以广义Redlich-Kwong气体为工质的不可逆 回热式斯特林热机循环输出功率和效率^{*}

郑世燕†

(泉州师范学院物理与信息工程学院,泉州 362000)
(信息功能材料福建省高校重点实验室,泉州 362000)
(2014年3月30日收到;2014年5月2日收到修改稿)

研究了热阻、回热损失和热漏等多种不可逆因素对以广义 Redlich-Kwong 气体为工质的斯特林热机性能 的影响,给出了斯特林热机输出功率和效率的具体表达式并分析非理想回热特性及循环主要性能参数(如循 环体积比及工质高低温比等)对循环输出功率和效率的影响.同时指出,只有在理想回热及无热漏的情况下, 气体斯特林热机的效率才能达到卡诺效率.

关键词: 广义Redlich-Kwong气体, 斯特林热机, 输出功率, 效率
 PACS: 05.70.Ce, 51.30.+i, 47.27.Te
 DOI: 10.7498/aps.63.170508

1引言

斯特林热机是一种二热源回热式的外燃机,它 具有效率高、噪声低、振动小和自启动等特点[1-3], 因而它在动力工程和能量利用等领域有着广阔的 应用前景,一直备受学术和工程界的青睐.近年 来, Cheng 等^[4]和陈施羽等^[5]对不同型式斯特林 热机结构参数进行了优化; Tlili^[6], 李亚奇等^[7]及 周兵等^[8]分析不同优化准则下斯特林发动机的性 能; Li 等^[9] 研究了含有有限速率传热、回热损失、 热漏及有限时间回热过程等的太阳能驱动斯特林 热机模型. 尽管国内外学者对斯特林热机做了许多 研究,得到了一些有意义的结果.但目前以实际气 体为工质的不可逆斯特林热机的研究甚少. 虽然 苏孙庆^[10]对以Redlich-Kwong气体方程表示的实 际气体为工质的斯特林热机进行研究: 孙久勋^[11] 以范德瓦尔斯气体为工质计算三种热机循环的效 率; 笔者^[12,13]也曾分别对以Dieterici气体和广义 Redlich-Kwong气体为工质的斯特林热机进行了研

究.但这些都没有考虑热源和工质之间的有限速率的热交换以及热源之间的热漏等不可逆因素.本文 将从以广义Redlich-Kwong实际气体为工质的斯 特林热机的一个较一般的不可逆模型出发,考虑工 质与热源之间的热阻、回热器中的回热损失和热源 之间的热漏等主要不可逆因素,对不可逆回热式斯 特林热机进行进一步的研究,导出热机的效率和输 出功率的表达式,分析非理想回热特性及循环主要 性能参数对效率和输出功率的影响.文中所得结果 不仅可推出已有文献中的一些重要内容,而且还可 导出一些有意义的新结论,其为斯特林热机的研究 和优化设计提供了一些重要的理论依据.

2 以广义Redlich-Kwong气体为工质 的斯特林热机循环模型

气体斯特林热机循环是由两个等温过程和两 个等容过程组成,如图1所示.其中 T_h 和 T_c 是高 低温热源的温度, T_1 和 T_2 是工质在高低温过程中 的温度, V_1 和 V_2 是工质在等容过程(或称回热过

* 福建省自然科学基金(批准号: 2013J01016)和泉州师范学院青年人才基金(批准号: 201330)资助的课题.

© 2014 中国物理学会 Chinese Physical Society

[†]通讯作者. E-mail: syzheng137@163.com

程) 中具有的最小和最大体积, Q₁和Q₂是工质在 高低等温过程中与热源交换的热量, Q₃和Q₄是工 质在等容过程中向回热器吸取和放出的热量, Q_L 是热源之间的热漏.



