

基于动理论模型的一维等离子体 电磁波传输特性分析*

陈文波^{1)†} 龚学余^{1)‡} 路兴强²⁾ 冯军¹⁾ 廖湘柏¹⁾ 黄国玉¹⁾ 邓贤君¹⁾

1) (南华大学电气工程学院, 衡阳 421001)

2) (南华大学核科学技术学院, 衡阳 421001)

(2014年4月9日收到; 2014年6月3日收到修改稿)

本文采用了动理论模型对电磁波在等离子体中的传播特性进行了研究. 建立了与该模型相关的麦克斯韦-玻尔兹曼 (MB) 方程组, 并采用 FDTD 方法加以求解, 得到了等离子体区域内的粒子分布函数及空间中的电场分布. 此外, 本文还计算了电磁波入射到等离子体平板上的反射及透射系数, 并将数值计算结果与解析解结果进行了比较, 验证了该方法的正确性.

关键词: 麦克斯韦-玻尔兹曼, 动理论, 时域有限差分法, 等离子体

PACS: 41.20.Jb, 52.25.Dg, 52.25.Os, 52.40.Db

DOI: 10.7498/aps.63.214101

1 引言

电磁波在等离子体中的传播是一个具有很强的实际意义的研究领域, 其相关理论在目标隐身、电磁防护、空间通讯等方面都有着重要的应用价值. 在过去几十年中, 国内外学者采用了多种方法对电磁波在等离子体中传播特性进行研究^[1-4], 其中, FDTD 算法因其具有算法结构简单、易于实现等诸多优点而被广泛采用^[3-6].

从已有的文献资料来看, 目前在应用 FDTD 算法分析电磁波在等离子体中的传播特性时, 大多假设等离子体密度、碰撞频率等参数保持稳定, 在此前提下采用等效介电常数模型 (如 Debye, Drude, Lorentz 等) 进行分析^[7-15]. 但在实际情况下, 等离子体碰撞频率是粒子运动速度的函数. 因此, 要得到与真实情况更加贴近的结果, 就必须对等离子体内部的粒子运动状态进行微观分析, 由粒子分布函数导出碰撞频率、电流密度矢量等宏观量. 而动理论方法则可以用来解决这一问题.

本文将采用动理论的方法对一维等离子体中电磁波的传播特性进行分析. 首先建立 Maxwell-Boltzmann 方程组对平面电磁波在弱电离等离子体平板中传播的一维模型进行描述, 然后应用 FDTD 算法求解建立的方程组, 得出等离子体的粒子分布函数, 再由粒子分布函数导出等离子体电流密度矢量及电场分布随时间和空间的演化, 进而求得电磁波入射等离子体平板反射及透射系数, 并与传统的 FDTD 方法的计算结果及解析解进行比较, 以验证该方法的正确性.

2 理论模型

平面电磁波在弱电离非磁化等离子体中传播时, 满足的 Maxwell 方程为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (2)$$

* 国家自然科学基金 (批准号: 11375085) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: snipers2004@163.com

‡ 通讯作者. E-mail: gongxueyu@126.com

其中, \mathbf{E} 表示电场强度, \mathbf{H} 表示磁场强度; ϵ_0 , μ_0 分别为真空中的介电常数和磁导率; t 为时间; \mathbf{J} 表示等离子体内部的极化电流密度, 它是粒子密度及运动速度的函数, 其表达式为

$$\mathbf{J} = -en \cdot \mathbf{u} = -\frac{4}{3}\pi e \int_0^\infty v^3 \cdot f dv, \quad (3)$$

其中, f 为等离子体粒子分布函数, v 为气体中粒子的速度, e 表示粒子的电量. 由分子动力学相关理论可知, 粒子分布函数 f 随时间的演化满足 Boltzmann 方程为^[16]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mu v \times \mathbf{H}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{\text{coll}}, \quad (4)$$

式中的 m 为粒子质量, $\nabla_{\mathbf{r}}$ 和 $\nabla_{\mathbf{v}}$ 分别表示空间和速度坐标下的微分算符; 方程右边的 $\left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{\text{coll}}$ 项为粒子的碰撞函数, 它同样与粒子分布函数有关.

将(4)中的粒子分布函数 f 用球谐函数展开, 且只保留球谐展开的前两项:

$$f(v) = f_0(v) + \frac{v}{v} \cdot f_1(v), \quad (5)$$

其中, $f_0(v)$ 为各向同性项, 表示平衡分布, $f_1(v)$ 为各向异性项, 表示平面电磁波入射到等离子体中所产生的扰动.

