

基于电流反馈运算放大器的忆阻混沌 电路设计与仿真*

洪庆辉¹⁾ 李志军²⁾ 曾金芳¹⁾ 曾以成^{1)†}

1)(湘潭大学光电工程系, 湘潭 411105)

2)(湘潭大学通信工程系, 湘潭 411105)

(2014年4月8日收到; 2014年5月3日收到修改稿)

将电流反馈运算放大器和四种基本电路元件电容、电感、电阻、忆阻器巧妙结合, 设计出一种新型忆阻混沌电路. 分析系统的基本动力学行为, 如耗散性、平衡点稳定性、相图、Lyapunov 指数和参数影响等. 数值仿真结果表明, 该电路可产生一类特殊的混沌吸引子, 且随系统参数的演变可产生丰富复杂的混沌特性. 为了验证系统的正确性, 设计了实现该系统的仿真电路, Pspice 仿真结果验证了理论分析的正确性.

关键词: 混沌电路, 忆阻器, 电流反馈运算放大器, 电路实现

PACS: 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.63.180502

1 引言

1971年, Chua^[1]根据电路变量的完备性, 从理论上预测了描述电荷与磁通关系的元件——忆阻器的存在, 从此电路的基本元件扩展为电阻、电容、电感、忆阻器四种. 2008年, 惠普实验室研究小组采用纳米技术实现了具有“记忆”特性的电阻^[2], 从而证实了忆阻器的概念^[1]和相关理论^[3]. 作为可调控的非线性器件, 加上其具有体积小、功耗低等特点, 忆阻器成为混沌电路中非线性元件的理想选择, 各种基于忆阻器的混沌系统得到了研究人员的密切关注^[4-12]. 2008年, Itoh和Chua^[4]采用磁通控制的分段线性忆阻器模型替换蔡氏电阻实现了第一个忆阻器混沌系统. 同样, Muthuswamy^[5]采用光滑忆阻器模型替换蔡氏电阻对忆阻器蔡氏电路展开了研究, 采用运算放大器及乘法器实现了一个磁控忆阻器的有源等效电路并应用到提出的忆阻器混沌电路中, 从示波器上观察到双涡卷混沌吸引子. 包伯成等^[6-8]对忆阻器混沌电路进行了深入的研究, 利用光滑模型的磁控忆阻器实现了一系

列新的蔡氏和类蔡氏忆阻混沌电路, 相应得到一系列的类蔡氏双涡卷. 但上述忆阻混沌电路均是在蔡氏混沌电路的基础上进行设计的, 将蔡氏电阻替换成忆阻器后进行相关改进而得到, 从本质上讲电路结构仍为忆阻型蔡氏或类蔡氏电路. 因此得到的混沌吸引子也是典型的蔡氏或类蔡氏双涡卷. 上述忆阻器混沌电路由于受结构限制, 具有频带宽度较窄、振荡频率受限等缺点, 在实际工程应用中会受到诸多限制^[13].

为此, 本文利用电流反馈运算放大器的特殊性, 并巧妙结合四种基本电子元件, 设计出一种新型忆阻器混沌电路, 采用理论分析、相图、Lyapunov 指数谱、分岔图等常规的混沌分析方法研究电路的非线性动力学行为; 最后设计实现该混沌系统的仿真电路, 进行相应的Pspice仿真.

2 电路描述

本文所设计的混沌电路由电流反馈运算放大器和四种基本元器件电阻、电感、电容、忆阻器组成,

* 国家自然科学基金(批准号: 61233010, 61176032)和湖南省研究生科研创新项目(批准号: CX2014B261)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: yichengz@xtu.edu.cn

如图 1 所示. 其中 L, C_2, R 组成振荡网络接在电流传输器 U1 的侧端 (即电流传输端), 忆阻器 M 作为非线性控制器件与 C_1 串联接在 U1 负端. 利用电流反馈运算放大器 U1 的电流、电压传输特性将非线性控制端与振荡网络巧妙连接起来, 即可实现电路的混沌振荡. 由于采用电流反馈运算放大器作为核心元件, 电路相比传统混沌电路 [4-12] 将具有如下优势: 1) 具有较好的高频特性, 可实现高频混沌振荡; 2) 不受带宽增益积限制, 在很高的增益下仍能达到超宽的带宽. 因而本文所设计的混沌电路具有实际工程应用价值.

在该电路中忆阻器的模型为分段线性的有源磁控忆阻器 [4], 其相应的数学表达式为

$$W(\phi) = \begin{cases} a & |\phi| < 1 \\ b & |\phi| > 1 \end{cases} \quad (1)$$

