

综 述

基于稀疏优化的计算机断层成像图像 不完全角度重建综述*

王林元¹⁾ 刘宏奎²⁾ 李磊¹⁾ 闫镔^{1)†} 张瀚铭¹⁾
蔡爱龙¹⁾ 陈建林¹⁾ 胡国恩¹⁾

1) (国家数字交换系统工程技术研究中心, 郑州 450002)

2) (大连理工大学建设工程学院, 大连 116000)

(2014年3月22日收到; 2014年6月19日收到修改稿)

计算机断层成像 (computed tomography, CT) 技术在医学和工业无损检测中都具有非常广泛的应用, CT重建算法是其中的核心, 而不完全角度重建问题则是实际应用中重建算法研究领域的热点和难点问题. 近年来, 随着稀疏优化理论与算法的飞速发展, 基于稀疏优化的重建算法已经在不完全角度重建问题中得到较广泛的应用, 且表现出了良好的精度与速度性能. 本文首先对稀疏优化的基本理论结论与常用算法进行了介绍; 而后对稀疏优化理论在CT图像不完全角度重建中的应用进行归纳, 分类介绍了其主要研究成果及稀疏优化所发挥的作用; 最后对基于稀疏优化的不完全角度重建研究进行了展望.

关键词: 不完全角度重建, 稀疏优化, CT图像重建算法

PACS: 87.59.-e, 87.57.nf, 87.57.Q

DOI: 10.7498/aps.63.208702

1 引言

计算机断层成像 (computed tomography, CT) 技术是一种透视成像技术, 可以非接触、非破坏地对物体内部结构进行成像. CT图像重建是CT成像系统的关键技术之一, 涉及物理学、数学、计算机图形学等多个学科领域. 通过采集到的投影数据重建图像是CT成像的核心理论与基础算法. 能否高效获得优质的重建图像, 直接影响对成像物体图像的分割、配准、融合等进一步处理, 也与CT成像系统在实际应用中效能的发挥有着密切的关系. 因此, CT图像重建算法, 一直以来都是CT成像领域研究的热点问题, 而重建算法的发展甚至会带来整个CT成像系统的根本变化^[1].

随着CT成像技术的应用领域越来越广泛, 人们对CT图像重建质量的要求也越来越高, 同时又

在追求更低的X线照射剂量、更小的成像成本以及更短的扫描时间等, 这就需要开发更多更先进的重建算法, 以适应不同应用情况中的投影数据, 从而重建出更高质量的图像^[2]. 在诸多领域实际应用中, 由于受到数据采集时间、照射剂量、成像系统扫描的几何位置等因素的制约, 只能在较少的投影角度或有限角度范围得到数据, 无法满足Tuy-Smith数据完备性条件^[3,4], 这些情况都属于不完全角度 (incomplete view or few view) 重建问题^[5-12]. 当前医用CT研究的目标就是在满足成像质量要求的同时, 使用尽可能低的X射线剂量, 即所谓的ALARA (as low as reasonably achievable) 准则^[13-15]. 现阶段, 降低CT扫描的辐射剂量已成为CT成像研究中亟待解决的热点和难点问题. 对于不完全角度重建问题的研究, 便是解决辐射剂量问题的一种有效手段, 因此很多从事重建算法研究

* 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2012AA011603) 和国家自然科学基金 (批准号: 61372172) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: tom.yan@gmail.com

的知名团队都将研究方向聚焦到了不完全角度重建算法的研究上. 对于不完全角度重建算法的研究, 一方面有利于改善各种涉及不完全角度问题的实际应用中重建图像的质量, 另一方面在常规CT成像过程中为实现降低照射剂量、缩短扫描时间、减少数据规模等目标提供帮助, 同时允许放宽对成像系统扫描轨迹的几何要求, 可以进一步扩展CT成像的应用范围^[16,17].

不完全角度问题主要包含两种类型^[17-19], 一种是稀疏角度 (sparse-view) 问题^[20-23], 一种是有限角度 (limited-view) 问题^[24-27]. 稀疏角度问题指在360°范围内相邻扫描角度之间存在一定间隔的问题, 通常情况下这种扫描角度是等间距的; 而有限角度问题是指扫描角度范围为小于180°的连续角度范围的问题^[12,14]. 对稀疏角度重建算法的研究, 可以在常规扫描方式上直接减少扫描角度数量, 从而有效降低扫描过程总的照射剂量和扫描时间, 也有利于在心脏成像等快速成像应用中获得更好的成像效果. 对有限角度重建算法的研究, 更是放松了对成像系统几何设置的限制, 可以直接应用于C-型臂CT、直线轨迹CT (linear scan CT, LCT) 等新型CT系统, 也可以在牙科CT、扁平状物体成像、LCT等特殊应用中发挥较大的作用^[23,28].

不完全角度重建问题一直是CT图像重建中的一个难点问题. 由于投影数据角度范围不满足数据完备性条件, 无法使用解析型重建算法. 图1展示了经典解析型重建算法——滤波反投影 (filtered back-projection, FBP) 算法在稀疏角度问题中的重建结果. 该仿真实验使用一个256×256的标准Shepp-Logan体模 (图1(a)), 模拟圆轨迹扇形束扫描方式, 投影数据在360°范围内等间隔采集36个角度. 从图1中不难看出, FBP算法的重建结果存在条纹状伪影, 图像细节信息受到严重影响. 而传统的迭代类重建算法, 无论是针对稀疏角度问题还是有限角度问题, 当缺失投影角度数量较多时, 都不能获得较好的重建效果. 图2展示了代数迭代重建 (algebraic reconstruction technique, ART) 算法在有限角度下的重建结果. 仿真实验仍使用一个256×256的标准Shepp-Logan体模 (图1(a)), 模拟圆轨迹扇形束扫描方式, 投影数据在连续150°角度范围内均匀采集150个投影. 不难发现, 重建结果中仍然存在较明显的伪影. 上面的仿真实验初步展示了传统重建算法在不完全角度问题中的重建效

果并不理想, 近年来提出并不断发展的稀疏优化理论, 为CT图像重建算法特别是不完全角度重建算法的研究提供了崭新的思路.

