

# 一种金属腔体中微波断层成像的最优分层非均一背景\*

丁亮<sup>1)2)</sup>† 刘培国<sup>1)</sup> 何建国<sup>1)</sup> Joe LoVetri<sup>2)</sup>

1)(国防科学技术大学电子科学与工程学院, 长沙 410073)

2)(Department of Electrical and Computer Engineering, University of Manitoba, Winnipeg, MB R3T 5V6, Canada)

(2014年2月28日收到; 2014年4月12日收到修改稿)

针对基于金属腔体的微波断层成像系统, 提出了一种最优分层非均一背景的设计方法. 该方法使用一种新的微波断层成像积分算子评价方法和模拟退火法等最优化方法. 首先, 介绍了一种基于有限元法的微波断层成像积分算子计算方法. 然后, 提出一种新的微波断层成像积分算子度量, 该度量可以综合评价整个积分算子奇异值谱, 并通过一组仿真研究证明该度量与反演结果的误差具有相关性; 该度量用一个数值综合评价一个积分算子, 可以方便地应用于最优化算法中; 利用模拟退火法选择圆形金属腔体中分层非均一背景的每一层介质的相对介电常数, 从而获得一个最优分层非均一背景. 最后, 对尺寸小于半波长的圆柱目标和“凹”字形复杂目标进行仿真研究, 仿真结果证明该最优分层非均一背景可以提高微波断层成像算法的收敛速度, 提高反演结果的准确性.

**关键词:** 逆散射, 微波断层成像, 非均一背景, 最优化

**PACS:** 41.20.Jb, 81.70.Ex, 42.25.Fx, 02.30.Zz

**DOI:** 10.7498/aps.63.184102

## 1 引言

微波断层成像 (microwave tomography, MWT) 是一种典型的电磁逆散射问题, 是一种主动、非接触式探测方法, 常被用于生物医学成像、非破坏性检查、地球物理等领域<sup>[1-9]</sup>. MWT通过一组辐射源向成像区域辐射电磁场, 然后分别在不同位置记录场的数据, 最后运用MWT算法对成像区域进行成像, 这里的“像”是指复介电常数在成像区域的空间分布. 为了获得准确的像, 必须妥善地设计系统, 并使用先验信息, 以获得足够量与质的信息<sup>[10]</sup>.

基于金属腔体的MWT系统不但提供准确的边界条件, 而且防止了外界的不确定干扰, 相对于自由空间的MWT系统有一定的优势<sup>[10,11]</sup>.

Crocco和Litman<sup>[10]</sup>通过对微波断层成像算法中的积分算子进行分析, 讨论了金属腔体尺寸、测试域半径和成像域半径对MWT系统获取目标信息能力的影响, 从而提出了一种设计基于金属腔体MWT系统的方法. 由于该方法依赖于圆形金属腔体中均一背景的解析格林函数, 只分析了圆形金属腔体、圆形均匀分布发射/接收点和圆形成像区域的情况. 该方法在实际应用中具有一定的局限性, 且该系统具有对称性, 其获得信息的质量难以保证.

先验信息对反演结果的质量也至关重要. 先验信息主要包括目标本身的信息和背景信息. 目标本身的信息包括目标的轮廓<sup>[12,13]</sup>、内部结构分区<sup>[2]</sup>等. 背景信息主要是利用非均一背景增强MWT系统获取目标信息的能力<sup>[14]</sup>.

硬件系统和先验信息都会体现在微波断层成

\* 国家自然科学基金(批准号: 61372029)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20114307110022)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: [lio.dingliang@hotmail.com](mailto:lio.dingliang@hotmail.com)

像的积分算子中,通过分析微波断层成像算法中的积分算子,可以综合地评估MWT系统获取信息的能力,也就是获得信息的质和量.当前,评价积分算子主要有两种方法:1)积分算子奇异值快速下降的转折点位置越靠后越好;2)积分算子的条件数越小越好.但实际上只有一部分MWT系统的积分算子奇异值谱中存在转折点(例如,文献[10]中图6所示奇异值谱具有转折点,图5所示奇异值谱无转折点;文献[10]中图6所示奇异值谱来自不同的积分算子,但它们的转折点在同一处),而积分算子的条件数只包含了奇异值谱首尾两个奇异值的信息,不能真正体现MWT系统获取信息的综合能力(例如,文献[10]图5(b)中 $\Delta_{\Omega L} = 2.25\lambda_b$ 与 $\Delta_{\Omega L} = 1.75\lambda_b$ 两种差别巨大的积分算子可以得到类似的条件数).

本文主要围绕基于金属腔体的MWT系统中最优非均一背景设计问题开展研究.首先,运用有限元法(FEM)计算MWT系统的数值积分算子,该方法可以得到任意MWT系统的积分算子.然后,提出一种新的积分算子奇异值谱评价方法,综合评价整个奇异值谱,该方法只返回一个数值,可以方便地应用于优化算法.为了验证这一方法,我们利用一组仿真实验证明其有效性.最后,利用模拟退火法设计了一个用于圆形金属腔体MWT系统的最优分层非均一背景.我们使用基于有限元的对比源成像法(FEM-CSI)<sup>[15]</sup>对自由空间、金属腔体均一背景(空气)和金属腔体最优分层非均一背景中尺寸小于半波长的圆形目标进行仿真研究,并进行误差分析和比较,然后利用“凹”字形复杂目标对最优分层非均一背景进行复杂目标成像仿真.结果表明,利用最优非均一背景可以提高反演过程的收敛速度和准确度,并且提高MWT系统对复杂目标成像的能力.