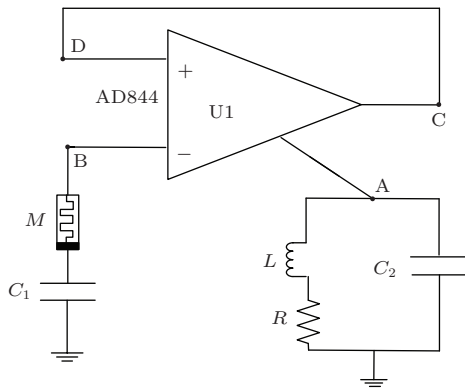


图 1 基于电流反馈运算器的忆阻混沌电路

根据图 1 中 U1 的电流电压传输特性可得 [14]

$$i_A = i_B, \quad v_A = v_C, \quad (2)$$

由图 1 所示连接关系可知

$$v_B = v_D, \quad v_C = v_D. \quad (3)$$

结合 (2), (3) 式, 运用基尔霍夫定律和元件的伏安特性可得图 1 电路的状态方程组为

$$\begin{cases} C_1 \frac{dv_1}{dt} = (v_2 - v_1)W(\phi) \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} = (v_2 - v_1)W(\phi) - i_L \\ L \frac{di_L}{dt} = v_2 - i_L R \\ \frac{d\phi}{dt} = v_2 - v_1 \end{cases}, \quad (4)$$

因此, 图 1 所示的忆阻器混沌电路具有 4 个状态变量, 其中 v_1, v_2 分别表示电容 C_1, C_2 上的电压; i_L 表示电感 L 上流过的电流; ϕ 是忆阻器的内部状态控制变量, 即忆阻器的磁通.

设 $x = v_1, y = v_2, z = i_L, u = \phi, \alpha = 1/C_1, \beta = 1/C_2, \kappa = 1/L, \gamma = R$. 方程 (4) 可转化为无量纲化表达式:

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - x)W(u) \\ \dot{y} = \beta((y - x)W(u) - z) \\ \dot{z} = \kappa(y - z\gamma) \\ \dot{u} = y - x \end{cases}, \quad (5)$$

其中

$$W(u) = \begin{cases} a & |u| < 1 \\ b & |u| > 1 \end{cases}. \quad (6)$$

由此可见本文提出的混沌电路为一个四维系统, 其动力学特性由 (5) 式决定.

3 系统的基本动力学特性

3.1 耗散性和吸引子的存在性

对于混沌系统 (5), 由于其向量场散度为

$$\begin{aligned} \nabla V &= \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial u} \\ &= -aW(u) + \beta W(u) - \kappa\gamma. \end{aligned} \quad (7)$$

当 $\alpha = 0.4, \beta = 1, \kappa = 0.3, \gamma = 1, a = 0.57, b = -0.45$ 时, 可得

$$\nabla V = \begin{cases} 0.042 & |u| < 1 \\ -0.57 & |u| > 1 \end{cases}. \quad (8)$$

由此可见, 当 $|u| < 1$ 时系统向量场散度大于零, 意味着此时系统是发散的, 以指数形式 $e^{0.042}$ 向外扩展. 当 $|u| > 1$ 时系统变为耗散的, 并以指数形式 $e^{-0.57}$ 收敛. 因此不同于一般忆阻混沌系统 [4-12], 该系统在忆阻器内部状态变量处于两种不同的状态时, 其耗散性具有两种相反的情况, 此特性使所设计的系统将具有更加复杂的动力学行为. 其中耗散系数大于发散系数, 相空间轨线经过多次折叠和拉伸最终会限定在一个体积为零的极限子集上, 其渐进运动将被固定在一个吸引子上, 说明吸引子的存在性.

3.2 平衡点及其稳定性

令 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = \dot{u} = 0$ 可得系统的平衡点为集合

$$A = \{(x, y, z, u) | x = y = z = 0, u = c\}, \quad (9)$$

即位于 u 坐标上的点均是系统的平衡点, 这里的 c 是一个实常数. 在平衡点线性化系统 (5), 得到 Jacobian 矩阵 J_A 为

$$J_A = \begin{bmatrix} -\alpha W(u) & \alpha W(u) & 0 & 0 \\ -\beta W(u) & \beta W(u) & -\beta & 0 \\ 0 & \kappa & -\kappa\gamma & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

令 $\text{Det}(J_A - \lambda I) = 0$, 可得系统在平衡点处的特征根为

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0, & \lambda_2 = -0.252, \\ \lambda_{3,4} = 0.147 \pm 0.500i & |c| < 1 \\ \lambda_1 = 0, & \lambda_2 = 0.245, \\ \lambda_{3,4} = -0.408 \pm 0.502i & |c| > 1 \end{cases}. \quad (11)$$

由 (11) 式可知, 系统的平衡点集为不稳定的鞍焦点, 符合混沌产生的条件.

3.3 系统相图和 Lyapunov 指数

在 (5) 式中分别设置参数 $\alpha = 0.4$, $\beta = 1$, $\kappa = 0.3$, $\gamma = 1$, $a = 0.57$, $b = -0.45$. 对于初始条件 $(0.1, 0, 0, 0)$, 利用 4 阶龙格-库塔算法求解系统 (5) 得到的运行轨迹在相空间或相平面上的投影如图 2 所示. 从图 2 中可以观察到, 系统产生了不同于以往忆阻混沌电路 [4-12] 的奇怪吸引子, 其中图 2(a) 所示的吸引子与 Lorenz 吸引子相似. 利用 LET 工具箱计算系统的 Lyapunov 指数分别为 $L_1 = 0.044$, $L_2 = 0$, $L_3 = -0.017$, $L_4 = -0.246$, 系统 Lyapunov 维数 $d_L = 3.27$. 由系统 (5) 相图、Lyapunov 指数、Lyapunov 维数可知系统是混沌振荡的.

