# 双基地多输入多输出虚拟阵列的稳健 低旁瓣波束优化技术\*

黄聪<sup>1)2)</sup> 孙大军<sup>1)2)†</sup> 张殿伦<sup>1)2)</sup> 滕婷婷<sup>1)2)</sup>

(哈尔滨工程大学,水声技术重点实验室,哈尔滨 150001)
 2)(哈尔滨工程大学水声工程学院,哈尔滨 150001)
 (2014年4月14日收到;2014年5月21日收到修改稿)

双基地多输入多输出 (MIMO) 系统需要对目标的波达角和波离角进行二维估计,针对高分辨算法中阵列 协方差矩阵处理运算量大以及估计性能对阵列流形失配敏感的缺陷,提出了一种基于二阶锥规划的抗阵列流 形失配的双基地 MIMO 虚拟阵列波束优化算法.该方法利用 MIMO 的波形分集技术与双基地的目标定位解 算,通过波达角和波离角在双基地定位椭圆上的对应关系,将双基地 MIMO 的二维合成方向矢量转化为一维 的虚拟阵列流形,并证明了双基地 MIMO 虚拟阵列的波束图等效为发射波束图在接收阵角度域上的响应和 接收波束图的合成.在优化波束图旁瓣的同时,该算法兼顾了固定方向上的相干干扰抑制,并提高了双基地 MIMO 虚拟阵列波束优化抗阵列流形失配的能力.通过波束图和方位谱优化的仿真分析和水池试验,验证了 算法的有效性.

关键词:双基地多输入多输出,波形分集,虚拟阵列,二阶锥规划 PACS: 84.40.Ua, 43.60.Fg, 42.60.Jf DOI: 10.7498/aps.63.188401

#### 1引言

多 输 入 多 输 出 (multiple-input multipleoutput, MIMO) 系统<sup>[1]</sup> 具有多个发射阵元和接收 阵元.发射阵元发射相互正交的信号,接收阵列利 用匹配滤波器组提取出相互独立的目标回波进行 联合处理.相对于传统的阵列处理技术, MIMO 系 统增加了阵列的自由度<sup>[2,3]</sup>.按照发射阵和接收阵 的几何配置,可以将 MIMO 系统大致分为密集式 MIMO 和分布式 MIMO<sup>[4–6]</sup>.密集式 MIMO 的发 射阵和接收阵紧密排列,利用波形分集技术可以获 得 MIMO 系统的虚拟阵列流形,增加了接收端的 有效阵列孔径,从而具有更高的目标分辨率.分布 式 MIMO 的发射阵的阵元间距很大,可以获得不 同观测角度上目标的散射信号,利用空间分集技术 改善了系统的目标检测和参数估计的性能.

双基地 MIMO 系统同时具有双基地<sup>[7]</sup> 收发分 置的隐蔽性、抗打击能力以及MIMO系统的分集优 势. 与传统的方位估计不同, 双基地 MIMO 需要 同时对信号的波达角(direction of arrival, DOA) 和波离角(direction of departure, DOD)进行估 计<sup>[8,9]</sup>. 目前双基地MIMO 的角度估计主要采 用高分辨算法, 文献 [10] 将 Capon 法应用到双基地 MIMO系统中,算法同时对DOA和DOD 进行二 维角度搜索,运算量大. 文献 [11] 提出了在收、发两 端分别采用 ESPRIT 算法进行方位估计, 但需要额 外的角度配对, 增加了运算量. 文献 [12] 提出了基 于传播算子的多目标快速定位,利用联合对角化实 现收发角度的自动配对,但未对阵列流形失配的情 况进行讨论. 高分辨的空间谱算法虽然可以得到很 好的方位估计性能,但其优良的估计精度和分辨能 力是建立在理想的阵列模型上. 阵列流形失配时的 高分辨空间谱估计性能会严重恶化<sup>[13]</sup>,且大型矩

\* 国防基础科研计划(批准号: B2420132004)和国家高技术研究发展计划(批准号: 2012AA090901-4)资助的课题.

© 2014 中国物理学会 Chinese Physical Society

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: sundajun@hrbeu.edu.cn

阵的阵列协方差矩阵求逆和特征值分解都需要很 大的运算量,不利于工程实现.

为了避免复杂的二维角度搜索和高分辨空间 谱算法中对协方差矩阵<sup>[14]</sup>的运算,以及提高波束 优化<sup>[15]</sup>算法对阵列流形失配的宽容性,本文提出 了一种抗阵列流形失配的双基地MIMO虚拟阵列 波束优化算法.首先,根据双基地MIMO系统的波 达角和波离角在双基地定位椭圆上的关系,将系 统的二维合成方向矢量转化为一维的虚拟阵阵列 流形,并对虚拟阵列进行波束形成.然后,针对由 于双基地MIMO的虚拟阵列随着目标位置而改变, 导致波束旁瓣过高的问题,利用适用于任意阵形的 二阶锥规划算法对双基地MIMO的虚拟阵列波束 进行优化,并通过在约束条件上增加对阵列流形失 配情况的分析,提出了一种抗阵列流形失配的稳健 低旁瓣波束优化算法,在兼顾旁瓣级和零陷设计的 基础上提高了优化算法的稳健性.

