

基于迭代学习的离散切换系统故障估计*

曹伟† 郭媛 孙明

(齐齐哈尔大学计算机与控制工程学院, 齐齐哈尔 161006)

(2014年3月9日收到; 2014年3月23日收到修改稿)

针对一类具有任意切换序列的离散切换系统的故障估计问题, 提出了一种新的故障估计算法. 该算法利用引入的虚拟故障信号构建出故障估计器, 并利用残差信号通过迭代学习方法对引入的虚拟故障进行逐次修正, 使虚拟故障随着迭代次数的增加逐渐逼近实际故障. 利用压缩映射方法严格证明了算法在各个子区间上的收敛性, 给出了算法的收敛条件. 理论分析表明, 所提算法能够在有限区间上精确估计出切换系统发生的不同类型故障. 最后通过仿真实验进一步验证了所提算法的有效性.

关键词: 离散切换系统, 迭代学习, 故障估计, 任意切换率

PACS: 02.30.Yy, 42.82.Fv, 45.90.+t

DOI: 10.7498/aps.63.180202

1 引言

随着科学技术的不断发展, 控制系统的规模也变得越来越复杂, 系统发生故障的可能性也随之增加. 为了使控制系统能够安全和可靠地运行, 近年来故障诊断技术逐渐成为了控制领域里的研究热点, 并相继取得了丰硕的研究成果^[1-5]. 然而, 大多数文献都是针对系统发生的故障进行故障检测或隔离, 并没有对系统发生的故障进行估计. 而故障估计要比故障检测更有意义, 原因在于故障估计不仅体现出故障具体出现在哪个时间段, 还能估计出实际故障值的大小, 这样就能更好地对系统进行容错控制. 对于故障估计问题的研究成果相对较少^[6-8], 并且现有的大多数研究成果计算过程都比较复杂, 不利于工程实现.

由于迭代学习控制是针对在有限时间区间上执行重复任务的被控系统, 在不需已知被控对象精确模型信息的情况下, 利用跟踪误差对控制输入不断进行迭代学习修正, 以使系统输出完全跟踪期望轨迹. 因此, 迭代学习控制自从被 Arimoto 等^[9]提出以来, 无论在理论研究还是在实际应用方面

都取得了丰富的研究成果^[10-13]. 根据迭代学习控制的思想, 文献^[14-16]分别针对线性和非线性系统, 在没有故障大量先验知识的情况下, 利用简单的迭代学习策略实现了系统的故障检测和估计. 然而, 文献^[14-16]都是针对发生故障的非切换系统进行的研究. 而切换系统是由若干个离散或连续的系统以及切换逻辑组成的混杂系统, 在实际工程中切换系统也是广泛存在的. 例如, 电路系统^[17]、网络控制系统^[18]、化工过程控制系统^[19]和交通控制系统^[20]等都可以描述为相应的切换系统. 但针对切换系统, 许多学者都是对其稳定性和控制器设计进行研究^[21-24], 目前对于切换系统的故障检测与故障估计问题的研究尚处于起步阶段^[25,26].

基于上述分析, 本文针对具有任意切换序列的离散时间切换系统的故障估计问题, 利用迭代学习控制的思想, 提出了一种新的故障估计算法. 该算法首先通过引入的一个虚拟故障来构建故障估计器, 然后利用估计器和实际系统生成的残差信号来迭代学习修正引入的虚拟故障, 使其逐次逼近实际故障. 并利用压缩映射方法对切换系统的每个子系统在各个子区间上的收敛性进行了严格证明, 得到了算法收敛的充分条件. 最后通过仿真实例验证了

* 国家自然科学基金青年科学基金(批准号: 61100103)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: yiyuqq168@163.com

所提算法的有效性.

虽然本文是依托于系统机理模型存在的情况下展开研究的,但是在数据驱动框架下结合一定的先验模型知识解决故障诊断问题,近几年也引起了学术界的关注^[27,28],并成功应用于实际工程中^[29,30].因此借鉴文献^[27—30]的思想,在本文设计策略基础上可以进一步开展对先验模型中的未知部分进行迭代学习修正来设计迭代学习观测器,解决系统模型信息不完全已知的故障诊断问题.

2 故障估计方法研究

2.1 新算法的提出

考虑如下—类含有故障的具有任意切换序列的离散切换系统:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A}_{\alpha(t)}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{\alpha(t)}(t)\mathbf{u}(t) \\ &\quad + \mathbf{B}_{f\alpha(t)}(t)\mathbf{f}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_{\alpha(t)}(t)\mathbf{x}(t), \quad (2)$$

式中: $\alpha(t)$ 表示系统的任意切换信号,其定义为 $\alpha(t) : (1, 2, \dots) \rightarrow M = \{1, 2, \dots, m\}$, 即 $\alpha(t)$ 在有限集 $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 中取值,其中 m 为切换系统(1)和(2)中子系统的个数,当 $\alpha(t) = i \in M$ 时表示激活切换系统的第 i 个子系统; $\mathbf{A}_{\alpha(t)}(t)$, $\mathbf{B}_{\alpha(t)}(t)$, $\mathbf{B}_{f\alpha(t)}(t)$, $\mathbf{C}_{\alpha(t)}(t)$ 为已知的适当维数的矩阵; $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^p$, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^q$ 分别为状态向量、输入向量和输出向量, $\mathbf{f}(t) \in \mathbb{R}^l$ 为系统发生的故障信号,离散时间 $t \in \{0, 1, \dots, T\}$, 记为 $0 \leq t \leq T$.

假设 1 $\mathbf{A}_{\alpha(t)}(t)$ 是稳定的.

假设 2 $(\mathbf{A}_{\alpha(t)}(t), \mathbf{C}_{\alpha(t)}(t))$ 可观测.

