

# 使用基于动态程序规划的时间延迟法分析直线磁化等离子体漂移波湍流角向传播速度和带状流结构\*

陈冉<sup>1)2)†</sup> 刘阿娣<sup>1)</sup> 邵林明<sup>2)</sup> 胡广海<sup>1)2)</sup> 金晓丽<sup>1)</sup>

1) (中国科学技术大学近代物理系, 中国科学院地球空间环境重点实验室, 合肥 230026)

2) (中国科学院合肥物质科学研究院等离子体物理研究所, 合肥 230031)

(2014年4月2日收到; 2014年5月12日收到修改稿)

对等离子体湍流速度场的有效探测, 有助于更加深入了解磁约束等离子体湍流以及实现对某些理论预言现象和结构(如带状流)的充分辨识. 本文将基于动态程序规划的时间延迟估算技术成功应用于直线磁化等离子体装置中热阴极放电条件下的漂移波湍流角向速度涨落的实验分析, 并且其结果清晰再现了漂移波湍流中通过非线性能量耦合自发产生的带状流结构. 通过对采用不同频段等离子体湍流涨落通过基于动态程序规划的时间延迟估算分析所再现的带状流结构特征进行比较, 进一步就该算法对载波信号中非相干噪声相对水平的抗干扰能力进行了定性评估. 这些工作的成功开展, 对于通过采用基于动态程序规划的时间延迟估算分析技术更为深入有效探索磁约束等离子体湍流行为特征, 尤其是速度涨落场的演化提供了重要的借鉴和参考价值.

**关键词:** 基于动态程序规划的时间延迟法, 带状流, 漂移波湍流, 速度涨落

**PACS:** 52.25.Xz, 52.35.Ra, 52.35.Kt, 52.35.Mw

**DOI:** 10.7498/aps.63.185201

## 1 引言

湍流普遍存在于行星大气层、洋流以及磁约束等离子体中, 而在磁约束等离子体中, 对于湍流行为的理解和预测是当前受控热核聚变研究的重点. 这是因为湍流在多个重要物理问题中, 包括粒子和热的反常输运, 环形聚变装置中低约束和高约束模式之间的转换等, 都扮演着关键角色.

湍流通常以等离子体特征参量中的微观涨落方式体现, 其包括了密度、温度、电势以及流速. 相较而言, 流速通常难以直接进行测量, 往往需要通过采用时间延迟法(time-delay estimation, TDE)从其他等离子体参量(密度、温度、电势等)的涨落

信号中予以提取和展现. 迄今为止, 三类主要的TDE技术已经被成功发展和广泛应用于等离子体湍流结构的描述和刻画, 即延时互相关方法(time-lag cross-correlation analysis)<sup>[1,2]</sup>、延时小波方法(time-lag wavelet analysis)<sup>[3]</sup>以及动态程序规划分析方法(dynamic programming analysis)<sup>[4,5]</sup>. 延时互相关方法是通过求解短时窗内不同空间探测位置处获得两组涨落信号的延时互相关, 以最大相关度所对应时刻确定该时间窗内两组信号的延时, 进而估算出相应的速度涨落结果. 小波方法则是利用小波函数计算出时辨的小波相位关系, 从而确定时间延迟并求解速度涨落, 其运算结果比之基于傅里叶变换的时间延迟法具有更高的时间分辨能力. 相比于上述两种较为传统的方法, 作为一种新兴

\* 国家自然科学基金(批准号: 11205193)和高等学校博士学科点新教师类基金(批准号: 20113402120023)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: chenran@ipp.ac.cn

的TDE求解技术, 动态程序规划的时间延迟估算(DPB-TDE)方法并不需要将原始涨落信号从时域空间变换到傅里叶频域或者小波空间, 因此该方法的响应曲线(表征传输方程)与载波信号的频谱形状无关, 并且能够提供具有更高敏感度和频率响应的速度涨落分析结果. 目前, 该方法已经成功应用于使用DIII-D托卡马克装置束发射光谱(BES)诊断系统所测量的密度涨落数据求解极向流速涨落, 并进而开展对测地声模的实验观测工作<sup>[5]</sup>, 以及使用EAST托卡马克装置边界充气成像(GPI)二维诊断系统数据开展低约束-高约束模转换过程中的边缘台基区域等离子体湍流极向和径向速度场的演化过程的实验研究工作<sup>[6]</sup>.

在实验室磁约束等离子体环境中, 带状流(ZF)<sup>[7-9]</sup>是一种由于漂移波(DW)湍流通过非线性能量耦合而自发产生的电场或速度涨落物理模式. ZF具有非常特殊的空间结构特征, 即在环形实验装置(如托卡马克、仿星器)中ZF在极向和环向上均存在对称性( $m = n = 0$ ,  $m$ 和 $n$ 分别代表极向和环向模数), 而在径向上具有有限的空间尺寸(径向波数 $k_r \neq 0$ ); 而在圆柱形等离子体, ZF的对称性则同时表现在角向和轴向. ZF包含了测地声模(geodesic acoustic mode, 具有有限模频率)<sup>[10]</sup>和低频带状流(low-frequency zonal flow, 也被称作Rosenbluth-Hinton模, 特征模频率接近于0)<sup>[11]</sup>两个分支, 在各种类型的磁约束等离子体中ZF已经得到了广泛的实验观测和研究(参看综述文献<sup>[12]</sup>). 由于ZF能够通过抑制背景湍流的幅度以及湍流所驱动的粒子和能量输运<sup>[13]</sup>从而改善约束, 并且有“捕猎者-猎物”模型(predator-prey model)预言其在环形磁约束聚变装置中普遍存在的低约束-高约束模式转换(low-to high-confinement regime transition)过程中可能扮演关键角色<sup>[14]</sup>, 故而ZF在当今磁约束等离子体研究领域仍是热门课题.

在直线磁化等离子体装置(line magnetized plasma device, LMPD)<sup>[15]</sup>中, 通过使用朗缪尔探针阵列分别测量等离子体悬浮电位和离子饱和流涨落信号, 我们观测到伴随着轴向磁场的增大, 等离子体经历了从DW相干模主导逐渐发展成为弱湍流状态. 伴随着湍流发展的同时, 一种低频电势涨落结构自发产生并且其涨落幅度逐渐增大. 通过

对上述电势涨落结构进行完整的三维谱分析, 实验证实了其具有在角向和轴向上分别对称, 而在径向上具有有限的空间尺度, 并且中心频率接近于0的模式特征<sup>[16]</sup>, 完全符合相关理论对低频ZF结构模式特征的预言结果, 因此我们鉴定其为ZF结构.

