

两层耦合可激发介质中螺旋波转变为平面波*

李伟恒 黎维新 潘飞 唐国宁†

(广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

(2014年4月28日收到; 2014年5月24日收到修改稿)

采用 Bär-Eiswirth 模型研究了两层耦合可激发介质中螺旋波的动力学, 两层介质通过网络连接, 即在每一层介质上, 每一列选一个可激发单元作为中心点, 在一层介质上同一列的可激发单元只与另一层介质上对应的中心点及其 8 个邻居有耦合. 数值模拟结果表明: 通过这种局部耦合, 在适当小的耦合强度下两耦合螺旋波可实现同步, 增大耦合强度会导致螺旋波漫游和漂移, 造成螺旋波不同步, 观察到螺旋波与静息态、低频平面波和不规则斑图共存现象. 在适当强的耦合强度下, 还观察到两螺旋波转变成同步的平面波消失现象. 对产生这些现象的物理机理做了讨论.

关键词: 螺旋波, 激发介质, 网络耦合, 同步

PACS: 82.40.Ck, 05.45.Xt, 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.63.208201

1 引言

螺旋波是非线性反应扩散系统中最常见的一种斑图. 在一些化学反应系统^[1,2]、心肌组织^[3,4]、蛙卵母细胞^[5]、大脑新皮层^[6]等许多系统中都观察到螺旋波. 研究发现: 在新(大脑)皮层(neocortex)中出现螺旋波可以组织和调节皮层中神经元的集体活动, 既可以影响正常皮层的工作, 还会导致只有在癫痫下才出现的那种病理性活动斑图^[6]. 心脏组织出现螺旋波电信号与心动过速有关, 螺旋波破碎形成时空混沌与心颤有关^[3]. 由于存在潜在的应用, 对螺旋波动力学行为及控制的研究引起了人们的极大关注^[7-11].

众所周知, 神经网络具有小世界的特点, 并且存在中心神经元(hub neuron, 即神经网络中数值很大的神经元)^[12]. 心脏中心肌细胞之间的耦合也是网络式耦合, 也可能存在中心心肌细胞, 因为心肌细胞之间存在复杂耦合, 例如在心室壁中, 心肌细胞优先通过纵向间隙连接首尾耦合形成了薄片状结构(sheets), 每一片的厚度约为 4—6 个心肌细胞的厚度, 薄片之间有边界面(cleavage planes)

和连接组织层, 每一个心肌细胞还与多个成纤维细胞(fibroblasts)电耦合^[13], 这样两个相距很远的心肌细胞可以通过成纤维细胞建立电耦合^[14]. He 等^[15]发现: 当螺旋波在非均匀可激发介质不能生存时, 如果介质中建立小世界网络连接, 螺旋波在这样的介质中就可以维持. Wang 等^[16]发现, 在具有小世界连接的可激发介质中, 螺旋波被网络连接区域吸引. 然而迄今为止, 在具有网络连接的可激发介质中, 中心点的存在对螺旋波影响仍缺乏研究, 这些研究有助于了解生物系统中螺旋波是如何产生和消失的.

实际系统存在多层可激发介质的耦合, 例如心脏的心室壁分为内、中、外三层, 即心内膜、中层和心外膜^[17]. 在两层或三层耦合可激发介质中, 人们观察到螺旋波完全同步、广义同步、漫游、周期 2 和周期 3 螺旋波、螺旋波转变为靶波和时空混沌、耦合螺旋波存在主从关系等现象^[18-25]. 本文采用二维的 Bär-Eiswirth 模型^[26], 研究通过与中心点及其邻居耦合的两层可激发介质中螺旋波的动力学行为. 数值模拟发现: 这种局部耦合虽然使局部介质受到相同的驱动, 但是在适当的耦合强度下可以使两耦合

* 国家自然科学基金(批准号: 11165004, 11365003)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: tangguoning@sohu.com

螺旋波同步, 过大的耦合强度会引起螺旋波漫游或定向漂移, 使两螺旋波不同步, 甚至使螺旋波转变为平面波. 下面先介绍模型, 然后给出模拟结果, 最后是我们的结论.

2 模型

考虑两层二维可激发介质, 介质由 Bär 和 Eiswirth 提出的二维 Bär-Eiswirth 模型方程描述, 同一层介质内的可激发单元之间是近邻扩散耦合, 二层介质之间的可激发单元采用与中心点及其邻居耦合, 中心点选取和两层激发单元之间的耦合方式如下: 将二维正方形介质离散为二维正方点阵, 总格点数为 $N \times N = 300 \times 300$, 格点用 (i, j) 描述, $i, j = 1, 2, 3, \dots, 300$, 每一列选一个格点为中心点, 第 i 列上选与介质对角线 $i = j$ 相交的格点 (i, i) 为中心点, $i = 1, 2, \dots, N$, 因此每一层介质有 N 个中心点, 都位于对角线 $i = j$ 上. 第一层(第二层)介质上每一列的所有格点只与第二层(第一层)介质对应列的中心点及其 8 个邻居有耦合, 这样出现一层介质只有局部格点与另一层介质上的格点有耦合, 而且只有对应的中心点及其 8 个邻居之间的耦合是双向的, 其他格点之间的耦合是单向的, 两层介质之间的耦合具有局域特点. 通过这种局域耦合的两层可激发介质动力学方程组 [26] 如下:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = f(u_1, v_1) + D\nabla^2 u_1 + k(\bar{u}_2 - u_1), \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = g(u_1, v_1), \quad (1b)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = f(u_2, v_2) + D\nabla^2 u_2 + k(\bar{u}_1 - u_2), \quad (1c)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = g(u_2, v_2), \quad (1d)$$