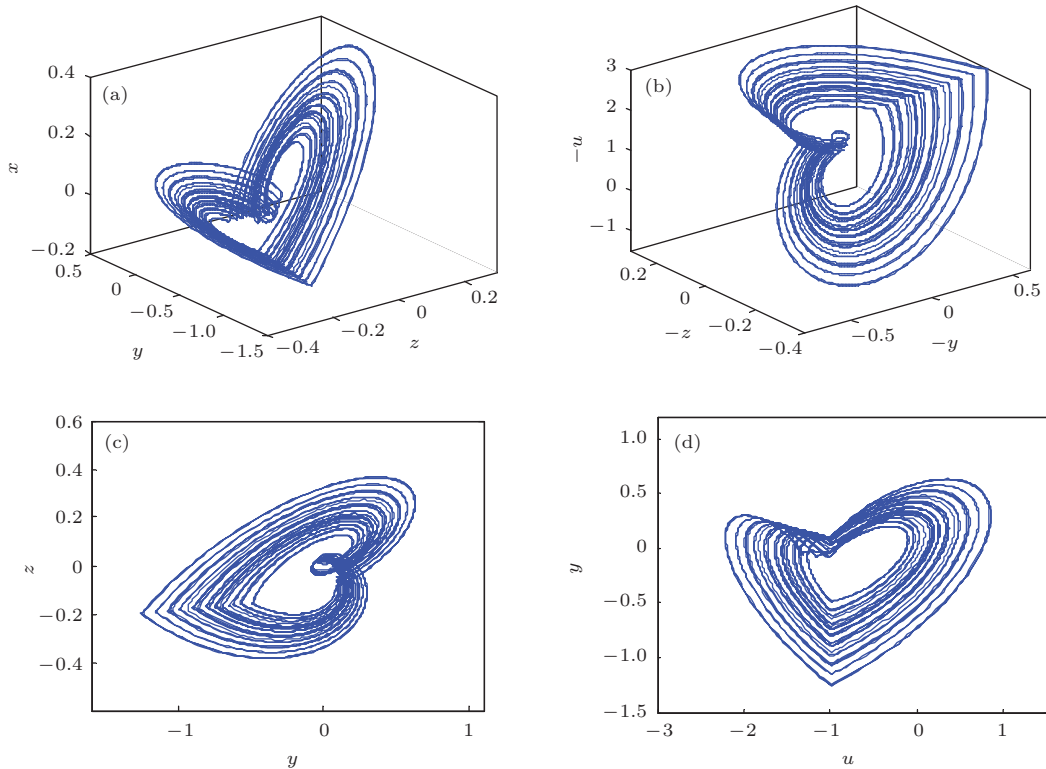


图 2 典型的混沌吸引子 (a) z - y - x 平面; (b) y - z - u 平面; (c) y - z 平面; (d) u - y 平面

4 系统参数的影响

随着系统参数的改变, 系统平衡点的稳定性也会发生变化, 相应的系统将处于不同的状态. 利用 Lyapunov 指数谱、分岔图和相图分析系统参数对

所设计混沌电路的影响. 选择参数 $\beta = 1$, $\kappa = 0.3$, $\gamma = 1$, $a = 0.57$, $b = -0.45$ 和初始条件 $(0.1, 0, 0, 0)$ 固定不变, 以 α 作为控制参数, 当 α 变化时系统的 Lyapunov 指数谱如图 3 所示.

从图 3 中可以看出, 参数 α 值在 $[0.2-0.32]$ 、 $[0.32-0.48]$ 和 $[0.95-1.12]$ 区间段最大 Lyapunov

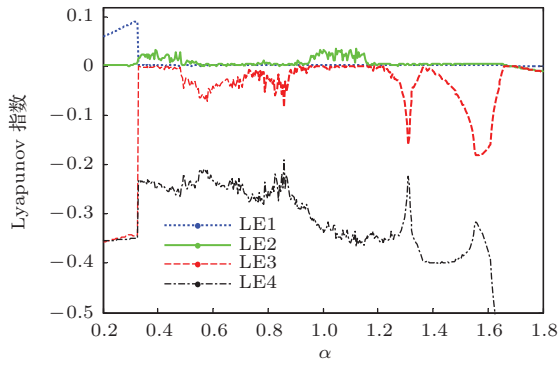


图3 (网刊彩色) 系统随 α 变化时 Lyapunov 指数谱

指数均大于零, 预示着在这三个区间段有可能产生混沌. 但仔细分析 [0.2—0.32] 段可以发现, 其最大 Lyapunov 指数明显大于另外两个区间, 且与其他区间不同的是其最大 Lyapunov 指数为第一维, 另外两个负指数基本重合. 为了更直观地观察混沌形成过程, 当 α 增加时系统状态变量 x 的分叉图如图 4 所示, 其中各子图所对应的参数区间为: 图 4(a) $0.2 < \alpha < 0.6$, (b) $0.6 < \alpha < 1.2$, (c) $1.2 < \alpha < 1.8$. 很明显, 其中参数 α 值在 [0.32—0.48] 和 [0.95—1.12] 段系统处于混沌态, 与 Lyapunov 指数谱相对应. 但在 [0.2—0.32] 区间段图 4(a) 分叉图中无图像, 对应此时系统的状态为无穷发散.