## 2 问题描述

基于金属腔体的二维MWT系统如图1所示.圆形金属腔体内的总场 $E$ 可以表示为

$$E(\mathbf{r}) = E^{\text{inc}}(\mathbf{r}) + k_0^2 \int_D G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') E(\mathbf{r}') \times d\mathbf{r}' \mathbf{r}', \mathbf{r} \in D, \quad (1)$$

其中, $E^{\text{inc}}$ 为入射场; $k_0$ 为自由空间的波数;对比 $\chi(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r})/\varepsilon_0 - 1$ , $\varepsilon(\mathbf{r})$ 是 $\mathbf{r}$ 处的复介电常数, $\varepsilon_0$ 为自由空间的介电常数; $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 为格林函数.定义散射场

$$E^{\text{sct}}(\mathbf{r}) = k_0^2 \int_D G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') E(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \mathbf{r}', \mathbf{r} \in D,$$

设 $\chi(\mathbf{r}') = 0$ , $\mathbf{r}' \in D - D_{\text{imag}}$ ,则测量域 $D_{\text{meas}}$ 中的散射场为

$$\begin{aligned} E^{\text{sct}}(\mathbf{r}) &= k_0^2 \int_{D_{\text{imag}}} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') E(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ &= k_0^2 \int_{D_{\text{imag}}} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J(\mathbf{r}') \\ &\quad \times d\mathbf{r}' \mathbf{r}' \in D_{\text{imag}}, \mathbf{r} \in D_{\text{meas}}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中,对比源 $J(\mathbf{r}') = \chi(\mathbf{r}') E(\mathbf{r}')$ .对(2)式进行离散化,其中,对 $D_{\text{imag}}$ 进行均匀矩形网格划分,网格总数为 $N$ ,并在 $D_{\text{meas}}$ 上取 $M$ 个均匀离散点作为发射/接收点,则这些离散点上的散射场可以表示为

$$\begin{aligned} [E^{\text{sct}}]_{M \times 1} &= [\mathbf{G}]_{M \times N} \cdot [[\chi]]_{N \times N} \cdot [\mathbf{E}]_{N \times 1} \\ &= [\mathbf{G}]_{M \times N} \cdot [\mathbf{J}]_{N \times 1}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $[[\chi]]_{N \times N}$ 是对角矩阵,其对角线上的元素等于向量 $[\chi]_{N \times 1}$ 对应的元素,下标为矩阵或向量的规模; $[\mathbf{E}]_{N \times 1}$ 为 $D_{\text{imag}}$ 中离散场分布, $[\mathbf{J}]_{N \times 1}$ 为 $D_{\text{imag}}$ 中离散对比源分布; $[\mathbf{G}]_{M \times N}$ 即为积分算子,是对比源空间分布与接收点处散射场之间的关系,根据互易定理,该关系等于各接收点为发射点时,成像区域中(无待测物存在)入射场的分布,即

$$[\mathbf{G}]_{M \times N} = \left[ [g_1]_{N \times 1} \cdots [g_i]_{N \times 1} \cdots [g_M]_{N \times 1} \right]^T,$$

其中, $[g_i]_{N \times 1}$ 为第 $i$ 个发射点工作时,成像区域中入射场的分布.我们运用FEM计算场分布(三角形网格,使用软件Gmsh进行建模及网格划分),并将结果转化到矩形网格上,用于构成MWT积分算子.

根据Arzelà-Ascoli定理可知,积分算子 $[\mathbf{G}]_{M \times N}$ 是 $\mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^M$ 的紧算子.因此,该算子可以表示为

$$\mathbf{G}(\cdot) = \sum_{n=1}^{\min(N, M)} \sigma_n \langle \mathbf{v}_n, \cdot \rangle \mathbf{u}_n, \quad (4)$$

其中, $\sigma_n$ 为第 $n$ 个奇异值, $\mathbf{v}_n$ 和 $\mathbf{u}_n$ 分别为对应的右特征向量和左特征向量, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为内积.

### 3 积分算子评价方法

一个性能良好的积分算子应当具有一个平坦的奇异值谱, 也就是反演结果中各模式所含能量平衡<sup>[16]</sup>. 我们使用一个度量 metric 来表示各模式能量之间的不平衡程度, 即

$$\text{metric} = \sum_{n=1}^{\min(N,M)} \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_1}\right)^2, \quad (5)$$

该度量 metric 可以综合地评价积分算子的整个奇异值谱, 它表示反演结果中各模式贡献的不平衡程度, 度量 metric 越大, 说明各模式贡献越不平衡, 理论上讲, 反演结果的误差就越大. 我们将通过一组仿真实验来说明 metric 与反演结果误差之间的关系, 其中反演结果误差定义为

$$L_i = \frac{\|\boldsymbol{\epsilon}^{\text{true}} - \boldsymbol{\epsilon}^{\text{recon}}\|_i}{\|\boldsymbol{\epsilon}^{\text{true}}\|_i} \quad i = 1, 2, \quad (6)$$