为了深入研究LMPD中的DW湍流和ZF速度涨落结构, 进一步探索ZF速度涨落对背景DW湍流的调制作用效果, 并能够同时对DPB-TDE方法具体应用于LMPD中的DW湍流和ZF相关速度涨落的实际效果进行定性评估, 本文在接下来的第二部分中, 首先对实验安排和相关数据的获取方式进行简要描述; 在第三部分中详细介绍DPB-TDE算法的原理和实现; 第四部分着重给出相关的计算和分析结果; 第五部分对本文的主要结果进行总结.

## 2 实验安排

图1为LMPD示意图: 该装置具有圆柱形实验腔, 其尺寸为长 $L = 2$  m, 直径 $D = 0.25$  m. 在与实验腔一端相连接的等离子体源腔中, 氦等离子体由中性氦气通过热阴极放电方式电离产生, 并且扩散到实验腔中. 实验腔中施加了均匀分布的轴向磁场, 其强度调节范围为0—1000 Gauss. 而在本实验中, 轴向磁场固定于 $B_z = 940$  Gauss. 等离子体在实验腔中在上述轴向磁场的约束下成为磁化等离子体, 我们通过布置朗缪尔探针(Langmuir probe)对其平衡参数(包括电子密度、温度和电势)分布和相关涨落信息进行有效采集. 朗缪尔探针是一种广泛用于低温和尘埃(dust)等离子体平衡参数和涨落量测量的基础诊断工具<sup>[15,17-19]</sup>, 还可以用于大型磁约束聚变实验装置如托卡马克边缘区域湍流和ZF相关重要物理课题研究<sup>[20,21]</sup>. 此外, 我们还在等离子体源腔和实验腔之间安置了一个通径为 $D_{\text{Limiter}} = 10$  cm的圆盘状限制器(limiter), 以增加其内侧边缘位置附近的电子密度径向梯度.

本实验中的探针布局同样如图1所示: 探针头A中包含了两根探针, 分别关于中平面上下对称, 且彼此角向间隔3 mm. 使用这两根探针分别测量悬浮电位涨落( $\tilde{\phi}_{f1}$ 和 $\tilde{\phi}_{f2}$ )即可获得角向上临近的两组静电湍流涨落时序信息, 并将其作为载波信号进而通过DPB-TDE方法求解DW湍流速

度涨落的时间演化结果. 除此以外, 为了在分析 ZF 信息的过程中充分利用 ZF 在角向上存在长相关和具有对称性的结构特征以有效滤除背景湍流的影响, 我们还在角向的远端布置了另外一根探针(位于探针头 B 上). 该探针同样测量悬浮电位涨落信号( $\tilde{\phi}_{f3}$ ), 并且与探针头 A 位于相同径向和轴向位置, 而在角向上相隔  $180^\circ$ . 本实验中所有探针位于径向  $r = 4 \text{ cm}$ (具有最陡峭密度径向分布)位置处, 因此上述两组探针在角向上的间距大约为  $\delta l_\theta = 12.56 \text{ cm}$ .

实验中使用数据采集卡对悬浮电位涨落时序信号进行数字化并加以采集, 采集频率为  $1 \text{ MHz}$ (有尼奎斯特采样频率  $f_N = 500 \text{ kHz}$ ), 信号采集深度为  $12 \text{ bit}$ .

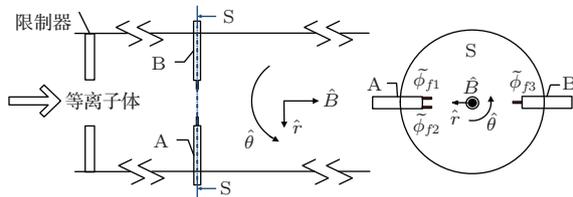


图1 LMPD 实验腔和探针安排示意图

### 3 DPB-TDE 方法介绍

当一个问题包含了众多彼此重叠的子问题, 并且这些子问题都具有最佳的子结构时, 首先寻找到每个子问题的最佳子结构, 进而通过迭代优化的数学方法即可实现对具有较大规模和结构的主问题的最佳解决方案的求解, 我们将其称之为动态程序规划(dynamic programming, DP)方法. 在这样一种自下而上的分析方法中, 对子问题进行多次求解从而获得对完整的主问题的解. 因此, 通过将一个大主问题分割为一系列彼此相关的子问题分别予以求解, 相比于对主问题进行直接求解, 往往会使得解决问题的算法更加简化和有效. 在本实验中, 我们采用 DP 方法求解两列部分相关的一维悬浮电位涨落时序信号(即  $\tilde{\phi}_{f1}$  和  $\tilde{\phi}_{f2}$ ) 之间的时间延迟信息.

本文中求解两列涨落(载波)信号  $X$  和  $Y$  之间的延迟时间的算法, 与文献 [5, 6] 中所描述和采用的 DPB-TDE 方法完全一致. 其具体实现步骤描述如下: 首先, 通过求解两列时序信号  $X(i)$  和  $Y(j)$  之间在所有可能存在的移位下的绝对差, 获得所谓

