

基于多重分形去趋势波动分析法的交通流多重分形无标度区间自动识别方法*

熊杰 陈绍宽[†] 韦伟 刘爽 关伟

(北京交通大学交通运输学院, 城市交通复杂系统理论与技术教育部重点实验室, 北京 100044)

(2014年4月3日收到; 2014年6月11日收到修改稿)

无标度区间是时间序列在统计意义上存在分形自相似性的尺度范围, 是交通流多重分形特征研究中的重要组成部分. 为解决交通流多重分形研究中多重分形去趋势波动分析法 (multi-fractal detrended fluctuation analysis, MF-DFA) 缺乏有效识别无标度区间方法的问题, 本文在分析算法过程中交通流波动函数对数曲线突变点性质的基础上, 结合传统无标度区间识别方法的构建思想, 建立基于 MF-DFA 算法的无标度区间自动识别方法. 以北京市二环快速路外环方向的部分道路为例开展实例研究, 通过与传统无标度区间识别方法的结果对比, 验证新方法的有效性. 研究表明: 本文方法能自动识别交通流多重分形无标度区间, 且稳定性好; 案例研究可知交通流短时间内波动较小、自相似性较强, 随着研究时间段变长、交通流波动逐渐变大, 自相似性逐渐消失, 进一步解释了交通流无标度区间的有限性.

关键词: 交通流, 多重分形, 无标度区间, 多重分形去趋势波动分析法

PACS: 05.45.Df

DOI: 10.7498/aps.63.200504

1 引言

多重分形描述了复杂系统不同层次的生长特征, 从局部出发来研究整体特征, 是目前研究复杂城市交通问题的方法之一^[1,2]. 随着交通拥堵程度加剧、规模变大, 从系统层次上分析问题显得尤为重要. 交通流多重分形^[3,4]是在统计意义上存在的分形^[5], 而自然界与社会学领域存在的分形不像数学分形具有无穷尺度的自相似性, 只在一定范围内存在^[6], 此范围即无标度区间, 交通流多重分形也仅存在于无标度区间内. 在无标度区间内, 不同尺度统计的交通流特性具有相似性, 根据已有宏观交通流特性, 可类似地推断出微观交通流的性质, 为短时交通流预测与控制开辟新思路. 如何准确计算交通流分形的无标度区间, 是深入研究与应用多重分形理论与方法的基础, 也是提高分析结果精度的

主要途径.

多重分形理论在材料^[7]、指纹识别^[8-10]、复杂网络^[11]等领域得到了广泛应用. 作为其重要组成部分之一的无标度区间识别方法, 相关研究也较多, 主要体现在一些实际应用中. 学者们针对具体研究对象的特点, 提出了区间识别方法. Kim 和 Salas^[12]根据实际测量数据标准方差的估计值给出无标度区间范围, 该方法较复杂且需要具有一定经验. 巫兆聪^[13]提出了基于标准偏差的自适应无标度区间确定方法, 能抑制无标度区间“漂移”, 但计算过程较复杂. 党建武等^[14]提出基于相关度和置信度两个评价指标的分组递归无标度区间算法. 李后强和汪富泉^[15]提出了三折线段逼近拟合法, 认为采用三折线段作最优逼近无标度区间的效果最佳. 唐贵基等^[16]在文献^[15]的基础上, 提出了采用曲线来代替两侧直线段的方法, 称为曲线-直线-曲线拟合法, 提高了识别精度. 杜必强等^[17]在文献

* 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2011AA110303)、国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2012CB725406) 和国家自然科学基金 (批准号: 71001006) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: shkchen@bjtu.edu.cn

[16]的基础上, 通过判断曲线各点斜率变化找到无标度区间, 从而实现了自动识别, 但该方法容易受局部点斜率变化的影响. 贾子文等^[18]基于关联积分算法中存在线性区间关系提出了自动识别的方法, 提高了计算效率. 吴虎胜等^[19]提出分段拟合误差法识别无标度区间, 但精确度较低.

这些方法从数学分析或实际应用出发, 对于无标度区间识别具有重要参考意义, 但在多重分形去趋势波动分析(MF-DFA)算法的适用性方面有待进一步研究. MF-DFA算法中未明确提出识别无标度区间的步骤, 但交通流多重分形研究时其无标度区间的特点较为明显, 而已有的研究也未能充分分析这些特点, 因此需要开展进一步的研究.