其中,  $\|\cdot\|_i$  为  $i$  范数;  $\boldsymbol{\epsilon}^{\text{true}}$  和  $\boldsymbol{\epsilon}^{\text{recon}}$  分别为  $D_{\text{imag}}$  中离散的真实介电常数空间分布与反演结果;  $L_1$  为向量  $\boldsymbol{\epsilon}^{\text{true}} - \boldsymbol{\epsilon}^{\text{recon}}$  中各元素绝对值之和, 并通过  $\|\boldsymbol{\epsilon}^{\text{true}}\|_1$  进行归一化,  $L_2$  为向量  $\boldsymbol{\epsilon}^{\text{true}}$  和  $\boldsymbol{\epsilon}^{\text{recon}}$  的 Euclid 距离, 并用  $\|\boldsymbol{\epsilon}^{\text{true}}\|_2$  进行归一化.  $L_1$  和  $L_2$  常被用于描述反演结果的准确性,  $L_1$  和  $L_2$  的数值越大, 表示反演结果的误差越大.

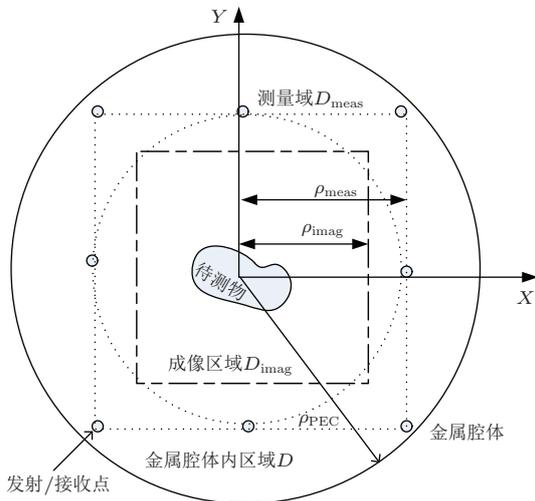


图1 基于圆形金属腔体的二维 MWT 系统原理

图 2 所示为圆形金属腔体 MWT 系统中的分层非均一背景示意图, 非均一背景由一个四层结构的环形介质组成. 该组仿真实验将对均一背景和非均一背景(如表 1 所示)、三种不同测试区域尺寸、圆形(半径为  $\rho_{\text{meas}}$ )与正方形(边长为  $2\rho_{\text{meas}}$ )

发射/接收点分布等情况(如表 2 所示)进行仿真研究. 工作频率  $f = 3 \text{ GHz}$ , 发射/接收点数  $M = 24$ , 仿真采用 1 个点发射(点源), 24 个点接收, 然后改变发射点位置, 重复 24 次, 总共有  $24 \times 24$  个数据. 网格数  $N = 60 \times 60 = 3600$ , 逆问题使用 FEM-CSI 算法. 在保证算法收敛的前提下(收敛条件参考文献<sup>[17]</sup>), 本文中所有反演结果都为第 1000 次迭代的结果.

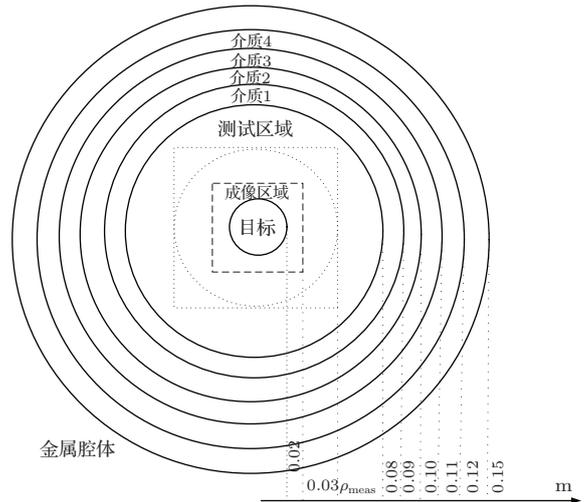


图2 圆形金属腔体 MWT 中的分层非均一背景示意图

表1 背景与目标的相对介电常数

介质类型	背景类型	
	均一背景	非均一背景
介质 1	1	7
介质 2	1	6
介质 3	1	5
介质 4	1	4
目标	3.5	3.5
其他	1	1

如图 3 所示, 绿线为 12 个仿真系统(如表 2 所示)的积分算子度量 metric, 蓝线为使用该 12 个仿真系统得到的反演结果的误差, 其中图 3(a) 为积分算子度量 metric 与  $L_1$  的关系, 图 3(b) 为积分算子度量 metric 与  $L_2$  的关系. 从整体上看, 当系统的积分算子度量 metric 较大时, 该系统的反演结果误差也较大. 我们分别计算了图 3(a) 和 (b) 中两条曲线的相关系数, 它们分别为 0.7587 和 0.7924, 通常情况下, 相关系数在 0.6—0.8 的范围内属于强相关. 度量 metric 与反演误差具有较好的相关性, 用度量 metric 评价积分算子可以帮助我们寻找具有最平坦奇异值谱的积分算子, 设计最优非均一背景.