假设 3 \mathbf{S} 和 \mathbf{O} 分别表示由 $(\mathbf{x}(0), \mathbf{f}(t))$ 到 $\mathbf{x}(t)$ 的状态映射和由 $(\mathbf{x}(0), \mathbf{f}(t))$ 到 $\mathbf{y}(t)$ 的输出映射是一对一的.

注 1 一对一映射 \mathbf{S} 和 \mathbf{O} 保证了动态系统的可逆性.

为了便于研究,不妨假设离散时间切换系统(1)和(2)的每个子系统在整个区间 $0 \leq t \leq T$ 内只执行一次,切换信号如下所示:

$$\alpha(t) = i = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq t_1 \\ 2, & t_1 \leq t \leq t_2 \\ \vdots \\ m, & t_{m-1} \leq t \leq T \end{cases}, \quad (3)$$

此时可以把切换系统(1)和(2)改写为以下形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A}_i(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i(t)\mathbf{u}(t) \\ &\quad + \mathbf{B}_{f_i}(t)\mathbf{f}(t), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_i(t)\mathbf{x}(t). \quad (5)$$

对切换系统(4)和(5),在满足假设条件1—3的情况下设计如下故障估计器:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k(t+1) &= \mathbf{A}_i(t)\hat{\mathbf{x}}_k(t) + \mathbf{B}_i(t)\mathbf{u}(t) \\ &\quad + \mathbf{B}_{f_i}(t)\hat{\mathbf{f}}_k(t) \\ &\quad + \mathbf{L}_i(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}_k(t)), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_k(t) = \mathbf{C}_i(t)\hat{\mathbf{x}}_k(t), \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}_k(t), \quad (8)$$

$$\mathbf{r}_k(t) = \mathbf{C}_i(t)\tilde{\mathbf{x}}_k(t), \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{f}}_{k+1}(t) = \hat{\mathbf{f}}_k(t) + \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{r}_k(t+1), \quad (10)$$

$$\|\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}_k(t)\|_{\infty} \leq \varepsilon, \quad (11)$$

式中: $t \in \{0, 1, \dots, T\}$, 记为 $0 \leq t \leq T$, 下标 k 为每个子系统在相应子区间内迭代学习的次数; $\hat{\mathbf{x}}_k(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $\hat{\mathbf{y}}_k(t) \in \mathbb{R}^q$ 分别表示系统状态和输出的估计值;

$$\mathbf{r}_k(t) = \mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}_k(t) = \mathbf{C}_i(t)\tilde{\mathbf{x}}_k(t)$$

为残差信号; \mathbf{L}_i 是为使 $\mathbf{A}_i(t) - \mathbf{L}_i\mathbf{C}_i(t)$ 的特征根在单位圆内而预先给定的增益矩阵; $\hat{\mathbf{f}}(t)$ 是引入的一个虚拟故障; $\mathbf{\Gamma}(t)$ 是学习增益矩阵; (11)式表示在系统输出 $\mathbf{y}(t)$ 和估计器输出 $\hat{\mathbf{y}}_k(t)$ 满足该式时,故障估计器停止对虚拟故障的修正, ε 是事先给定的性能指标.

本文的设计思想是:先让系统(4)和(5)在时间区间 $0 \leq t \leq t_1$ 上运行,记录此时系统的输入向量 $\mathbf{u}(t)$ 和输出向量 $\mathbf{y}(t)$,然后根据记录的 $\mathbf{u}(t)$ 和 $\mathbf{y}(t)$ 来启动故障估计器.假设选取虚拟故障 $\hat{\mathbf{f}}(t)$ 的初始值为零,在系统(4)和(5)未发生故障时,则估计器输出 $\hat{\mathbf{y}}(t)$ 等于系统输出 $\mathbf{y}(t)$;在系统(4)和(5)发生故障时,则估计器输出 $\hat{\mathbf{y}}(t)$ 将偏离系统输出 $\mathbf{y}(t)$,于是启动虚拟故障迭代学习算法(10),在区间 $0 \leq t \leq t_1$ 内反复进行迭代运算,直到估计器输出 $\hat{\mathbf{y}}(t)$ 和系统输出 $\mathbf{y}(t)$ 满足(11)式,即估计器输出 $\hat{\mathbf{y}}(t)$ 跟踪上了系统输出 $\mathbf{y}(t)$,此时虚拟故障 $\hat{\mathbf{f}}(t)$ 便逼近了实际故障 $\mathbf{f}(t)$,达到了对区间 $0 \leq t \leq t_1$ 上的故障估计的目的.在以后的区间 $t_2 \leq t \leq t_3, \dots, t_{m-1} \leq t \leq T$ 内重复进行上述运算.

2.2 算法收敛性分析

为了便于证明故障估计算法的收敛性, 在此先引入以下定义和引理.

定义 1 离散时间向量函数 $\mathbf{h} : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$ 的 λ 范数定义如下:

$$\|\mathbf{h}\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} \{\lambda^t \|\mathbf{h}(t)\|\} (0 < \lambda < 1).$$

引理 1 如果实数序列 $z_i \subset \mathbb{R}$ 和 $\delta_i \subset \mathbb{R}$, 对于任意正整数 i 都能满足不等式 $|z_{i+1}| \leq \theta_i |z_i| + |\delta_i|$, 则当 $\lim_{i \rightarrow \infty} |\delta_i| = 0$ 时, 有 $\lim_{i \rightarrow \infty} |z_i| = 0$ 成立. 其中:

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_k(t) = \Phi_1(t, t_0)\tilde{\mathbf{x}}_k(t_0) + \sum_{s=t_0}^{t-1} \Phi_1(t, s+1)\mathbf{B}_{f_1}(s)\tilde{\mathbf{f}}_k(s) & t_0 + 1 \leq t \leq t_1 + 1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_k(t) = \Phi_2(t, t_1)\tilde{\mathbf{x}}_k(t_1) + \sum_{s=t_1}^{t-1} \Phi_2(t, s+1)\mathbf{B}_{f_2}(s)\tilde{\mathbf{f}}_k(s) & t_1 + 1 \leq t \leq t_2 + 1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_k(t) = \Phi_m(t, t_{m-1})\tilde{\mathbf{x}}_k(t_{m-1}) + \sum_{s=t_{m-1}}^{t-1} \Phi_m(t, s+1)\mathbf{B}_{f_m}(s)\tilde{\mathbf{f}}_k(s) & t_{m-1} + 1 \leq t \leq T + 1 \end{cases} \quad (13)$$

如果记 $t_0 = 0, t_m = T$, 则可以把 (13) 式统一表示为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_k(t) &= \Phi_i(t, t_{i-1})\tilde{\mathbf{x}}_k(t_{i-1}) + \sum_{s=t_{i-1}}^{t-1} \Phi_i(t, s+1) \\ &\quad \times \mathbf{B}_{f_i}(s)\tilde{\mathbf{f}}_k(s), t_{i-1} + 1 \leq t \leq t_i + 1, \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $1 \leq i \leq m, \Phi_i(t, s)$ 为状态转移矩阵, 其值由 (12) 式中的 $\mathbf{A}_i(t) - \mathbf{L}_i\mathbf{C}_i(t)$ 确定.

注 2 虽然 (13) 式是在假设切换系统 (1) 和 (2) 的切换信号为 (3) 式的情况下得到的, 但是当切换信号为其他任意情况时, 由 (13) 式不难看出该解析表达式依然适用, 其不同之处就在于系统参数在相应时间段内的数值不同.

通过上述分析, 在已知系统 (4) 和 (5) 的初始状态 $\mathbf{x}(0)$ 并且 $\hat{\mathbf{x}}_k(0) = \mathbf{x}(0)$ 的情况下, 可以给出本文的主要结论.

定理 1 针对满足假设条件 1—3 的离散切换系统 (4) 和 (5), 利用如 (6)—(11) 式所示的故障估计器, 对该系统发生的故障进行估计时, 如果条件

$$\begin{aligned} \|\mathbf{I} - \Gamma(t)\mathbf{C}_i(t+1)\mathbf{B}_{f_i}(t)\| &\leq \rho_i < 1 \\ (t_{i-1} \leq t \leq t_i, \quad i &= 1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

满足, 则当 $k \rightarrow \infty$ 时, 估计器输出一致收敛于实

$0 < \theta_i \leq \theta < 1, \theta$ 为常数. 其证明见文献 [23].

根据上述分析, 由 (4) 式减 (6) 式, 可得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_k(t+1) &= \mathbf{x}(t+1) - \hat{\mathbf{x}}_k(t+1) \\ &= (\mathbf{A}_i(t) - \mathbf{L}_i\mathbf{C}_i(t))\tilde{\mathbf{x}}_k(t) \\ &\quad + \mathbf{B}_{f_i}(t)\tilde{\mathbf{f}}_k(t), \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $\tilde{\mathbf{f}}_k(t) = \mathbf{f}(t) - \hat{\mathbf{f}}_k(t)$ 为故障调节误差. 如果记 $\tilde{\mathbf{x}}_k(t_0)$ 为 (12) 式的初始状态, $\tilde{\mathbf{f}}_k(t)$ 为其输入, 则根据切换信号 (3) 式可以把 (12) 式的解分成 m 个时间段, 表示为

际系统输出, 即有 $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{y}}_k(t) = \mathbf{y}(t), (t_{i-1} \leq t \leq t_i + 1)$.

证明 由于切换信号在时域内将整个时间区间 $0 \leq t \leq T$ 划分为 m 个子区间: $0 \leq t \leq t_1, t_1 \leq t \leq t_2, \dots, t_{m-1} \leq t \leq T$. 因此, 下面对故障估计器在每个子区间上的收敛性逐个进行讨论.

1) 当 $0 \leq t \leq t_1$ 时, 切换系统运行第 1 个子系统, 则由 $\hat{\mathbf{x}}_k(0) = \mathbf{x}(0)$ 并根据 (14) 式, 可得

$$\tilde{\mathbf{x}}_k(t) = \sum_{s=0}^{t-1} \Phi_1(t, s+1)\mathbf{B}_{f_1}(s)\tilde{\mathbf{f}}_k(s). \quad (15)$$

再由 (10) 式, 有

$$\tilde{\mathbf{f}}_{k+1}(t) = \tilde{\mathbf{f}}_k(t) - \Gamma(t)\mathbf{r}_k(t+1), \quad (16)$$

而根据 (9) 式可知 $\mathbf{r}_k(t+1) = \mathbf{C}_1(t+1)\tilde{\mathbf{x}}_k(t+1)$, 并将其代入 (16) 式, 则有