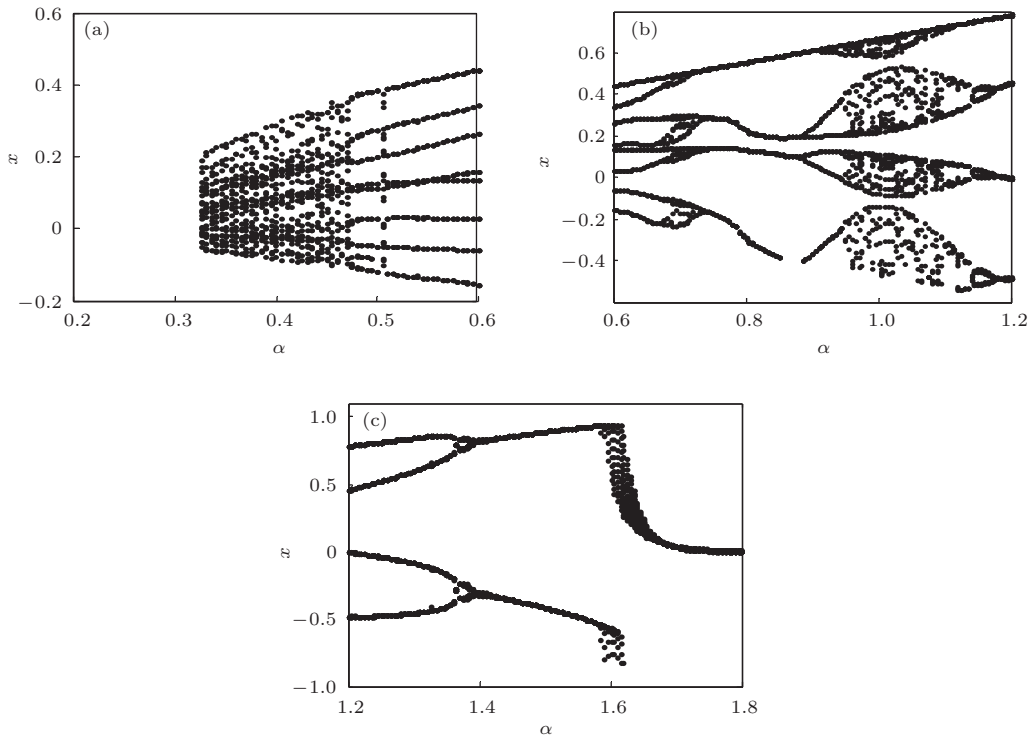


图4 系统随 α 变化时的分叉图

接下来, 结合相图分析系统两次进入混沌的过程. 当 $\alpha > 0.32$ 时, 系统由发散直接进入混沌态, 这种进入混沌的方式在其他的混沌电路中未曾发现, 此时混沌相图如图 5(a) 所示. 直到 $\alpha > 0.48$ 时, 系统状态直接由混沌态转为周期 4, 相应周期相图如图 5(b) 所示. 当 $0.6 < \alpha < 1.2$ 时, 系统历经反倍周期、倍周期分岔进入另外一种混沌态, 相图 5(b)—(f) 描述了这一过程. 最后系统通过反倍周期分岔退出混沌到达稳态, 相应相图如图 5(g)—(i) 所示.

5 电路仿真

由于图 1 混沌电路中忆阻器是浮地的, 且目前 EAD 仿真软件中没有相关的忆阻器模型, 所以暂时只能对混沌系统进行相应的电路仿真. 根据 (5) 式我们设计了一个能实现混沌系统功能的电路如图 6 所示, 其由三路模拟电路和一路控制电路组成. 通过电流反馈运算放大器 (AD844) 及其外围电路可实现积分、加减运算, 以此分别实现状态变量 x, y, z 的运算, 进而模拟图 1 电路中各元件的电压电流传输特性. 其中控制电路用来实现分段线性磁控忆阻器, 具体电路实现如图 6 虚线框所示.