表2 验证度量与反演结果误差相关性的各个仿真的条件

仿真编号	背景类型		天线分布类型		测试区域尺寸/m		
	均一背景	非均一背景	圆形	正方形	0.045	0.050	0.055
1	•		•		•		
2	•		•			•	
3	•		•				•
4	•			•	•		
5	•			•		•	
6	•			•			•
7		•	•		•		
8		•	•			•	
9		•	•				•
10		•	•		•		
11		•		•		•	
12		•		•			•

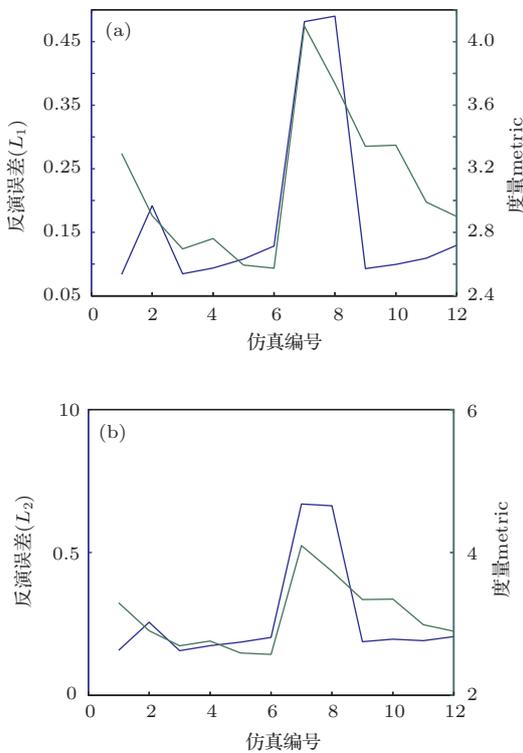


图3 (网刊彩色) 度量 metric 与反演误差的关系 (a)  $L_1$ ; (b)  $L_2$

#### 4 最优化分层非均一背景

模拟退火法是一种通用概率最优化方法, 常用于搜寻一个大空间中的最优解. 我们以度量 metric 作为模拟退火法的评价函数, 对图2中介质1—4的相对介电常数在 [1.0, 10.0] 的范围内进行最优化, 数值的间隔为0.1. 工作频率  $f = 3 \text{ GHz}$ , 发射/接收点数  $M = 24$ , 网格数  $N = 60 \times 60 = 3600$ , 发射/接收点为正方形分布, 测试区域尺寸为 0.055 m.

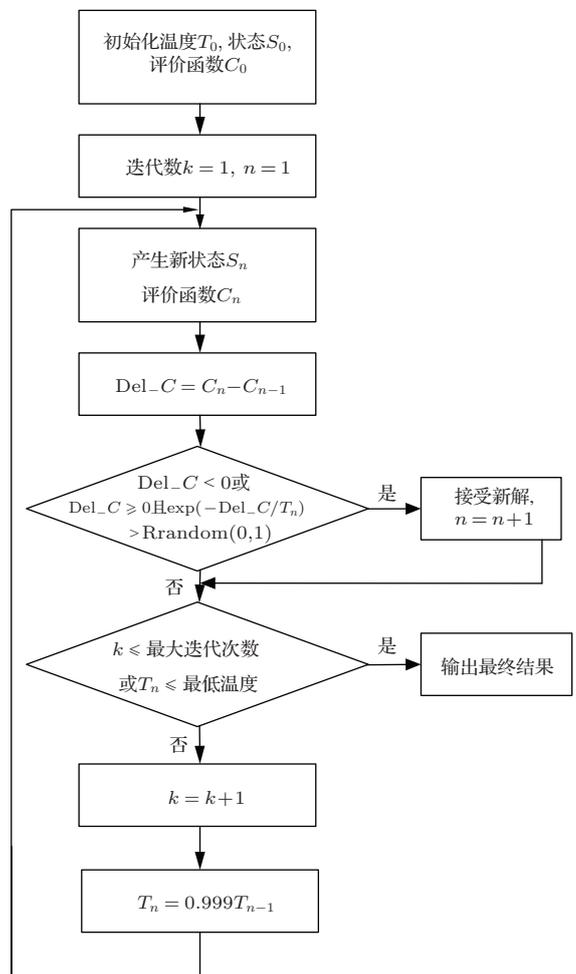


图4 模拟退火法流程

使用如图4所示方法, 我们得到一个最优分层非均一背景, 介质层1—4的相对介电常数分别为 1.1, 1.8, 3.0和2.8. 如图5所示, 金属腔体内使用最优分层非均一背景之后, 其积分算子的奇异值谱有了明显的优化, 其条件数减小, 病态性明显降低.

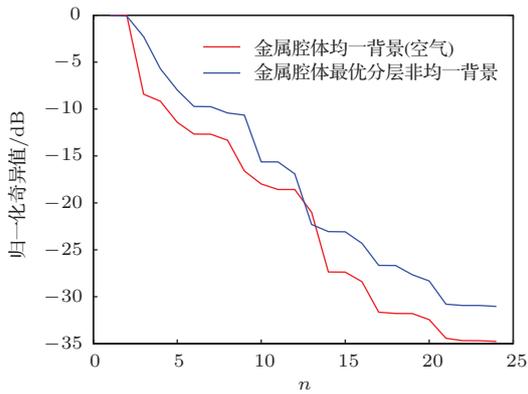


图5 (网刊彩色) 金属腔体内均一背景(空气)和最优分层非均一背景积分算子奇异值谱

从场的角度来分析, 该非均一背景可以使能量集中在目标所在的区域( $x \in [-0.03, 0.03]$ ,  $y \in [-0.03, 0.03]$ ), 有助于获得好的反演结果. 图6所示为圆形金属腔体内总场的空间分布, 天线位置(0, 0.055).