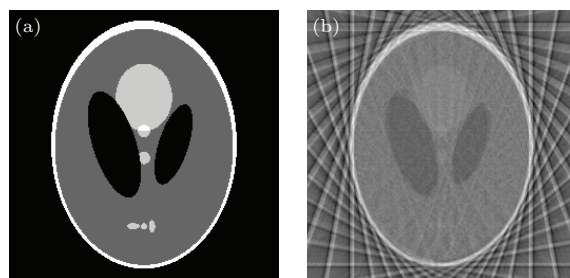


图1 36个角度Shepp-Logan体模重建结果 (a) 体模; (b) FBP算法重建结果

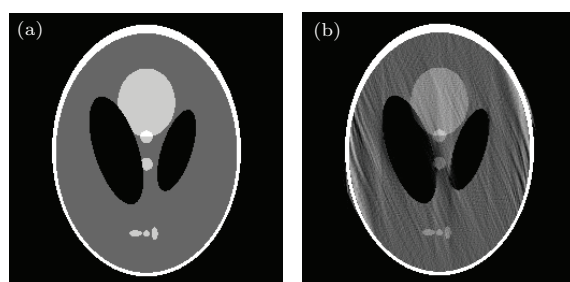


图2 150°范围Shepp-Logan体模重建结果 (a) 体模; (b) ART算法重建结果

2 稀疏优化理论与算法

2.1 稀疏性与稀疏优化

稀疏性是一部分数字信号所具有的一种特性, 其含义为信号的很多分量为0, 非0分量数量较少. 信号具有稀疏特性, 就使得整个信号的不确定性下降, 从而给研究这样的信号带来了方便. 文献^[29]指出: 稀疏表示是信息优化建模的终极目标, 利用稀疏性可以解决信号处理中许多复杂问题. 最近30年左右, 稀疏性已经在信息的处理、分析和传输领域内展现了其强大的力量^[30].

稀疏性相关的理论主要包含稀疏性的度量、信号的稀疏表示以及涉及稀疏性的信号处理问题及其处理方式. 伴随着稀疏性理论的研究和发展, 逐步产生了旨在通过求解优化模型而获得稀疏解的稀疏优化理论. 对于稀疏性的研究特别是对稀疏性的度量是稀疏优化理论的重要组成部分, 也一直受到各领域研究人员的广泛关注. 对于一维信号稀疏性的度量, 主要使用 l_0 -范数, 即信号 $\mathbf{x}$ 非0分量的个数, 通常记为 $\|\mathbf{x}\|_0$. 利用稀疏性或加入 l_0 -范数, 可以解决信号处理中许多复杂的问题^[29].

2.2 稀疏优化理论

对于一个欠定线性方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, 通常情况下是无法求出惟一解的, 也就是说该问题不适定. 换言之, 对信号的观测不足, 即观测值向量 $\mathbf{b}$ 的长度小于信号 $\mathbf{x}$, 是无法惟一确定待恢复的信号 $\mathbf{x}$ 的. 然而, 如果 $\mathbf{x}$ 是稀疏的, 则通过求解如下优化问题就能够精确恢复 $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{P}_0: \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (1)$$

文献[31]指出对于列满秩的 $m \times n$ 矩阵 $\mathbf{A}$, 如果 $\mathbf{x}$ 的非0分量数量少于 $m/2$, 则求解 $\mathbf{P}_0$ 问题可以精确恢复 $\mathbf{x}$. 由于 l_0 -范数本身就反映了信号的稀疏程度, 因此能够从欠定方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ 中求得惟一的稀疏解. l_0 -范数的引入正是使得原始问题适定的关键, 这正是正则化理论的思想在稀疏优化理论中的体现.

通过求解 $\mathbf{P}_0$ 问题能够充分减少恢复稀疏信号所需的观测数量, 然而对于 $\mathbf{P}_0$ 问题的求解却并不容易. 通常情况下, $\mathbf{P}_0$ 问题属于组合优化问题, 可以证明该问题是 NP-hard (non-deterministic polynomial-hard) 问题[32], 因此对于该问题的求解, 即使发展了不少算法, 但仍然摆脱不了大规模问题中计算复杂度高的困境. 能否对 $\mathbf{P}_0$ 问题进行松弛或近似, 能否通过其他类型的范数作为目标定义优化问题反映稀疏特性, 这些可能成为解决 $\mathbf{P}_0$ 问题的新思路.

在各种实际应用的研究中, 研究者发现 l_1 -范数也与信号稀疏性有一定的联系, 而 l_1 -范数在某种意义上可以认为是 l_0 -范数的凸松弛, 因此可以考察 l_1 -范数最小化问题:

$$\mathbf{P}_1: \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (2)$$

对稀疏信号恢复, 求解 $\mathbf{P}_1$ 问题与 $\mathbf{P}_0$ 问题的等价性是能否 l_1 -范数最小化模型的关键. 不难发现 $\mathbf{P}_1$ 问题与 $\mathbf{P}_0$ 问题并不是完全等价的, 那么二者等价的条件成为了研究的重点.

2006年, Donoho[33], Candes等[34,35]共同提出了压缩感知(compressive sensing, CS)理论, 该理论回答了关于 $\mathbf{P}_1$ 与 $\mathbf{P}_0$ 等价的一些关键问题.

定理1[34] 假设 $\mathbf{f} \in \mathbf{C}^N$ 的支集为 $\mathbf{T}$, 即 $\mathbf{f}(t) = \sum_{\tau \in \mathbf{T}} \mathbf{f}(\tau) \delta(t - \tau)$, 如果 $|\mathbf{T}|$ 满足

$$|\mathbf{T}| \leq C_M \cdot (\log N)^{-1} \cdot |\Omega|, \quad (3)$$

则能够以至少 $1 - O(N^{-M})$ 的概率精确重建 $\mathbf{f}$, 重建方法为求解 l_1 -范数极小化问题:

$$\min_g \sum_{t=0}^{N-1} |g(t)|, \quad \text{s.t.} \quad \hat{g}(\omega) = \hat{f}(\omega) \\ (\omega \in \Omega), \quad (4)$$

其中 $\hat{f}$ 为 $\mathbf{f}$ 的离散 Fourier 变换, $C_M > 0$ 为常数, M 为一给定参数, $|\Omega|$ 为频域内有效测量的数量, 精确重建指问题的解惟一且就是要求的 $\mathbf{f}$.

定理1说明了待重建信号稀疏程度与观测数量满足怎样的关系就可以保证精确重建, 即在该模型意义下 $\mathbf{P}_1$ 与 $\mathbf{P}_0$ 等价. 定理1还说明 $\mathbf{f}$ 能否精确重建只与所得到的有效测量的数量有关, 而与其在频域的位置无关. 这一点对于不完全角度重建问题有特别的意义.