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}_{k+1}(t) &= \tilde{\mathbf{f}}_k(t) - \Gamma(t)\mathbf{C}_1(t+1)\tilde{\mathbf{x}}_k(t+1) \\ &= \tilde{\mathbf{f}}_k(t) - \Gamma(t)\mathbf{C}_1(t+1) \\ &\quad \times [\mathbf{x}(t+1) - \hat{\mathbf{x}}_k(t+1)] \\ &= \tilde{\mathbf{f}}_k(t) - \Gamma(t)\mathbf{C}_1(t+1)[\mathbf{A}_1(t)\mathbf{x}(t) \\ &\quad + \mathbf{B}_1(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_{f_1}(t)\mathbf{f}(t) \\ &\quad - \mathbf{A}_1(t)\hat{\mathbf{x}}_k(t) - \mathbf{B}_1(t)\mathbf{u}(t) \\ &\quad - \mathbf{B}_{f_1}(t)\hat{\mathbf{f}}_k(t) - \mathbf{L}_1(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}_k(t))] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \tilde{\mathbf{f}}_k(t) - \Gamma(t)\mathbf{C}_1(t+1)[\bar{\mathbf{A}}_1(t)\tilde{\mathbf{x}}_k(t) \\ &\quad + \mathbf{B}_{f_1}(t)\tilde{\mathbf{f}}_k(t)] \\ &= [\mathbf{I} - \Gamma(t)\mathbf{C}_1(t+1)\mathbf{B}_{f_1}(t)]\tilde{\mathbf{f}}_k(t) \\ &\quad - \Gamma(t)\mathbf{C}_1(t+1)\bar{\mathbf{A}}_1(t)\tilde{\mathbf{x}}_k(t), \quad (17) \end{aligned}$$

式中: $0 \leq t \leq t_1$, $\bar{\mathbf{A}}_1(t) = \mathbf{A}_1(t) - \mathbf{L}_1\mathbf{C}_1(t)$. 将(15)式代入(17)式, 并对两边取范数, 则有

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{f}}_{k+1}(t)\| &\leq \|\mathbf{I} - \Gamma(t)\mathbf{C}_1(t+1)\mathbf{B}_{f_1}(t)\| \|\tilde{\mathbf{f}}_k(t)\| \\ &\quad + \|\Gamma(t)\mathbf{C}_1(t+1)\bar{\mathbf{A}}_1(t)\| \\ &\quad \times \sum_{s=0}^{t-1} \|\Phi_1(t, s+1)\mathbf{B}_{f_1}(s)\| \|\tilde{\mathbf{f}}_k(s)\| \\ &\leq \rho_1 \|\tilde{\mathbf{f}}_k(t)\| + b_1 b_2 \sum_{s=0}^{t-1} \|\tilde{\mathbf{f}}_k(s)\|, \quad (18) \end{aligned}$$

式中: $1 \leq t \leq t_1$,

$$\begin{aligned} b_1 &= \sup_{1 \leq t \leq t_1} \|\Gamma(t)\mathbf{C}_1(t+1)\bar{\mathbf{A}}_1(t)\|, \\ b_2 &= \sup_{1 \leq t \leq t_1, 0 \leq s \leq t-1} \|\Phi_1(t, s+1)\mathbf{B}_{f_1}(s)\|. \end{aligned}$$

再对(18)式两边同乘 λ^t , $0 < \lambda < 1$. 则有

$$\begin{aligned} &\lambda^t \|\tilde{\mathbf{f}}_{k+1}(t)\| \\ &\leq \rho_1 \lambda^t \|\tilde{\mathbf{f}}_k(t)\| + b_1 b_2 \sum_{s=0}^{t-1} \lambda^{t-s} \lambda^s \|\tilde{\mathbf{f}}_k(s)\| \\ &\leq \rho_1 \lambda^t \|\tilde{\mathbf{f}}_k(t)\| \\ &\quad + b_1 b_2 \sum_{s=0}^{t-1} \lambda^{t-s} \sup_{0 \leq \tau \leq t_1} \{\lambda^\tau \|\tilde{\mathbf{f}}_k(\tau)\|\} \\ &\leq \rho_1 \lambda^t \|\tilde{\mathbf{f}}_k(t)\| \\ &\quad + b_1 b_2 \sum_{s=0}^{t-1} \lambda^{t-s} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda \\ &\leq \rho_1 \lambda^t \|\tilde{\mathbf{f}}_k(t)\| + b_1 b_2 \frac{\lambda(1-\lambda^{t_1})}{1-\lambda} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda, \quad (19) \end{aligned}$$

式中 $1 \leq t \leq t_1$. 根据初始状态 $\hat{\mathbf{x}}_k(0) = \mathbf{x}(0)$ 和(17)式可知(19)式对 $t=0$ 也成立. 因此根据定义1, 可得

$$\|\tilde{\mathbf{f}}_{k+1}\|_\lambda \leq \bar{\rho}_1 \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda, \quad (20)$$

式中 $\bar{\rho}_1 = \rho_1 + b_1 b_2 \frac{\lambda(1-\lambda^{t_1})}{1-\lambda}$. 显然, 根据 $\rho_1 < 1$ 可以找到足够小的 λ 使得 $\bar{\rho}_1 < 1$ 也成立. 因此可有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda = 0 \text{ 成立.}$$

再由(9)式和(15)式可知, 对于 $0 < \lambda < 1$ 有

$$\lambda^t \|\mathbf{r}_k(t)\|$$

$$\begin{aligned} &\leq \|\mathbf{C}_1(t)\| \sum_{s=0}^{t-1} \|\Phi_1(t, s+1)\mathbf{B}_{f_1}(s)\| \lambda^{t-s} \lambda^s \|\tilde{\mathbf{f}}_k(s)\| \\ &\leq c b_2 \sum_{s=0}^{t-1} \lambda^{t-s} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda \\ &\leq c b_2 \frac{\lambda(1-\lambda^{t_1})}{1-\lambda} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda, \quad (21) \end{aligned}$$

式中: $1 \leq t \leq t_1 + 1$, $c = \sup_{1 \leq t \leq t_1+1} \|\mathbf{C}_1(t)\|$. 由定义1, 可得

$$\sup_{1 \leq t \leq t_1+1} \{\lambda^t \|\mathbf{r}_k(t)\|\} \leq c b_2 \frac{\lambda(1-\lambda^{t_1})}{1-\lambda} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda, \quad (22)$$

由于 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda = 0$, 因此

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{1 \leq t \leq t_1+1} \{\lambda^t \|\mathbf{r}_k(t)\|\} = 0.$$

至此, 利用初始状态 $\hat{\mathbf{x}}_k(0) = \mathbf{x}(0)$ 可证得在子区间 $0 \leq t \leq t_1$ 上有 $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{y}}_k(t) = \mathbf{y}(t)$ 成立.