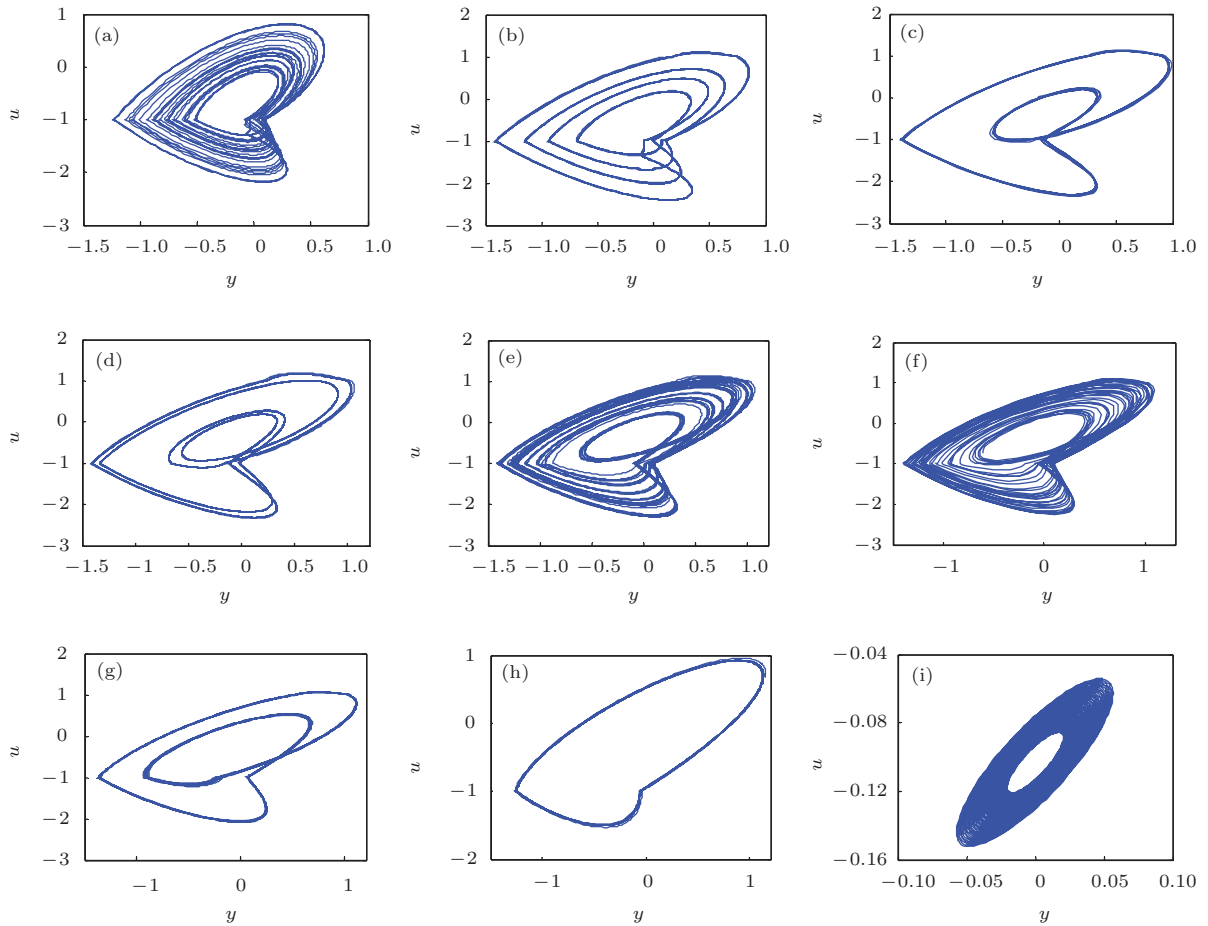


图5 随参数 α 变化的 $y-u$ 相图 (a) $\alpha = 0.4$ (混沌吸引子1); (b) $\alpha = 0.6$ (周期4); (c) $\alpha = 0.85$ (周期2); (d) $\alpha = 0.9$ (周期4); (e) $\alpha = 1$ (混沌吸引子2); (f) $\alpha = 1.1$ (混沌吸引子2); (g) $\alpha = 1.2$ (周期2); (h) $\alpha = 1.5$ (混沌吸引子1); (i) $\alpha = 1.7$ (稳态)

根据法拉第电磁感应定律, 电压对时间的积分为磁通, 即图6中电流运算放大器U1的输出对应忆阻器的内部状态控制变量 u . 集成运放U2和U3构成窗口比较器, 其输出电平控制压控开关S的通断. 当忆阻器两端流过的磁链 $|u| \leq 1$ 时, 窗口比较器的输出为低电平, 开关S处于断开状态, 导致电阻 R_b 输入通道断开, 此时电路的状态方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{RC_1} \frac{R_\alpha}{R} \frac{R_a}{R} (y-x) \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{RC_2} \frac{R_\beta}{R} \left(\frac{R_a}{R} (y-x) - z \right) \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{RC_3} \frac{R_\kappa}{R} (y-z) \\ \frac{du}{dt} = \frac{1}{RC_4} (y-x) \end{cases} \quad (12)$$

当忆阻器两端流过的磁链 $|u| > 1$ 时, 窗口比较器输出为高电平, 开关S处于导通状态, 相应电阻 R_b

输入通道接通, 此时电路的状态方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{RC_1} \frac{R_\alpha}{R} \frac{R_a R_b R}{R + R_b} (y-x) \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{RC_2} \frac{R_\beta}{R} \left(\frac{R_a R_b R}{R + R_b} (y-x) - z \right) \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{RC_3} \frac{R_\kappa}{R} (y-z) \\ \frac{du}{dt} = \frac{1}{RC_4} (y-x) \end{cases} \quad (13)$$

其中 $\tau = \frac{1}{RC_1} = \frac{1}{RC_2} = \frac{1}{RC_3} = \frac{1}{RC_4}$ 为积分常数. (12), (13)与(4)式对比, 可以推导出:

$$\begin{aligned} \frac{R_\alpha}{R} &= \alpha, \quad \frac{R_\beta}{R} = \beta, \quad \frac{R_\kappa}{R} = \kappa, \\ \frac{R_a}{R} &= a, \quad \frac{R_a R_b R}{R + R_b} = b. \end{aligned} \quad (14)$$

根据 $\alpha = 0.4, \beta = 1, \kappa = 0.3, a = 0.57, b = -0.45$.