### 5 仿真研究

为了检验此最优分层非均一背景的有效性, 我们对截面尺寸小于半波长的圆形目标(如图7(a))在自由空间、金属腔体均一背景(空气)和金属腔体最优分层非均一背景中进行二维微波断层成像

仿真研究, 反演算法使用FEM-CSI和MR (multiplicative regularization) 正则化<sup>[18]</sup>. 目标相对介电常数为3.5, 位于成像区域中央, 反演结果如图8所示. 如图9所示, 在金属腔体中使用最优分层非均一背景可以提高反演算法的收敛速度和反演结果的准确度. 当金属腔体内使用最优分层非均一背景后其反演结果优于传统的自由空间的结果, 如图8和图9所示, 最优分层非均一背景可以降低反演算法的低通滤波效应, 反演结果在数值上更加陡峭.

使用相同的系统配置对“凹”形目标(如图7(b))所示, 相对介电常数为3.5)进行仿真研究, 反演结果如图10所示. 由图7(b)可知, 目标凹槽的宽度与两边突出物的宽度是1:2:1, 且凹槽底部位于 $y = 0$ 处, 使用金属腔体最优分层非均一背景可以较准确地反演目标的这些特点. 使用自由空间的反演结果显示凹槽和两边突出物几乎是三等分, 且凹槽底部位于 $y = 0.005$ 处, 使用金属腔体均一背景(空气)的反演结果类似自由空间的反演结果, 但数值上有更大的误差. 由此可见, 该最优分层非均一背景可以提高MWT系统对复杂目标的成像能力.