$$f(u, v) = \frac{1}{\varepsilon} u(1 - u) \left(u - \frac{v + b}{a} \right), \quad (1e)$$

$$g(u, v) = \begin{cases} -v & \left(u < \frac{1}{3} \right) \\ 1 - 6.75u(u - 1)^2 - v & \left(\frac{1}{3} \leq u \leq 1 \right) \\ 1 - v & (u > 1) \end{cases}, \quad (1f)$$

式中角标 1, 2 分别对应第一、二层介质; $u = u(x, y, t)$ 和 $v = v(x, y, t)$ 分别是快、慢变量, 是时空坐标函数; $\bar{u} = \bar{u}(x, t)$ 只是空间坐标 x 和时间 t 的函数; D 为扩散系数; a, b, ε 为系统参数; k 为耦合强度; 二维算子 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 表示对

空间坐标求二次导数. 在将二维平面离散成二维点阵后, ∇^2 用二阶精度的中心差分法给出, 第 i 列上所有格点的目标态 \bar{u}_1 (\bar{u}_2) 的值等于格点 (i, i) 及其 8 个邻居的 u_1 (u_2) 变量的平均值, 因此同一列各格点的状态被驱动到同一目标上, 等同这些格点受到相同的环境影响. 在实际系统中是存在类似的现象, 例如在孤立的心肌细胞中, 实验观察到螺旋钙波在细胞核的作用下转变为平面钙波 [27].

文献 [26] 指出: 当系统参数取 $a = 0.84, b = 0.07$ 时, 系统为可激发系统. ε 的大小反映了系统激发性的强弱, ε 越小, 系统的激发性越强. 当 $0 < \varepsilon < 0.06$ 时, 在适当初始条件下得到的螺旋波是稳定的, 当 $0.06 \leq \varepsilon \leq 0.069$ 时, 螺旋波失稳发生漫游. 在下面数值的研究中, 固定取 $a = 0.84, b = 0.07, \varepsilon = 0.03$, 耦合强度 k 为可调参数. 在数值求解方程时, 采用向前欧拉法和二阶精度的有限差分法, 使用无流边界条件, 空间步长取 $\Delta x = \Delta y = 0.4$, 时间步长取 $\Delta t = 0.02$, 系统尺寸为 $N\Delta x \times N\Delta y = 120 \times 120$.

为了定量描述两个螺旋波的同步, 定义了同步差 δ 为

$$\delta = \frac{1}{N \times N} \sum_{i,j=1}^N |u_1(i, j) - u_2(i, j)|, \quad (2)$$

δ 越小, 螺旋波同步程度越高, $\delta = 0$ 表明两螺旋波达到精确同步或者螺旋波从介质中消失.

3 数值模拟结果

对于稳定螺旋波, 波头轨迹是一个圆, 因此螺旋波的相位可做如下定义: 螺旋波波头沿圆形轨道走一圈, 螺旋波的相位改变 2π . 在下面的数值模拟中, 考虑两层介质中的初态螺旋波, 它们的波头轨道在 $x-y$ 平面上是重合的, 但是波头位于轨道的不同位置上, 即两初态螺旋波只存在相位差, 规定第一层介质的螺旋波相位为 ϕ_1 , 第二层介质的螺旋波相位为 ϕ_2 , 则相位差为 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$. 在下面的研究中, 初态螺旋波的波头位于介质的中央, 两螺旋波的相位差只取特殊的几个值: $\Delta\phi = \pi/2, 3\pi/4, \pi$.

从方程 (1) 可以看出, 除了在中心点外, \bar{u}_1 (\bar{u}_2) 一般与 u_1 (u_2) 相差很大, 直觉上使我们认识到, 这样的耦合是不可能使两个螺旋波同步的, 但是数值模拟结果表明, 通过局部耦合的两螺旋波可在适当

的耦合强度下实现同步. 图1给出了当 $\Delta\phi = \pi/2$ 时不同耦合强度下同步差 δ 随时间 t 的变化曲线. 图1(a)表示两个螺旋波达到同步, 图1(b)—(d)的结果显示, 随着耦合强度的增加, 两个螺旋波演化到不同的态上, 使得 $\delta-t$ 曲线完全不同.