图1 不可逆斯特林热机循环 T-V 图

斯特林热机是一种回热式热机,通常认为通过 理想回热器可实现理想回热,因而其理论效率等于 卡诺热机效率.但实际上,只有当气体工质可视为 理想气体或范德瓦尔斯气体时,斯特林热机才具备 理想回热条件^[3,12-14].而当气体不能视为理想气 体或范德瓦尔斯气体时,若用广义Redlich-Kwong 气体状态方程^[13-16]

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{T^i V(V+B)} \tag{1}$$

来描述时,这时斯特林热机就不具备理想回热的条件. (1)式中*P*, *V*和*T*分别为气体的压强,体积和 温度; *a*, *b*是分别考虑到气体分子间的相互吸引力 和气体分子的固有体积引进的修正参数; *R*是普适 气体常数; *B*和*i*是两个参数.

(1) 式是一个非常一般的气体状态方程. 比 如, 当 $B = b \pi i = 1/2$ 时, (1) 式为Redlich-Kwong 气体状态方程^[10]; 当 $B = -b \pi i = 1/2$ 时, (1) 式为Dieterici气体状态方程的一级近似^[12]; 当 $B = 0 \pi i = 0$ 时, (1) 式为范德瓦尔斯气体状态 方程; 当 $a = 0 \pi b = 0$ 时, (1) 式为理想气体状态 方程; 当i = 0.28, $a = 6614.11 \times 10^{-5}$ (Pa·m⁶·Kⁱ/mol²), $b = B = 1.8372 \times 10^{-5}$ (m³/mol)时, (1) 式为描述氢气的状态方程^[14]; 当i = -0.064, $a = 313.88 \times 10^{-5}$ (Pa·m⁶·Kⁱ/mol²), $b = B = 1.6354 \times 10^{-5}$ (m³/mol)时, (1) 式为描述氢气的状态 方程^[14],等等. 这说明本文接下来得到的结果都 可涵盖以Redlich-Kwong气体、Dieterici气体、范德 瓦尔斯气体、理想气体、氢气以及氦气为工质的气体斯特林热机循环中.

由热力学第一定律可得广义Redlich-Kwong 气体的定容摩尔热容量^[16]

$$C_{\rm V} = C_{\rm V}^0 - \frac{i(i+1)a}{BT^{i+1}} \ln\left(\frac{V}{V+B}\right),$$
 (2)

其中 C_V^0 为只与温度有关的参数. 当i = 0或 i = -1时, (2)式右端第二项等于零, $C_V = C_V^0$ 仅是温度的函数,此时斯特林热机具有理想回热的 条件. 但对于i既不等于0,也不等于-1的实际气 体,此时斯特林热机都不具备理想回热的条件,无 法通过回热器实现理想回热.

根据热力学理论,当工质为广义Redlich-Kwong气体时,斯特林热机在两个等温过程与热 源交换的热量以及在两个等容过程与回热器交换 的热量,具体表达式分别是^[13]

$$Q_{1} = T_{1} \int_{V_{1}}^{V_{2}} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V} dV = RT_{1}D_{1} + \frac{iaD_{2}}{T_{1}^{i}B}, \quad (3)$$

$$Q_{2} = T_{2} \int_{V_{1}}^{V_{2}} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V} dV = RT_{2}D_{1} + \frac{iaD_{2}}{T_{2}^{i}B}, \quad (4)$$

$$Q_{3} = \int_{T_{2}}^{T_{1}} C_{V} dT$$

$$= \int_{T_{2}}^{T_{1}} C_{V} dT + \frac{(i+1)a}{B} \left(\frac{1}{T_{1}^{i}} - \frac{1}{T_{2}^{i}}\right)$$

$$\times \ln\left(\frac{V_{1}}{V_{1} + B}\right), \quad (5)$$

$$Q_{4} = \int_{T_{2}}^{T_{1}} C_{V} dT$$

= $\int_{T_{2}}^{T_{1}} C_{V}^{0} dT + \frac{(i+1)a}{B} \left(\frac{1}{T_{1}^{i}} - \frac{1}{T_{2}^{i}}\right)$
 $\times \ln\left(\frac{V_{2}}{V_{2} + B}\right),$ (6)

其中,

$$D_1 = \ln\left(\frac{yV_1 - b}{V_1 - b}\right),$$
$$D_2 = \ln\left(\frac{yV_1 + yB}{yV_1 + B}\right),$$
$$y = V_2/V_1$$

为循环体积比.