定理2[35] 假设 $S \geq 1$ 满足

$$\delta_S + \theta_S + \theta_{S,2S} < 1. \quad (5)$$

令 $\mathbf{c}$ 是一个实向量, 支集 $\mathbf{T} \subset \mathbf{J}$ 满足 $|\mathbf{T}| \leq S$. 令 $\mathbf{f} := \mathbf{Fc}$. 则对问题 $(\mathbf{P}_1)$, $\mathbf{c}$ 是惟一解.

$$(\mathbf{P}_1) \min \|\mathbf{d}\|_1 \quad \mathbf{Fd} = \mathbf{f}. \quad (6)$$

定理2讨论了观测矩阵的性质——受限等距性(restricted isometry property, RIP), 其中涉及受限等距常数(restricted isometry constants, RICs)和受限正交性常数(restricted orthogonality constants, ROCs), 并且说明观测矩阵满足 RIP 是 $\mathbf{P}_1$ 与 $\mathbf{P}_0$ 等价的充分条件.

除了这两个基本结论外, CS理论还包含更丰富的内容. 关于 $\mathbf{P}_1$ 与 $\mathbf{P}_0$ 等价性的研究, 还有利用一致性(coherence)给出的充分条件[36,37], 以及利用零空间性质(null space property, NSP)给出的充分条件[38]. 此外, RIP分析也得到了不少更进一步的结果[35,39-41]. 而CS的基本结论, 也有其他不同形式.

定理3[42] 对固定的 $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$, 假设 $\mathbf{f}$ 在基 Ψ 下的系数序列 $\mathbf{x}$ 是稀疏的. 在测量域 Φ 中随机均匀选取 m 个测量, 则如果

$$m \geq C \mu^2(\Phi, \Psi) S \log n, \quad (7)$$

对某个正常数 C , 下式的解以压倒性概率为精确的:

$$\min_{\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n} \|\tilde{\mathbf{x}}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad y_k = \langle \varphi_k, \Psi \tilde{\mathbf{x}} \rangle, \quad \forall k \in M. \quad (8)$$

定理3给出了一个基于稀疏变换的结论, 进一步扩展了CS理论的应用范围与方式.

以上对 P_0 问题和 P_1 问题的讨论, 都是为了获得欠定方程的惟一解. 换言之, 如果对欠定的线性方程组的解加入其具有稀疏性的先验, 就可以通过求解 P_0 问题或 P_1 问题得到稳定的惟一解, 这正是正则化方法的思想. 因而, CS理论的应用通常情况下可以归结为正则化理论框架下的稀疏优化问题, 进而可以使用稀疏优化理论与算法进行求解.

2.3 稀疏优化算法

稀疏优化理论除了涵盖CS理论中的经典结论与模型外, 还发展了求解这些问题与模型的优化算法. 特别是针对 l_1 -范数优化问题的求解, 最早是Candes^[43]开发的软件包 l_1 -magic, 使用原始对偶内点法求解. Figueiredo等^[44]给出了一阶的梯度投影方法; Hale等^[45,46]使用算子分裂框架结合连续策略提出了固定点连续(fixed-point continuation, FPC)方法; 与之类似的稀疏重建算法是Wright等^[47]提出的SpaRSA (sparse reconstruction by separable approximation)算法. 近几年比较有代表性的算法还有Beck等^[48]提出的FISTA (fast IST algorithm)算法, Yun和Toh^[49]提出的CGD (coordinate gradient descent)方法, Friedlander等^[50]提出的SPGL1 (spectral projection gradient L1) 算法和Becker等^[51]提出的NESTA (Nesterov's algorithm)算法.

Yang和Zhang^[52,53]提出的YALL1 (your algorithm for L1)算法, 是在交替方向法(alternating direction method, ADM)^[54-56]框架下设计的一阶原始-对偶算法, 其可以针对 l_1 -范数优化的多个模型进行求解. 2009年Rice大学的Wang等^[57]提出的迭代支集探测(iterative support detection, ISD)方法, 是对稀疏优化问题设计特殊优化策略的一个有益探索, 他们不但提供了一种性能优于现有算法的具体优化方法, 同时为我们构建了一个ISD的优化算法设计框架. 2012年Li等^[58]在原有ADM算法基础上加入了非单调线搜索技术, 提出非单调交替方向算法(nonmonotone alternating direction algorithm, NADA), 进一步改善了原有算法性能.

对于 l_1 -范数优化问题, 在实际应用中通常会面对大规模问题的求解, 作为迭代类型的算法, 和其他优化算法相似, 稀疏优化算法也并不适于直

接地并行或分布式计算. 2010年, Boyd等^[59]指出ADM方法适用于分布式凸优化, 特别是在统计、机器学习和其他相关领域中产生的大规模问题. 此后Boyd等^[60-62]先后在机器学习、总变分(total variation, TV)去噪等领域提出了一系列分布式稀疏优化算法. Mota等^[63-66]也提出了一系列分布式ADM算法, 并在CS相关问题、模型预测控制(model predictive control, MPC), 网络流等应用中取得了较好效果^[67-69].

稀疏优化算法除了表现出良好的求解性能外, 最近几年也在收敛速度方面给出了理论分析. 2012年, Deng和Yin^[70]对一般的ADM方法证明了全局收敛性及线性收敛速度. 2013年, Wei和Ozdoglar^[71]对异步分布式ADM算法证明了 $O(1/k)$ 的收敛速度. 2013年, Shi等^[72]对去中心化的分布式ADM算法证明了线性收敛速度. 2013年Deng等^[73]进一步改进了分布式ADM, 使得收敛速度由 $O(1/k)$ 进步到了 $O(1/k)$.

3 基于稀疏优化的CT图像不完全角度重建算法研究

在稀疏优化的理论指引和算法推动下, CT图像不完全角度重建问题取得了较显著的进展, 这其中最突出的就是基于TV最小化模型的重建算法研究. 对于此模型及其求解算法的研究, 汇集了CT图像不完全角度重建研究的大量优秀成果. 下文首先介绍该模型及其对应的一系列重建算法, 而后对其他重建模型及对应算法的研究成果进行归纳, 最后阐述采样条件分析方面的初步研究进展. 采样条件的定量分析是所有不完全角度重建研究都必须面对的一个重要问题.

3.1 TV最小化重建模型

对于CT系统的成像问题, 大多数迭代型重建算法通常采用线性方程组来描述, 对成像模型进行离散化之后得到如下模型:

$$\mathbf{p} = \mathbf{W}\mathbf{f}, \quad (9)$$

其中 $\mathbf{f}$ 为被重建物体, $\mathbf{p}$ 表示投影向量, $\mathbf{W}$ 为离散化的投影矩阵. 对于不完全角度重建问题, (9) 式的问题往往是不适定的. 稀疏优化理论在其中的应用就是为了达到对该问题更好的求解效果.