“局域匹配剩余量矩阵”, 其定义为

$$r(i, j) = |X(i) - Y(j)|. \quad (1)$$

矩阵  $r(i, j)$  的尺寸正比于信号的长度, 即  $\max(i) \times \max(j)$  ( $\max()$  为取最大值运算), 如图 2 所示. 显然, 当两列信号彼此完全相同且每列信号自身不存在任何重复时,  $X(i)$  和  $Y(j)$  之间的延迟时间为零, 那么局域匹配剩余量矩阵  $r(i, j)$  的最小值将会呈现在该矩阵的对角直线上, 即  $i = j$ . 而对于两列信号之间存在非零但保持恒定的时间延迟  $\tau$  时, 那么  $r(i, j)$  的最小值将会呈现在与矩阵对角线平行的一条直线上, 并且该直线与矩阵对角线的偏移量等于  $X(i)$  和  $Y(j)$  之间的恒定时间延迟, 即  $i = j \pm \tau$ . 而当  $X(i)$  和  $Y(j)$  之间的时间延迟随时间变化时, 局域匹配剩余量矩阵  $r(i, j)$  的最小值将不再呈直线分布. 此时 DP 算法则提供了寻找最佳匹配路径(optical matching patch, 定义为沿该路径局域匹配剩余量之和达到极小值)的有效方法. 对局域匹配剩余量方程沿最佳路径求和定义为累计剩余量方程  $R(i, j)$ , 该递归方程定义如下:

$$R(i, j) = \min \begin{cases} R(i, j-1) + r(i, j-1) + r(i, j) \\ R(i-1, j-1) + 2 \\ \times [r(i-1, j-1) + r(i, j)] \\ R(i-1, j) + r(i-1, j) + r(i, j) \end{cases}, \quad (2)$$

方程 (2) 中 “ $\min\{\}$ ” 为取最小值运算. 而用来递归求解  $R(i, j)$  的初始条件为

$$R(i, j) = \begin{cases} 0, & \text{if } i + j = q \\ \infty, & \text{if } |i - j| > q \text{ or } (i + j) < q \end{cases}. \quad (3)$$

方程 (3) 中的  $q$  为搜寻匹配路径时所设定的最大偏移, 如图 2 中所示. 于是, 位于最佳路径上的点相对于局域匹配剩余量矩阵  $r(i, j)$  的偏移, 即确定为两列时序信号  $X(i)$  和  $Y(j)$  在对应时刻所存在的时间延迟. 求解出了每个时刻所对应的时间延迟, 在两列载波信号采集位置之间的空间间隔确定的条件下, 也就进一步求解出了速度涨落的时间演化结果. 在实际运用的过程中, 还可以通过反复迭代和插值等方法, 以获得更好的时间精度和时间步长分辨效果 [22].

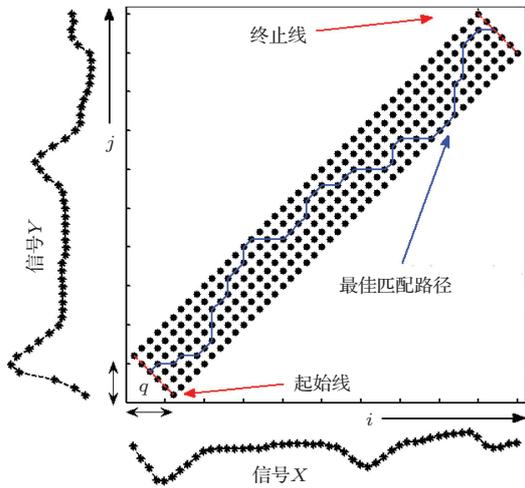


图2 两列部分相关时序信号的局域匹配剩余量矩阵以及最佳匹配路径示意图

## 4 实验结果

### 4.1 通过DPB-TDE技术求解角向速度涨落

图3(a)—(c)分别给出了图1中两组悬浮电位涨落信号 $\tilde{\phi}_{f1}$ 和 $\tilde{\phi}_{f2}$ 之间的互功率谱、相关系数和互相角谱(对 $\pi$ 做归一). 可见,  $\tilde{\phi}_{f1}$ 和 $\tilde{\phi}_{f2}$ 之间

的相关程度随涨落信号频率 $f$ 的增加而逐渐降低, 当 $f > 300$  kHz时相关度降低至噪声水平, 且此时互相角谱从收敛向离散趋势转变. 通过对图3(c)中位于 $f = 50\text{--}300$  kHz频段内的互相角谱进行线性函数拟合, 可以确定该频段内的湍流信号在角向上传播的群速度为 $v_g \simeq 1.3 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ . 考虑到 $\tilde{\phi}_{f1}$ 和 $\tilde{\phi}_{f2}$ 在角向上间距为 $\Delta l_\theta = 3 \text{ mm}$ , 可以计算出上述群速度所对应的传播时间约为 $\Delta t = \Delta l_\theta / v_g \simeq 2.3 \mu\text{s}$ . 在悬浮电位涨落信号时间采样频率为1 MHz的条件下, 该传播时间对应2.3个时刻点.

根据上述计算结果, 我们可以设定在对 $\tilde{\phi}_{f1}$ 和 $\tilde{\phi}_{f2}$ 进行DPB-TDE分析过程中搜寻最佳匹配路径时的最大偏移量 $q$ . 这是因为,  $q$ 设定过小即意味着人为降低了能够获得的最大延迟时间, 即限制了最小速度值, 这有可能会造成真实速度涨落信息的丢失. 而 $q$ 设定过大则会显著增加DPB-TDE算法的计算步骤, 降低了其执行效率. 在本实验中, 我们选取 $q = 8$ , 略大于上述50—300 kHz频段内的DW湍流信号角向传播群速度所对应的传播时间的3倍.