由于本文研究的对象为一维弱电离等离子体, 因此可以做如下假设: 1) 电磁波沿正 Z 方向传播, 所以只需要计算电场分量 E_x 和磁场分量 H_y ; 2) 外界电磁场是分布函数的小扰动, 即各向同性项 $f_0(v)$ 始终为麦克斯韦分布, 且在空间中的分布也不随时间变化; 3) 粒子间的碰撞以弹性碰撞为主, 即只考虑电子和中性粒子之间的碰撞; 4) 等离子体电子密度均匀分布. 在上述近似条件下, 则(1)–(4)式可以简化为

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_y}{\partial z} - J_x \right), \quad (7)$$

$$J_x = -\frac{4}{3}\pi e \int_0^\infty v^3 \cdot f_{1x} dv, \quad (8)$$

$$\frac{\partial f_{1x}}{\partial t} - \frac{e}{m} E_x \frac{\partial f_0}{\partial v} = -\nu_e(v) f_{1x}. \quad (9)$$

(9) 式中的 $\nu_e(v)$ 为电子-中性粒子的碰撞频率, 它与气体的种类及粒子能量有关. 为了对方程中的场量进行计算, 采用 FDTD 方法将以上各式进行离

散可得

$$H_y|_{k+1/2}^{n+1/2} = H_y|_{k+1/2}^{n-1/2} + \frac{dt}{\mu_0 dz} (E_x|_{k+1}^n - E_x|_k^n), \quad (10)$$

$$E_x|_k^{n+1} = E_x|_k^n - \frac{dt}{\epsilon_0 dz} (H_y|_{k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{k-1/2}^{n+1/2}) - \frac{dt}{\epsilon_0} J_x|_k^{n+1/2}, \quad (11)$$

$$f_{1x}|_k^{n+1/2} = \frac{(2 - \nu_e(v)dt)}{(2 + \nu_e(v)dt)} \cdot f_{1x}|_k^{n-1/2} + \frac{2}{(2 + \nu_e(v)dt)} \frac{e}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} E_x|_k^n. \quad (12)$$

此外, 在假设条件中, 粒子分布函数 f 中的各向同性项 f_0 始终为麦克斯韦分布:

$$f_0 = N_e \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{mv^2}{2\pi k_B T} \right), \quad (13)$$

其中 k_B 为 Boltzmann 常数, T 为等离子体电子温度, N_e 为电子密度. 这就意味着在(12)式中就只有各向异性项 f_{1x} 是未知量. 因此, 只要联立(9)–(12)式, 并设置初始电场分量 E_x 、电子密度 n_e 及碰撞频率 $\nu_e(v)$, 就可以计算得出粒子分布函数、电流密度、空间电磁场分布等物理量随时间的演化情况.

3 数值模拟结果

本文将采用 FDTD 算法, 并结合该模型方法对电磁波垂直入射到 1.5 cm 厚等离子体平板的反射及透射系数进行计算. 等离子体板的两边为自由空间, 入射电磁波为微分高斯脉冲. 等离子体的参数为: 等离子体电子密度 $N_e = 1.86 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$, 其对应的等离子体频率为 28.7 GHz; 等离子体电子温度为 $T = 293 \text{ K}$; 为了方便与传统的 FDTD 方法及解析解法进行对比, 在此处先假设等离子体碰撞频率 ν_e 不是粒子运动速度的函数, 而是一个常数, 其值为 $\nu_e = 20.0 \times 10^9 \text{ Hz}$. 计算时 FDTD 的计算空间为 7.5 cm, 等离子体平板占据其中的 3.0–4.5 cm 区域, 其余为真空. 计算空间步长 $\Delta x = 75 \text{ } \mu\text{m}$, 时间步长 $\Delta t = \Delta x/2c = 0.125 \text{ ps}$. 计算区域的两边设置 10 个网格的 CPML 吸收边界用以吸收透射和反射波.

图 1 为处于不同时间步内的空间网格电场分布图. 由图 1 可以看出, 当平面电磁波进入等离子体区域之后, 电场的波长增加, 同时电场的衰减也很大, 这说明媒质的相对介电常数小于 1.