对于(9)式问题的不适定性, 最直接的思路就是利用稀疏性作为先验, 构造一个正则化模型进行求解. CS理论则表明在满足一定稀疏性的条件下, 通过求解如下 l_1 -范数最小化问题可以对(9)式进行精确求解:

$$\mathbf{f}^* = \arg \min_{\mathbf{f}} \|\Psi(\mathbf{f})\|_1, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{p} = \mathbf{W}\mathbf{f}, \quad (10)$$

(10)式可以看作 $\mathbf{P}_1$ 问题的一种扩展形式.

对于(10)式使用怎样的稀疏变换成为了稀疏优化理论在CT图像重建中应用时最先被关注的问题. 2006年, Candes等^[34]最先使用了带约束的TV最小化模型, 并展示了令人惊讶的重建结果. 2008年Sidky和Pan^[74]共同提出ASD-POCS (adaptive steepest descent-projection onto convex sets) 算法, 并指出TV最小化目标的实质是图像的梯度幅度图像 (gradient-magnitude images, GMI) 的 l_1 -范数最小化. 在CT成像中, 图像的梯度幅度在平坦区域内为0而在边缘上非0, 因此是非常稀疏的. (10)式中令 $\|\Psi(\mathbf{f})\|_1 = \|\mathbf{f}\|_{\text{TV}}$ 即为带约束的TV最小化模型, 该模型正是对问题(9)进行了TV正则化, 而保证其精确求解的是TV的稀疏性. 而后的研究表明, 采用各向异性TV会进一步改善求解性能^[75–78].

对于TV最小化模型, 在ASD-POCS算法基础上先后出现了一系列重建算法^[79–88], 这些算法有一个统一的特点, 就是利用了TV最小化的优化模型, 但并没有使用基于稀疏优化算法的求解方式.

对于TV最小化模型的求解, 稀疏优化理论的研究表明使用基于ADM的稀疏优化算法能够获得较优的求解结果. 这其中最有代表性的两类方法是split Bregman (SB) 方法^[89]和基于增广Lagrangian函数的ADM算法^[90]. 文献^[91, 92]均指出, 当约束为线性时, SB方法与基于增广Lagrangian的ADM等价. 2011年, Vandeghinste等^[93]将SB方法应用于CT图像重建中, 并取得了优于ASD-POCS算法重建效果. 2013年, Zhang等^[94]提出交替方向TV最小化 (alternating direction total-variation minimization, ADTVM) 方法, 并在直线轨迹扫描CT的不完全角度重建中取得较好的效果. 图3展示了ADTVM算法在连续90°角度范围内对 256×256 的标准Shepp-Logan体模重建的结果. 2013年, 王林元等^[95]在ADTVM算法基础上引入inexact ADM (IADTVM)^[96–98], 提出

IADTVM算法, 进一步提升了算法的运算效率. IADTVM算法对360°范围内36个角度数据的重建结果在图4中展示. 2014年, Cai等^[99]在ADTVM中加入边缘探测框架, 推导出边缘引导TV最小化 (edge guided TVM, EGTVM) 算法, 进一步改善了收敛性能. 2013年, Chen和Xu^[100]对应用于CT图像重建的线性SB方法证明了其收敛性.

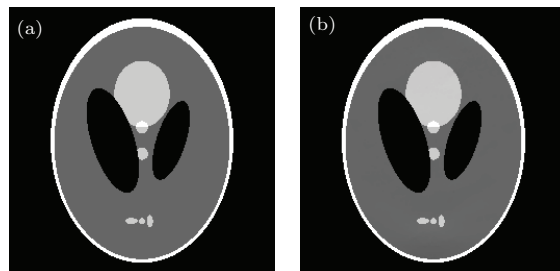


图3 90°范围Shepp-Logan体模重建结果 (a) 体模; (b) ADTVM算法重建结果

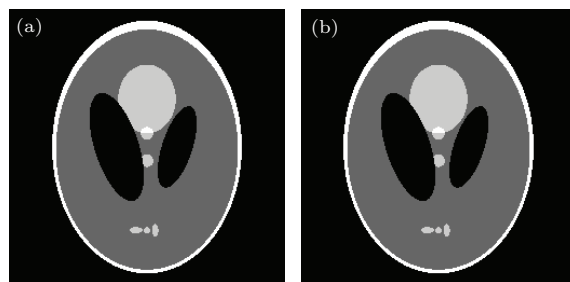


图4 36个角度Shepp-Logan体模重建结果 (a) 体模; (b) IADTVM算法重建结果

除此之外, 2010年, Choi等^[101]提出了一种Nesterov型一阶重建算法; 2012年, Pan等^[102]基于CP (Chambolle-Pock) 算法^[103]也开发了一种一阶CT图像重建算法, 该算法可作为一种简洁通用的一阶原型算法开发框架应用于其他算法研究中; 2013年, Chang等^[104]提出FRESH (few-view reweighted sparsity hunting) 方法, 该算法使用FISTA及SB框架. 上述这些基于稀疏优化算法提出的重建算法, 与其他类型的迭代算法相比, 在速度和精度方面具有较明显的整体优势.

3.2 其他重建模型

除了使用已有的TV最小化模型和稀疏优化求解算法, 稀疏优化的应用还涉及了其他稀疏变换方式及对应的正则化模型和求解算法的研究.

TV模型的使用, 利用了图像的TV变换具有稀疏特性的先验信息, 而更为直接的先验信息其实

是待重建图像本身的先验. 基于该思想, 2008年, Chen等^[105]提出了先验图像约束压缩感知 (prior image constrained compressed sensing, PICCS) 算法; 2009年, Chen等^[106]将PICCS算法应用于多探测器CT, 改善心脏成像的时间分辨力. 该算法将求解模型进行了如下变化:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^* = \arg \min_{\mathbf{f}} & \left(\alpha \|\Psi_1(\mathbf{f} - \mathbf{f}_p)\|_1 \right. \\ & \left. + (1 - \alpha) \|\Psi_2(\mathbf{f})\|_1 \right) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{p} = \mathbf{W}\mathbf{f}, \quad (11) \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{f}_p$ 表示先验图像, 可通过传统重建算法如ART得到, Ψ_1 和 Ψ_2 可以是任意稀疏变换. 不难看出, 当 $\alpha = 0$ 时, (11)式退化为(10)式; 而当 $\alpha = 1$ 时, 2010年, Wang等^[107]提出的重建参考差 (reconstruction-reference difference, RRD) 算法正是针对这种退化模型的求解算法. 使用与PICCS相似的思想, 2013年, Zhang等^[108]提出PWLS-ndiTV (normal-dose image induced total variation prior under the penalized weighted least-square criteria) 算法, 用于稀疏角度重建.