关于MF-DFA算法的相关研究主要包括: Kantelhardt和Zschiegner^[20]建立了MF-DFA算法, 但没有考虑无标度区间. Couillard等^[21]根据经验值选取无标度区间. Varotsos和Sarlis^[22]提出在MF-DFA算法过程中, 拟合广义Hurst指数时需要选择线性较好的双对数区间, 但也未提出具体的算法. Zhou等^[23]从理论上研究了MF-DFA中多重分形指数的关系, 但在算法中未考虑无标度区间. 苟学强等^[24]研究雷电放电前地面电场的多重分形特性时也未考虑无标度区间. 上述研究需要在以下3个方面开展进一步的工作: 1) 基于经验值的无标度区间缺乏定量依据; 2) 现有线性区间识别方法对识别突变点的灵敏度不高; 3) MF-DFA算法缺乏自动识别无标度区间的方法. 因此, 有必要建立基于MF-DFA算法的无标度区间自动识别方法.

本文借鉴Hurst指数中无标度区间识别方法的构建思想, 结合MF-DFA算法中波动函数对数曲线的线性区间突变点性质的研究, 建立交通流无标度区间自动识别方法, 并通过案例研究验证方法的有效性.

2 基于Hurst指数的无标度区间识别方法

Hurst指数反映了时间序列不同尺度之间的关系, 是衡量时间序列自相似性的特征量. Hurst指数周期是衡量自相似性存在尺度范围的特征量.

交通流数据时间序列中不同尺度之间的关系可表示为

$$(R/D)_s = ks^H, \quad (1)$$

式中, k 为常数, s 为尺度, R 为序列的极差, D 为标准差, H 为Hurst指数, $(R/D)_s$ 为重标极差. s 取不同值时, 得到一组 $(R/D)_s$, 对(1)式取双对数得到(2)式, 其斜率即为Hurst指数:

$$\ln(R/D)_s = \ln k + H \ln(s). \quad (2)$$

当 $H = 0.5$ 时, 序列是随机过程; $H \in (0, 0.5)$ 时, 序列具有反持久性, 即交通流变化与之前的趋势相反, 值越小反持久性趋势越强; $H \in (0.5, 1)$ 时, 序列具有持久性, 即交通流保持之前变化趋势, 值越大持久性越强.

Hurst周期是(2)式双对数坐标系中线性较好的区间范围, 与无标度区间的意义相同, 因此可作为无标度区间的判断标准.

基于Hurst指数周期的无标度区间确定方法如下:

- 1) 利用重标极差法得到(2)式中的 $\ln(R/D)_s$ - $\ln(s)$ 曲线.
- 2) 通过人工观察识别找到关系 $\ln(R/D)_s$ - $\ln(s)$ 的线性区间, 区间范围为Hurst周期, 即无标度区间.

由于交通流时间序列中连续的不同数据较多等因素, 通常在 $s < 20$ 时, 统计 $\ln(R/D)_s$ 值将出现异常状况, 因此 s 下限通常取值为20. 如图1所示, 起点 $s = 20$, 从起点开始曲线的线性较好; 到拐点处线性关系消散, 其拐点 $s = 400$, 所以无标度区间为(20, 400). 为更好展示突变点, 本文所有图横坐标 $\ln(s)$ 均转换成对应 s 值.

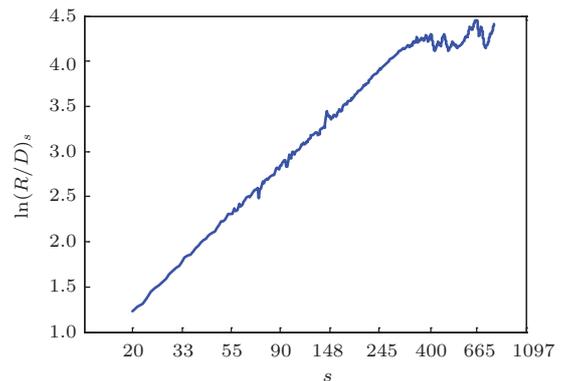


图1 基于Hurst的无标度区间

该方法简单、准确性较好, 可避免出现大的“漂移”现象, 但精度较差, 尤其是当线性关系显著性较差时, 容易影响参数估算的准确性与可靠性. 特别是该方法还需要人工干预, 不利于自动计算识别, 对大量无标度区间的识别存在困难.

3 基于MF-DFA算法的无标度区间自动识别

现有的基于Hurst指数、基于关联积分等识别方法未充分考虑交通流分形研究应用中的需求,因此,本文基于MF-DFA算法的特点,提出交通流分形无标度区间的自动识别方法.

3.1 MF-DFA算法

MF-DFA是由Kantelhard在DFA方法的基础上提出的交通流多重分形研究方法之一^[19].该方法中局部特征 q 阶波动函数 $F(q, s)$ 与尺度 s 之间存在如下关系:

$$F(q, s) \propto s^{h(q)}, \quad (3)$$

式中, $F(q, s)$ 为波动函数, q 为阶数, s 为尺度, $h(q)$ 为广义Hurst指数.