2) 当 $t_1 \leq t \leq t_2$ 时, 切换系统运行第2个子系统, 则根据(14)式, 可得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_k(t) &= \Phi_2(t, t_1)\tilde{\mathbf{x}}_k(t_1) \\ &\quad + \sum_{s=t_1}^{t-1} \Phi_2(t, s+1)\mathbf{B}_{f_2}(s)\tilde{\mathbf{f}}_k(s). \quad (23) \end{aligned}$$

在此需要指出, (15)式中的初始状态误差 $\tilde{\mathbf{x}}_k(0)$ 等于零, 而(23)式中的初始状态误差 $\tilde{\mathbf{x}}_k(t_1)$ 不等于零, 原因就在于在每次迭代过程中状态估计 $\hat{\mathbf{x}}_k(t_1)$ 的值是变化的.

又由(16)式和(17)式可知, 当第2个子系统运行时, 故障调节误差的表达式与(17)式类似, 只是系统参数矩阵不同而已, 因此则有

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}_{k+1}(t) &= [\mathbf{I} - \Gamma(t)\mathbf{C}_2(t+1)\mathbf{B}_{f_2}(t)]\tilde{\mathbf{f}}_k(t) \\ &\quad - \Gamma(t)\mathbf{C}_2(t+1)\bar{\mathbf{A}}_2(t)\tilde{\mathbf{x}}_k(t), \quad (24) \end{aligned}$$

式中: $t_1 \leq t \leq t_2$, $\bar{\mathbf{A}}_2(t) = \mathbf{A}_2(t) - \mathbf{L}_2\mathbf{C}_2(t)$. 将(23)式代入(24)式, 并对两边取范数, 则有

$$\begin{aligned} &\|\tilde{\mathbf{f}}_{k+1}(t)\| \\ &\leq \|\mathbf{I} - \Gamma(t)\mathbf{C}_2(t+1)\mathbf{B}_{f_2}(t)\| \|\tilde{\mathbf{f}}_k(t)\| \\ &\quad + \|\Gamma(t)\mathbf{C}_2(t+1)\bar{\mathbf{A}}_2(t)\| \\ &\quad \times \left(\|\Phi_2(t, t_1)\| \|\tilde{\mathbf{x}}_k(t_1)\| \right. \\ &\quad \left. + \sum_{s=t_1}^{t-1} \|\Phi_2(t, s+1)\mathbf{B}_{f_2}(s)\| \|\tilde{\mathbf{f}}_k(s)\| \right) \\ &\leq \rho_2 \|\tilde{\mathbf{f}}_k(t)\| \end{aligned}$$

$$+ b_3 \left(b_4 |\tilde{\mathbf{x}}_k(t_1)| + b_5 \sum_{s=t_1}^{t-1} \|\tilde{\mathbf{f}}_k(s)\| \right), \quad (25)$$

式中: $t_1 + 1 \leq t \leq t_2$,

$$b_3 = \sup_{t_1+1 \leq t \leq t_2} \|\Gamma(t)C_2(t+1)\bar{A}_2(t)\|,$$

$$b_4 = \sup_{t_1+1 \leq t \leq t_2} \|\Phi_2(t, t_1)\|$$

$$b_5 = \sup_{t_1+1 \leq t \leq t_2, t_1 \leq s \leq t-1} \|\Phi_2(t, s+1)B_{f_2}(s)\|.$$

再对 (25) 式两边同乘 λ^t , $0 < \lambda < 1$, 并根据定义 1 可有

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{f}}_{k+1}\|_\lambda &\leq \rho_2 \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda + b_3 b_5 \frac{\lambda(1 - \lambda^{t_2-t_1})}{1 - \lambda} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda \\ &\quad + b_3 b_4 |\tilde{\mathbf{x}}_k(t_1)| \\ &\leq \bar{\rho}_2 \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda + b_3 b_4 |\tilde{\mathbf{x}}_k(t_1)|, \end{aligned} \quad (26)$$

式中 $\bar{\rho}_2 = \rho_2 + b_3 b_5 \frac{\lambda(1 - \lambda^{t_2-t_1})}{1 - \lambda}$.

因为根据第一个时间段 $0 \leq t \leq t_1$ 内的收敛性证明得知有 $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{f}}_k(t) = \mathbf{f}(t)$ 和 $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{y}}_k(t) = \mathbf{y}(t)$, 也即 $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{x}}_k(t) = \mathbf{x}(t)$ 在整个时间区间 $0 \leq t \leq t_1$ 上都满足, 因此有 $\lim_{k \rightarrow \infty} |\tilde{\mathbf{x}}_k(t_1)| = 0$. 而根据 $\rho_2 < 1$ 可找到使 $\bar{\rho}_2 < 1$ 成立的足够小的 λ , 因此由 (26) 式和 $\lim_{k \rightarrow \infty} |\tilde{\mathbf{x}}_k(t_1)| = 0$ 并根据引理 1 可得 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda = 0$. 同理, 又由 (9) 式和 (23) 式以及 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda = 0$ 可知, 在子区间 $t_1 \leq t \leq t_2$ 上有 $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{y}}_k(t) = \mathbf{y}(t)$ 成立.

依次类推, 同样可以证明定理 1 在子区间 $t_2 \leq t \leq t_3, \dots, t_{m-1} \leq t \leq T$ 上也成立. 证毕

2.3 虚拟故障分析

根据定理 1 的证明过程, 可以得到虚拟故障跟踪定理.