除了这种基于图像先验的模型外, 还有一种TV模型的改进, 即高阶TV模型. 引入高阶TV模型的主要想法是研究认为TV模型在对抗噪声、消除角度缺失伪影的同时, 易产生阶梯效应, 而加入二阶及以上的TV则有利于得到更平滑的重建图像. 2009年, Yu等^[109,110]证明, 当内部感兴趣区域 (region of interest, ROI) 可以表示为分片常数时, 通过TV最小化的方法可以精确且稳定的重建该ROI. 2010年, Yang等^[111]又将这一方法推广到高阶TV最小化模型及相应的重建算法, 把待重建图像的先验条件从分片常数扩展到了分片多项式. 而后高阶TV模型被用于低剂量和稀疏角度的重建当中^[112–114].

随着研究的发展与深入, 在寻找图像稀疏变换与稀疏表达的道路上, 又出现了一个新的分支, 即字典学习. 不同于以上算法中使用经典稀疏变换的方式, 字典学习方法通过稀疏优化算法求解出一组过完备基 (也就是字典), 使得原始信号在这组基下具有稀疏表示. 与TV重建模型不同, 基于字典学习的重建算法更侧重于捕捉待重建图像的局部结构信息. 文献^[114–116]将字典学习方法应用到低剂量CT重建当中, 获得了较好的重建效果. 2012年, 双字典重建算法被用于不完全角度重建中^[117,118]. 2013年, 赵可等^[119]提出基于K-

SVD (K-singular value decomposition) 结合OMP (orthogonal matching pursuit) 的重建算法. 基于字典学习的重建算法既在模型稀疏表示方面开辟了新的方向, 其模型求解算法也不同于前面提到的一阶类型稀疏优化方法, 而是使用了求解 l_0 -范数优化问题的主流算法.

3.3 采样条件分析

基于稀疏优化的重建算法已经在不完全角度重建中取得了较好的应用效果, 然而, 关于实际成像过程中采用怎样的采样条件却缺乏完善的理论依据. 2009年, Pan等^[1]就试图解释CS对图像重建意味着什么, 并想要建立CS与CT重建的联系, 并对离散化的系统矩阵进行了初步的RIP分析. 2011年, Jørgensen等^[120]提出了Hadamard完全采样 (Hadamard full sampling, Hadamard FS) 的概念, 并给出了应用CS理论进行CT重建时所需数据量的仿真实验估计方法, 使得对稀疏重建算法所需数据量范围的估计有了一定的依据. 2012年, Jørgensen等^[121]又进一步讨论了迭代重建以及利用CS理论进行重建时所需数据量的“充分采样条件” (sufficient-sampling conditions, SSCs), 为实际重建中所需数据量的估计提供了进一步的参考. 而后, Jørgensen等^[122]又给出了一种稀疏角度重建问题中充分采样角度的估计方法; 2014年Wang等^[123]给出了采样角度估计的必要条件, 与充分采样估计相结合, 使得图像稀疏性与最少投影角度数量的定量关系研究又有了一些进展. 然而这种方法受到系统矩阵规模与计算复杂度的限制, 并未能直接应用于实际三维成像的系统矩阵中.

4 总结与展望

稀疏优化理论与算法的飞速发展, 使得一系列信号与信息处理领域的应用取得了突破性进展, 而在CT图像重建特别是不完全角度重建问题当中, 也发挥了核心作用, 受到了广泛关注. 本文简要介绍了稀疏优化理论的基本结论及求解 l_1 最小化问题的主要稀疏优化算法, 而后对稀疏优化理论与算法在CT图像不完全角度重建中的应用情况分类进行了介绍. 不难看出, 稀疏优化理论提供的多种稀疏表示模型都比较适用于不完全角度问题, 而稀疏优化算法的最新研究成果也能够有效改善重建性

能, 基于稀疏优化发展的CT图像重建算法已成为不完全角度问题研究中关注的焦点.

在不完全角度问题的研究中, 还有很多重要的方向需要依托稀疏优化理论与算法开展, 特别是如下几个关键问题非常值得研究者进一步关注.

基于稀疏优化发展的CT图像不完全角度重建算法, 已经在重建性能上体现了明显的优势, 也有了初步的算法收敛性研究. 对于算法收敛性乃至收敛速度的研究, 一方面有利于从理论上给研究的算法一定的性能保障, 另一方面有利于算法的进一步优化以及相应的误差分析. 误差分析也是文献[124]所列的稀疏表达领域十个重要的开放性問題之一.

尽管不完全角度重建问题有效减少了重建规模, 但实际应用中的重建问题仍然是一个超大规模计算问题, 而重建时间始终是基于稀疏优化发展的迭代型重建算法不可回避的一个重要问题, 文献[125]也指出了这个问题. 现有的稀疏优化理论已经发展了分布式的优化算法, 这种类型的算法在保持良好收敛性能的同时可以直接将数据及运算分配到多个节点上, 对大规模问题的求解速度有明显改善. 2013年, Wang等[126]基于ADM推导了用于不完全角度问题的分布式重建算法, 也取得了初步的加速效果. 然而, 该领域的研究仍有非常广阔的前景, 有待研究者继续深入探索.

在整个不完全角度重建问题的研究中, 采样条件的定量研究始终是一个根本性问题, 已经取得的初步成果远远不能满足实际应用的需要, 该问题的研究仍然需要一些开创性成果来推动. 从理论研究方面, 仍然缺乏系统的理论体系, 不能给出完全的理论分析与证明, 这可能还需要依赖CS理论的理论分析相关方面所取得的研究进展, 需要给出更新颖的数学工具进行分析. 文献[124, 127]均将结构矩阵的性质分析列为未来稀疏表达和CS理论发展极具挑战的问题. 而针对实际应用, 还有两个重要问题有待突破, 一个是如何将现有的分析方法或类似的方法扩展到实际成像系统中较大规模的系统矩阵上去; 而另一个则是在实际成像中含有噪声的情况下如何进行相关的理论分析.

从更为广阔的意义讲, 研究算法与成像系统的结合则是一个更重大的问题. 通过现有的算法及理论的研究与分析, 是否可以设计新型的成像系统, 或是对于新型成像模式的研究是否能够有时

间、精度性能良好的算法与之配合, 这些都是未来CT成像发展中非常值得思考的问题. 基于稀疏优化理论, 开发出在采集过程中就对采样数量进行压缩的成像系统及相应的重建算法, 可能是不完全角度重建对于解决低剂量、快速成像、成像几何约束等问题最理想的答案.