### 2 基于波形分集的双基地MIMO 系统

本节将 MIMO 技术的波形分集与双基地的目标定位解算相结合,将双基地 MIMO 的二维合成方向矢量转化为一维的虚拟阵阵列流形,并对虚拟阵列的波束图、发射阵波束图和接收阵波束图三者之间的关系进行了仿真分析.

#### 2.1 MIMO系统的信号模型

MIMO 系统的模型如图 1 所示. 假设发射阵和 接收阵都为等间隔线阵,发射阵元数为M,阵元间 距为 $d_t$ ,发射阵元发射正交信号,接收阵元数为N, 阵元间距为 $d_r$ ,忽略目标的多普勒,接收阵列接收 的目标回波模型 X 为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X} &= \sum_{i=1}^{P} \beta_i \boldsymbol{A}_{t}(\boldsymbol{\theta}_{Ti}) \otimes \boldsymbol{B}_{r}(\boldsymbol{\theta}_{Ri}) \boldsymbol{S} + \boldsymbol{Z} \\ &= \sum_{i=1}^{P} \beta_i \boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta}_{Ti}, \boldsymbol{\theta}_{Ri}) \boldsymbol{S} + \boldsymbol{Z}, \end{aligned} \tag{1}$$

其中, P为目标的个数;  $\beta_i$ ,  $\theta_{Ti}$ 和 $\theta_{Ri}$ 分别是第i个 目标的回波系数、波离角和波达角;  $A_t$ 和 $B_r$ 分别为 发射阵和接收阵的方向矢量;  $S = [S_1, S_2, \cdots, S_M]$ 为发射的 M 个相互正交的信号; Z 为噪声矢量;  $\otimes$ 表示 Kronecker 乘法. 可见  $K(\theta_{Ti}, \theta_{Ri})$  为二维合成方向矢量,它是 发射阵和接收阵方向矢量的Kronecker 积.由于发 射信号 S 相互正交,接收端可以通过匹配滤波器对 目标回波 X 进行信号分离,获得独立的 MN 个通 道信息,最后利用 MIMO 的分集技术来对目标信 息进行联合处理.



图1 MIMO系统的模型

#### 2.2 双基地 MIMO 的虚拟阵列技术

通过波形分集技术对接收端相互正交的信号 进行联合处理,可以将*M*发*N*收的 MIMO系统等 效为一个*MN*元的固定虚拟阵列.需要说明的是, 此时要求发射阵和接收阵具有相同的等效阵中心, 故虚拟阵列技术主要应用于密集式配置的单基地 MIMO中.虚拟阵列技术的优势大致可以分为三 类:一是增加接收端的阵元数,增加了阵列的自由 度,从而获得更高的接收增益;二是增加接收端的 阵列有效尺寸,减小了主瓣宽度,提高了目标的分 辨力;三是增加接收端阵列的阵元密度,相当于加 入了阵元权值,有效改善了波束的旁瓣.收发分置 的双基地 MIMO 由于接收阵和发射阵的等效声中 心不同,所以无法像单基地 MIMO 一样直接获得 等效的虚拟阵列.

单基地 MIMO 的系统配置如图 2 所示.为简 化模型,假设发射阵元数 M = 2,发射相互正交的 信号,阵元间距  $d_t = N d_r$ ,接收阵元数 N = 16.

单基地 MIMO 的发射阵与接收阵间隔很小, 发射阵和接收阵具有相同的等效阵中心,故此时 MIMO 系统的波达角与波离角相同,即 $\theta_{T} = \theta_{R}$ . 发射阵的方向矢量为

$$\boldsymbol{A}_{t}(\boldsymbol{\theta}_{R}) = [1, e^{-j\omega d_{t}\cos(\boldsymbol{\theta}_{R}/c)}].$$
(2)

接收阵的方向矢量为

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{R}}) = \begin{bmatrix} 1, \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega d_{\mathrm{r}}\cos(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{R}}/c)}, \\ \cdots, \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(N-1)d_{\mathrm{r}}\cos(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{R}}/c)} \end{bmatrix}.$$
(3)