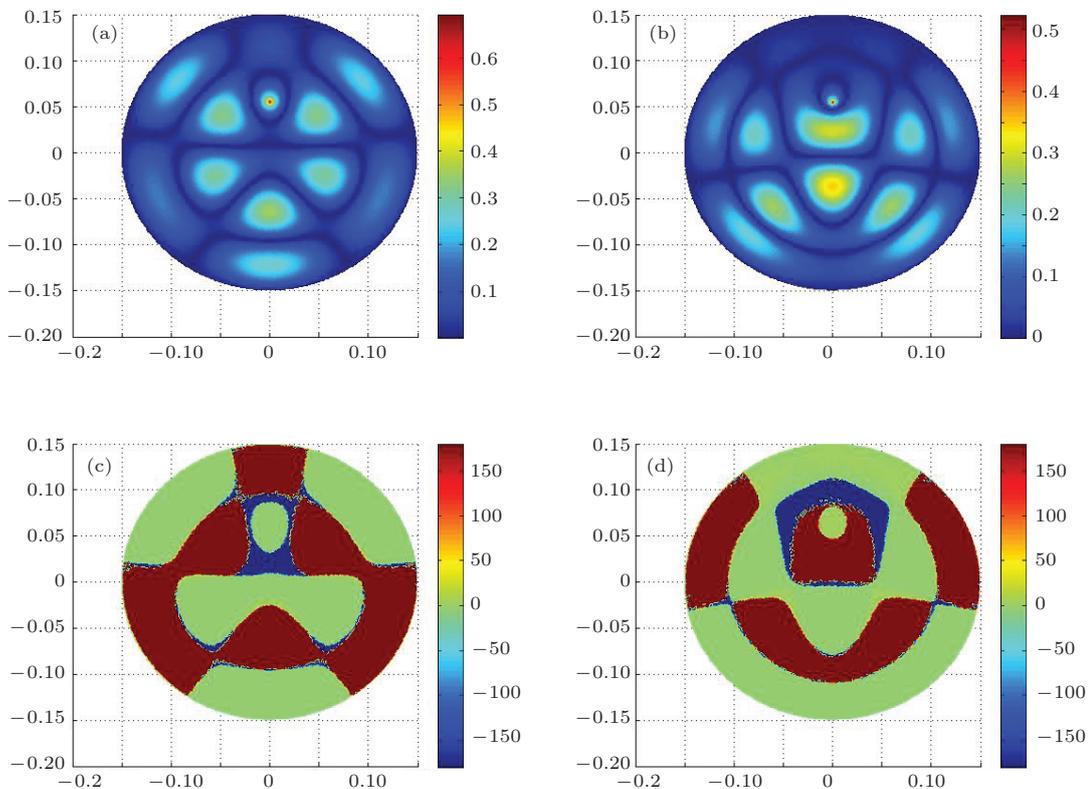


图6 (网刊彩色) 金属腔体内总场分布(上面为幅度, 下面为相位) (a), (c) 均一空气背景; (b), (d) 最优分层非均一背景

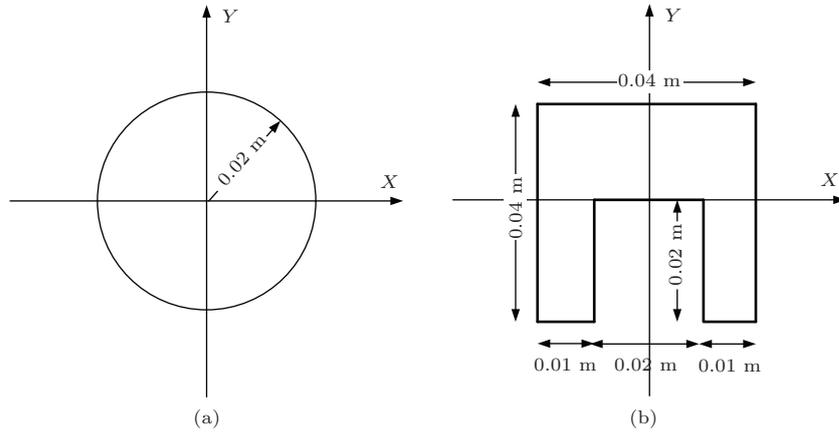


图7 仿真研究的目标

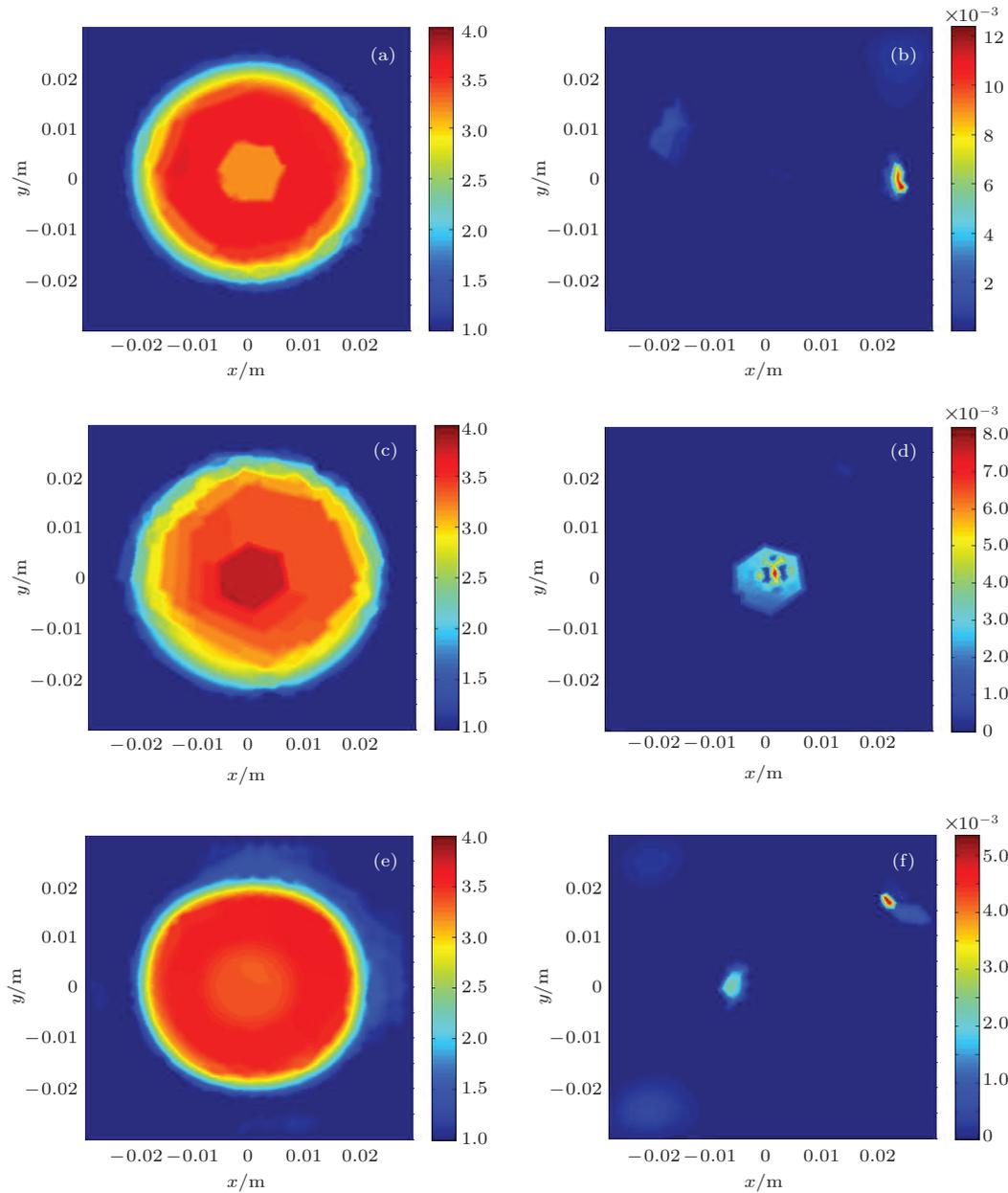


图8 (网刊彩色) 圆形目标的二维反演结果(左图为实部, 右图为虚部) (a), (b) 自由空间; (c), (d) 金属腔体均一背景(空气); (e), (f) 金属腔体最优分层非均一背景