参考文献

- [1] Pan X, Sidky E Y, Vannier M 2009 *Inverse Prob.* **25** 123009
- [2] Xu Q 2012 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Xi'an Jiaotong University) (in Chinese) [许琼 2012 博士学位论文 (西安: 西安交通大学)]
- [3] Tuy H 1983 *SIAM J. Appl. Math.* **43** 546
- [4] Smith B D 1985 *IEEE Trans. Med. Imag.* **4** 14
- [5] Heffernan P B, Robb R A 1983 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **30** 838
- [6] Sezan M I, Stark H 1984 *IEEE Trans. Med. Imag.* **3** 91
- [7] Reis M L, Roberty N C 1992 *Inverse Prob.* **8** 623
- [8] La Riviere P J, Pan X 1999 *SPIE Proceeding Medical Imaging 1999: Physics of Medical Imaging* San Diego, USA, February 20–26, 1999 p398
- [9] Zhong Z G, Mei Y C, Wang Y P 1992 *J. Wuhan Univ. (Nat. Sci. Ed.)* **38** 48 (in Chinese) [钟志刚, 梅雁诚, 王延平 1992 武汉大学学报 (自然科学版) **38** 48]
- [10] Lü H, Li S G, Xu W Z, Yan X, Lü Y 1997 *J. Chongqing Univ.* **20** 41 (in Chinese) [吕红, 李时光, 徐问之, 闫旭, 吕怡 1997 重庆大学学报 **20** 41]
- [11] Duan X H, Zhang L, Chen Z Q, Cheng J P 2007 *Computerized Tomography Theory and Applications* **16** 1 (in Chinese) [段新辉, 张丽, 陈志强, 程建平 2007 CT理论与应用研究 **16** 1]
- [12] Que J M, Wang Y F, Sun C L, Wei C F, Shi R J, Wei L 2012 *Computerized Tomography Theory and Applications* **21** 169 (in Chinese) [阙介民, 王燕芳, 孙翠丽, 魏存峰, 史戎坚, 魏龙 2012 CT理论与应用研究 **21** 169]
- [13] Hunink M G M, Gazelle G S 2003 *J. Clin. Invest.* **111** 1612
- [14] Imhof H, Schibany N, Ba-Ssalamah A, Czerny C, Hojreh A, Kainberger F, Krestan C, Kudler H, Nöbauer I, Nowotny R 2003 *Eur. J. Radiol.* **47** 29
- [15] Liu Y, Zhang H 2008 *Chin. J. Med. Imaging Technol.* **24** 17 (in Chinese) [刘勇, 张华 2008 中国医学影像技术 **24** 17]
- [16] Wang L Y 2010 *M. S. Dissertation* (Zhengzhou: PLA Information Engineering University) (in Chinese) [王林元 2010 硕士学位论文 (郑州: 解放军信息工程大学)]
- [17] Guo W 2011 *Ph. D. Dissertation* (Changchun: Jilin University) (in Chinese) [郭威 2011 博士学位论文 (长春: 吉林大学)]
- [18] Guo Q 2008 *M. S. Dissertation* (Hefei: University of Science and Technology of China) (in Chinese) [郭琦 2008 硕士学位论文 (合肥: 中国科学技术大学)]

- [19] Hu X Z 2008 *M. S. Dissertation* (Hefei: University of Science and Technology of China) (in Chinese) [胡小舟 2008 硕士学位论文 (合肥: 中国科学技术大学)]
- [20] Kouris K, Tuy H, Lent A, Herman G T, Lewitt R M 1982 *IEEE Trans. Med. Imag.* **1** 161
- [21] Sidky E Y, Kao C M, Pan X 2006 *J. X-ray Sci. Technol.* **14** 119
- [22] Liu N 2011 *M. S. Dissertation* (Guangzhou: Southern Medical University) (in Chinese) [刘楠 2011 硕士学位论文 (广州: 南方医科大学)]
- [23] Liu W L 2013 *M. S. Dissertation* (Xi'an: Fourth Military Medical University) (in Chinese) [刘文磊 2013 硕士学位论文 (西安: 第四军医大学)]
- [24] Inouye T 1979 *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **26** 2666
- [25] Tam K C, Perez-Mendes V 1981 *J. Opt. Soc. Am.* **71** 582
- [26] Andersen A H 1989 *IEEE Trans. Med. Imag.* **8** 50
- [27] Gao H W, Zhang L, Chen Z Q, Cheng J P 2006 *Computerized Tomography Theory and Applications* **15** 46 (in Chinese) [高何伟, 张丽, 陈志强, 程建平 2006 CT 理论与应用研究 **15** 46]
- [28] Wang L Y, Li L, Yan B, Jiang C S, Wang H Y, Bao S L 2009 *Computerized Tomography Theory and Applications* **18** 22 (in Chinese) [王林元, 李磊, 闫镔, 江成顺, 王浩宇, 包尚联 2009 CT 理论与应用研究 **18** 22]
- [29] Jiao L C, Yang S Y, Liu F, Hou B 2011 *Acta Electron. Sin.* **39** 1651 (in Chinese) [焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 侯彪 2011 电子学报 **39** 1651]
- [30] Wen Z W, Yin W T, Liu X, Zhang Y 2012 *Oper. Res. Trans.* **16** 49 (in Chinese) [文再文, 印卧涛, 刘歆, 张寅 2012 运筹学学报 **16** 49]
- [31] Donoho D L 2006 *Commun. Pure Appl. Math.* **59** 797
- [32] Natarajan B K 1995 *SIAM J. Comput.* **24** 227
- [33] Donoho D L 2006 *IEEE Trans. Inf. Theory* **52** 1289
- [34] Candes E J, Romberg J, Tao T 2006 *IEEE Trans. Inf. Theory* **52** 489
- [35] Candes E J, Romberg J, Tao T 2006 *Commun. Pure Appl. Math.* **59** 1207
- [36] Donoho D L, Elad M 2003 *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **100** 2197
- [37] Gribonval R, Nielsen M 2003 *IEEE Trans. Inf. Theory* **49** 3320
- [38] Zhang Y 2008 *Rice University CAAM Tech. Rep.* 2008-11
- [39] Candes E J, Romberg J, Tao T 2006 *Commun. Pure Appl. Math.* **59** 1207
- [40] Candes E J 2008 *CR Math.* **346** 589
- [41] Blanchard J, Cartis C, Tanner J 2009 *IEEE Sig. Proc. Lett.* **16** 572
- [42] Candes E J 2007 *IEEE Signal Proc. Mag.* **24** 21
- [43] Candes E J l_1 -magic, <http://statweb.stanford.edu/candes/llmagic/> [2014-03-16]
- [44] Figueiredo M, Nowak R, Wright S 2007 *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.* **1** 586
- [45] Hale E, Yin W, Zhang Y 2008 *SIAM J. Optimiz.* **19** 1107
- [46] Hale E, Yin W, Zhang Y 2010 *J. Comput. Math.* **28** 170
- [47] Wright S J, Nowak R D, Figueiredo M A T 2009 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **57** 2479
- [48] Beck A, Teboulle M 2009 *SIAM J. Imag. Sci.* **2** 183
- [49] Yun S, Toh K 2011 *Comput. Optim. Appl.* **48** 273
- [50] Friedlander M, Vandenberg E 2008 *SIAM J. Sci. Comput.* **31** 890
- [51] Becker S, Bobin J, Candes E J 2011 *SIAM J. Imag. Sci.* **4** 1
- [52] Yang J, Zhang Y 2011 *SIAM J. Sci. Comput.* **33** 250
- [53] Deng W, Yin W, Zhang Y 2011 *Rice University CAAM Tech. Rep.* 2011-06
- [54] Gabay D, Mercier B 1976 *Comput. Math. Appl.* **2** 17
- [55] Hager W W, Hearn D W, Pardalos P M 1993 *Large Scale Optimization: State of the Art* (California: Springer US Press) p119
- [56] Chen G, Teboulle M 1994 *Math. Program.* **64** 81
- [57] Wang Y, Yin W 2010 *SIAM J. Imag. Sci.* **3** 856
- [58] Li C, Yin W, Jiang H, Zhang Y 2012 *Rice University CAAM Tech. Rep.* 2012-13
- [59] Boyd S, Parikh N, Chu E, Peleato B, Eckstein J 2010 *Foundations and Trends in Machine Learning* **3** 1
- [60] Parikh N, Boyd S *Block Splitting For Large-scale Distributed Learning* <http://web.stanford.edu/~boyd/papers.html> [2014-03-16]
- [61] Wahlberg B, Boyd S, Annergren M, Wang Y 2014 *An ADMM Algorithm for A Class of Total Variation Regularized Estimation Problems* <http://web.stanford.edu/~boyd/papers.html> [2014-03-16]
- [62] Parikh N, Boyd S 2014 *Math. Prog. Comp.* **6** 77
- [63] Mota J F C, Xavier J M F, Aguiar P M Q, Püschel M 2012 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **60** 1942
- [64] Mota J F C, Xavier J M F, Aguiar P M Q, Püschel M 2012 *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, Kyoto, Japan, March 25–30, 2012 p2869
- [65] Mota J F C, Xavier J M F, Aguiar P M Q, Püschel M 2013 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **61** 2718
- [66] Mota J F C, Xavier J M F, Aguiar P M Q, Püschel M 2014 *Efficient Distributed Algorithm for Structured Optimization Problems* <http://www.ee.ucl.ac.uk/~jmota/> [2014-03-16]
- [67] Mota J F C, Xavier J M F, Aguiar P M Q, Püschel M 2012 *Proceedings of 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)* Hawaiian Islands, USA, December 10–13, 2012 p5116
- [68] Mota J F C, Xavier J M F, Aguiar P M Q, Püschel M 2012 *Proceedings of 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)* Hawaiian Islands, USA, December 10–13, 2012 p5110
- [69] Mota J F C, Xavier J M F, Aguiar P M Q, Püschel M *Distributed Optimization with Local Domains: Applications in MPC and Network Flows* <http://www.ee.ucl.ac.uk/jmota/> [2014-03-16]
- [70] Deng W, Yin W 2012 *Rice University CAAM Tech. Rep.* 2012-14