通过匹配滤波器对两组正交信号进行分选,联合处 理可以得到单基地 MIMO 系统的合成方向矢量为

$$\boldsymbol{K}(\theta_{\mathrm{R}}) = \boldsymbol{A}_{\mathrm{t}}(\theta_{\mathrm{R}}) \otimes \boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{R}})$$

$$= [\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{R}}), \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega N d_{\mathrm{r}} \cos(\theta_{\mathrm{R}}/c)} \cdot \boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{R}})]$$
$$= [1, \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega d_{\mathrm{r}} \cos(\theta_{\mathrm{R}}/c)},$$
$$\cdots, \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(2N-1)d_{\mathrm{r}} \cos(\theta_{\mathrm{R}}/c)}]. \tag{4}$$

当阵元间距 $d_t = Nd_r$ 时,单基地MIMO的虚拟阵列技术使2元发射16元接收的系统等效为1元发射32元接收的虚拟阵列.



图 3 是典型的双基地 MIMO 系统配置示意图. 将图 1 中的发射阵和接收阵分别放置于同一直线 上的不同的平台,信号传播的距离和 $r_{\Sigma} = r_{T} + r_{R}$ , 信号的波达角与波离角分别为 $\theta_{T}$ 和 $\theta_{R}$ . 图中的虚 线为目标的等时到达曲线,在距离和 $r_{\Sigma}$ 固定时,轨 迹等效为以发射阵中心 $T_{0}$ 和接收阵中心 $R_{0}$ 为焦 点的椭圆.双基地 MIMO 的二维合成方向矢量为

$$\boldsymbol{K}(\theta_{\mathrm{T}}, \theta_{\mathrm{R}}) = [\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{R}}), \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega N d_{\mathrm{r}} \cos(\theta_{\mathrm{T}}/c)} \cdot \boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}(\theta_{\mathrm{R}})], \quad (5)$$

由于发射和接收位于不同的基站平台,此时  $\theta_{T} \neq \theta_{R}$ .导致发射阵元 $T_{1}$ 和 $T_{2}$ 所对应的两个 虚拟阵列的间距随目标位置而变化,无法像单基 地MIMO一样直接利用固定的虚拟阵列进行方位 估计.

下面利用双基地定位解算原理获得波达角 $\theta_{\rm R}$ 和波离角 $\theta_{\rm T}$ 之间的关系,将双基地MIMO的二维 合成方向矢量转化为一维的虚拟阵阵列流形.双 基地配置中根据接收阵获取的距离和角度信息  $(r_{\Sigma}, \theta_{\rm R})$ 对目标的定位解算,可以看作椭圆与直线 的交汇问题.根据几何关系可得

$$r_{\rm R} = \frac{r_{\Sigma}^2 - [(x_{\rm R} - x_{\rm T})^2 + (y_{\rm R} - y_{\rm T})^2]}{2[r_{\Sigma} + (x_{\rm R} - x_{\rm T})\cos\theta_{\rm R} + (y_{\rm R} - y_{\rm T})\sin\theta_{\rm R}]}.$$
 (6)

则目标的坐标为

$$\begin{cases} x = x_{\rm R} + r_{\rm R} \cos \theta_{\rm R} \\ y = y_{\rm R} + r_{\rm R} \sin \theta_{\rm R} \end{cases}, \tag{7}$$

此时的波离角 $\theta_{\rm T}$ 为

$$\theta_{\rm T} = a \tan\left(\frac{y - y_{\rm T}}{x - x_{\rm T}}\right)$$
$$= a \tan\left(\frac{y_{\rm R} + r_{\rm R}\sin\theta_{\rm R} - y_{\rm T}}{x_{\rm R} + r_{\rm R}\cos\theta_{\rm R} - x_{\rm T}}\right).$$
(8)

通过 (6)—(8) 式对 ( $r_{\Sigma}$ ,  $\theta_{\rm R}$ ) 的计算,得到目标 坐标 (x, y) 以及目标的波离角  $\theta_{\rm T}$ ,且 $\theta_{\rm T}$  和 $\theta_{\rm R}$  存在 固定的几何关系.将(8) 式代入(5) 式中,可以将二 维的合成方向矢量  $K(\theta_{\rm T}, \theta_{\rm R})$ 转化为一维的虚拟阵 列流形  $K(\theta_{\rm R})$ .最后利用得到的一维虚拟阵列流形 对目标进行方位估计.但由于在目标的定位椭圆上  $\theta_{\rm T}$ 是随 $\theta_{\rm R}$ 变化的,所以每个 $\theta_{\rm R}$ 得到的虚拟阵列都 是不同的.