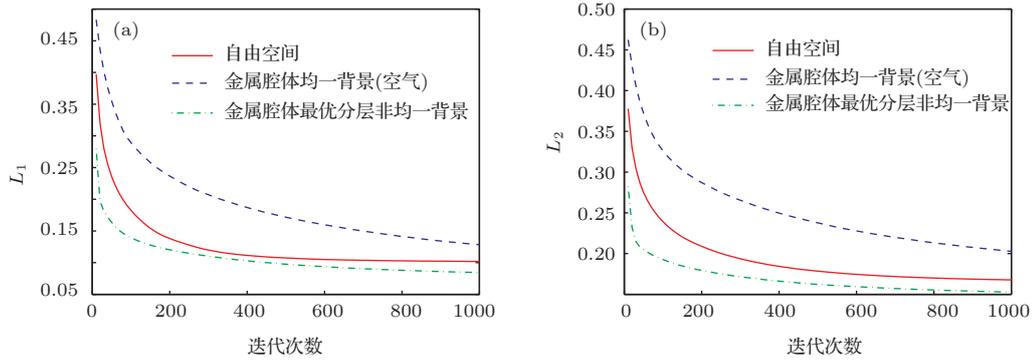


图9 圆形目标反演结果的相对误差 (a)  $L_1$ ; (b)  $L_2$

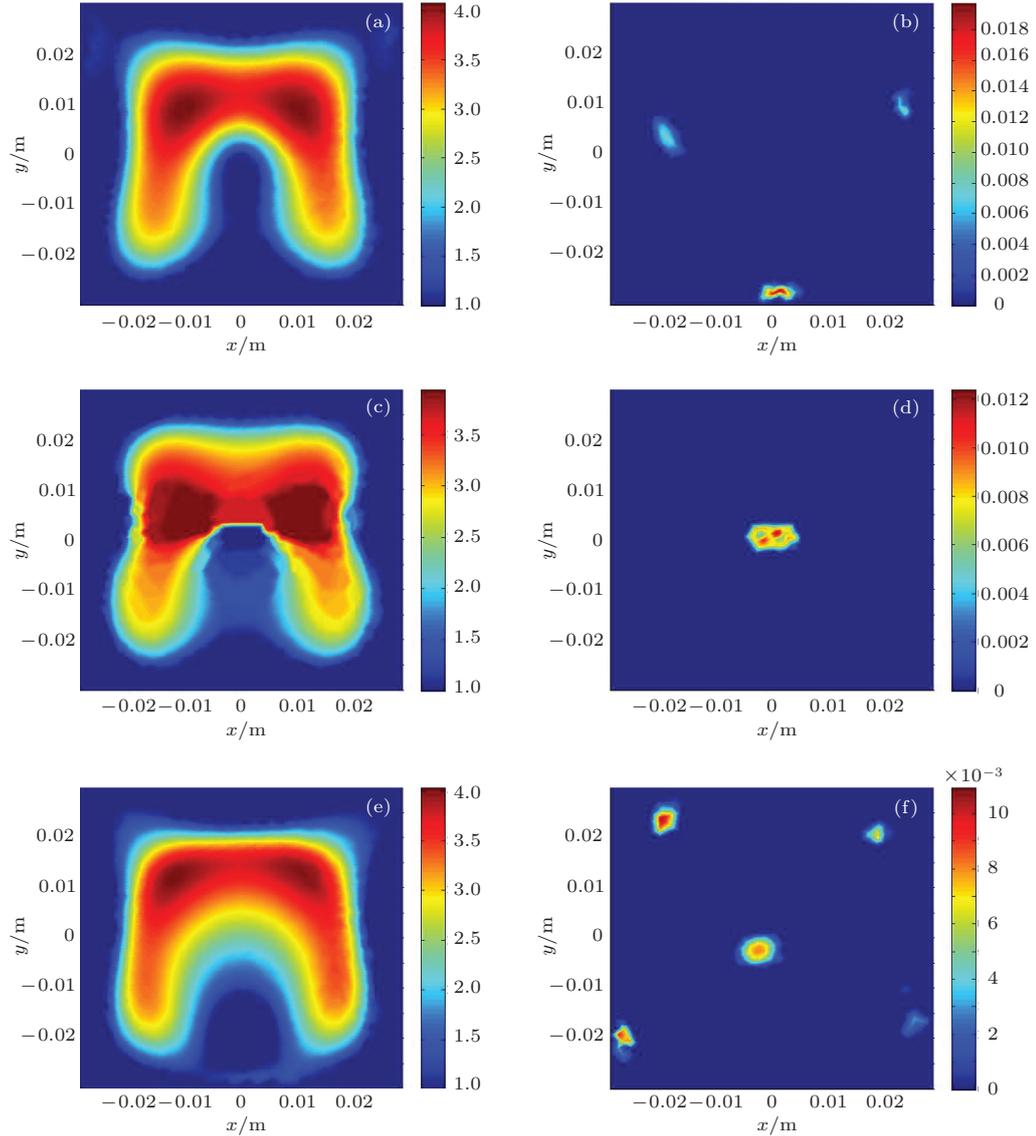


图10 (网刊彩色) 复杂目标的二维反演结果(左图为实部, 右图为虚部) (a), (b) 自由空间; (c), (d) 金属腔体均一背景(空气); (e), (f) 金属腔体最优分层非均一背景