- [71] Wei E, Ozdaglar A *On the $O(1/k)$ Convergence of Asynchronous Distributed Alternating Direction Method of Multipliers* <http://www.mit.edu/erminwei/Publication.html>[2014-03-16]
- [72] Shi W, Ling Q, Yuan K, Wu G, Yin W 2013 *Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)* Vancouver, Canada, May 26–31, 2013 p4613
- [73] Deng W, Lai M, Yin W 2013 *UCLA CAM Tech. Rep.* 2013-64
- [74] Sidky E Y, Pan X 2008 *Phys. Med. Biol.* **53** 4777
- [75] Jin X, Li L, Chen Z, Zhang L, Xing Y 2010 *Proceedings of the IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference*, Knoxville, USA, October 30–November 6, 2010 p2232
- [76] Xu Q, Mou X, Tang S, Zhang Y 2010 *Proceedings of the IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference* Knoxville, USA, October 30–November 6, 2010 p3241
- [77] Debatin M, Zygmanski P, Stsepankou D, Hesser J 2012 *Proceedings of the IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference* Anaheim, USA, October 27–November 3, 2012 p2295
- [78] Chen Z, Jin X, Li L, Wang G 2013 *Phys. Med. Biol.* **58** 2119
- [79] Lian Q S, Hao P P 2009 *Opt. Tech.* **35** 422 (in Chinese) [练秋生, 郝鹏鹏 2009 光学技术 **35** 422]
- [80] Zou J, Sun Y Q, Zhang P 2009 *Acta Opt. Sin.* **29** 1198 (in Chinese) [邹晶, 孙艳勤, 张朋 2009 光学学报 **29** 1198]
- [81] Yu H, Wang G 2010 *Phys. Med. Biol.* **55** 3905
- [82] Bian J, Siewerdsen J H, Han X, Sidky E Y, Prince J L, Pelizzari C A, Pan X 2010 *Phys. Med. Biol.* **55** 6575
- [83] Han X, Bian J, Eaker D R, Kline T L, Sidky E Y, Ritman E L, Pan X 2011 *IEEE Trans. Med. Imag.* **30** 606
- [84] Lu X, Sun Y, Yuan Y 2011 *Neurocomputing* **74** 661
- [85] Lu X, Sun Y, Yuan Y 2011 *Pattern Recogn.* **44** 2427
- [86] Han X, Bian J, Ritman E J, Sidky E Y, Pan X 2012 *Phys. Med. Biol.* **57** 5245
- [87] Liu Y, Ma J H, Fan Y, Liang Z 2012 *Phys. Med. Biol.* **57** 7923
- [88] Yu W, Zeng L, Liu B 2013 *J. Electron. Imaging* **22** 033015
- [89] Goldstein T, Osher S 2009 *SIAM J. Imag. Sci.* **2** 323
- [90] Li C 2009 *M.S. Dissertation* (Houston: Rice University)
- [91] Osher S, Yin W, Goldfarb D 2008 *SIAM J. Imag. Sci.* **1** 143
- [92] Esser E 2009 *UCLA CAM Tech. Rep.* 2009-31
- [93] Vandeghinste B, Goossens B, De Beenhouwer J, Pizurica A, Philips W, Vandenberghe S, Staelens S 2011 *Proceedings of 11th International Conference on Fully 3D Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine* Potsdam, Germany, July 11–15, 2011 p431
- [94] Zhang H, Wang L, Yan B, Li L, Xi X, Lu L 2013 *Chin. Phys. B* **22** 078701
- [95] Wang L Y, Zhang H M, Cai A L, Yan B, Li L, Hu G E 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 198701 (in Chinese) [王林元, 张瀚铭, 蔡爱龙, 闫镔, 李磊, 胡国恩 2013 物理学报 **62** 198701]
- [96] He B, Liao L, Han D, Yang H 2002 *Math. Program.* **92** 103
- [97] Xiao Y, Yang J, Yuan X 2012 *Inverse Prob. Imag.* **6** 547
- [98] Xiao Y, Song H 2012 *J. Math. Imaging Vis.* **44** 114
- [99] Cai A, Wang L, Zhang H, Yan B, Li J, Li L, Xi X J. *X-ray Sci. Technol.* **22** 335
- [100] Chen C, Xu G 2013 *UCLA CAM Tech. Rep* 2013-66
- [101] Choi K, Wang J, Zhu L, Suh T, Boyd S, Xing L 2010 *Med. Phys.* **37** 5113
- [102] Sidky E Y, Jørgensen J H, Pan X 2012 *Phys. Med. Biol.* **57** 3065
- [103] Chambolle A, Pock T 2011 *J. Math. Imaging Vis.* **40** 1
- [104] Chang M, Li L, Chen Z, Xiao Y, Zhang L, Wang G 2013 *J. X-ray Sci. Technol.* **21** 161
- [105] Chen G, Tang J, Leng S 2008 *Med. Phys.* **35** 660
- [106] Chen G, Tang J, Hsieh J 2009 *Med. Phys.* **36** 2130
- [107] Wang L, Li L, Yan B, Jiang C, Wang H, Bao S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 088106
- [108] Huang J, Zhang Y, Ma J, Zeng D, Bian Z, Niu S, Feng Q, Liang Z, Chen W 2013 *PLoS ONE* **8** e79709
- [109] Yu H, Wang G 2009 *Phys. Med. Biol.* **54** 2791
- [110] Yu H, Yang J, Jiang M, Wang G 2009 *Phys. Med. Biol.* **54** N425
- [111] Yang J, Yu H, Jiang M, Wang G 2010 *Inverse Prob.* **26** 035013
- [112] Do S, Karl W C, Kalra M K, Brady T J, Pien H 2010 *SPIE Proceeding Medical Imaging 2010: Physics of Medical Imaging* San Diego, USA, February 13–18, 2010 p76225D
- [113] Debatin M, Stsepankou D, Hesser J 2013 *Proceeding of the 12th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine* California, USA, June 16–21, 2013 p134
- [114] Xu Q, Yu H, Mou X, Wang G 2011 *Proceeding of the 11th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine* Postdam, Germany, July 11–15, 2011 p258
- [115] Niu S, Gao Y, Bian Z, Huang J, Chen W, Yu G, Liang Z, Ma J 2014 *Phys. Med. Biol.* **59** 2997
- [116] Xu Q, Yu H, Mou X, Zhang L, Hsieh J, Wang G 2012 *IEEE Trans. Med. Imag.* **31** 1682
- [117] Lu Y, Zhao J, Wang G 2012 *Phys. Med. Biol.* **57** 173
- [118] Zhao B, Ding H, Lu Y, Wang G, Zhao J, Molloy S 2012 *Phys. Med. Biol.* **57** 8217
- [119] Zhao K, Pan J X, Kong H H 2013 *Proceedings of 13th Chinese National Symposium for Stereology and Image Analysis* Taiyuan, China, September 23–25, 2013 p422 (in Chinese) [赵可, 潘晋孝, 孔慧华 2013 第十三届中国体视觉与图像分析学术会议论文集, 太原, 中国, 2013年9月23–25日第422页]
- [120] Jørgensen J S, Sidky E Y, Pan X 2014 *Analysis of Discrete-to-Discrete Imaging Models for Iterative Tomographic Image Reconstruction and Compressive Sensing* <http://arxiv-web3.library.cornell.edu/pdf/1109.0629v1.pdf>[2014-03-16]