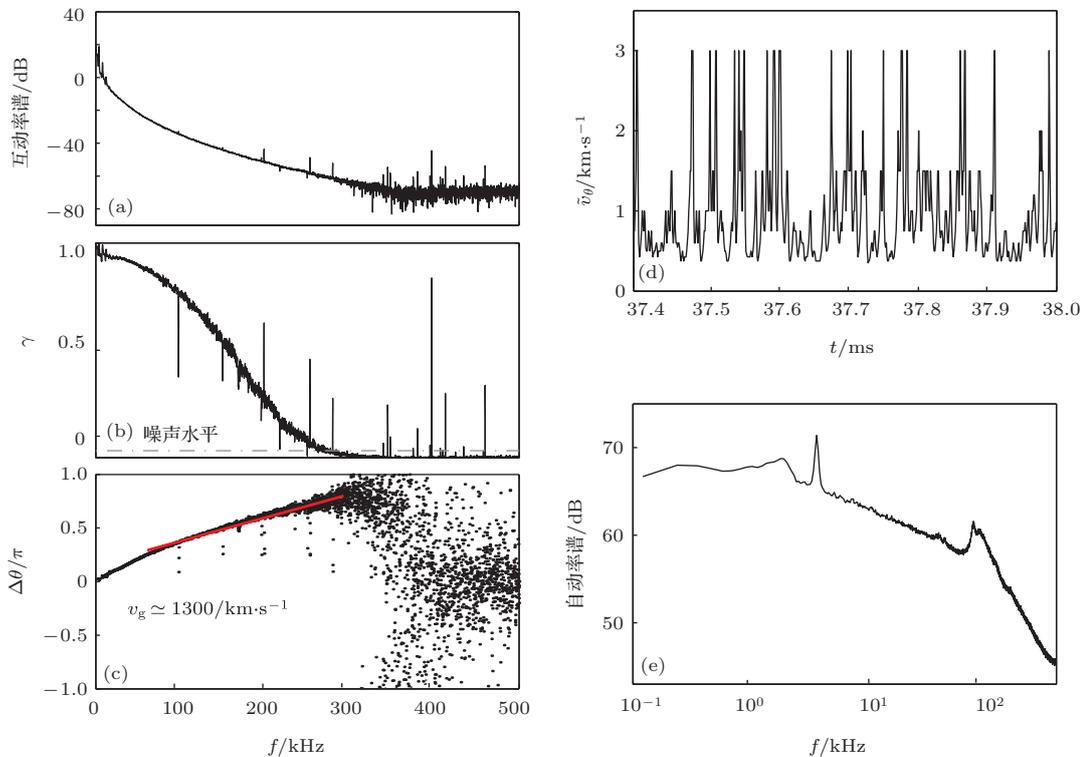


图3 (a), (b), (c)分别给出 $\tilde{\phi}_{f1}$ 和 $\tilde{\phi}_{f2}$ 之间的互功率谱(cross power)、相关系数( $\gamma$ )和归一化互相角谱( $\Delta\theta/\pi$ ); 而(d)和(e)则分别展示了使用 $\tilde{\phi}_{f1}$ 和 $\tilde{\phi}_{f2}$ 通过DPB-TDE技术估算出的角向速度涨落( $\tilde{v}_\theta$ ), 以及该速度涨落的自功率谱(auto power)

对  $\tilde{\phi}_{f_1}$  和  $\tilde{\phi}_{f_2}$  首先执行  $f > 50$  kHz 的高通数字滤波, 将滤波后的时序信号作为载波并执行 DPB-TDE 计算, 进而求得极向速度涨落  $\tilde{v}_\theta$ , 其在一段时间范围内 (约 0.6 ms) 的时序演化如图 3(d) 所示. 可见, 计算出的  $\tilde{v}_\theta$  在时序上存在显著的阵发特征, 计算其时间平均值为  $\langle \tilde{v}_\theta \rangle \simeq 1.1 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ , 该计算结果与上述湍流角向传播群速度估算结果  $v_g \simeq 1.3 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$  非常接近. 需要强调的是, 首先, 在分析和计算过程中我们发现, 由于  $\tilde{\phi}_{f_1}$  和  $\tilde{\phi}_{f_2}$  的低频部分由 ZF 涨落所主导, 而 ZF 的角向对称性会对 DPB-TDE 算法的实际执行造成干扰, 故而需要将 ZF 主导的部分涨落信息通过滤波方式予以去除; 其次, 由于对悬浮电位涨落信号的采样频率为  $f = 1 \text{ MHz}$ , 其决定了我们在进行 DPB-TDE 计算过程中, 所能够辨识的最小时间延迟即为  $\Delta t^{\min} = 1/f = 1 \text{ }\mu\text{s}$ , 其对应于角向速度的上限值为  $\tilde{v}_\theta^{\max} = \Delta l_\theta / \Delta t^{\min} = 3 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ . 因此, 我们从图 3(d) 中可以发现  $\tilde{v}_\theta^{\max}$  的存在对于真实极向速度涨落的获得产生了一定程度的影响, 该问题可以通过在今后的数据采集过程中进一步提高对载波信号的采样频率从而得以克服.

图 3(e) 中给出了  $\tilde{v}_\theta$  的自功率谱. 通过该图发现,  $\tilde{v}_\theta$  同样展示出了宽谱湍流的性质, 自功率谱估算结果中涨落幅度最大处为中心频率约  $f \simeq 4.2 \text{ kHz}$  的相干模, 该模式在之前的工作中被鉴定为由电子密度的径向梯度所驱动,  $m = n = 1$  ( $m$  和  $n$  分别为角向和轴向模数,  $n = 1$  代表波长与装置轴向长度相等) 的 DW 相干模<sup>[16]</sup>. 而尤其需要指出的是, 在低频区域  $f < 2 \text{ kHz}$  内,  $\tilde{v}_\theta$  同样具有较大的涨落幅度, 而这部分低频涨落和以前工作中展示的 ZF 的频率范围相一致<sup>[16]</sup>, 因此有可能表征了 ZF 所驱动的角向速度涨落信息. 对该低频速度涨落的鉴定, 将在下节中重点予以展示.

## 4.2 ZF 驱动角向速度涨落的鉴定和 DPB-TDE 方法校验

众所周知, ZF 由 DW 湍流通过非线性能量耦合产生. 而 ZF 产生后, 又会对背景湍流涨落信号产生调节作用, 该过程视为 ZF 对 DW 湍流的反作用. 上述 ZF 和 DW 湍流之间的非线性耦合过程, 造成 ZF 涨落在时序上会表现出对高频 DW 湍流涨落产生调制作用效果. 利用该效果, 我们可以对上节中

使用 DPB-TDE 方法计算出的  $\tilde{v}_\theta$  的低频涨落部分是否为 ZF 进行有效鉴定, 以及就 TDE 计算方法对载波信号中噪声水平的敏感程度做出定性的校验.

首先, 为了充分明确 ZF 和 DW 湍流之间的调制作用效果, 我们对悬浮电位涨落信号  $\tilde{\phi}_f = (\tilde{\phi}_{f_1} + \tilde{\phi}_{f_2})$  进行双谱分析. 双谱分析是通过求解三阶相关方程的谱, 从而估算出满足频率匹配条件  $f_3 = f_1 + f_2$  的三个涨落量之间的相位相关度的一种数学分析方法. 该方法普遍应用于分析非线性三波耦合行为, 如等离子体湍流, 尤其是 ZF-DW 之间的非线性耦合.