## 6 结 论

本文提出了一种用于金属腔体内微波断层成像系统的最优分层非均一背景的设计方法. 提出

一种度量用于综合评价微波断层成像积分算子, 把这种度量作为评价函数, 并利用模拟退火法求解最优分层非均一背景. 通过该方法求得的非均一背景可以提高算法的收敛速度, 提高反演结果的准确

性,降低MWT算法的低滤波效应.该方法是一种一般性的方法,可以针对不同形式的金属腔体内MWT系统设计不同形式的最优非均一背景.对不同尺寸的目标,可以定义不同尺寸的成像域和成像分辨率,然后使用相应的最优非均一背景,这样可以减少不必要的未知数,提高成像效率.

本文的研究结果为MWT技术提供了一种新的最优化方法和先验信息导入方法,使同一MWT硬件系统可以适应不同的成像目标和成像分辨率,避免依靠其他途径获取关于目标本身的先验信息,降低成本的同时提高MWT技术的效率.

### 参考文献

- [1] Meaneya P M, Fanninga M W, Raynolds T, Foxa C J, Fang Q, Kogelb C A, Poplackb S P, Paulsena K D 2007 *Acad. Radiol.* **14** 207
- [2] Zakaria A, Baran A, LoVetri J 2012 *IEEE Antennas. Wirel. Propag. Lett.* **11** 1606
- [3] Song L P, Yu C, Liu Q H 2005 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **43** 2793
- [4] Abubakar A, Habashy T M, Druskin V L, Knizhnerman L, Alumbaugh D 2008 *Geophysics* **73** F165
- [5] Zhu H Y, Shen J Q, Li J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 947 (in Chinese) [朱红毅, 沈建其, 李军 2004 物理学报 **53** 947]
- [6] Zhang P, Zhang X J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 164201 (in Chinese) [张鹏, 张晓娟 2013 物理学报 **62** 164201]
- [7] Sheen D M, McMakin D L, Hall T E 2001 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **49** 1581
- [8] Wang F F, Zhang Y R 2012 *Chin. Phys. B* **21** 050204
- [9] Xiao X, Xu L, Li Q W 2013 *Chin. Phys. B* **22** 094101
- [10] Crocco L, Litman A 2009 *Inverse Probl.* **25** 065001
- [11] Gilmore C, LoVetri J 2008 *Inverse Probl.* **24** 035008
- [12] Williams T C, Sill J M, Fear E C 2008 *IEEE Trans. Biomed Eng.* **55** 1678
- [13] Williams T C, Bourqui J, Cameron T R, Okoniewski M, Fear E C 2011 *IEEE Trans. Biomed Eng.* **58** 1193
- [14] Ding L, Liu P G, He J G, Zakaria A, LoVetri J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 044102 (in Chinese) [丁亮, 刘培国, 何建国, Amer Zakaria, Joe LoVetri 2014 物理学报 **63** 044102]
- [15] Zakaria A, Gilmore C, LoVetri J 2010 *Inverse Probl.* **26** 115010
- [16] Xie Z B, Feng J C 2011 *Chin. Phys. B* **20** 050504
- [17] Mojabi P, LoVetri J 2009 *IEEE Antennas. Wirel. Propag. Lett.* **8** 645
- [18] Zakaria A, LoVetri J 2011 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **59** 3495

# An optimal layered inhomogeneous background used in microwave tomography system in metallic chamber\*

Ding Liang<sup>1)2)†</sup> Liu Pei-Guo<sup>1)</sup> He Jian-Guo<sup>1)</sup> Joe LoVetri<sup>2)</sup>

1) (School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

2) (Department of Electrical and Computer Engineering, University of Manitoba, Winnipeg, MB R3T 5V6, Canada)

( Received 28 February 2014; revised manuscript received 12 April 2014 )

## Abstract

An optimal layered inhomogeneous background which can be used in an embedded microwave tomography system is proposed. The method is based on a new evaluation method of integral radiation operator with respect to an configuration and optimal methods such as simulated annealing method. First, the integral radiation operator is calculated using the finite element method. Then, a kind of metric which can be used to evaluate the operator is proposed. The metric contains information about the whole singular value spectrum of a integral radiation operator. A set of synthetic researches is performed to show the correlation between the metric and inversion error. The method can evaluate an integral radiation operator using a number, and it can be used in optimal process easily as the cost function. Simulated annealing method is employed to obtain the permittivity of each layer in the optimal layered inhomogeneous background. Finally, synthetic researches are employed both on simple target and complex target to test the optimal layered inhomogeneous background. The results show that the optimal layered inhomogeneous background can expedite the convergence process and more accurate inversion results can be obtained.

**Keywords:** inverse scattering, microwave tomography, inhomogeneous background, optimization

**PACS:** 41.20.Jb, 81.70.Ex, 42.25.Fx, 02.30.Zz

**DOI:** 10.7498/aps.63.184102

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61372029), and Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20114307110022).

† Corresponding author. E-mail: [liao.dingliang@hotmail.com](mailto:liao.dingliang@hotmail.com)