定理 2 针对满足假设条件 1—3 的离散切换系统 (4) 和 (5), 利用如 (6)—(11) 式所示的故障估计器, 对该系统发生的故障进行估计时, 如果条件

$$\begin{aligned} &\|I - \Gamma(t)C_i(t+1)B_{f_i}(t)\| \\ &\leq \rho_i < 1 \quad (t_{i-1} \leq t \leq t_i, \quad i = 1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

满足, 则当迭代次数 $k \rightarrow \infty$ 时有 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|_\lambda = 0$ ($t_{i-1} \leq t \leq t_i$).

注 3 虽然定理 1 和定理 2 是在假设切换系统 (1) 和 (2) 的切换信号为 (3) 式的情况下得到的, 但是从定理 1 的证明过程和注 2 可知, 对于离散切换

系统 (1) 和 (2) 具有其他任意切换信号, 以及在有限区间 $0 \leq t \leq T$ 上每个子系统多次运行时, 定理 1 和定理 2 同样成立.

3 仿真实验

利用下面发生不同类型故障的离散切换系统, 来验证所提算法的有效性:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k(t+1) = \mathbf{A}_{\alpha(t)}(t)\mathbf{x}_k(t) \\ \quad + \mathbf{B}_{\alpha(t)}(t)\mathbf{u}_k(t) \\ \quad + \mathbf{B}_{f\alpha(t)}(t)\mathbf{f}(t) \\ \mathbf{y}_k(t) = \mathbf{C}_{\alpha(t)}(t)\mathbf{x}_k(t) \end{cases}, \quad (27)$$

假设系统含有两个子系统, 且系统参数为

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ -0.25 & 0.0015t \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{f1} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 1 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.1 \\ -0.45 & 0.0025t \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{f2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 1 \end{bmatrix}^T,$$

$\alpha(t)$ 为取值 1 和 2 的随机切换信号.

故障估计器的参数选取为: 允许跟踪误差 $\varepsilon = 0.1$, 增益矩阵 $\mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2 = [0.5, 0]^T$, 迭代学习增益 $\Gamma = 0.4$, 满足 $\rho_1 = 0.608 < 1$, $\rho_2 = 0.8 < 1$ 的收敛条件. 假设系统发生的故障为缓变故障和突变故障, 其函数表达式如下:

$$f_1(t) = \begin{cases} 0.2(t-5) & 5 \text{ s} \leq t \leq 95 \text{ s} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \quad (28)$$

$$f_2(t) = \begin{cases} 5 & 5 \text{ s} \leq t \leq 35 \text{ s}, \\ 65 & 65 \text{ s} \leq t \leq 95 \text{ s}. \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (29)$$

从仿真结果图 1—6 可以看出, 本文所设计的故障估计器, 能够在有限时间区间内比较精确地估计出具有任意切换信号的离散切换系统发生的不同类型故障, 并且估计精度随迭代次数的增加而逐渐提高. 原因就在于任意切换信号沿迭代轴不变而只沿时间轴变化, 因此在迭代域内基于迭代学习的故障估计器仍然是一个确定性的系统.

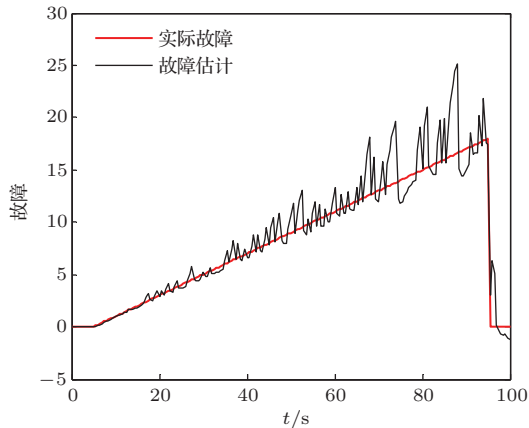


图 1 (网刊彩色) 迭代 2 次时的缓变故障估计

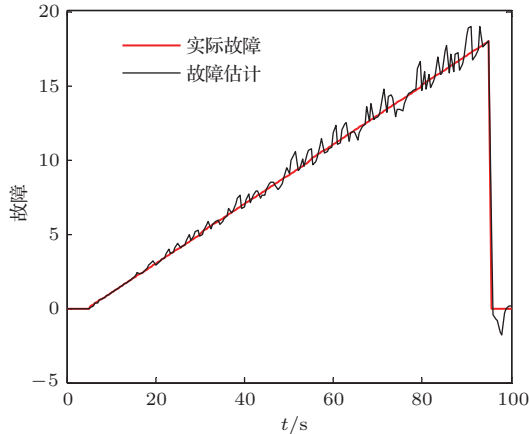


图 2 (网刊彩色) 迭代 6 次时的缓变故障估计

为了进一步说明本文提出算法的优越性, 在此针对发生故障的离散切换系统 (27) 采用传统观测器的故障估计算法进行仿真比较, 仿真结果图 7 和图 8 所示. 比较图 3 和图 7, 图 6 和图 8 可以看出, 本文提出的故障估计算法, 其效果明显优于基于传统观测器的故障估计. 同时传统的故障估计算法大

多需要寻找线性矩阵不等式的可行解来获得故障估计器增益矩阵, 因此基于线性矩阵不等式的传统故障估计算法不仅理论计算复杂, 而且在线计算量大. 而本文算法只需要对引入的虚拟故障进行简单的迭代学习运算便可以逼近系统发生的实际故障, 故障估计器便于工程实现.