MF-DFA算法步骤如下.

1) 计算时间序列 $\{x_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, N$)的离差序列 $\{y_i\}$,

$$y_i = \sum_{k=1}^i (x_k - \bar{x}) \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (4)$$

式中, \bar{x} 是均值.

2) 将序列 y_i 划分成 $N_s = \text{int}(N/s)$ 个区间.每个区间均含有 s 个数据,当 N 未整除 s 时, y_i 将会有一段剩余.为了不丢失数据,再从序列尾部开始重复这一分割过程,最终将得到 $2N_s$ 个等长小区间,将序列的所有数据包含在里面.

3) 计算均方误差 $F^2(s, v)$.以区间 v ($v = 1, 2, \dots, 2N_s$)为例,进行 k 阶多项式拟合:

$$y_v(i) = a_1 i^k + a_2 i^{k-1} + \dots + a_{k+1} \quad (k = 1, 2, \dots); \quad (5)$$

对于区间 $(v = 1, 2, \dots, 2N_s)$

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[(v-1)s+i] - y_v(i)\}; \quad (6)$$

对于区间 $(v = N_s + 1, N_s + 2, \dots, 2N_s)$

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}. \quad (7)$$

4) 计算 q 阶波动函数 $F(q, s)$,

$$F(q, s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s, v)]^{q/2} \right\}^{1/q}, \quad (8)$$

式中, q 为非0实数, $F(q, s)$ 与 s 存在幂律关系,如(3)式.

5) 计算单个广义Hurst指数 $h(q)$. q 取某数值, s 取不同值,重复步骤2)—4),并对(3)式求对数,拟合曲线斜率,得到广义 $h(q)$ 值:

$$\ln F(q, s) = \ln k + h(q) \cdot \ln s. \quad (9)$$

6) 计算广义Hurst指数 $h(q)$ 及奇异指数 $\alpha(q)$. q 取不同的值,重复步骤1)—5),得到 $h(q)$;根据(10)和(11)式求出 $\alpha(q)$ 及其宽度 $\Delta\alpha$:

$$\alpha(q) = h(q) + qh'(q), \quad (10)$$

$$\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}, \quad (11)$$

式中, α 为奇异指数,表示各子区间的生长概率,值的大小与奇异性成反比关系; $\Delta\alpha$ 表示最大概率与最小概率的差别,值越大表示序列分布越不均匀,分形强度越大.

3.2 基于MF-DFA算法的无标度区间自动识别方法

本文根据MF-DFA算法研究交通流分形特征时波动函数对数曲线位于线性、非线性区间的特点,建立交通流多重分形无标度区间自动识别方法.

3.2.1 MF-DFA算法的特点

通过MF-DFA算法步骤5)拟合斜率,当 q 取定值时 $h(q)$ 为定值,即线段的斜率是定值,表现为线性特征强.用MF-DFA算法分析北京市道路交通流数据,结果如图2所示,线性区间范围为无标度区间.

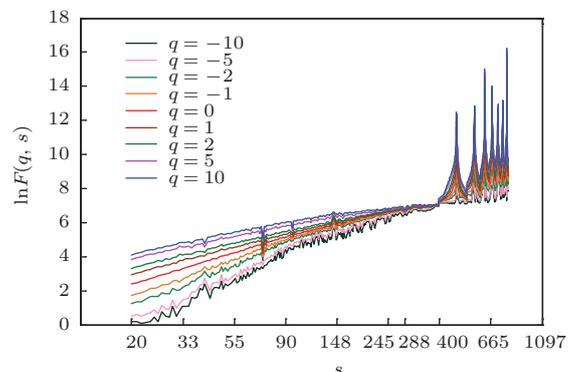


图2 (网刊彩色) 基于MF-DFA的无标度区间

当 q 取不同值时, 曲线均存在线性区间, 且线性区间的性质比较突出, 有以下 3 个特点.

首先, 线性区间下限比较明显. 当 q 取不同值时, 发现在起点 $s = 20$ 处曲线的线性较好, 如图 2 所示. 因此, 无标度区间最小值取 $s_{\min} = 20$, 即区间下限是确定的. 此外 s 下限取 20, 还考虑以下两个因素: 1) 由于路况数据中连续相同值较多等因素, 子区间中数据过少将出现异常结果; 2) 为了避免子区间中由于数据过少导致的拟合误差偏大.

其次, 线性区间上限处有两个特点: 1) 各曲线无标度区间最大值点在同一位置, 即突变点; 2) 不同曲线波动函数对数 $\ln F(q, s)$ 值之差最小. 根据这两个特点可识别无标度区间最大值 s_{\max} .