那么,每循环固有的回热损失为

$$\Delta Q = Q_3 - Q_4 = \frac{(i+1)aD_2}{B} \left(\frac{1}{T_2^i} - \frac{1}{T_1^i}\right).$$
 (7)

由于在热源和工质之间有限速率的热交换,根据牛顿传热定律^[17-22],工质与热源之间交换的热

量以及热源之间的热漏可以表示为

$$Q_1 = k_1 (T_{\rm h} - T_1) t_1, \tag{8}$$

$$Q_2 = k_2 (T_2 - T_c) t_2, (9)$$

以及

$$Q_{\rm L} = k_{\rm L} (T_{\rm h} - T_{\rm c})t, \qquad (10)$$

其中 k₁, k₂分别是工质与高低温热源之间的热传导 系数, k_L 是高低温热源之间的热漏系数, t₁, t₂ 以及 t分别是进行高低温等温过程的时间以及循环时间.

当考虑循环过程受时间限制时,在回热过程中 工质的温度随时间的变化可以假设为^[7]

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \pm \frac{1}{\gamma},\tag{11}$$

其中γ是一个比例常数, 与温度无关, 而与回热材 料的性质有关, 正号对应为等容吸热过程, 负号对 应为等容放热过程, 因此回热过程的时间为

$$t_3 + t_4 = 2\gamma (T_1 - T_2). \tag{12}$$

则循环总时间为

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4$$

= $\frac{RT_1D_1 + iaD_2/(T_1^iB)}{k_1(T_h - T_1)}$
+ $\frac{RT_2D_1 + iaD_2/(T_2^iB)}{k_2(T_2 - T_c)}$
+ $2\gamma(T_1 - T_2).$ (13)

3 不同i参数下的气体斯特林热机循 环的输出功率和效率

由于回热器经一循环后必须恢复到原来的状态才能继续正常的工作,所以当回热器有多余的热量(即 $\Delta Q < 0$)时,必须及时地放出,而当回热器 有损失热量(即 $\Delta Q > 0$)时,必须及时地放出,而当回热器 有损失热量(即 $\Delta Q > 0$)时,必须及时地给予补充. 但回热器的温度介于高低温热源温度 T_h 和 T_c 之间,而斯特林热机又是二热源热机,除了 T_h 和 T_c 这两个热源外无其他热源.因而当回热器有损失热量 时,只能从高温热源 T_h 吸取热量来补充,而当回热器 有多余热量时,只好将它放到低温热源 T_c 去^[14]. 观察(7)式可知,当*i*参数取值和符号不同时,会直 接影响到 ΔQ 的正负,故应对*i*参数进行讨论,分别 计算不同*i*参数下的气体斯特林热机循环的输出功 率和效率. 1) 当i > 0时, $\Delta Q > 0$, 此时由于回热损失和 热漏导致工质每循环从高温热源吸收和放给低温 热源的净热量分别为

$$Q_{\rm h} = Q_1 + \Delta Q + Q_{\rm L}, \qquad (14)$$

$$Q_{\rm c} = Q_2 + Q_{\rm L}.\tag{15}$$

输出功率和效率分别为

$$P = \frac{Q_{\rm h} - Q_{\rm c}}{t}$$

$$= \{RT_1(1 - 1/x)D_1 - a(1 - x^i)D_2/(BT_1^i)\}$$

$$\times \left\{\frac{RT_1D_1 + iaD_2/(BT_1^i)}{k_1(T_{\rm h} - T_1)} + \frac{RT_1D_1/x + iax^iD_2/(BT_1^i)}{k_2(T_1/x - zT_{\rm h})} + 2\gamma T_1\left(1 - \frac{1}{x}\right)\right\}^{-1}, \quad (16)$$

$$\eta = \frac{Q_{\rm h} - Q_{\rm c}}{Q_{\rm h}}$$

$$= \{RT_1(1 - 1/x)D_1 - a(1 - x^i)D_2/(BT_1^i)\}$$

$$\times \left\{RT_1D_1 + \frac{a[(i + 1)x^i - 1]D_2}{BT_1^i} + k_{\rm L}T_{\rm h}(1 - z)\left[\frac{RT_1D_1 + iaD_2/(BT_1^i)}{k_1(T_{\rm h} - T_1)} + \frac{RT_1D_1/x + iax^iD_2/(BT_1^i)}{k_2(T_1/x - zT_{\rm h})} + 2\gamma T_1\left(1 - \frac{1}{x}\right)\right]\right\}^{-1}, \quad (17)$$