图 3 双基地 MIMO 系统示意图

#### 2.3 双基地 MIMO 系统的虚拟阵列波束图

对于密集式配置的单基地 MIMO, 虚拟阵列的 波束图等效为发射阵波束图与接收阵波束图的合 成<sup>[16,17]</sup>.其中发射阵波束图随波离角变化, 可以看 作是波束图在发射阵角度域上的响应; 而接收阵波 束图随波达角变化, 可以看作是波束图在接收阵角 度域上的响应.由于单基地 MIMO 中 $\theta_T = \theta_R$ , 所 以发射阵和接收阵的波束图随同一角度变化, 二者 可以直接合成, 而在双基地 MIMO 中 $\theta_T \neq \theta_R$ , 二 者不能直接合成.但由(8)式可知 $\theta_T 与 \theta_R$ 存在一 一对应的关系, 双基地 MIMO 虚拟阵列的波束图 可以等效为发射波束图在接收阵角度域上的响应 和接收波束图的合成.

假设双基地MIMO的配置如图3所示,接 收阵N = 16,间距 $d_r = 7$  cm,发射阵元间距  $d_t = Nd_r = 1.12$  m,基线长度为10 m,目标回 波的传播距离和 $r_{\Sigma} = 80$  m. 据(8)式中双基地 的目标解算可得目标波达角 $\theta_{\rm R} = 60^{\circ}$ 时,波离角  $\theta_{\rm T} = 48.4^{\circ}$ ,则发射阵波束图分别在发射阵角度域  $\theta_{\rm T}$ 和接收阵角度域 $\theta_{\rm R}$ 的响应如图4所示.



图 4 发射阵波束图在不同角度域上的波束响应

由图 4 可以看出,发射波束响应对应发射阵的 角度域时,波束指向为 48.4°.根据  $\theta_{\rm T}$  与  $\theta_{\rm R}$  的一一 对应的关系,发射波束响应对应接收阵的角度域 时,波束指向为60°.只有发射阵波束图和接收阵 波束图对应相同的角度域才能够进行合成,从而 得到双基地MIMO虚拟阵的波束图.利用双基地 MIMO的虚拟阵列技术,在期望角度为30°,60°, 120°和150°时,接收阵、发射阵和虚拟阵列在接收 阵角度域上的波束响应如图5所示.

由图 5 可以看出, 双基地 MIMO 虚拟阵列的波 束图仍然能看作是发射阵波束图与接收阵波束图 的合成, 但此时用来合成的发射阵波束图是发射波 束响应由发射阵角度域向接收阵角度域的映射.由 于角度域上的映射是非线性的,导致发射阵波束 的栅瓣疏密呈不规则变化.仿真中期望方向在30° 和60°时, 双基地 MIMO 系统的波束主瓣宽度改善 较小, 分辨力约提高30%, 期望方向在120°和150° 时, 波束主瓣宽度改善较大, 分辨力约提高60%, 但 旁瓣却上升至 -8 dB和 -6 dB,导致波束的性能下 降严重, 此时需要对双基地 MIMO 的虚拟阵列进 行波束优化.



图 5 接收阵、发射阵和虚拟阵列的波束图比较

# 3 基于二阶锥规划的双基地MIMO 波束优化

二阶锥规划是一种基于凸优化问题的最优解 算方法<sup>[18,19]</sup>,利用二阶锥规划对波形进行约束可 以设计出兼顾旁瓣控制、干扰抑制、波束稳健等多 个条件下的阵列权值,且适用于任意阵形,所以 特别适用于双基地 MIMO 虚拟阵列随 θ<sub>R</sub> 变化的特性.由于环境的复杂性,现实应用中的信道失配、浅海频散失配等都会影响算法的性能,这些失配都分别对应有合适的校正算法,但是校正所残留的误差最终都可等效为实际阵列接收信号的相位误差,从而导致实际阵列接收信号与阵列流形失配.而当阵列流形失配时,利用理想阵列流形设计出的权值,将使波束发生畸变.由于双基地 MIMO 的二维合

成方向矢量  $K(\theta_{\rm T}, \theta_{\rm R})$  为发射阵和接收阵的方向矢量的 Kronecker 乘积,而 Kronecker 乘积可能会导致发射阵和接收阵产生误差的耦合现象,导致虚拟阵列流形误差对基站位置扰动更加敏感,故提高优化波束的稳健性对实际应用有着重要的意义.