最后, q 取不同值时, 线性区间特点不同, 主要包括两方面. 1) 以 $q = 0$ 为分界, q 分别取正负数时曲线的性质不一样, 如图 2 所示. 当取负数时, 突变点前 $\ln F(q, s)$ 值变化较大, 突变点后值变化较小; 当取正数时, 突变点前值变化较小, 突变点后值变化较大. 其中, $q < 0$ 时, 曲线线性在无标度区间内表现为不强, 但相对整个区间而言仍较强; $q > 0$ 线性区间的线性关系较好. 因此, 研究中为保证结果的准确性, q 值应尽量取正数. 2) 当 q 越大时, $\ln F(q, s)$ 值越大, 如图 2 所示. q 值相差越大越容易识别, 因此, 无标度区间识别时应尽量选两个相差较大的 q 值计算 $\ln F(q, s)$ 差.

3.2.2 识别算法步骤

根据上述波动函数对数曲线的特点, 建立无标度区间自动识别算法, 具体步骤如下.

1) 计算第一个波动函数对数序列 $\ln F(q_1, s)$. 应用 3.1 节中算法步骤的 1)–5) 得到 (3) 式, 对 (3) 式取对数即可. q_1 取 s 计算所取阶数中的最小正数; 尺度 s 从 20 开始取值, 以 1 为间隔依次增加, 得到序列 $\ln F(q_1, s)$.

2) 计算第二个序列 $\ln F(q_2, s)$. q_2 取所取阶数中的最大正数, 重复步骤 1) 得到序列 $\ln F(q_2, s)$.

3) 计算差序列 $x(s)$. 计算上述两个序列的差, 得到一个新序列 $x(s)$:

$$x(s) = \ln F(q_1, s) - \ln F(q_2, s). \quad (12)$$

4) 计算无标度区间最大值 s_{\max} ,

$$s_{\max} = s\{\min x(s)\}, \quad (13)$$

式中, $s\{\}$ 表示求序列 $x(s)$ 中最小值 $x(s)_{\min}$ 对应的 s 值.

5) 验证 s_{\max} 值准确性. 为避免结果陷入局部最优, 需进行判断. 判断依据: 突变点处前后两点的 $\ln F(q, s_{\max})$ 值有较大变化. 经统计, 如果当前点前后差值达到 10 倍时, 认为变化很大, 即为突变点. 具体计算方法如下:

$$\begin{aligned} \Delta F(q, s_{\max} + 1) &= \ln F(q, s_{\max} + 1) - \ln(q, s_{\max}), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta F(q, s_{\max}) &= \ln F(q, s_{\max}) - \ln(q, s_{\max} - 1), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Delta F(q, s_{\max} + 1) \geq 10\Delta F(q, s_{\max}), \quad (16)$$

当 q 任取两个不同值时, 均满足条件 (14)–(16) 式时, 可确定无标度区间为 (s_{\min}, s_{\max}) 是准确的.

3.2.3 识别算法流程图

基于 MF-DFA 算法的无标度区间自动识别算法流程如图 3 所示. 与基于 Hurst 指数的识别方法相比, 该方法有以下优点: 1) 无标度区间最大值处的突变点变化明显, 易识别; 2) 稳定性更高, 通过取不同 q 值的多条线段的无标度区间对比验证, 消除因单条线段识别产生的误差; 3) 增加了检验步骤 5), 可避免陷入局部最优; 4) 实现自动识别功能, 避免人工识别的主观误差.