其中, $x = T_1/T_2$ 为工质高低温度比, $z = T_c/T_h$ 为 热源温度比. 此时若 $k_L = 0$, (17)式进一步简化为

$$\eta = \frac{RT_1(1 - 1/x)D_1 - a(1 - x^i)D_2/(BT_1^i)}{RT_1D_1 + \frac{a[(i+1)x^i - 1]D_2}{BT_1^i}}$$
$$<\eta_{\rm C} = 1 - \frac{1}{x},\tag{18}$$

这里η_C表示可逆卡诺热机的效率^[23,24],即当气体 斯特林热机处于非理想回热状态下,其循环效率总 是小于可逆卡诺热机效率,这与热力学第二定律相 符合.

2) 当 $i < 0 \pm i \neq -1$ 时, $\Delta Q < 0$, 此时工质每 循环从高温热源吸收和放给低温热源的净热量分 别为

$$Q_{\rm h} = Q_1 + Q_{\rm L},\tag{19}$$

$$Q_{\rm c} = Q_2 + |\Delta Q| + Q_{\rm L}.\tag{20}$$

这时输出功率的表达式同(16)式,而效率为

$$\eta = \{RT_1(1 - 1/x)D_1 - a(1 - x^i)D_2/(BT_1^i)\} \\ \times \left\{RT_1D_1 + \frac{iaD_2}{BT_1^i} + k_{\rm L}T_{\rm h}(1 - z)\left[\frac{RT_1D_1 + iaD_2/(BT_1^i)}{k_1(T_{\rm h} - T_1)} + \frac{RT_1D_1/x + iax^iD_2/(BT_1^i)}{k_2(T_1/x - zT_{\rm h})} + 2\gamma T_1\left(1 - \frac{1}{x}\right)\right]\right\}^{-1}.$$
(21)

同样地, 若 $k_{\rm L} = 0$, (21) 式进一步简化为

$$\eta = \frac{RT_1(1 - 1/x)D_1 - a(1 - x^i)D_2/(BT_1^i)}{RT_1D_1 + \frac{iaD_2}{BT_1^i}}$$
$$<\eta_{\rm C} = 1 - \frac{1}{x}.$$
 (22)

再一次说明了即使没发生热源间的热漏时,而当气体斯特林热机处于非理想回热状态下,其循环效率 也总是小于可逆卡诺热机效率.

3) 当i = 0时, $\Delta Q = 0$, 即循环达到理想回热 状态, 而由于热漏导致工质每循环从高温热源吸收 的净热量满足 (19) 式, 放给低温热源的净热量满足 (15) 式. 此时输出功率和效率分别为

$$P = \{1 - 1/x\} \left\{ \frac{1}{k_1(T_{\rm h} - T_1)} + \frac{1}{k_2(T_1 - xzT_{\rm h})} + \frac{2\gamma(1 - 1/x)}{RD_1} \right\}^{-1},$$
(23)

$$\eta = \{1 - 1/x\} \left\{ 1 + k_{\rm L} T_{\rm h} (1 - z) \left[\frac{1}{k_1 (T_{\rm h} - T_1)} + \frac{1}{k_2 (T_1 - xzT_{\rm h})} + \frac{2\gamma (1 - 1/x)}{RD_1} \right] \right\}^{-1}.$$
 (24)

进一步, 若 $k_{\rm L} = 0$, 即循环处于理想回热同时热源 间也无热漏, 这时 (24) 式可简化为卡诺热机循环的 效率 $\eta_{\rm C} = 1 - 1/x$.