图 4(a) 展示了对悬浮电位涨落  $\tilde{\phi}_f$  的自双谱系数平方的二维分布估算结果, 其相应计算公式<sup>[23]</sup> 如下:

$$\hat{b}^2(f_1, f_2) = \frac{|\langle \Phi(f_1)\Phi(f_2)\Phi^*(f_3 = f_1 \pm f_2) \rangle|^2}{\langle |\Phi(f_1)\Phi(f_2)|^2 \rangle \langle |\Phi(f_3 = f_1 \pm f_2)|^2 \rangle}, \quad (4)$$

方程 (4) 中的  $\Phi_{f_n}$  是时序信号  $\tilde{\phi}_f$  在频率  $f = f_n$  下的傅里叶分量, 运算符  $\langle \dots \rangle$  表征系综平均, \* 代表取复共轭. 显而易见, 图 4(a) 中围绕着  $f_3 = f_1 + f_2 \simeq 0$  和  $f_2 \simeq 0$  这两条直线周围,  $\hat{b}^2(f_1, f_2)$  值远远超过噪声水平, 这充分说明特征频率接近 0 的 ZF<sup>[16]</sup> 和满足频率匹配条件的宽谱 DW 湍流信号 (频率上限约 350 kHz) 存在强烈的三波耦合作用. 类似地, 图 4(a) 中还同样表明了宽谱湍流模式之间也同样存在着显著的三波耦合作用效果, 但是由于该内容并非本文的研究重点, 因此不对其深入展开讨论.

为了更加清晰和细致地展示 ZF 和 DW 湍流信号之间的非线性能量耦合作用效果, 我们求解了满足某个具有代表意义的频率匹配条件:  $f_{ZF} = f_3 = f_1 - f_2 \simeq 0.4 \text{ kHz}$  的自双谱系数平方  $\hat{b}^2|_{f_3 \simeq 0.4 \text{ kHz}}$  和对  $\pi$  进行了归一的自双谱相角  $\hat{\alpha}/\pi$  分别以频率  $f_1$  为自变量的谱分布结果, 依次如图 4(b) 和 (c) 所示. 其中自双谱相角  $\hat{\alpha}$  的定义为<sup>[24]</sup>

$$\hat{\alpha}(f_1, f_2) = \arctan \times \frac{\text{Im}(\langle \Phi(f_1)\Phi(f_2)\Phi^*(f_3 = f_1 \pm f_2) \rangle)}{\text{Re}(\langle \Phi(f_1)\Phi(f_2)\Phi^*(f_3 = f_1 \pm f_2) \rangle)}, \quad (5)$$

方程 (5) 中  $\text{Im}(X)$  和  $\text{Re}(X)$  分别表征取复数  $X$  的虚部和实部,  $\arctan$  为反正切运算. 需要强调

的是, 上述自双谱分析过程中将  $f_3$  固定于  $f_3 = f_{ZF} \simeq 0.4$  kHz 仅仅是在 ZF 主导的频率范围内任意选取的一个频率点, 该频率值的选取并不会显著改变双谱分析结果. 从图 4(b) 和 (c) 中我们发现, 自双谱系数平方  $\hat{b}^2$  在  $f_1 < 2$  kHz 和  $30 \text{ kHz} < f_1 < 300 \text{ kHz}$  的两个频段内具有明显高于噪声水平的较大数值, 并且自双谱相角  $\hat{\alpha}$  在上述两个频段内均保持收敛到  $\pi$  附近. 在本文中, 我们重点关注 ZF 和位于上述高频段, 即  $30 \text{ kHz} < f_1 < 300 \text{ kHz}$  之内的 DW 湍流之间的非线性耦合作用效果.

理论研究结果<sup>[25]</sup>表明: 上述实验观测到的互双谱相角与 30—300 kHz 频率范围内的 DW 湍流频率  $f_1$  呈现弱依赖关系, 体现了所谓“DW-ZF”系统<sup>[26]</sup>中 ZF (包括低频 ZF 和 GAM) 和 DW 之间发生非线性耦合的典型特征. “DW-ZF”湍流是目前磁约束聚变研究领域所普遍接受的由 DW 湍流和 ZF 共同组成的自调节能量守恒系统, 包含了 DW 湍流通过非线性耦合产生 ZF 的物理过程, 并同样包含了 ZF 产生之后对 DW 湍流的反作用, 即 DW 湍流由于受到了 ZF 的剪切作用而产生抑制效果,

同时受到抑制的还包括这部分 DW 湍流所驱动的横越磁场的粒子和能量输运.

借助上述双谱分析已证实的 DW 湍流和 ZF 之间的非线性耦合作用效果, 并且结合 ZF 的角向对称特性, 我们可以进一步对图 3(e) 中所给出通过 DPB-TDE 方法计算获得的  $\tilde{v}_\theta$  的自功率谱中低频 ( $f < 2$  kHz) 部分涨落信号是否为 ZF 进行有效鉴别. 悬浮电位涨落信号  $\tilde{\phi}_{f_1}$  和  $\tilde{\phi}_{f_2}$  的经过高通数字滤波器 ( $f > 50$  kHz) 之后的高频成分, 即载波信号, 已经于图 4 中证实其与低频 ZF 涨落信号存在显著的三波耦合作用. 尽管载波信号为高频涨落, 然而对高频载波信号进行 DPB-TDE 分析所获得的  $\tilde{v}_\theta$  中仍旧包含了小于 50 kHz 的低频速度涨落信息, 其根本上反映了对高频载波信号产生调制作用效果的低频速度涨落场, 而其中则应当含有 ZF 驱动速度涨落的成分信息.