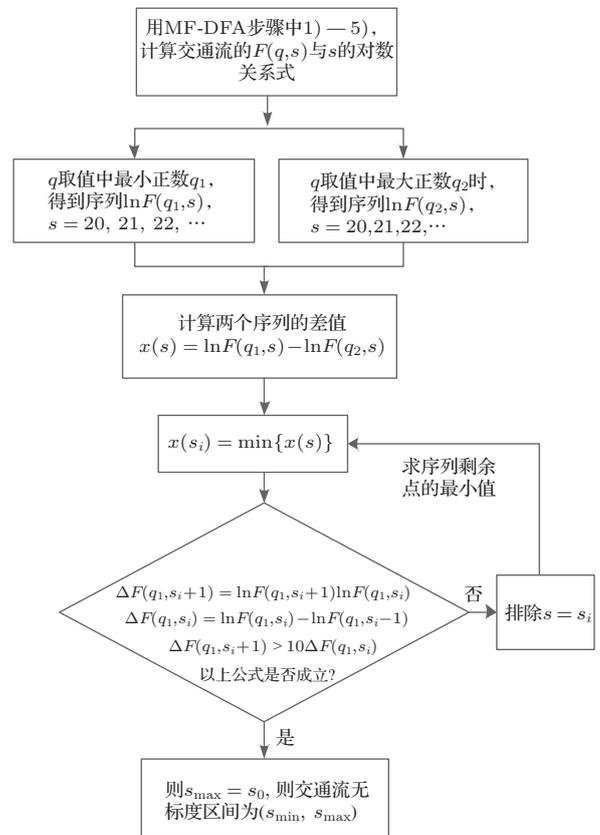


图3 基于 MF-DFA 的无标度区间自动识别流程

4 案例分析

选取北京市二环快速路外环东西南北方向各一条道路(如表 1 所列)为例,以交通流路况(基于速度)数据作为交通状态时间序列,分别应用基于Hurst 指数、基于MF-DFA 的自动识别方法计算无标度区间.通过对比两种方法的结果,验证本文提出的自动识别方法的有效性.

表 1 路段编号及名称

| 编号 | 名称 | 编号 | 名称 |
|----|-----------|-----|-----------|
| 2 | 东便门桥至建国门桥 | 30 | 阜成门桥到西直门桥 |
| 39 | 永定门桥至玉蜓桥 | 168 | 钟楼北桥到德胜桥 |

4.1 基于Hurst 指数与MF-DFA 算法的识别结果

4.1.1 Hurst 指数识别结果

以2009年4月7日到17日的路况值作为初始数据,数据时间间隔为5 min(案例中均相同),利用基于Hurst 指数识别法计算无标度区间,结果如图 4 所示.

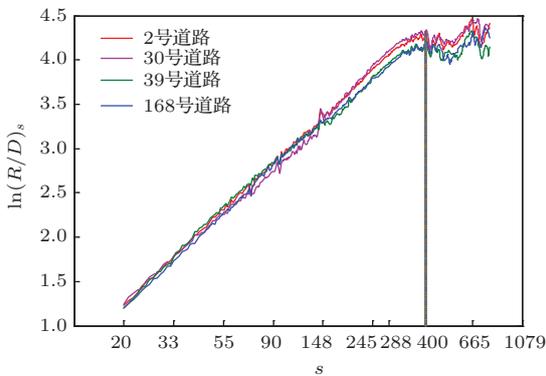


图 4 (网刊彩色) 基于 Hurst 指数的识别结果

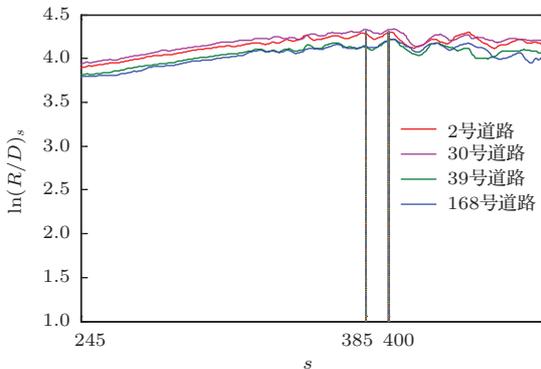


图 5 (网刊彩色) 基于 Hurst 指数识别结果的放大图

如图 4 所示,起点 $s = 20$ 处与 $s > 20$ 后的点线性关系较好,且无明显脱离 $s > 20$ 时的线段趋势,所以起点处的线性关系较好,无标度区间最小值为 20.图 5 中,对于 4 条道路而言,在较强线性区域到较弱区域的变化区间,有两个较为明显的变化点,即 $s = 385$ 与 $s = 400$.注意到 $s = 385$ 时线段斜率下降,但仍保持较好的线性关系,且在 $s = 400$ 处线段有明显突出点,所以 s 最大值人工判定为 400,无标度区间为 $(20, 400)$.显然,该法在无标度区间最大值的识别上存在 15 左右的不确定性偏差.

4.1.2 MF-DFA 算法识别结果

应用基于MF-DFA 的自动识别方法计算无标度区间,各路段 $\ln F(q, s) - \ln(s)$ 关系如图 6 (a)—(d) 所示.

如图 6 所示, q 取 $(-10, 10)$, 步长为 1.图 6 (a)—(d) 各子图中线段从下到上分别表示 q 取 -10 — 10 的结果.在识别过程中, q 分别取 1 与 10, 计算当 $s = 400$ 时 4 条道路的 $\ln F(q, s_{\max})$ 值变化情况如表 2 所列.由表可知, $s = 400$ 即根据自动识别算法获得的突变点.因此,案例 4 条路段的无标度区间最大值均为 400,可准确识别其无标度区间为 $(20, 400)$.

两种算法得到的无标度区间相同,说明基于MF-DFA 的识别方法是有效的.相对于基于Hurst 指数的识别方法中由于突变点不明显导致结果可能在 $(385, 400)$ 间波动,本文自动识别方法获得的突变点较为明显且波动不大,结果稳定性更好.