4) 当i = -1时, $\Delta Q = 0$, 此时循环也达到理 想回热状态, 这与i = 0时一致. 那么由于热漏导 致工质每循环从高温热源吸收的净热量依然满足 (19) 式, 放给低温热源的净热量也依然满足(15) 式. 这时输出功率和效率分别为

$$P = \{1 - 1/x\} \left\{ \frac{1}{k_1(T_{\rm h} - T_1)} + \frac{1}{k_2(T_1 - xzT_{\rm h})} + \frac{2\gamma(1 - 1/x)}{RD_1 - aD_2/B} \right\}^{-1},$$
(25)

$$\eta = \{1 - 1/x\} \left\{ 1 + k_{\rm L} T_{\rm h} (1 - z) \left[\frac{1}{k_1 (T_{\rm h} - T_1)} \right] \right\}$$

$$+\frac{1}{k_2(T_1 - xzT_h)} + \frac{2\gamma(1 - 1/x)}{RD_1 - aD_2/B} \bigg] \bigg\}^{-1}.$$
 (26)

进一步对比(25)式与(23)式以及(26)式与(24)式 发现,虽然这两组式子都表示循环处于理想回热状态,但由于*i*的取值不同而有所不同.

类似地, 若 $k_{\rm L} = 0$, 此时 (26) 式也可简化为卡诺热机循环的效率. 即当循环处于理想回热且无热源间的热漏时, 循环的效率可以达到可逆卡诺热机的效率, 这与一般教材^[23,24]中的结论相一致.

4 数值计算

进一步分析以上得到的不同i参数下的输出功率和效率的(16)—(18)式及(21)—(26)式可知,输出功率P和效率 η 的式中都与工质高低温度比x以及循环体积比y有关.此外,效率 η 还与热漏系数 $k_{\rm L}$ 有关.为此,考虑利用数值计算的方法来分析输出功率和效率分别随工质高低温度比x和循环体积比y的变化关系以及效率随热漏系数 $k_{\rm L}$ 的变化 情况.这里主要以氢气和氦气为例.

4.1 输出功率和效率随循环体积比y的变 化关系

 $Eigenvalue{A}{E} = k_2 = 100 \text{ J/(s·K·mol)}, k_L = 1$ $J/(s \cdot K \cdot mol), R = 8.31 J/(K \cdot mol), x = 2, z = 0.2,$ $T_{\rm h} = 2000 \text{ K}, T_1 = 1500 \text{ K}, V_1 = 0.001 \text{ m}^3/\text{mol}$ $和 \gamma = 1.25 \times 10^{-5} \text{ s/K}$ 的工作情况下^[8,25],分别 作出无量纲输出功率 $P^* = P/(k_1 z T_h)$ 和效率 η 随循环体积比y的变化关系,如图2 和图3所示. 图中实线和虚线分别表示的氢气和氦气斯特林 热机性能曲线,所取的参数分别是i = 0.28和 $-0.064, a = 6614.11 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2)$ 7 $313.88 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{K}^i/\text{mol}^2), b = B = 1.8372 \times 10^{-5} (\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot$ 10^{-5} (m³/mol)和1.6354×10⁻⁵(m³/mol)^[14]. 图中 点线和点划线分别表示两种理想回热情况的斯特 林热机性能曲线,其中所取的参数分别是i = 0和 -1, 其他参数同氦气. 由于图2和图3中各曲线数 值较接近,不易看出细节,为此进一步给出了无量 纲输出功率 P* 和效率 n 随循环体积比 y 变化的数 值,如表1所示.