为了提取该信息, 我们利用 ZF 在角向上具有长程相关以及良好对称性的特征, 进而求解出  $\tilde{v}_\theta$  和  $\tilde{\phi}_{f_3}$  之间的互功率谱, 结果如图 5 所示. 与以前工作中对 ZF 的径向波数进行更为精确测算<sup>[16]</sup>过程

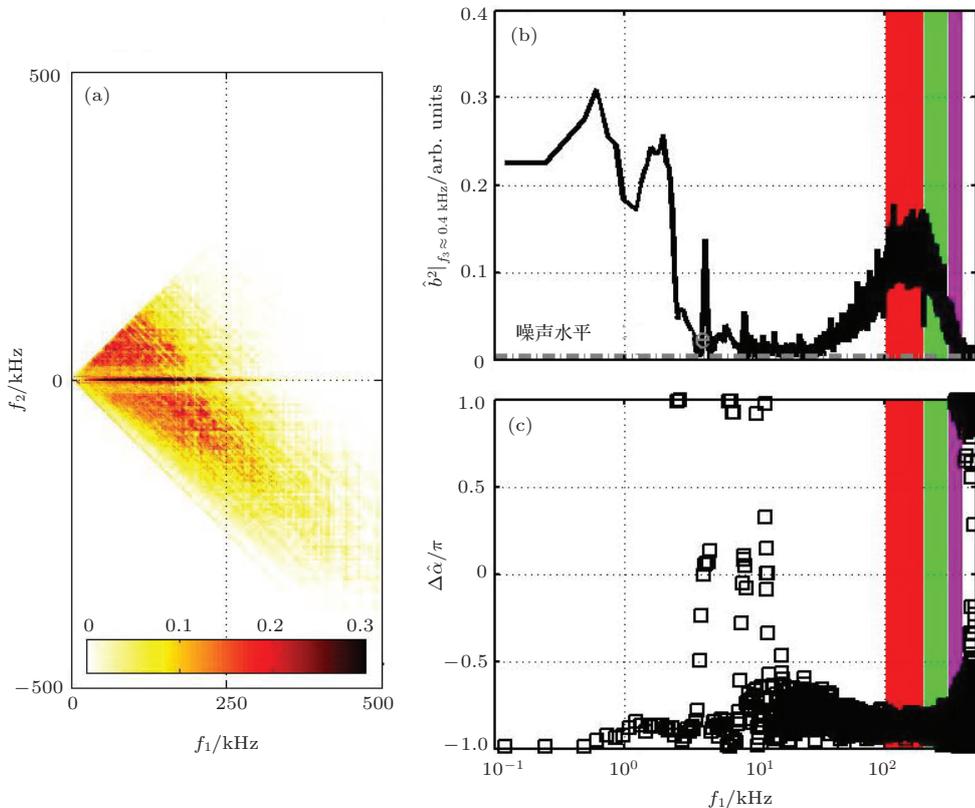


图 4 (a) 悬浮电位涨落  $\tilde{\phi}_f = (\tilde{\phi}_{f_1} + \tilde{\phi}_{f_2})/2$  的自双谱系数平方  $\hat{b}^2(f_1, f_2)$ ; (b), (c) 分别为固定  $f_3 = f_{ZF} \simeq 0.4$  kHz 条件下的自双谱系数平方 ( $\hat{b}^2|_{f_3 \simeq 0.4 \text{ kHz}}$ ) 和归一化自双谱相角谱 ( $\Delta\hat{\alpha}/\pi$ )

相似, 这里同样利用了  $\tilde{\phi}_{f3}$  与  $\tilde{\phi}_{f1}$ ,  $\tilde{\phi}_{f2}$  之间最大程度拉大角向间隔(角向间隔为  $\pi$ , 如 1 中探针布局图所示)以尽可能减小低频湍流涨落的相关度, 进而降低其对 ZF 涨落信息估算结果的影响. 可见, 在  $f < 2$  kHz 的低频段内,  $\tilde{v}_\theta$  和  $\tilde{\phi}_f$  之间的互功率(图 5(a))较高, 并且存在明显高于噪声水平的互相关系数(图 5(b)), 而其互相角  $\Delta\theta$  则保持收敛于  $\pi$  附近(图 5(c)). 我们同时在图 5(b) 中还展示了两组悬浮电位涨落  $\tilde{\phi}_f = (\tilde{\phi}_{f1} + \tilde{\phi}_{f2})/2$  和  $\tilde{\phi}_{f3}$  之间的互相关系数以供比较. 可见, 在  $f < 2$  kHz 频段内上述两组悬浮电位涨落信号之间的互相关系数仅略高于  $\tilde{v}_\theta$  和  $\tilde{\phi}_{f3}$  之间. 具有相似对比结果特征的还包括  $f \simeq 4$  kHz 的 DW 相干模, 但是这部分内容亦不在本文中加以展开.

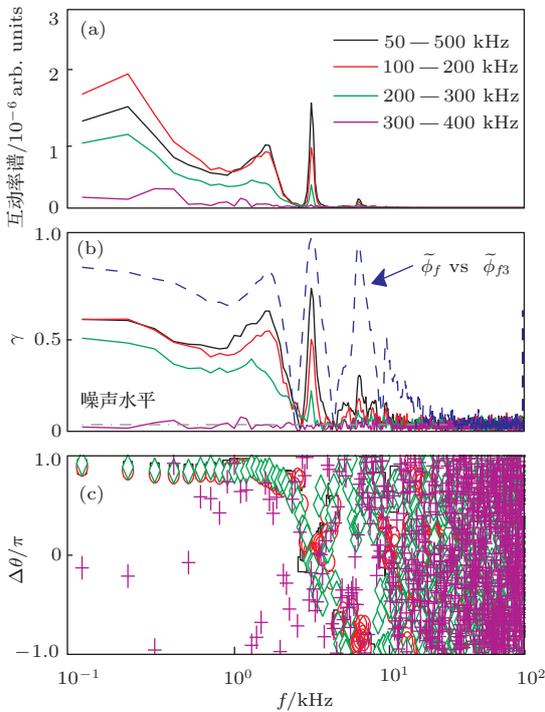


图 5  $\tilde{v}_\theta$  和角向间隔  $180^\circ$  的悬浮电位涨落  $\tilde{\phi}_{f3}$  之间的 (a) 互功率谱 (cross power), (b) 相关系数 ( $\gamma$ ) 和 (c) 归一化互相角谱 ( $\Delta\theta/\pi$ )

而需要特别予以说明的是, 通过图 5(c) 展示的互相角谱, 我们肯定  $\tilde{v}_\theta$  和  $\tilde{\phi}_{f3}$  之间在  $f < 2$  kHz 频段内并非同相位关系, 而是保持着接近于  $\pi$  的相角差, 即它们在时序上基本呈现反相演化. 我们在其他实验中通过对悬浮电位涨落  $\tilde{\phi}_f$  和极向  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  流速进行互相关分析, 发现这二者之间同样保存着接近  $\pi$  的互相角. 因此, 可以得出如下结论, 即上述通过 DPB-TDE 方法得到的角向速度涨落  $\tilde{v}_\theta$ , 在

$f < 2$  kHz 的频率范围内同样存在角向上长程相关并且具有对称结构特征的 ZF 成分, 只是相应的 ZF 分量所占该频段总涨落能量的比重相比于考察悬浮电位涨落情况下略有降低, 其原因可能是由于 TDE 运算过程中额外引入了一些数字和统计噪声所致.