4.2 结果分析

4.2.1 无标度区间范围分析

北京市部分道路交通流路况数据无标度区间为 $(20, 400)$,说明在该范围内的交通流相互之间具有较强的自相似特性. s 最小范围取 20,即 (20×5) min; 最大范围取 400,即 (400×5) min.确定的交通流路况无标度区间为 100—2000 min (1.39 d),说明可通过上述区间内的相似性来分析尺度 $(100$ — $2000)$ min 范围)的交通流特征.该区间包括了尺度为一天的交通流,与交通流的日周期规律并不冲突,同时从分形理论方面证明了日交通周期规律的存在.

交通流多重分形无标度区间与周期性意义有一定差异.无标度区间是时间序列在统计上存在幂律关系(自相似性)的尺度集合;在交通中,表示交

通流受之前状态影响的时间范围集合, 其影响程度用自相似指标(分形维数)标定. 无标度区间下限值是交通流受之前状态影响的最短时间; 区间上限是交通流受之前状态影响的最长时间, 超过该范围的交通状态不产生影响. 交通周期性规律是指交通流经过一个相当规律的时间间隔(如日、周、月等), 呈现规律性变动的状况. 无标度区间是从不同的时间尺度出发, 统计得到交通流的变化规律; 而周期性规律为其中某一个统计尺度所获得的规律. 无标度区间内不同尺度的交通流具有相似性, 可通过交通流周期尺度的规律为其他尺度研究提供思路与验证.

本文中两种方法得到无标度区间下限值为 100 min, 实际值可能比 100 min 更小, 但由于已有数据精度限制(基于 5 min 数据)而无法进一步深入探讨; 如果通过提高交通流检测技术水平可得到更精确的下限值. 上限值均大于日周期 288, 主要是由于交通流不仅受日交通规律影响, 还受到每天该时刻的相邻时段交通流等因素影响. 从图 2 和图 4 看到, 区间 (20, 288) 内线性较好, 说明日周期性影响了交通流分形无标度区间; 图 2 中, $s = 288$ 时曲线有较小的局部低谷, 之后斜率有小幅下降但线性仍较好, 此时交通流自相似性减弱, 说明周期外其他因素对交通流自相似性的影响偏弱.