图1(b)的曲线表示一层介质维持螺旋波态, 另一层介质的螺旋波由于漂移出介质边界演化到静息态, 该静息态具有平面波背景, 即出现静息态与螺旋波态共存现象, 这种共存状态的形成过程如图2所示. 从图2可以看出, 产生平面波背景的原因是: 两初态螺旋波的波头, 一个朝右(参见

图2(a)), 一个朝下(参见图2(e)), 两螺旋波相位差为 $\pi/2$, 这使得两螺旋波波头最初朝不同方向运动, 之后才先后朝介质对角线方向漂移, 导致两螺旋波波头轨道始终不相遇(参见图2(b)和(f)), 当先漂移的螺旋波漂移出介质边界消失后, 另一个螺旋转变为稳定螺旋波. 从图2看出, 介质1中的螺旋波漂移出介质, 介质2为螺旋波态, 因为 u_2 在空间呈平面波状分布, 由于耦合强度很弱, 所以局域耦合无法使处于静息态的介质1被激发, 只出现平面波背景. 图1(c)的曲线表示两层介质中的螺旋波转变成平面波后消失, 如图3所示. 从图3可看出, 两

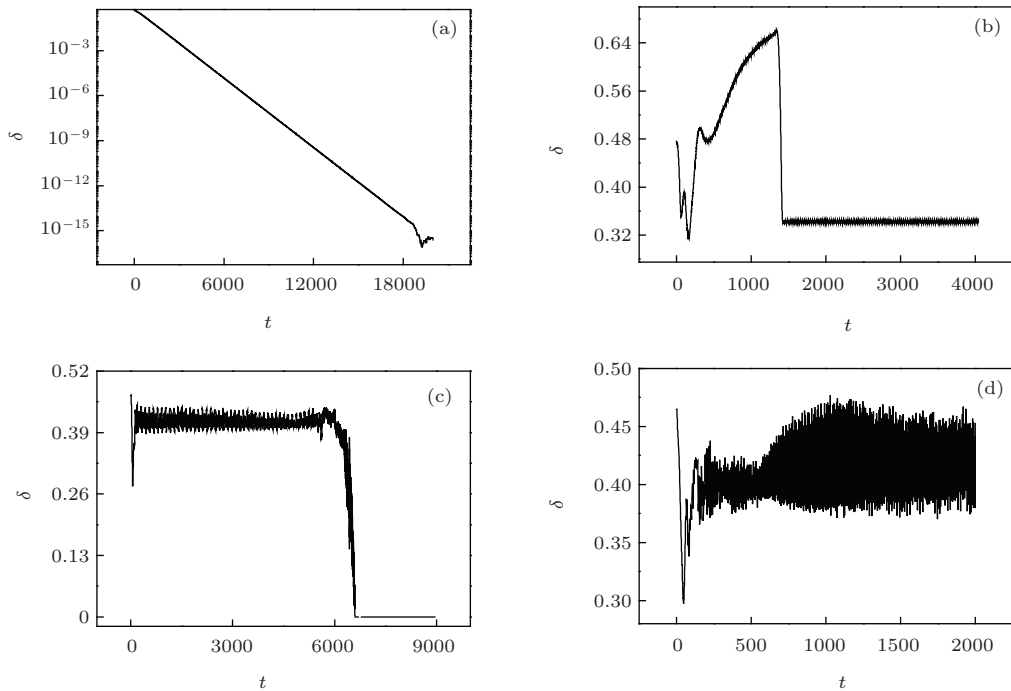


图1 在 $\Delta\phi = \pi/2$ 下不同耦合强度下螺旋波的同步差随时间变化 (a) $k = 0.004$; (b) $k = 0.07$; (c) $k = 0.2$; (d) $k = 0.3$