相应的设置电路仿真参数

$$\left. \begin{aligned} R &= 10 \text{ k}\Omega, & R_\alpha &= 4 \text{ k}\Omega, \\ R_\beta &= 10 \text{ k}\Omega, & R_\kappa &= 3 \text{ k}\Omega, \\ R_a &= 5.7 \text{ k}\Omega, & R_b &= 5.58 \text{ k}\Omega \\ C_1 &= C_2 = C_3 = C_4 &= 10 \text{ nF} \end{aligned} \right\}. \quad (15)$$

采用 Pspice 仿真软件进行仿真, 得到的混沌吸引子结果如图 7 所示. 与数值仿真结果图 2(e), (f) 进行比较, 可以看出 Pspice 仿真结果与数值仿真相符合. 为了进一步实验验证系统随参数的变化情况, 选择与系统参数 α 有对应关系的 R_α 为可变参数, 当依次增大 R_α 时得到不同的仿真相图如图 8 所示. 此结果与图 5 Matlab 仿真结果有很好的对应关系.

从图 6 可以看出, 采用电流反馈运算放大器作为有源器件实现的仿真电路, 与图 1 混沌电路推导的系统方程 (5) 有很好的对应关系, Pspice 仿真电路可很好地模拟图 1 电路各元件的电压电流传输特性. Pspice 仿真结果与数值分析完全符合, 说明所设计的混沌系统是正确有效的, 从而可间接证明推导出系统的电路可以产生混沌行为. 在忆阻器相关产品商业化和忆阻器仿真软件健全的情况下, 选择合适的电路参数即可实现电路的实际仿真. 为了进一步研究电路的频率特性, 对 $V(C_2)$ 做快速傅里叶变换, 可得状态变量 y 的频谱图如图 9 所示. 从图中可以看出, 电路频谱范围可从 0 到 10 kHz, 其中中心振荡频率高达 2 kHz, 符合实际工程应用需求.