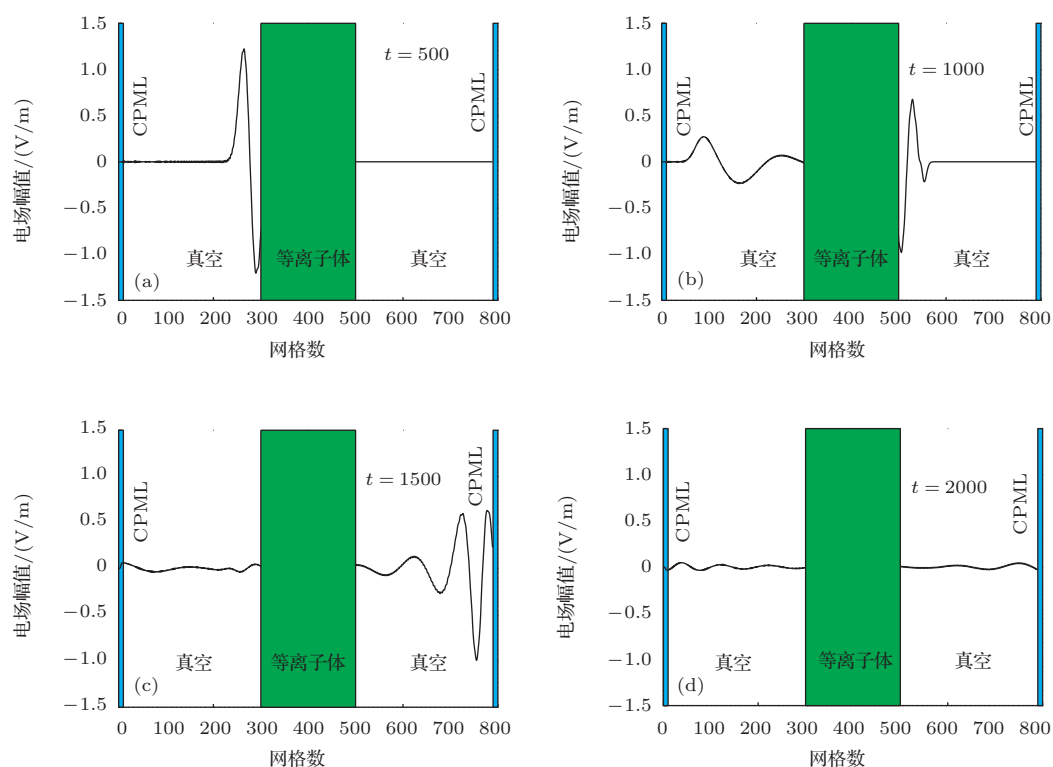


图1 (网刊彩色) 平面电磁波在等离子体平板中传播时的电场演化过程 (a) 500 时间步; (b) 1000 时间步; (c) 1500 时间步; (d) 2000 时间步

图2和图3分别给出了由该方法计算得出的平面波入射到等离子体平板中的反射及透射电场的时域场值, 以及反射及透射系数随频率变化的曲线, 为了验证本文方法的正确性, 图2、图3同时还给出了采用解析解法及传统FDTD方法计算得到的结果来进行比较.

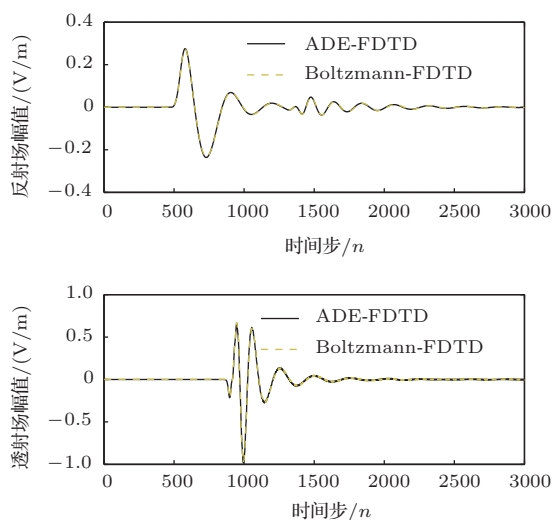


图2 (网刊彩色) 等离子体平板反射及透射电场

从计算结果可以看出新方法得到的结果与传统FDTD算法及解析结果符合较好, 这证明了该算

法正确, 且具有较高的计算精度, 因此可以采用这种方法来计算所有与分布函数相关的宏观量.