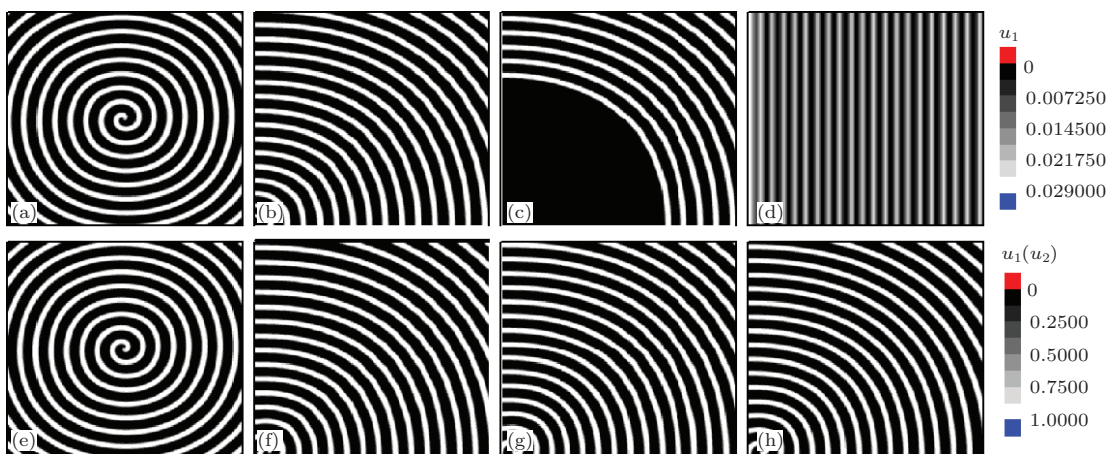


图2 (网刊彩色) 在 $\Delta\phi = \pi/2$ 和 $k = 0.07$ 情况下不同时刻 u_1 (第一排)和 u_2 (第二排)的变量斑图 (a), (e) $t = 0$; (b), (f) $t = 1355$; (c), (g) $t = 1390$; (d), (h) $t = 1430$; 图(d)采用右上温标, 其余图采用右下温标

层介质的螺旋波都发生漫游,当螺旋波漫游到边界附近后,第一层介质中的螺旋波出现破碎,最后演化成平面波,在平面波作用下,第二层的介质中螺旋波也逐渐转变成平面波,最后形成同步的平面波运动出边界后消失.螺旋波转变为平面波的原因是:目标态 \bar{u}_1, \bar{u}_2 都是平面波,通过耦合可以导致平面波的产生.图 1(d)的曲线表示一层介质维持螺旋波态,另一层介质的螺旋波转变成无规则的斑图,即出现无规则斑图与螺旋波态共存现象,这种共存状态的形成过程如图 4 所示.从图 4 可以看到,第一层介质的螺旋波首先漫游到边界,然后波头消失,螺旋波的剩余部分演化成无规则的斑图,第二层介质的螺旋波漫游到边界之后停留在边界附近

不再移动.

耦合螺旋波的演化结果,除了与耦合强度有关外,还与两螺旋波的初相位有关,改变这些参数可得到不同的结果.图 5 给出了在 $\Delta\phi-k$ 平面上的相图.从图 5 可以看出,只有当耦合强度在 $[0.004, 0.007]$ 范围时,两耦合螺旋波才有可能同步,过大的耦合强度将导致螺旋波不同步,既可以使两层介质中的螺旋波演化到不同的态上,即一层介质维持为螺旋波态,另一层介质上的螺旋波演化到静息态、平面波态或杂乱无章的斑图.也可以使两层介质中的螺旋波同时消失或同时转变为自维持的无规则斑图.当耦合强度大于 0.7 时,两螺旋波都将演化为同步平面波消失.

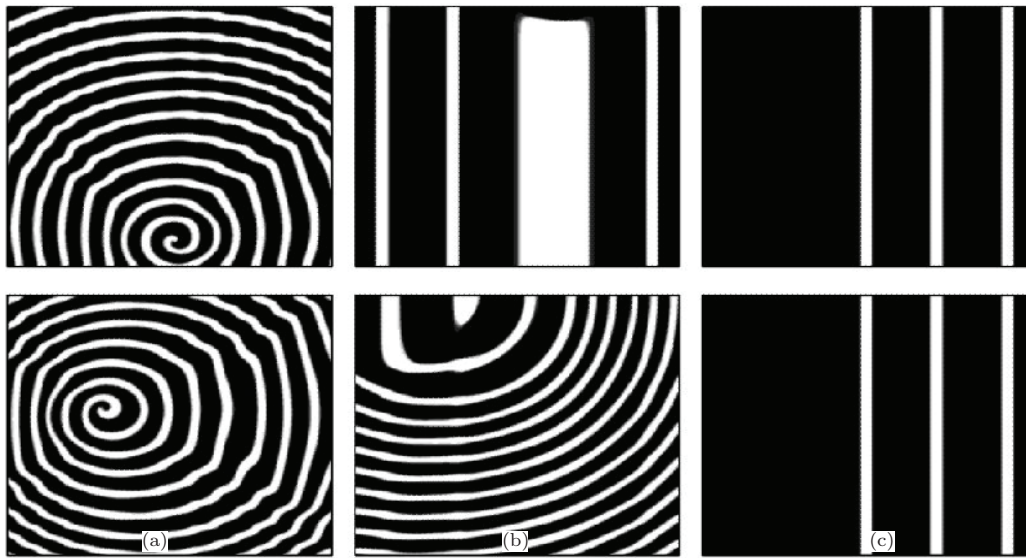


图 3 在 $\Delta\phi = \pi/2$ 和 $k = 0.2$ 情况下不同时刻 u_1 (第一排) 和 u_2 (第二排) 的变量斑图 (a) $t = 5800$; (b) $t = 6300$; (c) $t = 6610$