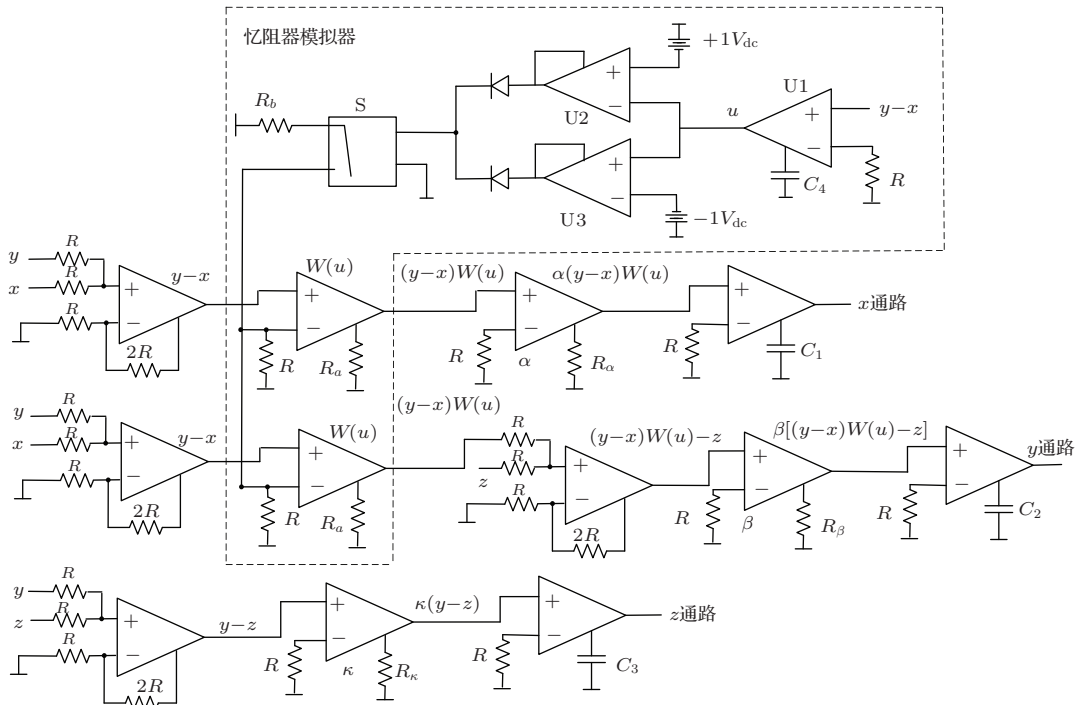


图 6 系统 (5) 的电路实现图

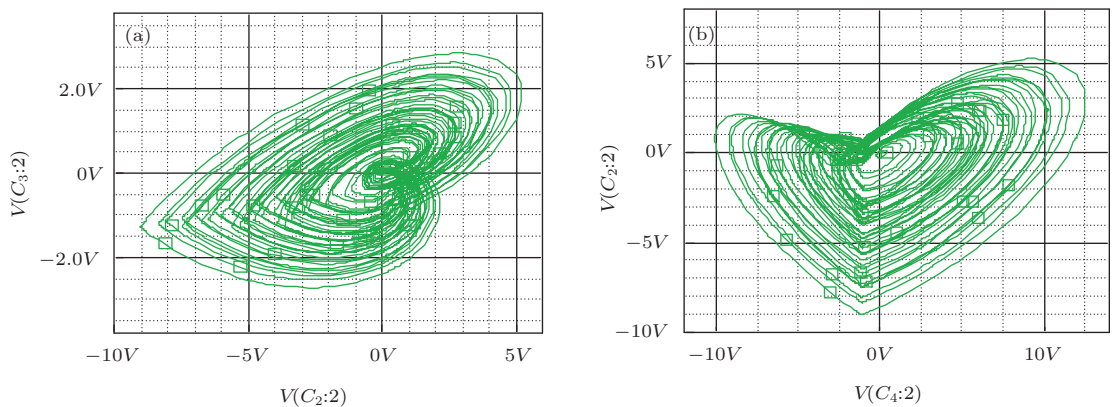


图 7 Pspice 仿真结果 (a) $y-u$; (b) $u-y$

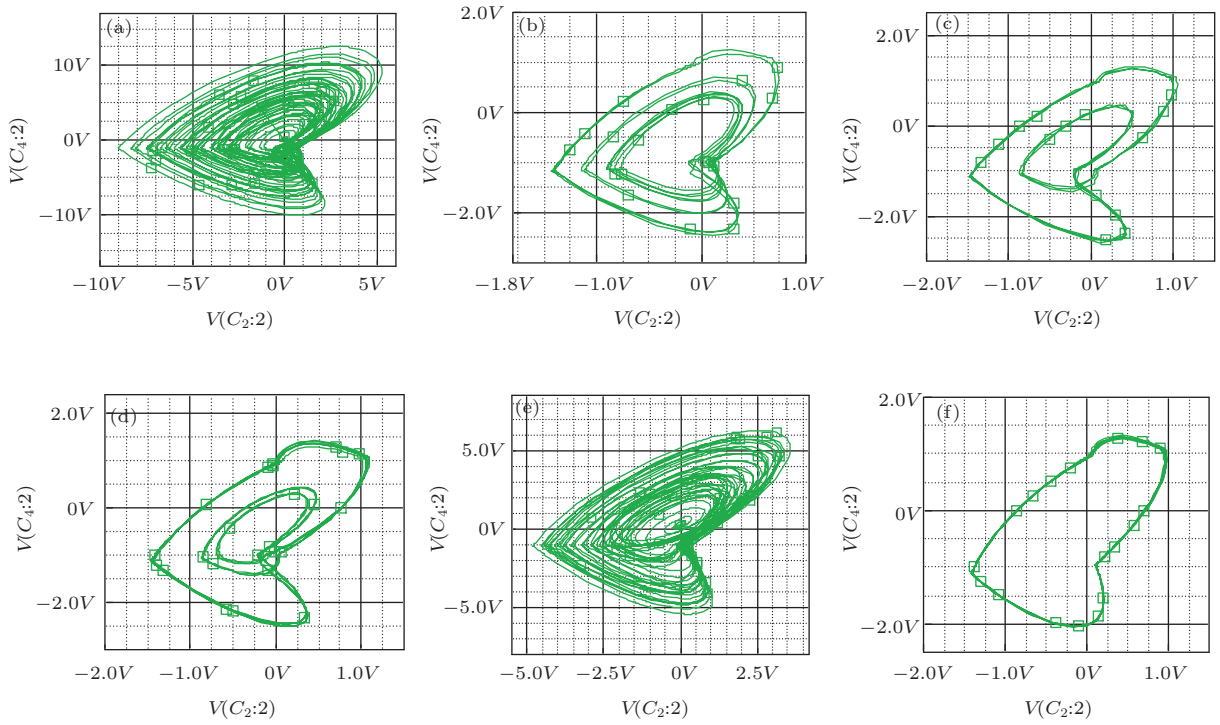


图8 随电路参数 R_{f1} 变化 Pspice 仿真结果 (a) $R_\alpha = 4 \text{ k}\Omega$; (b) $R_\alpha = 6 \text{ k}\Omega$; (c) $R_\alpha = 8.5 \text{ k}\Omega$; (d) $R_\alpha = 9 \text{ k}\Omega$; (e) $R_\alpha = 11 \text{ k}\Omega$; (f) $R_\alpha = 17 \text{ k}\Omega$