#### 3.1 抗阵列流形失配的低旁瓣二阶锥规划

双基地 MIMO 的一维虚拟阵列流形为  $K(\theta)$ ,  $\theta = [0^{\circ} 180^{\circ}]$ .为了优化波束的旁瓣并且对固定方 向的相干干扰进行抑制,在波束主瓣不失真的情况 下,对波束的旁瓣级和零陷深度进行规划,其约束 优化问题可以写为<sup>[20]</sup>

 $\min \xi_{1}$ s.t. $\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{0}) = 1,$   $|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{m})| \leq \xi_{1} \quad \theta_{m} \in \Theta_{\mathrm{SL}},$   $|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{n})| \leq \xi_{2} \quad \theta_{n} \in \Theta_{\mathrm{IL}},$  (9)

其中,  $\theta_0$  为波束的期望方向;  $\Theta_{SL} 和 \Theta_{IL}$  分别表示 旁瓣和零陷对应的角度区间;  $K(\theta_m) 和 K(\theta_n)$  分 别表示旁瓣角度和零陷角度的阵列流形;  $\xi_1 和 \xi_2$  分 别表示旁瓣级和零陷深度的控制,其约束条件可以 理解为在主瓣不失真的情况下,满足 $\Theta_{IL}$  对应的零 陷设计, 使 $\Theta_{SL}$  对应的旁瓣级最低. (9) 式中权值 w的约束问题可以转化为二阶锥规划形式求解.

若  $\tilde{K}(\theta_i)$  为实际失配的虚拟阵列流形, 假定误 差的范数的上界为  $\varepsilon(\theta_i)$ , 则

$$\|\boldsymbol{K}(\theta_i) - \boldsymbol{K}(\theta_i)\| \leq \varepsilon(\theta_i).$$
(10)

将(10)式改写为

$$\tilde{\boldsymbol{K}}(\theta_i) = \boldsymbol{K}(\theta_i) + \rho(\theta_i), \qquad (11)$$

其中,  $\|\rho(\theta_i)\| \leq \varepsilon(\theta_i)$ . 假设设计的波束权值为 $\boldsymbol{w}$ , 则对 $\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{K}}(\theta_i)$ 进行分析可得

$$\begin{aligned} |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{K}}(\theta_{i})| &= |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{i}) + \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\rho(\theta_{i})| \\ &\geqslant |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{i})| - |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\rho(\theta_{i})| \\ &\geqslant |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{i})| - \|\rho(\theta_{i})\| \cdot \|\boldsymbol{w}\| \\ &\geqslant |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{i})| - \varepsilon(\theta_{i})\|\boldsymbol{w}\|, \quad (12) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{K}}(\theta_{i})| &= |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{i}) + \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\rho(\theta_{i})| \\ &\leqslant |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{i})| + |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\rho(\theta_{i})| \\ &\leqslant |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{i})| + |\rho(\theta_{i})\| \cdot \|\boldsymbol{w}\| \\ &\leqslant |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{i})| + \varepsilon(\theta_{i})\|\boldsymbol{w}\|. \quad (13) \end{aligned}$$

由(12)和(13)式可得

$$\min |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{K}}(\theta_{i})| = |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{K}(\theta_{i})| - \varepsilon(\theta_{i}) \|\boldsymbol{w}\|, \quad (14)$$

 $\max |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \tilde{\mathrm{K}}(\theta_{i})| = |\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{K}(\theta_{i})| + \varepsilon(\theta_{i}) \|\boldsymbol{w}\|. \quad (15)$ 对波束主瓣的控制采用 (14) 式可得

$$\|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta}_{0})\| - \varepsilon(\boldsymbol{\theta}_{0}) \|\boldsymbol{w}\| \ge 1; \quad (16)$$

对旁瓣级和零陷深度的设计采用(15)式可得

$$\|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta}_{m})\| + \varepsilon(\boldsymbol{\theta}_{m})\|\boldsymbol{w}\| \leqslant \xi.$$
(17)

将抗阵列流形失配的波束优化转化为凸优化问题,则稳健低旁瓣优化改写为二阶锥规划的形式为

$$\min \xi_{1}$$
s.t. $\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{0}) \geq 1 + \varepsilon(\theta_{0}) \|\boldsymbol{w}\|$ 
 $\|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{m})\| + \varepsilon(\theta_{m})\|\boldsymbol{w}\|$ 
 $\leq \xi_{1} \cdot \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{0}), \quad \theta_{m} \in \Theta_{\mathrm{SL}},$ 
 $\|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{n})\| + \varepsilon(\theta_{n})\|\boldsymbol{w}\|$ 
 $\leq \xi_{2} \cdot \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{0}) \quad \theta_{n} \in \Theta_{\mathrm{IL}}$ 
 $\|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{K}(\theta_{n})\| \leq \xi_{3} \quad \theta_{n} \in \Theta_{\mathrm{IL}}.$ 
(18)

为简化运算, 假设每个角度对应的阵列流形误差 上限都相同, 即 $\varepsilon(\theta_i) = \delta\sqrt{MN}$ , 则(11)式可以改 写为

$$\tilde{\boldsymbol{K}}(\theta_i) - \boldsymbol{K}(\theta_i) \leqslant \delta \,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_i},$$
 (19)

其中,  $\varphi_i$ 为*MN* 维阵列的随机相位误差, *MN* 为虚 拟阵列的阵元数,  $\xi_1$  和 $\xi_2$ 分别为存在阵列流形误 差时设计的旁瓣级和零陷深度,  $\xi_3$ 为理论阵列流形 时设计的零陷深度.