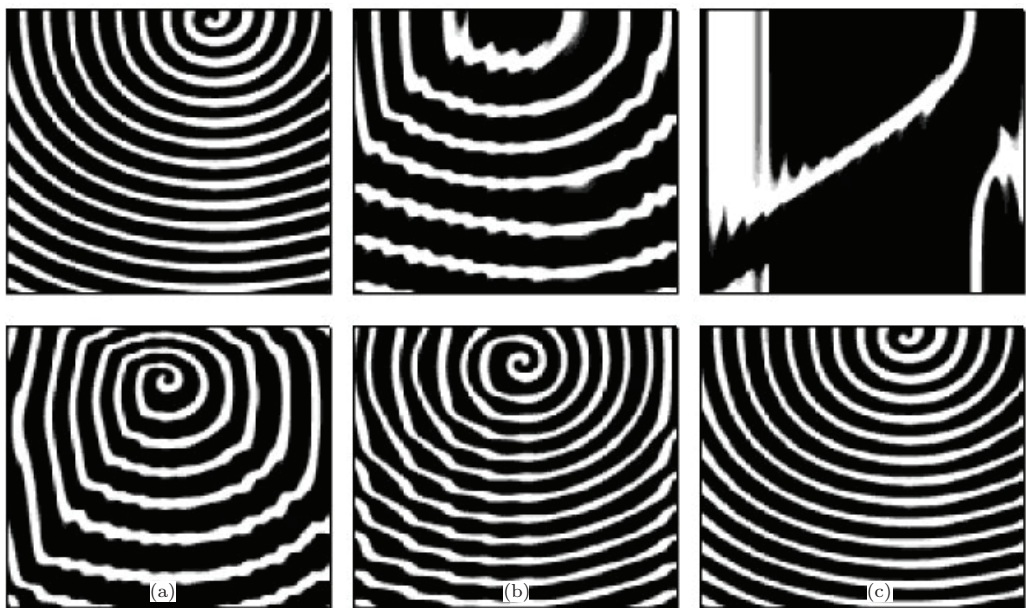


图 4 在 $\Delta\phi = \pi/2$ 和 $k = 0.3$ 情况下不同时刻 u_1 (第一排) 和 u_2 (第二排) 的变量斑图 (a) $t = 100$; (b) $t = 300$; (c) $t = 500$

数值模拟结果表明, 只有当两初态螺旋波的波头轨道重叠且所占据的区域覆盖中心点时, 两螺旋波才有可能同步. 通过局域耦合的两螺旋波能够同步的原因是: 初始两螺旋波的波头都在中心点附近, 假设两个螺旋波波头位置分别为 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) , 在中心点附近 $\bar{u}_1(x_1, y_1, t) \approx u_1(x_1, y_1, t)$ 和 $\bar{u}_2(x_2, y_2, t) \approx u_2(x_2, y_2, t)$, 因为在小的耦合强度下螺旋波不漫游, 两波头轨道保持重叠, 耦合 $(\bar{u}_{2,1} - u_{1,2})$ 可以导致 $u_1(x_1, y_1, t)$ 和 $u_2(x_2, y_2, t)$ 相互靠近, 两螺旋波波头逐步趋向同步, 最后整个螺旋波同步. 但是过大的耦合强度则会使螺旋波漫游或漂移, 因为两波头初始沿不同方向运动, 从而增大了两螺旋波的波头距离并远离中心点, 结果 $\bar{u}_1(x_1, y_1, t) \neq u_1(x_1, y_1, t)$ 和 $\bar{u}_2(x_2, y_2, t) \neq u_2(x_2, y_2, t)$, 这时耦合 $(\bar{u}_{2,1} - u_{1,2})$ 不能导致 $u_1(x_1, y_1, t)$ 和 $u_2(x_2, y_2, t)$ 相互靠近, 所以两个螺旋波波头无法同步, 这就是在大耦合强度下螺旋波不能同步的原因.

无耦合时, 螺旋波波头轨迹是一个闭合的圆, 在局域耦合下, 无论螺旋波是否同步, 方程 (1a) 和 (1c) 中的耦合项都始终不为 0, 导致螺旋波波头轨迹发生变化, 由于只有耦合强度较小时两介质才能维持螺旋波态, 所以两层介质中螺旋波波头的轨迹图是相似的. 图 6 给出了几种典型的螺旋波轨迹

图, 从图 6 可以看出, 对于同步的螺旋波, 波头轨迹仍然是一个圆, 如图 6(a) 所示, 说明螺旋波的周期有一点点不稳定, 对于不同步的螺旋波, 当 $k \in [0.008, 0.009]$ 时, 螺旋波一般发生漫游 (参见图 6(b)), 当 $k \in [0.01, 0.06]$ 时, 螺旋波波