- [121] Jørgensen J S, Sidky E Y, Pan X 2013 *IEEE Trans. Med. Imag.* **32** 460
- [122] Jørgensen J S, Sidky E Y, Hansen P C, Pan X *Quantitative Study of Undersampled Recoverability for Sparse Image in Computed Tomography* <http://arxiv.org/pdf/1211.5658v1.pdf>
- [123] Wang L, Zhang H, Cai A, Li Y, Yan B, Li L, Hu G *J. X-ray Sci. Technol.* <http://mstracker.com/MSS/jxst/40191-13-55-R.pdf>
- [124] Elad M 2012 *IEEE Sig. Proc. Lett.* **19** 922
- [125] Yang F Q, Zhang D H, Huang K D, Wang K, Xu Z 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 058701 (in Chinese) [杨富强, 张定华, 黄魁东, 王鸥, 徐哲 2014 物理学报 **63** 058701]
- [126] Wang L, Cai A, Zhang H, Yan B, Li L, Hu G 2013 *Comput. Math. Methods Med.* **2013** 418747
- [127] Strohmer T 2012 *IEEE Sig. Proc. Lett.* **19** 887

REVIEW

Review of sparse optimization-based computed tomography image reconstruction from few-view projections*

Wang Lin-Yuan¹⁾ Liu Hong-Kui²⁾ Li Lei¹⁾ Yan Bin^{1)†} Zhang Han-Ming¹⁾
Cai Ai-Long¹⁾ Chen Jian-Lin¹⁾ Hu Guo-En¹⁾

1) (National Digital Switching System Engineering and Technological Research Center, Zhengzhou 450002, China)

2) (Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116000, China)

(Received 22 March 2014; revised manuscript received 19 June 2014)

Abstract

Computed tomography (CT) is a technology widely used in medicine and industrial non-destructive testing, and the image reconstruction algorithm is a core technology of CT. Now, the image reconstruction from few-view projections is a hot point in the study of reconstruction algorithm. With the advancements in theories and algorithms, the sparse optimization has recently been applied to few-view reconstruction for CT image, and shown to have a good performance in both accuracy and speed. In this paper, basic conclusions and classical algorithms in sparse optimization are introduced. Furthermore, the sparse optimization based few-view reconstruction algorithms for CT image, in particular the main results and the values of sparse optimization, are summarized. Finally, the future research direction of sparse optimization based few-view reconstruction for CT image is discussed.

Keywords: few-view reconstruction, sparse optimization, CT image reconstruction algorithms

PACS: 87.59.-e, 87.57.nf, 87.57.Q

DOI: 10.7498/aps.63.208702

* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2012AA011603) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61372172).

† Corresponding author. E-mail: tom.yan@gmail.com