接下来, 我们可以使用原始悬浮电位涨落  $\tilde{\phi}_{f1}$  和  $\tilde{\phi}_{f2}$  位于不同频段内的涨落成分作为载波信号, 通过比较分别对不同频段内的载波信号采用 DPB-TDE 分析的计算结果, 从而对该 TDE 算法在实际运用过程中对载波信号中非相干噪声相对水平的响应做出定性的分析. 对  $\tilde{\phi}_{f1}$  和  $\tilde{\phi}_{f2}$  分别使用通带范围依次为 100—200, 200—300 和 300—400 kHz 的三个数字带通滤波器进行滤波, 再将滤波后的涨落信号作为载波并使用 DPB-TDE 方法分别计算出相应的速度涨落  $\tilde{v}_\theta$ . 将采用不同频带载波信号所获得的  $\tilde{v}_\theta$  分别与  $\tilde{\phi}_{f3}$  进行互相关分析, 得到相应互功率谱、相关系数和互相角谱如图 5 所示. 图中可见, 当载波频段为 100—200 kHz 时, 互相关结果与前面所述采用高通 ( $f > 50$  kHz) 载波信号的分析结果基本一致; 当带通载波信号频带提高到 200—300 kHz 时, 图中相应互功率谱和互相关系数均有显著降低, 但是互相角谱信息仍旧保持一致; 而当选用最高频带 300—400 kHz 载波信号时, 互功率谱大幅度降低, 而尤其重要的是此时的互相关系数降低到噪声水平附近, 并且  $f < 2$  kHz 频率范围内的互相角谱与前述情况相比存在显著变化, 并且呈现出一定的离散趋势.

由前文中图 3(b) 和 (c) 可知, 伴随着频率的升高,  $\tilde{\phi}_{f1}$  和  $\tilde{\phi}_{f2}$  之间的互相关程度急剧降低. 由于 TDE 分析技术只能够通过两列载波信号中的相干涨落成分计算出相应的时间延迟, 因此也就意味着悬浮电位涨落作为载波信号的信噪比伴随着频率的升高而迅速下降. 对于频带 300—400 kHz 范围内的两列悬浮电位涨落信号, 可见  $\tilde{\phi}_{f1}$  和  $\tilde{\phi}_{f2}$  的相关度已经降至噪声水平附近, 其互相角也逐渐展现出离散分布趋势. 此外, 图 4(b) 和 (c) 给出的双谱分析结果表明, 当湍流频率位于 100—200 kHz 区间内时 ZF 和低频 DW 湍流之间的三波耦合作用强度达到最大. 伴随着湍流频率的进一步升高, 自双谱系数逐渐降低, 并且对于  $f > 300$  kHz 的 DW 湍流涨落信号而言, 双谱系数同样降至噪声水平

附近. 而自双谱系数的降低就意味着 ZF 和 DW 湍流的非线性耦合减弱, 即低频 ZF 速度涨落对高频 DW 湍流涨落在时序演化中的调制作用效果的减弱. 因此, 基于上述两列载波信号之间的相关度, 以及 ZF 和低频 DW 湍流非线性耦合强度随湍流涨落频率的依赖关系, 我们则不难理解图 5 中所展示的伴随载波频带升高时通过 DPB-TDE 技术所获得的 ZF 速度涨落相对强度逐渐降低直至最终消失的分析结果.

但值得提出的是, 对于 200—300 kHz 频带范围内的载波信号而言, 尽管两列信号的互相关系数甚至已全面降至 0.3 (如图 3 (b) 所示) 以下, 但是我们仍旧能够通过 DPB-TDE 技术从中有效提取出可信的反映 ZF 信息的角向速度涨落, 这就定性证明了该 TDE 分析方法对于载波信号的频谱形状, 以及非相干噪声相对水平的要求很低, 即该技术具有很强的“抗干扰”能力.

## 5 结 论

本文着重介绍了 DPB-TDE 方法的计算原理, 并且首次将其应用于 LMPD 中 DW 湍流角向速度场涨落的分析和研究. 计算结果清晰地再现了 DW 湍流中通过非线性能量耦合而自发产生的 ZF 结构, 并且通过对不同频率范围内的载波信号分别使用该 TDE 方法所获得的 ZF 结构相对涨落特征进行对比, 充分利用了原始 DW 湍流涨落信号中确实存在的角向相关度和 DW-ZF 三波耦合强度随频率的变化关系, 进一步对 DPB-TDE 算法的“抗干扰”能力进行了有效的定性评估.

一系列分析和研究结果表明: 作为一种新兴的 TDE 分析方法, 该技术能够获得与载波信号相同时间分辨的速度场时间演化结果, 并且具有运算结果不依赖于载波信号频谱的强度和形状, 尤其是对载波信号中存在的非相干噪声相对水平“抵抗”能力高等显著优点. 因此, 该算法不仅能够在实验室小型直线磁化等离子体中针对 DW 湍流速度涨落和 ZF 结构行为的深入分析中发挥更加重要的作用, 还可以有效应用于大型磁约束聚变等离子体实验装置中边缘探针实验测量, 从而在更加全面获得必要物理信息的基础上达到简化探针结构的目的. 此外, 借助于本算法, 通过各种二维涨落诊断(如

束发射光谱、电子回旋共振辐射成像、快速相机和充气成像等) 数据同样可以对湍流速度场进行更为精确的估算和描述, 使得我们可以更加容易对湍流驱动粒子和能量运输、雷诺协强 (Reynolds stress), 以及非线性能量传输函数等重要物理量进行有效分析, 从而更加深入开展相关物理问题的实验研究工作.