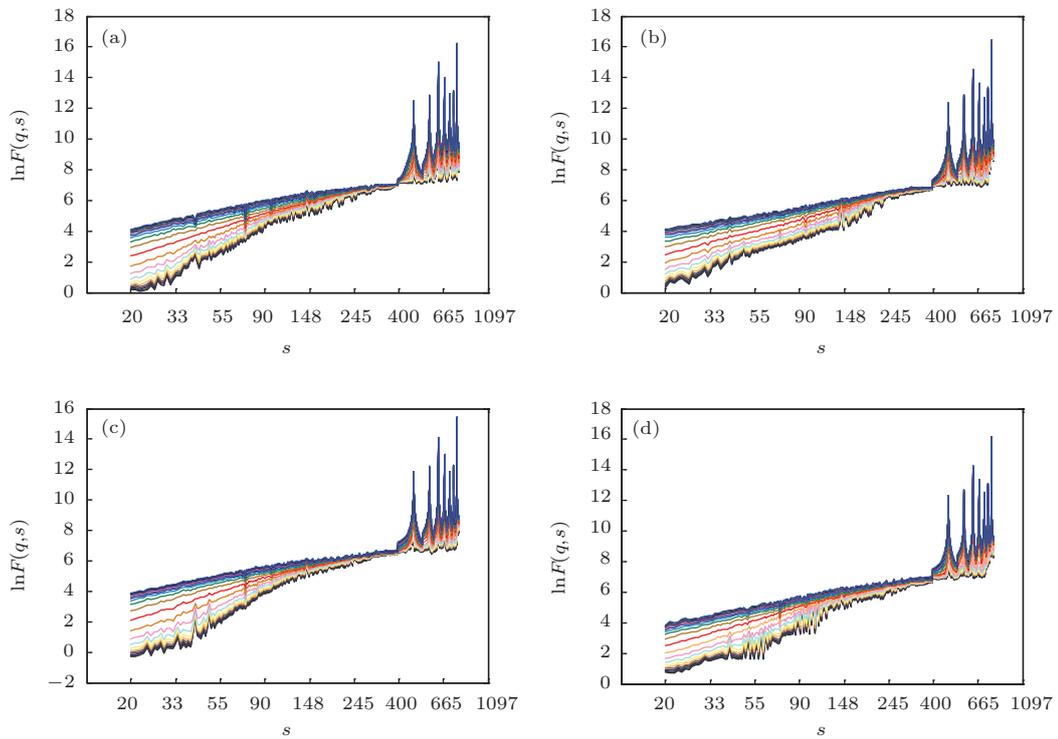


图 6 (网刊彩色) 基于 MF-DFA 的识别结果 (a) 2 号路段; (b) 30 号路段; (c) 39 号路段; (d) 168 号路段

表 2 各路段路况数据突变点准确识别结果

| 道路 | 阶数 q | 突变点 ($s = 400$) | | 点后变化 $\Delta \ln F(q, s + 1)$ | 点前变化 $\Delta \ln F(q, s)$ | 变化倍数 $\frac{\Delta \ln F(q, s + 1)}{\Delta \ln F(q, s)}$ |
|-----|--------|-------------------|---------------|-------------------------------|---------------------------|--|
| | | $\ln(s)$ | $\ln F(q, s)$ | | | |
| 2 | 1 | 5.9915 | 6.9695 | 0.2721921 | 0.001352 | 201.390 |
| | 10 | 5.9915 | 7.0284 | 0.5509344 | 0.001908 | 288.719 |
| 30 | 1 | 5.9915 | 6.7641 | 0.2129695 | 0.001135 | 187.690 |
| | 10 | 5.9915 | 6.8246 | 0.3749796 | 0.000967 | 387.580 |
| 39 | 1 | 5.9915 | 6.4948 | 0.1364751 | 0.000422 | 323.290 |
| | 10 | 5.9915 | 6.5278 | 0.3129804 | 0.000842 | 371.740 |
| 168 | 1 | 5.9915 | 6.6931 | 0.2572291 | 0.003444 | 74.700 |
| | 10 | 5.9915 | 6.7729 | 0.3596362 | 0.000888 | 405.210 |

因此,交通多重分形无标度区间从理论与实际交通流数据方面说明,在进行日交通流控制与管理的过程中,不仅要考虑日周期性规律的影响,更应全面分析每天中该时刻相邻时间段交通流等其他相关因素的影响。

4.2.2 交通流波动变差分析

基于MF-DFA的自动识别算法中, q 取值不同,波动函数反映了不同的交通流分布状况.当 $q < 0$ 且 $|q| \geq 1$,交通流路况数据分布中较大的波动偏差 $F^2(q, s)$ 经过 q 次幂后趋于0,在求和中几乎不起作用,而较小的波动偏差起了决定性作用;当 $q > 0$ 且 $|q| \geq 1$,交通流路况数据分布中较小的波动偏差 $F^2(q, s)$ 经过 q 次幂后趋于0,在求和中几乎不起作用,而较大的波动偏差起了决定性作用。

如图6所示,在无标度区间的较短时间内,阶数 q 取负数时波动函数对数值变化较大,取正数时变化较小,说明此时交通流中较小波动偏差起决定作用;在时间间隔较长的无标度区间, q 取负数时波动函数的对数值变化较小,取正数时变化较大,说明此时交通流中较大的波动偏差占主导.这与交通流在短时间内受到相互影响较强、速度值较为相似,所以波动偏差较小,随着时间的变化交通流之间的影响变弱而导致差异性变大、波动较大的现象相符合.这点也恰恰反映了交通流多重分形特征的无标度区间的有限性。

5 结 论

本文基于MF-DFA算法建立了无标度区间自动识别算法,开展交通流多重分形特征的研究,获得以下结论。

1)通过研究MF-DFA算法中波动函数对数曲线的线性区间的性质,建立了基于MF-DFA算法的无标度区间自动识别算法,并与基于Hurst指数的方法进行了比较。

2)应用本文提出的方法研究北京市4条道路的交通流多重分形特征,通过案例分析可知:基于5 min间隔数据的时间序列中无标度区间为(20, 400),说明100—2000 min的时长范围内交通流存在较强的自相似性规律;相比基于Hurst指数识别方法的结果存在15左右的不稳定性,本文提出的自动识别方法准确性更好;短时间内交通流相互之间影响较大,波动偏差较小;超过一定时间后交通流影响逐渐消失,波动偏差较大,说明交通流无标度区间存在有限性。