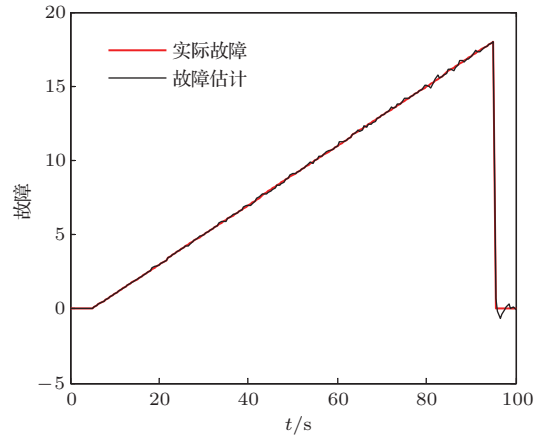


图 3 (网刊彩色) 迭代 15 次时的缓变故障估计

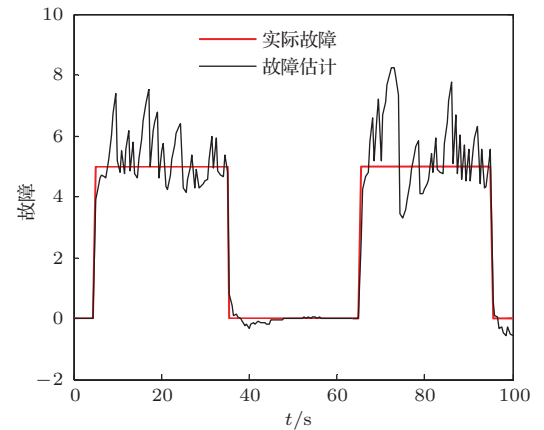


图 4 (网刊彩色) 迭代 2 次时的突变故障估计

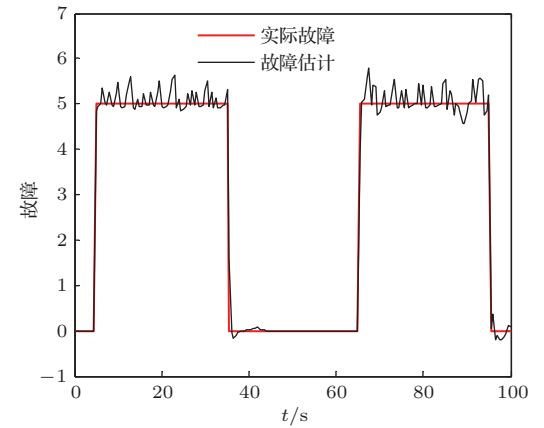


图 5 (网刊彩色) 迭代 6 次时的突变故障估计

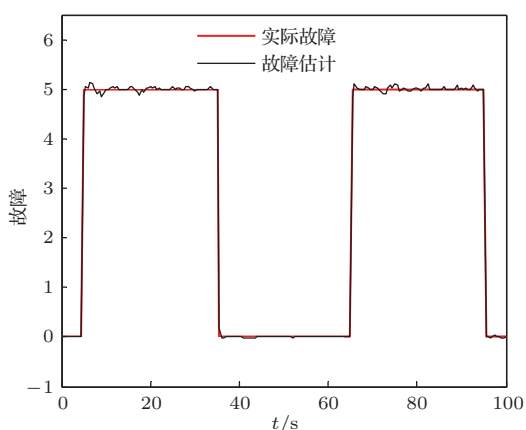


图6 (网刊彩色) 迭代15次时的突变故障估计

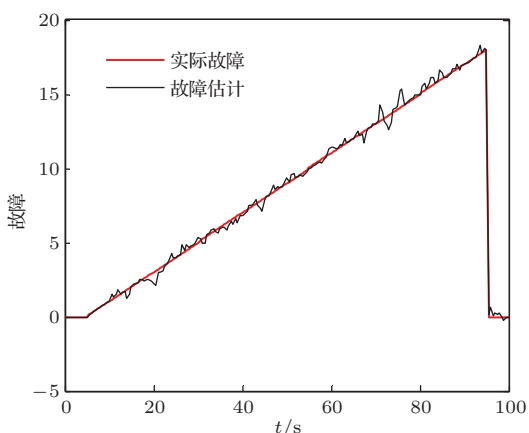


图7 (网刊彩色) 基于LMI的缓变故障估计

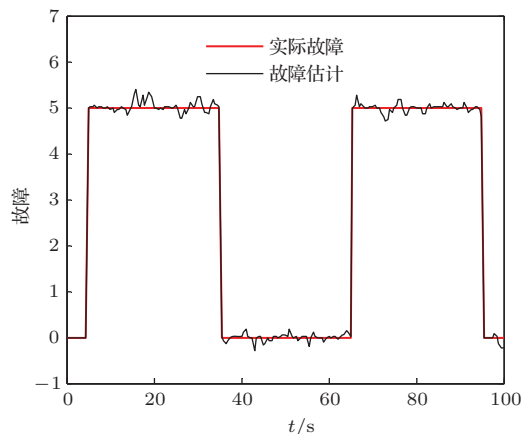


图8 (网刊彩色) 基于LMI的突变故障估计

4 结论与展望

将迭代学习控制的思想应用到具有任意切换序列的离散切换系统的故障诊断中, 提出了一种基于迭代学习的故障估计算法. 并利用压缩映射理论严格证明了在任意切换信号下故障估计算法的收

敛性, 得到了范数形式的收敛条件. 该算法在有限时间区间上不仅能够对具有任意切换序列的离散切换系统发生的缓变故障进行有效估计, 还能精确估计出切换系统发生的突变故障. 同时该故障估计器还具有结构简单、便于工程实现的特点.