需要指出的是, 通过本文的工作, 我们发现了具有角向对称特征的 ZF 会显著干扰 DPB-TDE 方法的计算过程, 因此需要对载波信号进行适当的滤波以去除 ZF 的影响. 另外, 载波信号的时间分辨率会直接影响可有效分辨的最小延迟时间, 其对应于计算中能够达到的传播速度上限. 因此, 在今后的工作中, 还需要进一步提高探测系统时间响应能力和数据采集频率, 从而避免由于可分辨的最小延迟时间的限制可能带来的真实速度涨落信息的丢失.

感谢中国科学院等离子体物理研究所徐国盛研究员启发性的讨论.

## 参考文献

- [1] McKee G R, Fonck R J, Gupta D K, Schlossberg D J, Shafer M W, Holland C, Tynan G 2004 *Rev. Sci. Instrum.* **75** 3490
- [2] Holland C, Tynan G R, McKee G R, Fonck R J 2004 *Rev. Sci. Instrum.* **75** 4278
- [3] Jakubowski M, Fonck R J, Fenzi C, McKee G R 2001 *Rev. Sci. Instrum.* **72** 996
- [4] Schlossberg D J, Gupta D K, Fonck R J, McKee G R, Shafer M W 2006 *Rev. Sci. Instrum.* **77** 10F518
- [5] Gupta D K, McKee G R, Fonck R J 2010 *Rev. Sci. Instrum.* **81** 013501
- [6] Shao L M, Xu G S, Liu S C, Zweben S J, Wan B N, Guo H Y, Liu A D, Chen R, Cao B, Zhang W, Wang H Q, Wang L, Ding S Y, Yan N, Hu G H, Xiong H, Chen L, Liu Y L, Zhao N, Li Y L 2013 *Plasma Phys. Control. Fusion* **55** 105006
- [7] Hasegawa A, MacLennan C G, Kodama Y 1979 *Phys. Fluids* **22** 2122
- [8] Zhang Y Z, Xie T 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 035202 (in Chinese) [章扬忠, 谢涛 2014 物理学报 **63** 035202]
- [9] Peng X D, Yin S Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3094 (in Chinese) [彭晓东, 尹绍全 2004 物理学报 **53** 3094]
- [10] Winsor N, Johnson J L, Dawson J M 1968 *Phys. Fluids* **11** 2448
- [11] Rosenbluth M N, Hinton F L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 724
- [12] Fujisawa A 2009 *Nucl. Fusion* **49** 013001

- [13] Lin Z, Hahm T S, Lee W W, Tang W M, White R B 1998 *Science* **281** 1835
- [14] Kim E J, Diamond P H 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 185006
- [15] Xie J L, Yu Z, Liu W D, Yu C X 2006 *Plasma Sci. Technol.* **8** 99
- [16] Chen R, Xie J L, Yu C X, Liu A D, Lan T, Zhang S B, Hu G H, Li H, Liu W D 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 025202
- [17] Gao F, Li X C, Zhao S X, Wang Y N 2012 *Chin. Phys. B* **21** 075203
- [18] Wu J, Zhang P Y, Sun J Z, Zhang J, Ding Z F, Wang D Z 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1848
- [19] Xu X, Li L S, Liu F, Zhou Q H, Liang R Q 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4242
- [20] Hong W Y, Yan L W, Zhao K J, Lan T, Dong J Q, Yu C X, Cheng J, Qian J, Liu A D, Luo C W, Xu Z Y, Huang Y, Yang Q W 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 962 (in Chinese)  
[洪文玉, 严龙文, 赵开君, 兰涛, 董家齐, 俞昌旋, 程均, 钱俊, 刘阿棣, 罗萃文, 徐征宇, 黄渊, 杨青巍 2008 物理学报 **57** 962]
- [21] Xu G S, Wan B N, Song M, Li J 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 125001
- [22] Quénot G M, Pakleza J, Kowalewski T A 1998 *Exp. Fluids* **25** 177
- [23] Kim Y C, Powers E J 1979 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **7** 120
- [24] Kim Y C, Beall J M, Powers E J, Miksad R W 1980 *Phys. Fluids* **23** 258
- [25] Itoh K, Nagashima Y, Itoh S -I, Diamond P H, Fujisawa A, Yagi M, Fukuyama A 2005 *Phys. Plasmas* **12** 102301
- [26] Diamond P H, Itoh S I, Itoh K, Hahm T S 2005 *Plasma Phys. Control. Fusion* **47** R35

# Analysis on the azimuthal velocity fluctuation of drift-wave turbulence and zonal flow via dynamic programming based time-delay estimation technique in a linear magnetized plasma device\*

Chen Ran<sup>1)2)†</sup> Liu A-Di<sup>1)</sup> Shao Lin-Ming<sup>2)</sup> Hu Guang-Hai<sup>1)2)</sup> Jin Xiao-Li<sup>1)</sup>

1) (CAS Key Laboratory of Plasma Physics, Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

2) (Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

( Received 2 April 2014; revised manuscript received 12 May 2014 )

## Abstract

The effective measurement of plasma turbulence flow field is of great help for better understanding the turbulence in magnetically confined plasmas, and experimentally verifying the theoretically predicted phenomenon such as zonal flows. In this article, the dynamic programming based time-delay estimation technique is employed for the first time to estimate azimuthal velocity fluctuation of drift-wave turbulence in a linear magnetized plasma generated via a hot cathode plasma source. Analysis results clearly reproduce the zonal flow structure which is spontaneously generated by nonlinear energy transfer from the drift-wave turbulence. Moreover, via the comparison among the zonal flow (ZF) characteristics estimated respectively by the turbulent fluctuations of plasma located in different frequency regions, we further evaluate the dependences of accuracy and response for estimating ZF property using this newly developed time-delay estimation algorithm on the level of relative incoherent noise in the carrier waves. This work provides an example and reference value for deeper exploration on plasma turbulence and in particular the relevant flow field with the help of the dynamic programming based time-delay estimation technique.

**Keywords:** dynamic programming based time-delay estimation, zonal flow, drift-wave turbulence, velocity fluctuation

**PACS:** 52.25.Xz, 52.35.Ra, 52.35.Kt, 52.35.Mw

**DOI:** [10.7498/aps.63.185201](https://doi.org/10.7498/aps.63.185201)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11205193) and Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20113402120023).

† Corresponding author. E-mail: [chenran@ipp.ac.cn](mailto:chenran@ipp.ac.cn)