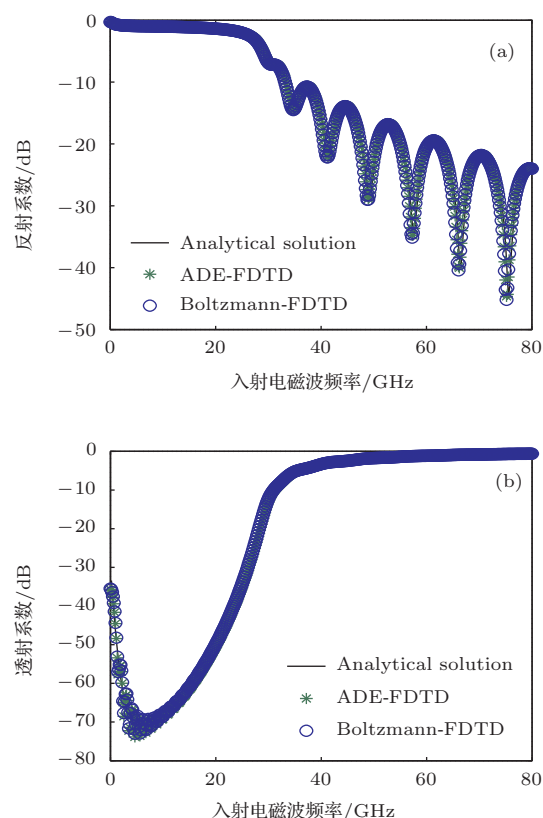


图3 (网刊彩色) 等离子体平板反射及透射系数随频率变化的曲线 (a) 反射系数幅值; (b) 透射系数幅值

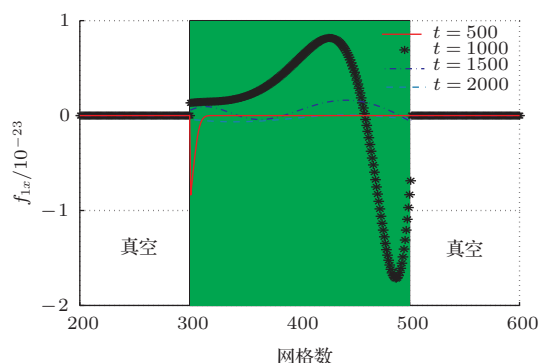


图4 (网刊彩色) 不同时间步内粒子分布函数各向异性项随空间网格变化的曲线(局部放大图)

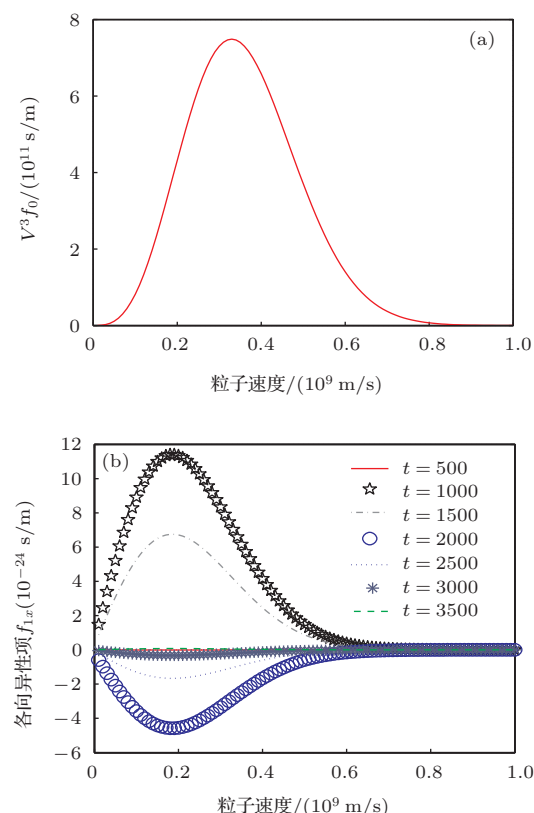


图5 (网刊彩色) 粒子分布函数随粒子速度变化的曲线 (a) 粒子分布函数的各向同性项; (b) 粒子分布函数的各向异性项

最后, 本文还计算得出了粒子分布函数随时间、速度及空间的变化曲线, 其结果分别如图4和图5所示. 通过将不同时间步内粒子分布函数(图4)和电场分布(图1)随空间坐标变化的曲线进行对比可以看出: 各向异性项 f_{1x} 在等离子体区域中的变化规律与电场相同, 这与预期的结果一致. 图5(a)和(b)分别为粒子分布函数的各向同性 f_0 及各向异性项 f_{1x} 随速度变化的曲线. 由计算结果可知: f_{1x} 的值仅在 $(-6-12) \times 10^{-24} \text{ s}^2/\text{m}^6$ 范围内变化, 远小于 f_0 的值. 这表明当外部电场强度很

低的情况下, 外电场可以看成是对粒子分布函数的小扰动.