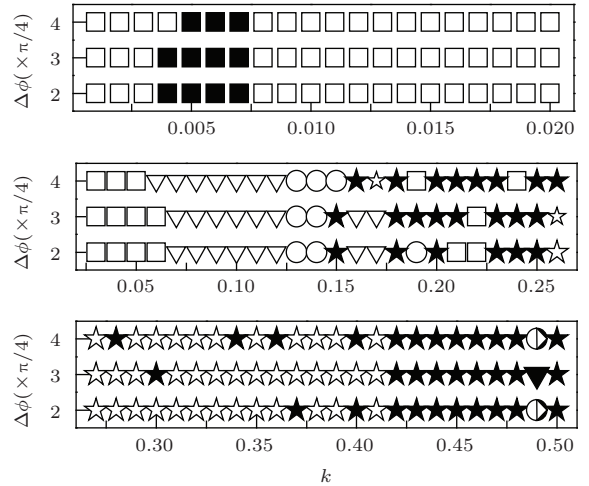


图 5 在中心点耦合下 $\Delta\phi-k$ 平面上的相图 符号 \blacksquare 表示两螺旋波同步; 符号 \square 表示两螺旋波不同步; 符号 ∇ 表示一层介质是螺旋波态, 另一层介质是具有平面波背景的静息态; 符号 \circ 表示一层介质是螺旋波态, 另一层介质是平面波态; 符号 \star 表示一层介质是螺旋波态, 另一层介质为无规则的斑图; 符号 \odot 表示两个螺旋波先破碎, 随后一层介质恢复螺旋波态, 另一层介质演化成平面波; 符号 \star 表示螺旋波破碎形成平面波消失; 符号 \blacktriangledown 表示螺旋波破碎成无规则的斑图

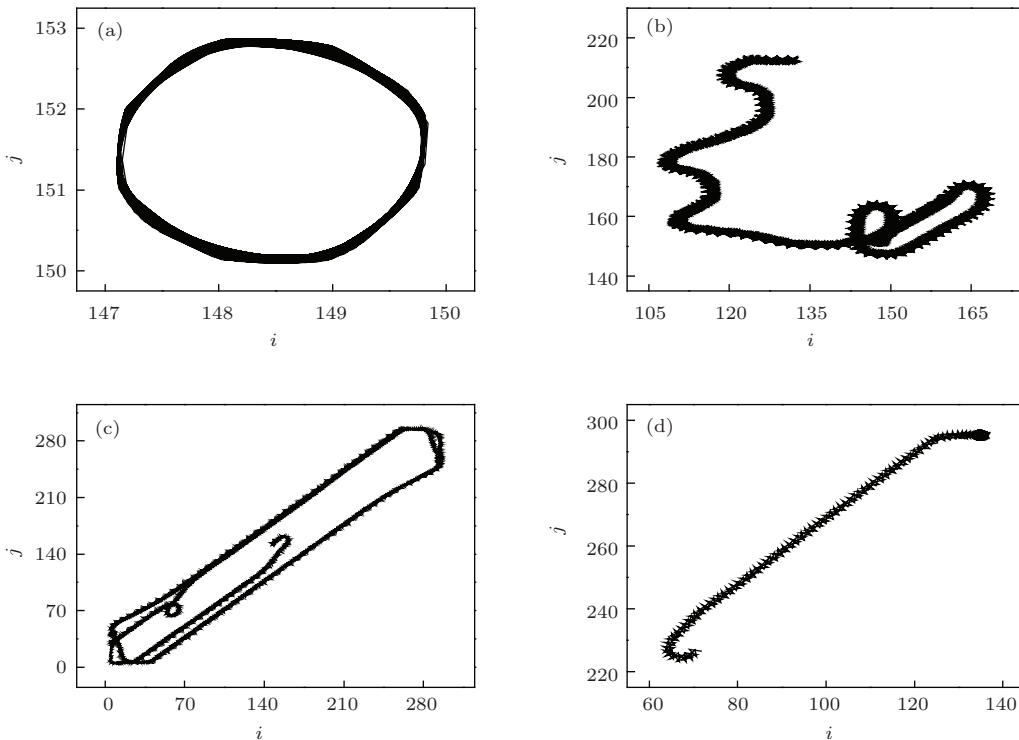


图 6 在 $\Delta\phi = \pi/2$ 和不同耦合强度下第一层介质中螺旋波波头的轨迹 (a) $k = 0.004$; (b) $k = 0.009$; (c) $k = 0.06$; (d) $k = 0.06$

头沿与 x 轴呈 45° 角的方向漂移(即沿中心点的连线方向漂移), 漂移方向与初始螺旋波波头位置无关. 螺旋波沿对角方向漂移的原因是: 中心点沿介质的对角线分布, 耦合使波头附近 u 变量的值趋向中心点 u 变量的值. 图 6 (c), (d) 给出了同一个参数下初始波头位置不同的螺旋波波头轨迹, 其中 (c) 图螺旋波的运动轨迹能形成一个闭合回路, 而 (d) 图中的螺旋波波头漂移到介质边界后不再移动. 继续增大耦合强度, 会出现螺旋波波头漂移到边界而消失现象, 形成螺旋波与静息态共存, 从图 5 可以看出, 当 $k \in [0.07, 0.12]$ 时就会出现这种共存现象.