#### 3.2 双基地 MIMO 虚拟阵的波束优化

分别利用 (9) 和 (18) 式的二阶锥规划形式计算 出优化的权值 w, 仿真条件与图 5 相同, 零陷范围  $\Theta_{IL} = [90^{\circ} 105^{\circ}]$ , 零陷深度为 – 60 dB, 设计的阵列 流形误差容限  $\delta = 0.04$ , 不存在阵列流形误差时, 期 望方向为 30° 和 150° 的波束图如图 6 和图 7 所示.



图 6 (网刊彩色)常规波束图与二阶锥波束图的对比

188401-5



图中蓝色虚线为虚拟阵列的常规波束形成, 红 色点线和黑线分别为最低旁瓣和稳健低旁瓣的二 阶锥规划的波束图. 由图 6 和图 7 可以看出, 利用 二阶锥规划的波束图在不存在阵列流形误差时, 都 满足 – 60 dB 的零陷深度, 且旁瓣得到很好的改善. 稳健低旁瓣算法由于增加了抗阵列流形失配的约 束, 牺牲了波束旁瓣的性能, 旁瓣级要高于最低旁 瓣算法.

若期望方向为150°,虚拟阵列流形存在 $\delta = 0.01 \, \pi \delta = 0.06$ 的随机误差,分别利用基于二阶锥的最低旁瓣和稳健低旁瓣算法进行波束优化,循环统计100次,波束响应的平均结果如图8所示.

由图 8 可以看出, 阵列流形失配时, 基于二阶 锥规划的波束优化性能都有所下降, 零陷深度减 小.图 8 (a) 中 $\delta$  = 0.01, 最低旁瓣的波束零陷响应 升高为 – 40 dB, 稳健低旁瓣的波束零陷响应保持 在 – 50 dB.图 8 (b) 中 $\delta$  = 0.06, 最低旁瓣的波束零 陷响应升高为 – 23 dB, 零陷响应几乎与旁瓣级相 同, 而稳健低旁瓣的波束零陷响应为-34 dB, 且旁 瓣级的变化不大. 可见基于二阶锥规划的稳健低旁 瓣约束算法对阵列流形失配具有很好的宽容性.

图 9 为最低旁瓣约束和稳健低旁瓣约束的零 陷深度和旁瓣级随阵列流形误差的变化曲线, 仿 真条件与图 8 相同.可以看出随着阵列流形误差的 增加,最低旁瓣约束的零陷和旁瓣响应都升高, 在  $\delta > 0.08$ 后零陷响应几乎与旁瓣相同,设计的零陷 已经完全失效.而稳健低旁瓣约束对阵列流形失配 的宽容性较好,零陷的响应级比未加稳健的最低旁 瓣约束低 10 dB, 且旁瓣响应稳定在 –17 dB 附近.

#### 3.3 双基地 MIMO 虚拟阵的方位谱优化

利用二阶锥规划对 (18) 式的波束优化问题进 行求解,得到权值*w*.可以看出*w*是针对不同期望 方向的虚拟阵列流形向量*K*(θ)来设计的.保存每 个期望方向所设计的优化权值可得

$$\boldsymbol{w}_{\text{socp}} = [\boldsymbol{w}(\theta_1) \quad \boldsymbol{w}(\theta_2) \quad \cdots \quad \boldsymbol{w}(\theta_i)], \quad (20)$$

利用 *w*<sub>socp</sub> 对虚拟阵列接收的信号进行加权波束形成,即可获得旁瓣优化和零陷设计后的方位谱.

假设目标和相干干扰都位于 $r_{\Sigma} = 80$  m 的椭圆上,入射角度分别为130°和42°,干信比 ISR = 30 dB,其他仿真条件与图5相同,零陷范围  $\Theta_{IL} = [40°44°],零陷深度为-60 dB,利用最低旁$ 瓣和稳健低旁瓣算法设计的波束权值对理想情况和阵列流形失配时的方位谱进行优化,仿真结果如图 10 和图 11 所示.