4 结 论

本文建立了电磁波在一维等离子体中传播的动理论模型, 给出了描述电磁波特性的 MAXWELL 旋度方程及与粒子分布函数相关的 Boltzmann 方程, 并采用 FDTD 方法对所建立的方程组进行求解, 得到了粒子分布函数各向异性项随时间及空间变化的曲线、电磁波在等离子体传播中的空间电磁场分布、反射及透射系数, 并将计算结果与传统分析方法得到的结果进行了对比. 可以看出: 本文所采用方法与传统 FDTD 方法及解析解的计算结果均符合的很好, 因此该方法有效, 且具有很高的精度; 同时由于这种方法能够求得粒子分布函数等微量随时间及空间的演化过程, 因此可以被用于研究电磁波与等离子体相互作用的微观机理, 解决那些无法采用解析方法和流体力学理论进行求解的问题, 得到与实际情况更为接近的结果. 下一步我们将利用这种方法对等离子体碰撞频率是与粒子速度相关的变量, 以及粒子分布函数的各向同性项为未知量时的问题进行研究.

参考文献

- [1] Zhou Q H, Dong Z W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 015201 (in Chinese) [周前红, 董志伟 2013 物理学报 **62** 015201]
- [2] Yong L X, Yu P P, Ma H 2013 *Chin. J. of Radio Sci.* **27** 18 (in Chinese) [杨利霞, 于萍萍, 马辉 2012 电波科学学报 **27** 18]
- [3] Ying X, Zhao Z W, Zhang H, Sun S J 2012 *Chin. J. of Radio Sci.* **27** 354 (in Chinese) [殷雄, 赵振维, 张厚, 孙树计 2012 电波科学学报 **27** 354]
- [4] LI L X, SHI Y X, WANG F, WEI B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 125201 (in Chinese) [李林茜, 石雁祥, 王飞, 魏兵 2012 物理学报 **61** 125201]
- [5] Zhang Y Q, Ge D B 2010 *Chin. J. of Comp. Phys.* **27** 877 (in Chinese) [张玉强, 葛德彪 2010 计算物理 **27** 877]
- [6] Chen W B, Li S, Gong X Y 2011 *Chin. J. of Space. Sci.* **61** 682 (in Chinese) [陈文波, 李圣, 龚学余 2011 空间科学学报 **31** 682]
- [7] Pereda J A, Gonzalez O, Grande A 2008 *Mic. and Wireless Components Letters* **18** 719
- [8] Shibayama J, Ando R, Nomura A, Yamauchi J 2009 *Photonics Tech. Letters* **21** 100
- [9] Liu S, Zhong S Y, Liu S B 2008 *Int. J. Infrared Milli. Waves* **29** 323

- [10] Zhili L, Thylen L 2009 *Transactions on Antennas and Propagation* **57** 3378
- [11] Chen H L, Chen B, Fang D G, Liu H 2009 *Mic. and Wireless Components Letters* **19** 344
- [12] Liang F, Wang G, Wang R, Guo D, Zhao D 2013 *J. of Electr. waves and Applications* **27** 464
- [13] Gao L 2012 *Acta Math. Sci.* **32B** 2341
- [14] Ai X, Han Y P, Li C Y 2011 *Progress in Electromagnetic Research Letters* **22** 8389
- [15] Liu S B, Liu S Q 2004 *Chin. Phys.* **13** 1892
- [16] Lieberman M A, Lichtenberg A J 1994 *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing* (Second Edition) (Hoboken: Wiley) pp679–684

Analysis of one-dimensional electromagnetic wave transmission characteristics of plasma based on a kinetic theory model*

Chen Wen-Bo^{1)†} Gong Xue-Yu^{1)‡} Lu Xing-Qiang²⁾ Feng Jun¹⁾ Liao Xiang-Bai¹⁾
Huang Guo-Yu¹⁾ Deng Xian-Jun¹⁾

1) (School of Electrical Engineering, University of South China, Hengyang 421001, China)

2) (School of Nuclear Technology, University of South China, Hengyang 421001, China)

(Received 9 April 2014; revised manuscript received 3 June 2014)

Abstract

This paper utilizes a kinetic theory model to gain the accurate electromagnetic (EM) wave characteristics in the plasma region, based on the solution of Maxwell-Boltzmann (MB) equation system. The system is solved by finite-difference time-domain (FDTD) algorithm, which gives the results of the electric field intensity and particle velocity distribution function. Furthermore, the validity and effectiveness of the proposed method is verified by comparing the results of reflection coefficient and transmission coefficient of the wave that impinges on plasma plate region with that of the analytic solution.

Keywords: Maxwell-Boltzmann, kinetic theory, FDTD, plasma

PACS: 41.20.Jb, 52.25.Dg, 52.25.Os, 52.40.Db

DOI: 10.7498/aps.63.214101

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11375085).

† Corresponding author. E-mail: snipers2004@163.com

‡ Corresponding author. E-mail: gongxueyu@126.com