从图 5 可以看出, 当 $k \in [0.13, 0.14]$ 时, 出现平面波态与螺旋波态共存现象, 这种共存态的形成过程如图 7 所示. 两个螺旋波首先沿对角线向边界

漂移, 当波头达到边界后, 一层介质保持螺旋波态, 另一层介质中的螺旋波波头因漂移到系统形成靶波, 在耦合作用下, 这层介质先逐渐转变成成长波长的靶波, 最后靶波转变为平面波. 可见在局域耦合下, 螺旋波可以诱发平面波. 更大的耦合强度, 更多是出现螺旋波与其他斑图共存态以及两螺旋波转变为同步的平面波后消失的现象, 在少数情况下也会出现平面波态与螺旋波态共存态, 但是形成过程与图 7 不同. 两层介质中的螺旋波先破碎形成靶波, 一层介质中的靶波逐渐演化为有间断点的平面波, 另一层介质的靶波逐渐演化成无间断点的平面波, 在适当的时机下, 有间断点的平面波自发产生螺旋波, 出现平面波与螺旋波共存态, 这种共存态的形成过程如图 8 所示.

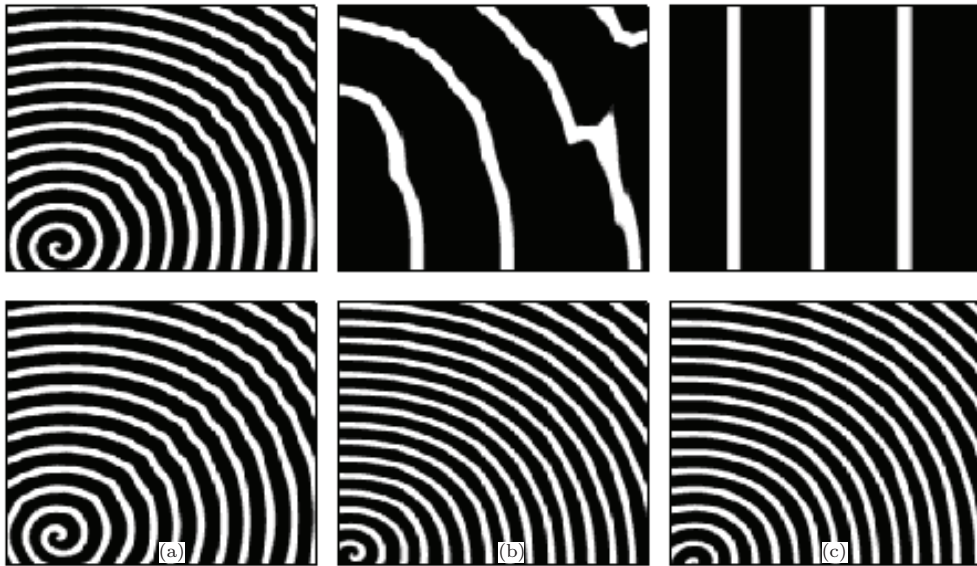


图7 在 $\Delta\phi = \pi/2$ 和 $k = 0.14$ 情况下不同时刻 u_1 (第一排) 和 u_2 (第二排) 的变量斑图 (a) $t = 500$; (b) $t = 700$; (c) $t = 1200$



图8 在 $\Delta\phi = \pi/2$ 和 $k = 0.49$ 情况下不同时刻 u_1 (第一排) 和 u_2 (第二排) 的变量斑图 (a) $t = 10$; (b) $t = 100$; (c) $t = 290$; (d) $t = 500$

从图7和图8可以看出,平面波与螺旋波共存态,平面波的波长与螺旋波波长相差比较大,表明两种波的频率不相同,平面波的频率小于螺旋波的频率.这是因为:有平面波存在的介质,其耦合的目标态 \bar{u} 在空间分布呈平面波分布,且频率等于另一层介质中螺旋波的频率,这时耦合不能在所有 \bar{u} 处于极大值的地方使该层介质被激发,出现间隔多个极大值被激发一次现象,使得平面波的频率小于螺旋波的频率.

4 结 论

本文研究了通过局域耦合的两层可激发介质中螺旋波的演化.我们发现:通过局域耦合的两螺旋波可以同步,但只能在适当小的耦合强度才能实现同步.随着耦合强度的逐步增加,螺旋波首先开始漫游,然后出现沿特定方向漂移,正是螺旋波漫游或漂移导致了螺旋波的不同步;当耦合强度足够大时,出现螺旋波分别与静息态、平面波共存,且平面波与螺旋波的频率不相同.继续增加耦合强度,出现螺旋波与无规则斑图共存,或者螺旋波转变成同步的平面波后消失,观察到螺旋波诱发平面波的现象.不同频率的波可以共存以及螺旋波诱发平面波是两种重要的现象,前者颠覆了传统的观点,在均匀可激发介质中,高频波总是消除低频波.本文结果表明,可以采取适当的耦合方式使不同频率的波共存.后者在孤立的心肌细胞中,实验观察到螺旋波钙波导致平面钙波的形成^[27].希望本文的研究结果有助于理解生物系统中所出现的现象.