188401-6



图 9 (网刊彩色)零陷深度和旁瓣级随阵列流形误差的变化



图 10 (网刊彩色) 理想情况下的方位谱对比 (a) 无相 干干扰,  $\delta = 0$ ; (b) 相干干扰为 30 dB,  $\delta = 0$ 



图 11 (网刊彩色) 阵列流形失配时的方位谱对比 (a) 无相干干扰,  $\delta = 0.05$ ; (b) 相干干扰为 30 dB,  $\delta = 0.05$ 

图 10 和图 11 中蓝色虚线、红色点线和黑色实 线分别为常规波束形成、最低旁瓣优化和稳健低旁 瓣优化的方位谱.由图 10 可以看出,在理想情况下  $\delta = 0$ 时,最低旁瓣和稳健低旁瓣都可以较好地抑 制固定方位上的相干干扰,且最低旁瓣方位谱的旁 瓣要优于稳健低旁瓣方位谱.由图 11 可以看出,在 阵列流形误差 $\delta = 0.05$ 时,最低旁瓣方位谱的旁瓣 升高,在相干干扰为 30 dB时,最低旁瓣方位谱已 经无法估计出目标的方位,这是由于未加稳健的最 低旁瓣优化波束图在阵列流形失配时,波束设计的 零陷升高,无法满足相干干扰的抑制条件,而稳健 低旁瓣优化仍能够很好地保证方位谱的性能.



图 12 稳健低旁瓣方位谱的旁瓣级随阵列流形误差的变化

图 12 给出稳健低旁瓣方位谱的旁瓣级随阵列 流形误差的变化曲线,循环统计次数为100次.由 仿真结果可以看出,方位谱的旁瓣级随着干信比 ISR 和阵列流形误差的增加而增加,稳健低旁瓣算 法对阵列流形失配的情况有更好的宽容性.

#### 3.4 水池试验

由于水池空间的限制,试验中采用近场模型. 接收阵如图 13 所示,为18 元等间隔线阵,阵元间 距为7 cm.两个发射声源如图 14 所示,发射相互 正交的四相编码信号,信号长度为 3.2 ms,带宽为 20—30 kHz.发射声源的间距为1 m,双基地 MI-MO 的基线长度为3 m,目标水杯正对接收阵中心, 距离为 6.75 m.水池试验的配置如图 15 所示.

图 16 中的蓝色细线和蓝色虚线分别为单独提 取出 T<sub>1</sub> 发射信号和 T<sub>2</sub> 发射信号的常规方位谱,黑 色粗线和红色点线分别为双基地 MIMO 虚拟阵的 常规方位谱和二阶锥加权方位谱.由于两个发射 声源发射的编码信号无法完全正交,所以输出的方 位谱旁瓣都较高,方位谱可以估计出目标的方位为 2°.可以看出,单独提取出 T<sub>1</sub> 发射信号和 T<sub>2</sub> 发射 信号的目标常规方位谱主瓣宽度近似,约为 2°;而 双基地 MIMO 虚拟阵常规方位谱主瓣宽度为 1.2°, 目标分辨力提高,但主瓣两侧出现了高旁瓣,导致 方位谱的性能下降;加入二阶锥规划权值后,主瓣 两侧的旁瓣得到了改善,但方位谱的主瓣宽度增加为1.4°.通过水池试验,双基地 MIMO 虚拟阵的优势以及二阶锥方位谱优化的性能都得到了有效验证.



图 13 18 元接收线阵



图 14 两个发射声源



图 15 水池试验示意图



图 16 (网刊彩色)目标的方位谱对比

4 结 论

本文将MIMO的波形分集技术与双基地目标 定位解算相结合,通过波达角和波离角在双基地定 位椭圆上的关系,将双基地MIMO的二维合成方 向矢量转化为一维的虚拟阵阵列流形.利用虚拟阵 列流形进行波束形成,避免了复杂的二维角度搜索 和高分辨空间谱算法中的协方差矩阵运算. 证明了 双基地 MIMO 虚拟阵列的波束图等效为发射波束 图在接收阵角度域上的响应和接收波束图的合成. 由于映射是非线性的, 栅瓣的疏密呈不规则变化, 导致合成的虚拟阵列波束图虽然提高了接收端的 接收增益和目标分辨力,但旁瓣却上升,波束性能 下降严重. 针对此问题, 本文提出了一种基于二阶 锥规划的抗阵列流形失配稳健低旁瓣波束优化算 法,在控制旁瓣级和零陷深度的同时,对阵列流形 失配的情况进行了分析. 通过对双基地 MIMO 虚 拟阵列波束图和方位谱的优化仿真分析可以看出, 稳健低旁瓣波束优化算法在兼顾固定方向上相干 干扰抑制和旁瓣控制的同时,提高了波束优化算法 对阵列流形失配的宽容性.