表1 无量纲输出功率 P* 及效率 η 随体积比 y 变化的数值

		y	2	4	6	8
P*	氢气:	i = 0.28	0.3431528	0.3535065	0.3559416	0.3571064
	氦气:	i = -0.064	0.3431214	0.3534951	0.3559343	0.3571010
		i = 0	0.3431217	0.3534952	0.3559344	0.3571011
		i = -1	0.6250000	0.6250000	0.6250000	0.6250000
η	氢气:	$k_{\rm L} = 1~{\rm J}/({\rm s}{\cdot}{\rm K}{\cdot}{\rm mol})$	0.4721905	0.4730202	0.4732220	0.4733209
	i = 0.28	$k_{ m L}=0$	0.4999698	0.4999772	0.4999804	0.4999822
	氦气:	$k_{\rm L} = 1~{\rm J/(s{\cdot}K{\cdot}mol)}$	0.4724579	0.4732236	0.4733976	0.4734801
	i = -0.064	$k_{ m L}=0$	0.4999968	0.4999976	0.4999979	0.4999981
	i = 0	$k_{\rm L} = 1 \ {\rm J}/({\rm s\cdot K \cdot mol})$	0.4724610	0.4732259	0.4733996	0.4734819
	i = -1		0.4719066	0.4730327	0.4732749	0.4733864
	$i = 0 \ {\rm i} i = -1,$	$k_{ m L}=0$	0.5000000	0.5000000	0.5000000	0.5000000



图 2 无量纲输出功率 P* 随体积比 y 变化曲线



图3 效率η随体积比y变化曲线

由图 2 及表 1 数据可得: 1) 在相同的体积比下, 不同 *i* 参数表示的气体所对应的输出功率从大到小 依次为: *i* = -1, 0.28, 0和 -0.064. 2) 在相同 *i* 参数 下,输出功率随着循环体积比的增大而有所增大, 但*i* = -1时,输出功率几乎不随体积比的增大而 增大.

观察图3及表1不难看出,就氢气和氦气相比, 由于氦气所对应的*i*参数比氢气较接近于0,也就 是越接近于理想回热,因而在相同循环体积比下氦 气的效率会比氢气的略高.

倘若无热漏 (即 $k_L = 0$),可进一步得到图 4 效 率 η 随体积比 y 的变化曲线,图中 i = 0 或 i = -1表示循环处于无热源间热漏和理想回热的状态,此 时斯特林热机的效率达到可逆卡诺热机的效率,观 察图中曲线可得,不管氢气还是氦气由于各处于非 理想回热状态,因此其效率总是小于可逆卡诺热机 的效率.表1数据也具体给出了效率在无热漏下的 具体数值,同样和热力学第二定律相符合.



图4 当 $k_{\rm L} = 0$ 时效率 η 随体积比y变化曲线

4.2 输出功率和效率随工质高低温比*x*的 变化关系

在循环体积比y = 5以及其他参数同图2和 图3的工作情况下,分别作出无量纲输出功率 P^* 和效率 η 随工质高低温比x的变化关系,如图5和 图6所示.同样地,可进一步通过数值计算给出无 量纲输出功率和效率随工质高低温比变化的数值, 如表2所示.



图 5 循环无量纲输出功率 P* 随工质高低温度比 x 变化 曲线

由图 5、图 6 及表 2 可得: 1) 在相同的 i参数下, 输出功率和效率都随着工质高低温比的增大而 增大. 2) 在相同的工质高低温比下,不同 i参数 表示的气体所对应的输出功率从大到小依次为: i = -1, 0.28, 0 和 - 0.064, 这与输出功率在相同的 循环体积比下的情况相同.

类似地,若不考虑热漏 (即 $k_{\rm L} = 0$),可进一步 得到图 7 效率 η 随工质高低温度比x 的变化曲线, 图中i = 0或i = -1与图4所代表的意义相同即循 环处于无热漏和理想回热的状态,再一次验证了不 管氢气还是氦气由于各处于非理想回热状态,其效 率总是小于可逆卡诺热机的效率,具体数值可详见 表2所示.