参考文献

- [1] Müller S C, Plesser T, Hess B 1985 *Science New Series* **230** 661
- [2] Belmonte A L, Ouyang Q, Flesselles J M 1997 *J. Phys. II France* **7** 1425
- [3] Davidenko J M, Pertsov A V, Salomonsz R, Baxter W, Jalife J 1992 *Nature* **355** 349
- [4] Pertsov A M, Davidenko J M, Salomonsz R, Baxter W T, Jalife J 1993 *Circ. Res.* **72** 631
- [5] Lechleiter J, Girard S, Peralta E, Clapham D 1991 *Science New Series* **252** 123
- [6] Huang X Y, Xu W F, Liang J M, Takagaki K, Gao X, Wu J Y 2010 *Neuron* **68** 978
- [7] Qian Y 2012 *Chin. Phys. B* **21** 088201
- [8] Seipel M, Schneider F W, Münster A F 2001 *Faraday Discuss.* **120** 395
- [9] Steinbock O, Zykov V, Müller S C 1993 *Nature* **366** 322
- [10] Ma J, Jin W Y, Yi M, Li Y L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2832 (in Chinese) [马军, 靳伍银, 易鸣, 李延龙 2008 物理学报 **57** 2832]
- [11] Qiu K, Tang J, Luo J M, Ma J 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 118701
- [12] Zhou C S, Zemanová L, Zamora-López G, Hilgetag C C, Kurths J 2007 *New J. Phys.* **9** 178
- [13] Clayton R H, Bernus O, Cherry E M, Dierckx H, Fenton F H, Mirabella L, Panfilov A V, Sachse F B, Seemann G, Zhang H 2011 *Prog. Biophys. Molecul. Biol.* **104** 22
- [14] Gaudesius G, Miragoli M, Thomas S P, Rohr S 2003 *Circ. Res.* **93** 421
- [15] He D H, Hu G, Zhan M, Ren W, Gao Z 2002 *Phys. Rev. E* **65** 055204
- [16] Wang X N, Lu Y, Jiang M X, Ouyang Q 2004 *Phys. Rev. E* **69** 056223
- [17] Hooks D A, Trew M L, Caldwell B J, Sands G B, LeGrice I J, Smaill B H 2007 *Circ. Res.* **101** e103
- [18] Nie H C, Xie L L, Gao J H, Zhan M 2011 *Chaos* **21** 023107
- [19] Hildebrand M, Cui J X, Mihaliuk E, Wang J C, Showalter K 2003 *Phys. Rev. E* **68** 026205
- [20] Li G Z, Chen Y Q, Tang G N 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020502 (in Chinese) [黎广钊, 陈永淇, 唐国宁 2012 物理学报 **61** 020502]
- [21] Chen X J, Qiao C G, Wang L L, Zhou Z W, Tian T T, Tang G N 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 128201 (in Chinese) [陈醒基, 乔成功, 王利利, 周振玮, 田涛涛, 唐国宁 2013 物理学报 **62** 128201]
- [22] Yang H J, Yang J Z 2007 *Phys. Rev. E* **76** 016206
- [23] Zhang H, Wu N J, Ying H P, Hu G, Hu B 2004 *J. Chem. Phys.* **121** 7276
- [24] Nie H C, Gao J H, Zhan M 2011 *Phys. Rev. E* **84** 056204
- [25] Liu G Q, Ying H P 2014 *Chin. Phys. B* **23** 050502
- [26] Bär M, Eiswirth M 1993 *Phys. Rev. E* **48** R1635
- [27] Ishida H, Genka C, Hirota Y, Nakazawa H, Barry W H 1999 *Biophys. J.* **77** 2114

Transformation of spiral wave to plan wave in the two layers of coupled excitable media^{*}

Li Wei-Heng Li Wei-Xin Pan Fei Tang Guo-Ning[†]

(College of Physical Science and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

(Received 28 April 2014; revised manuscript received 24 May 2014)

Abstract

The dynamics of spiral waves in a two-layer coupled excitable medium is studied by using the Bär-Eiswirth model. The two layers of medium are connected via network, i.e., a excitable unit is selected in each column of an excitable medium as a central point, and all excitable units in the same column of a layer medium are connected only with the corresponding central point and its eight neighbors in the opposite medium. The numerical results show that when the coupling strength is appropriately small, the two coupled spiral waves via local coupling can achieve their synchronization. Increasing coupling strength will induce meandering and drifting of spiral waves, leading to a desynchrony between the coupled spiral waves. The spiral wave with the resting state, low frequency plan wave and irregular pattern are observed to coexist. The coupled spiral waves via the transformation of spiral wave to synchronous plane wave disappear if the coupling strength is appropriately chosen. The physical mechanisms behind these phenomena are discussed.

Keywords: spiral wave, excitable medium, network coupling, synchronization

PACS: 82.40.Ck, 05.45.Xt, 05.45.-a

DOI: [10.7498/aps.63.208201](https://doi.org/10.7498/aps.63.208201)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11165004, 11365003).

[†] Corresponding author. E-mail: tanguoning@sohu.com