#### 参考文献

- Xiao S, Cai J J, Wang R L, Liu M Z, Liu F 2009 Chin. Phys. B 18 5103
- [2] Shi J, Yang D S, Shi S G 2012 Acta Phys. Sin. 61 124302
   (in Chinese) [时洁, 杨德森, 时胜国 2012 物理学报 61 124302]
- [3] Hai L, Zhang Y R, Pan C L 2013 Acta Phys. Sin. 62 238402 (in Chinese) [海凛, 张业荣, 潘灿林 2013 物理学报 62 238402]
- [4] He H, Stoica P, Li J 2009 IEEE Trans. Signal Process.
   57 4403
- [5] Li J, Xu L Z, Stoica P 2008 IEEE Trans. Signal Process. 56 220
- [6] Bekkerman I, Tabrikian J 2006 IEEE Trans. Signal Process. 54 3873
- [7] Gao B, Yang S E, Piao S C 2012 Acta Phys. Sin. 61 054305 (in Chinese) [高博, 杨士莪, 朴胜春 2012 物理学报 61 054305]
- [8] Fishler E, Haimovich A, Blum R 2006 IEEE Trans. Signal Process. 54 825
- [9] Li J, Lin D, Stoica P 2010 IEEE Trans. on A&E 46 451
- [10] Wu Y B, Zheng Z D, Yang J S 2011 J. Electron. Inf. Technol. 33 1818 (in Chinese) [吴跃波, 郑志东, 杨景曙 2011 电子与信息学报 33 1818]
- [11] Cheng Y B, Gu H, Su W M 2012 J. Electron. Inf. Technol. 34 313 (in Chinese) [程院兵, 顾红, 苏卫民 2012 电子 与信息学报 33 313]
- [12] Liu X L, Liao G S 2011 Acta Electron. Sin. 3 598 (in Chinese) [刘晓莉, 廖桂生 2011 电子学报 3 598]

- [13] Liang G L, Ma W, Fan Z, Wang Y L 2013 Acta Phys. Sin. 62 144302 (in Chinese) [梁国龙, 马巍, 范展, 王逸林 2013 物理学报 62 144302]
- [14] Xiao X, Xu L, Li Q W 2013 Chin. Phys. B 22 094101
- [15] Zhang B X, Liu D D, Shi F F, He F D 2013 Chin. Phys. B 22 014302
- [16] Tian T, Liu G Z, Sun D J 2003 Sonar Technology (Harbin, Harbin Engineering University Press) p68 (in Chinese) [田坦, 刘国枝, 孙大军 2003 声纳技术 (哈尔滨: 哈尔滨工程大学版社) 第 68 页]
- [17] Sun C, Liu X H 2012 Technical Acoustics 31 122 (in Chinese) [孙超, 刘雄厚 2012 声学技术 31 122]

- [18] Vorobyov S A, Gershman A B, Luo Z Q 2003 IEEE Signal Process. 51 318
- [19] Yan S F, Ma Y L 2009 Sensor Array Beampattern Optimization: Theory with Application (1st Ed.) (Beijing: Science Press) p53 (in Chinese) [鄢社锋, 马远良 2009 传 感器阵列波束优化设计及应用 (北京:科学出版社) 第53 页]
- [20] Wang Y, Wu W F, Fan Z, Liang G L 2013 Acta Phys. Sin. 62 184302 (in Chinese) [王燕, 吴文峰, 范展, 梁国龙 2013 物理学报 62 184302]

## Optimizations for robust low sidelobe beamforming of bistatic multiple-input multiple-output virtual array<sup>\*</sup>

Huang  $\operatorname{Cong}^{(1)2)}$  Sun Da-Jun<sup>1)2)†</sup> Zhang Dian-Lun<sup>1)2)</sup> Teng Ting-Ting<sup>1)2)</sup>

1) (Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

2) (College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(Received 14 April 2014; revised manuscript received 21 May 2014)

#### Abstract

Two-dimensional estimation for direction of arrival and direction of departure is required in the target location of bistatic multiple-input multiple-output (MIMO) system. In view of the huge calculation of array covariance matrix processing and the sensitivity to the array manifold mismatch, a beam optimization algorithm which can resist array manifold mismatch is proposed based on the virtual array of bistatic MIMO. Optimization for beam pattern through the second-order cone programming is used in the algorithm. The waveform diversity technology and location of bistatic system are combined. The relationship between direction of arrival at and direction of departure from the ellipse locating line is used to convert the two-dimensional synthesis direction vector into one-dimensional virtual array manifold. It is proved that the beam pattern of virtual array manifold transformed in bistatic MIMO can be equivalent to the combination of the beam pattern of transmitting array mapping on the receiving array angle domain and the beam pattern of receiving array. The algorithm can not only control the side lobe and null the beam pattern but also improve the ability to resist array manifold mismatch. The validity of the method is verified by the computer simulation of the optimized beam pattern and spectrum.

Keywords: bistatic MIMO, waveform diversity, virtual array, second-order cone programmingPACS: 84.40.Ua, 43.60.Fg, 42.60.JfDOI: 10.7498/aps.63.188401

<sup>\*</sup> Project supported by the National Defense Basic Scientific Research Program of China (Grant No. B2420132004), and the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2012AA090901-4).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: sundajun@hrbeu.edu.cn