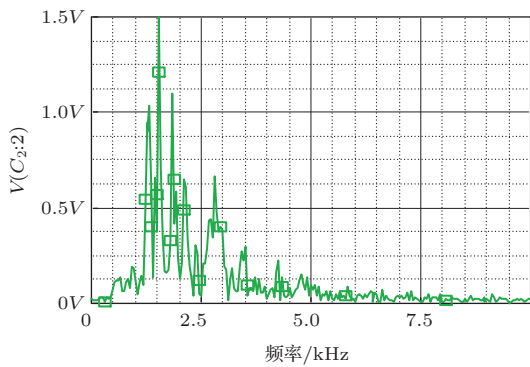


图9 $V(C_2)$ 的频谱图

6 总 结

现有忆阻混沌电路都是采用忆阻器替换蔡氏电路中的蔡氏二极管来实现的, 相应产生的吸引子为典型的蔡氏双涡卷. 本文利用电流反馈运算放大器的电流、电压传输特性将非线性控制端与振荡网络巧妙连接起来, 设计出一种新型忆阻器混沌电路. 数值仿真结果表明, 该电路可产生一类不同于蔡氏电路的奇怪吸引子, 并且其中一种吸引子与 Lorenz 吸引子相似. 研究发现随电路参数的演变, 系统两次通过不同的途径进入混沌, 一次从发散直接进入混沌态, 另一次为倍周期分岔, 且在周期窗内系统连续进行倍周期与反倍周期演化. 为了验证系统的动力学行为, 设计了相应的仿真电

路, Pspice 仿真结果与理论分析相符合, 验证了电路的正确性与有效性. 仿真结果表明, 电路频谱范围可达 10 kHz, 中心振荡频率高达 2 kHz, 更加适合于实际工程应用. 而其产生的一类特殊混沌信号、随参数演化产生的复杂混沌行为将在保密通信、微弱信号检测和电子测量等领域具有潜在的应用价值 [15-17].

参考文献

- [1] Chua L O 1971 *IEEE Trans. Circ. Theory* **18** 507
- [2] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, Williams R S 2008 *Nature* **453** 80
- [3] Chua L O, Kang S M 1976 *Proc. IEEE* **64** 209
- [4] Itoh M, Chua L O 2008 *Int. J. Bifurc. Chaos* **18** 3183
- [5] Muthuswamy B 2010 *Int. J. Bifurc. Chaos* **20** 1335
- [6] Bao B C, Liu Z, Xu J P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3785 (in Chinese) [包伯成, 刘中, 许建平 2010 物理学报 **59** 3785]
- [7] Bao B C, Liu Z, Xu J P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030510
- [8] Bao B C, Shi G D, Xu J P, Liu Z, Pan S H 2011 *Sci. China: Tech. Sci.* **41** 1135 (in Chinese) [包伯成, 史国栋, 许建平, 刘中, 潘赛虎 2011 中国科学: 技术科学 **41** 1135]
- [9] Muthuswamy B, Kokate P P 2009 *IETE Tech. Rev.* **26** 417
- [10] Li Z J, Zeng Y C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 040502
- [11] Li Y X, Zhao L Y, Chi W Q, Lu S L, Huang X 2013 *Appl. Mech. Mater.* **275** 2481

- [12] Hong Q H, Zeng Y C, Li Z J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 230502 (in Chinese) [洪庆辉, 曾以成, 李志军 2013 物理学报 **62** 230502]
- [13] Ishaq A A, Srinivasan K, Murali K, Lakshmanan M 2011 *Int. J. Bifur. Chaos* **21** 737
- [14] Maudy B J, Sarkar A S, Gift S J 2006 *IEEE Trans. Circ. Syst. II* **53** 34
- [15] Elwakil A S Kennedy M P 2000 *Analog Integrated Circuits and Signal Processing* **24** 239
- [16] Li Y, Yang B J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 526 (in Chinese) [李月, 杨宝俊 2003 物理学报 **52** 526]
- [17] Zeng Y C 2002 *Ph. D. Dissertation* (Hangzhou: Zhejiang University (in Chinese) [曾以成 2002 博士学位论文 (杭州: 浙江大学)])

Design and simulation of a memristor chaotic circuit based on current feedback op amp*

Hong Qing-Hui¹⁾ Li Zhi-Jun²⁾ Zeng Jin-Fang¹⁾ Zeng Yi-Cheng^{1)†}

1) (Department of Photoelectric Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

2) (College of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

(Received 8 April 2014; revised manuscript received 3 May 2014)

Abstract

In this work, we propose a novel memristor chaotic circuit, which combines current feedback op amp with four basic electronic components, such as capacitance, inductance, resistance and memristor. The dynamic properties of the new circuit are demonstrated, such as system dissipation, equilibrium stability, phase portrait, Lyapunov exponent spectrum, and parameter influence. Numerical simulation results show that the circuit produces a kind of special chaotic attractor and exhibits complicated chaotic behaviour with the evolution of the system parameters. In order to confirm the correctness of the system, a realizing circuit is designed, Pspice simulation results verify the correctness of theoretical analysis.

Keywords: chaotic circuit, memristor, current feedback op amp, circuit implementation

PACS: 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.63.180502

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61233010, 61176032) and the Hunan Provincia Innovation Foundation for Post Graduate, China (Grant No. CX2014B261).

† Corresponding author. E-mail: yichengz@xtu.edu.cn