic signal denoising method is proposed based on the noise-assisted nonuniformly sampled bivariate empirical mode decomposition. Firstly, a complex signal is constructed for the noise-assisted nonuniformly sampled bivariate empirical mode decomposition, by using noisy chaotic signal and gaussian white noise as the real part and imaginary part respectively; secondly, the noise energy of each intrinsic mode function in the real part is estimated according to the energy of each intrinsic mode function in the imaginary part; and finally, from the above results, each intrinsic mode function in the real part is denoised by using the singular value decomposition. Noise energy estimate numerical experiment validates the feasibility of this method, and the denoising tests for Lorenz signal and monthly sunspot data indicate that our method shows advantages in both noise reduction and chaotic attractor topological configuration reversion.

Keywords: nonuniformly sampled bivariate empirical mode decomposition, noise assisted, noise energy estimate

PACS: 02.30.Em, 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.63.170203

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61372027).

† Corresponding author. E-mail: cody05@163.com