参考文献

- [1] He G G, Ma S F, Feng W D 2002 *Chin. J. Highway Trans.* **15** 82 (in Chinese) [贺国光, 马寿峰, 冯蔚东 2002 中国公路学报 **15** 82]
- [2] Yin G, Chen Y F 2013 *Appl. Mech. Mater.* **380** 1256
- [3] Buendía G M, Viswanathan G M 2008 *Phys. Rev. E* **23** 121
- [4] Zhang Y 2011 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Beijing Jiaotong University) (in Chinese) [张勇 2011 博士学位论文 (北京: 北京交通大学)]
- [5] Mandelbrot B B 1967 *Science* **156** 636
- [6] Quan Y, Li W, Jiang S 2011 *Power Engineering and Automation Conference* Wuhan, China, September 8–9, 2011 p305
- [7] Luo S H, Zeng J S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 150 (in Chinese) [罗世华, 曾九孙 2009 物理学报 **58** 150]
- [8] Li T, Shang P J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4393 (in Chinese) [李彤, 商朋见 2007 物理学报 **56** 4393]
- [9] Huo Y L, Zhang G S, Lü S H, Yuan P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 059201 (in Chinese) [火元莲, 张广庶, 吕世华, 袁萍 2013 物理学报 **62** 059201]
- [10] Cao G X, Cao J, Xu L B 2013 *Physica A* **392** 797
- [11] Wang D L, Yu Z G, Anh V 2012 *Chin. Phys. B* **21** 080504
- [12] Kim H S, Salas J D 1999 *Physica D* **127** 48
- [13] Wu Z C 2002 *Acta Geodaet. Cartograph. Sin.* **31** 240 (in Chinese) [巫兆聪 2002 测绘学报 **31** 240]
- [14] Dang J W, Shi Y, Huang J G 2003 *Comput. Engineer. Appl.* **23** 35 (in Chinese) [党建武, 施怡, 黄建国 2003 计算工程与应用 **23** 35]
- [15] Li H Q, Wang F Q 1993 *Fractal Theory and Application in Molecular Science* (Beijing: Beijing Science Press) pp53–68 (in Chinese) [李后强, 汪富泉 1993 分形理论及其在分子科学中的应用 (北京: 科学出版社) 第53—68页]
- [16] Tang G J, Du B Q, Wang S L 2009 *J. Power Engineer.* **29** 440 (in Chinese) [唐贵基, 杜必强, 王松玲 2009 动力工程 **29** 440]
- [17] Du B Q, Jia Z W, Tang G J 2014 *J. Vibration Shock* **32** 40 (in Chinese) [杜必强, 贾子文, 唐贵基 2014 振动与冲击 **32** 40]
- [18] Jia Z W, Wang P, Fang J Y 2012 *Design Res.* **11** 24 (in Chinese) [贾子文, 王鹏, 方俊元 2012 设计与研究 **11** 24]
- [19] Wu H S, Ni L P, Zhang F M, Zhou X, Du J Y 2014 *Control and Decision* **29** 455 (in Chinese) [吴虎胜, 倪丽萍, 张凤鸣, 周漩, 杜继勇 2014 控制与决策 **29** 455]
- [20] Kantelhardt J W, Zschiegner S A 2002 *Physica A* **316** 87
- [21] Couillard M, Davison M 2005 *Physica A* **348** 404
- [22] Varotsos P A, Sarlis N V, Skordas E S 2003 *Phys. Rev. E* **67** 021109
- [23] Zhou Y, Leung Y, Yu Z G 2014 *Chin. Phys. B* **20** 090507
- [24] Gou X Q, Zhang Y J, Dong W S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 957 (in Chinese) [苟学强, 张义军, 董万胜 2006 物理学报 **55** 957]

Multi-fractal detrended fluctuation analysis algorithm based identification method of scale-less range for multi-fractal characteristics of traffic flow^{*}

Xiong Jie Chen Shao-Kuan[†] Wei Wei Liu Shuang Guan Wei

(MOE Key Laboratory for Urban Transportation Complex Systems Theory and Technology, School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

(Received 3 April 2014; revised manuscript received 11 June 2014)

Abstract

Scale-less range is an interval of measurement of time series in which fractional self-similarity exists statistically. In order to solve the problem of the lack of necessary steps to calculate fractal range in multi-fractal detrended fluctuation analysis algorithm (MF-DFA) in traffic flow, a new scale-less identification method based on MF-DFA is proposed through analyzing the characteristics of the mutation point in logistic curve of traffic flow wave function in steps of MF-DFA and the principles of the traditional fractal scale-less range identification method. Beijing's road network is taken for example to investigate the fractal scale-less range. Analysis results show that the identification method based on MF-DFA algorithm is valid, automatic and steady in identifying the fractal scale-less range in Beijing's traffic flow. Further, the reason why the scale-less range in traffic is limited is that small traffic flow waves account for a bigger percentage in scale-less range while big wave is bigger so that it is out of the scale-less range.

Keywords: traffic flow, multi-fractal theory, scale-less range, multi-fractal detrended fluctuation analysis algorithm

PACS: 05.45.Df

DOI: [10.7498/aps.63.200504](https://doi.org/10.7498/aps.63.200504)

^{*} Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2011AA110303), the National Basic Research Program of China (Grant No. 2012CB725406), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 71001006).

[†] Corresponding author. E-mail: shkchen@bjtu.edu.cn