图 6 效率 η 随工质高低温度比 x 变化曲线



图7 当
$$k_{\rm L} = 0$$
时效率 η 随工质高低温度比 x 变化曲线

	x		1.2	1.6	1.8	2.0
P^*	氢气:	i = 0.28	0.1383701	0.2900478	0.3302595	0.3549940
	氦气:	i = -0.064	0.1383680	0.2900395	0.3302501	0.3549852
		i = 0	0.1383681	0.2900397	0.3302502	0.3549853
		i = -1	0.2083333	0.4687500	0.5555556	0.6250000
η	氢气:	$k_{\rm L} = 1 \mathrm{J/(s \cdot K \cdot mol)}$	0.1589624	0.3564423	0.4215887	0.4731428
	i = 0.28	$k_{\rm L} = 0$	0.1666648	0.3749894	0.4444287	0.4999790
	氦气:	$k_{\rm L} = 1 ~{\rm J/(s{\cdot}K{\cdot}mol)}$	0.1590055	0.3565587	0.4217400	0.4733301
	i = -0.064	$k_{\rm L} = 0$	0.1666665	0.3749989	0.4444428	0.4999978
	i = 0	$k_{\rm L} = 1 \ {\rm J}/({\rm s\cdot K \cdot mol})$	0.1590057	0.3565598	0.4217416	0.4733323
	i = -1		0.1589887	0.3564745	0.4216223	0.4731821
	$i = 0 \ \vec{x} \ i = -1,$	$k_{ m L}=0$	0.1666667	0.3750000	0.4444444	0.5000000

表 2 无量纲输出功率 P* 及效率 η 随工质高低温度比 x 变化的数值

4.3 效率随热漏系数 kL 的变化关系

在工质高低温比*x* = 2,循环体积比*y* = 5以 及其他参数同图 3 的工作情况下,根据数值计算可 得到效率η随热漏系数*k*_L的变化关系曲线,如图 8 所示.明显地,效率随着*k*_L的增大而减小.由于 氦气的*i* = -0.064较接近于0导致氦气的效率趋 于*i* = 0(理想回热)情况,但具体数值还是略小于 *i* = 0情况.表1和表2中也清晰地给出了*k*_L = 0 和*k*_L = 1 J/(s·K·mol)下的几种气体斯特林热机的 效率值.



图8 效率η随热漏系数kL变化曲线

可见,循环体积比和工质高低温度比对输出功 率和效率皆有影响.因此在实际设计中应该注意循 环最小和最大体积(V₁, V₂)及工质高低温温度(T₁, T₂)对气体斯特林热机循环的影响,同时热源之间 的热漏对效率的影响也不容忽视.

5 结 论

本文建立了包含工质与热源之间的热阻、回热 器中的回热损失和热源之间的热漏等不可逆因素 在内的以广义Redlich-Kwong气体为工质的斯特 林热机循环模型,获得了在不同*i*参数下的热机输 出功率和效率的具体表达式,并分析了非理想回热 特性及循环主要性能参数(如循环体积比及工质高 低温比等)对循环输出功率和效率的影响.同时指 出,只有在理想回热及无热漏的情况下,气体斯特 林热机的效率才能达到卡诺效率.这里所获得的结 论可以推广到以范德瓦尔斯气体、Redlich-Kwong 气体、Dieterici气体以及理想气体等为工质的不可 逆气体斯特林热机循环.文中所得结果具有一定的 普遍性,可为气体斯特林热机的运行条件提供一定 的理论指导作用.