此外, 由引言部分可知, 实际工程中许多控制系统都可以建模为切换系统. 例如, 化学和石化工业, 石油和天然气系统等, 在实际工程中都需要对反应釜或存储器的液位、温度或进入容器的成分配比进行控制, 这就需要所有管道都带有可以开启或关闭的阀门, 各阀门打开或关闭的不同状态组合形式, 使系统呈现出不同的运行模式, 从而可以将该系统建模为切换系统, 当执行器发生故障时, 就不能对该系统实施很好的控制. 然而根据本文对切换系统故障估计的设计思想, 能够及时估计出执行器发生的故障, 从而可以更好地对系统进行容错控制, 因此本文的设计思想具有广泛的工程应用前景.

参考文献

- [1] Cai X J, Wu F 2011 *J. Syst. Engineer. Electron.* **22** 52
- [2] Zhong M Y, Ding S X, Ding E L 2010 *Automatica* **46** 1395
- [3] Liu H, Song Y R, Fan C X, Jaing G P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 070508
- [4] Wu Z Q, Yang Y, Xu C H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 150507 (in Chinese) [吴忠强, 杨阳, 徐纯华 2013 物理学报 **62** 150507]
- [5] Zhao Y Y, Jiang G P 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110206 (in Chinese) [赵岩岩, 蒋国平 2011 物理学报 **60** 110206]
- [6] Zhong M Y, Liu S, Zhao H H 2008 *Acta Autom. Sin.* **34** 1529
- [7] Zhang K, Jiang B, Shumsky A 2009 *Acta Autom. Sin.* **35** 85
- [8] Li Juan, Zhao Y G, Yu Yang, Zhang P, Gao H W 2012 *Acta Autom. Sin.* **38** 858 (in Chinese) [李娟, 赵友刚, 于洋, 张鹏, 高洪伟 2012 自动化学报 **38** 858]
- [9] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F 1984 *J. Robo. Syst.* **1** 123
- [10] Sun M X, Wang D W 2003 *IEEE Trans. Autom. Control* **48** 144
- [11] Freeman C T, Cai Z L, Rogers E 2011 *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **19** 590
- [12] Son T D, Ahn H S, Moore K L 2013 *Automatica* **49** 1465
- [13] He X X, Qin Z H, Zhang D 2012 *Control Theory & Applications* **29** 1038 (in Chinese) [何熊熊, 秦贞华, 张端 2012 控制理论与应用 **29** 1038]
- [14] Gao L, Liu X M, Gu X S 2010 *Control and Decision* **25** 1173 (in Chinese) [高林, 刘喜梅, 顾幸生 2010 控制与决策 **25** 1173]

- [15] Yan B Y, Tian Z H, Shi S J 2009 *Control and Decision* **24** 0133 (in Chinese) [颜秉勇, 田作华, 施颂椒 2009 控制与决策 **24** 0133]
- [16] Cao W, Sun M 2012 *Control Theory & Applications* **29** 1495 (in Chinese) [曹伟, 孙明 2012 控制理论与应用 **29** 1495]
- [17] Wu L F, Guan Y, Liu Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 110510 (in Chinese) [吴立峰, 关永, 刘勇 2013 物理学报 **62** 110510]
- [18] Jia X C, Zheng L H, Chi X B, Zhang D W 2009 *Acta Autom. Sin.* **35** 1476 (in Chinese) [贾新春, 郑利红, 池小波, 张大伟 2009 自动化学报 **35** 1476]
- [19] Gao F R, Yang Y, Shao C 2001 *Chem. Engineer. Sci.* **56** 7025
- [20] Hou Z S, Xu J X, Yan J W 2008 *Transport. Res. C* **16** 71
- [21] Lin H, Antsaklis P 2009 *IEEE Trans. Autom. Control* **54** 1
- [22] Cheng D, Guo L, Lin Y 2005 *IEEE Trans. Autom. Control* **50** 661
- [23] Pu X H, Hou Z S, Yu F S 2012 *Control Theory & Applications* **29** 1051 (in Chinese) [卜旭辉, 侯忠生, 余发山 2012 控制理论与应用 **29** 1051]
- [24] Cao W, Sun M 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 020201 (in Chinese) [曹伟, 孙明 2014 物理学报 **63** 020201]
- [25] Wang D, Wang W, Shi P 2009 *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics* **39** 800
- [26] Wang D, Shi P, Wang W 2010 *IET Control Theory Appl.* **4** 100
- [27] Yin S, Luo H, Ding S 2014 *IEEE Trans. Industrial Electron.* **61** 2402
- [28] Yin S, Ding S X, Haghani A 2012 *J. Process Control* **22** 1567
- [29] Yin S, Ding S X, Haghani A, Hao H Y 2013 *Int. J. Syst. Sci.* **44** 1366
- [30] Yin S, Wang G, Karimi H R 2013 *J. Mech.* **2013** 9

Fault estimation for discrete switched system based on iterative learning*

Cao Wei[†] Guo Yuan Sun Ming

(College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China)

(Received 9 March 2014; revised manuscript received 23 March 2014)

Abstract

Aiming at the problem of fault estimation in a class of time-varying discrete switched system with arbitrary sequence, in this paper we propose a novel fault estimation algorithm. The algorithm uses the introduced virtual fault signal to construct fault estimator, and uses the residual signal to modify the introduced virtual fault step by step through using the iterative learning method and making the virtual fault gradually approach to the actual fault by increasing the iterative number. The convergence of the algorithm in each subinterval is strictly proven by the use of contraction mapping method, and the convergent condition of the algorithm is provided. Theoretical analyses indicate that the proposed algorithm can estimate different types of faults occurring in a switched system accurately in a finite interval. Finally, the validity of the algorithm is verified by simulations.

Keywords: discrete-time switched systems, iterative learning, fault estimation, arbitrary switched rules

PACS: 02.30.Yy, 42.82.Fv, 45.90.+t

DOI: 10.7498/aps.63.180202

* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61100103).

† Corresponding author. E-mail: yiyuqq168@163.com