参考文献

- [1] Blank D A, Davis G W, Wu C 1994 Energy 19 125
- [2] Erbay L B, Yavuz H 1999 J. Energy Res. 23 863
- [3] Thombare D G, Verma S K 2008 Renew. & Sust. Energ. Rev. 12 1
- [4] Cheng C H, Yang H S 2012 Applied Energy 92 395
- [5] Chen S Y, Sun Z Q, Liao S M 2013 J. Thermal Sci. & Tech. 12 135 (in Chinese) [陈施羽, 孙志强, 廖胜明 2013 热科学与技术 12 135]
- [6] Tlili I 2012 Renew. & Sust. Energ. Rev. 16 2234
- [7] Li Y Q, Xu X, Li H W, Song H J 2011 J. Thermal Sci. & Tech. 10 63 (in Chinese) [李亚奇, 许行, 李海伟, 宋鸿杰 2011 热科学与技术 10 63]
- [8] Zhou B, Cheng X T, Liang X G 2013 Sci. China Tech. Sci. 43 97 (in Chinese) [周兵, 程雪涛, 梁新刚 2013 中国 科学: 43 97]
- [9] Li Y Q, He Y L, Wang W W 2011 Renew. Energ. 36 421
- [10] Su S Q 2007 J. Jimei University (Natural Sci.) 12 364
 (in Chinese) [苏孙庆 2007 集美大学学报 12 364]
- [11] Sun J X 2013 Phys. & Eng. 23 22 (in Chinese) [孙久勋 2013 物理与工程 23 22
- [12] Zheng S Y, Peng S S, Yang H S 2012 J. Thermal Sci.
 & Tech. 11 69 (in Chinese) [郑世燕, 彭石狮, 杨惠山 2012 热科学与技术 11 69]
- [13] Zheng S Y 2012 J. Southwest University (Natural Sci.)
 34 37 (in Chinese) [郑世燕 2012 西南大学学报 34 37]
- [14] Yan Z J 1994 Cryogenics & superconductivity 22 57 (in Chinese) [严子浚 1994 低温与超导 22 57]
- [15] Chen J C, Wu C 2000 Int. J. Mech. Eng. Edu. 29 227
- [16] Zheng S Y, Chen J C 2009 J. Yunnan University (Natural Sci.) **31** 372 (in Chinese) [郑世燕, 陈金灿 2009 云南 大学学报 **31** 372]
- [17] Salamen P, Nitzan A 1981 J. Chem. Phys. 74 3546
- [18] Chen L X, Yan Z J 1989 J. Chem. Phys. 90 3740
- [19] Li J, Chen L G, Ge Y L, Sun F R 2013 Acta Phys. Sin.
 62 130501 (in Chinese) [李俊, 陈林根, 戈延林, 孙丰瑞 2013 物理学报 62 130501]
- [20] Xia S J, Chen L G, Ge Y L, Sun F R 2014 Acta Phys.
 Sin. 63 020505 (in Chinese) [夏少军, 陈林根, 戈延林, 孙 丰瑞 2014 物理学报 63 020505]
- [21] Ding Z M, Chen L G, Sun F R 2011 Sci. China Phys. Mech. Astron. 54 1925
- [22] Wang X M, He J Z, Liang H N 2011 Chin. Phys. B 20 020503
- [23] Li C, Zhang L Y, Qian S W 1997 *Thermology* (Beijing: Higher Education Press) p185 (in Chinese) [李椿, 章立 源, 钱尚武 1997 热学 (北京:高等教育出版社) 第 185 页]
- [24] Wang Z C 1998 Thermodynamics & Statistical Physics (Beijing: Higher Education Press) p38 (in Chinese) [汪 志诚 1998 热力学,统计物理(北京:高等教育出版社)第38 页]
- [25] Yang H S, Yan Z J 1999 Cryogenics 2 55 (in Chinese)
 [杨慧山, 严子浚 1999 低温工程 2 55]

Power output and efficiency of irreversible regenerative Stirling heat engine using generalized Redlich-Kwong gas as the working substance^{*}

Zheng Shi-Yan[†]

(College of Physics and Information Engineering, Quanzhou Normal University, Quanzhou 362000, China)
 (Key Laboratory of Functional Materials for Informatics, Fujian Province University, Quanzhou 362000, China)
 (Received 30 March 2014; revised manuscript received 2 May 2014)

Abstract

Performance of a generalized Redlich-Kwong gas Stirling heat engine is investigated, in which the multiirreversibilities including thermal resistance, regenerative and heat leak losses are taken into account. General expressions for power output and efficiency of the Stirling heat engine are derived, and effects of the nonperfect regeneration and some important performance parameters such as the volume ratio and the temperature ratio are analyzed and discussed. Moreover, it is shown that the efficiency of the gas Stirling heat engine with perfect regeneration and no heat leak can reach that of the Carnot heat engine.

Keywords: generalized Redlich-Kwong gas, Stirling heat engine, power output, efficiencyPACS: 05.70.Ce, 51.30.+i, 47.27.TeDOI: 10.7498/aps.63.170508

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2013J01016), and the Special Foundation for Young Scientists of Quanzhou Normal University, China (Grant No. 201330).

[†] Corresponding author. E-mail: syzheng137@163.com