

# 一种脉冲星信号模拟新方法

贝晓敏<sup>1)</sup> 帅平<sup>1)†</sup> 黄良伟<sup>1)</sup> 孙海峰<sup>2)</sup> 吴耀军<sup>1)</sup> 张倩<sup>1)</sup>

1) (钱学森空间技术实验室, 北京 100094)

2) (西安电子科技大学电子工程学院, 西安 710071)

(2014 年 5 月 20 日收到; 2014 年 6 月 16 日收到修改稿)

在脉冲星导航地面实验中, 为解决地面无法接收脉冲星辐射的 X 射线信号的问题, 必须在实验系统中模拟脉冲星辐射信号. 本文提出两种全新脉冲星信号模拟方法. 第一种方法基于统计物理模型, 该方法克服了常用泊松模型模拟方法中仿真适应性窄、仿真速度慢和时间分辨率低等不足, 实现了对任意随机过程的脉冲信号进行快速高时间分辨率的仿真; 第二种方法基于优化统计模型, 该方法针对非齐次泊松过程信号的特性进行优化, 仿真速度比常用泊松模型模拟方法提高至少 30 倍, 对于低流量脉冲星, 甚至提高 4 个数量级, 可实现纳秒级时间分辨率仿真.

**关键词:** 脉冲星导航, 非齐次泊松过程, X 射线光子信号

**PACS:** 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.05.Fb

**DOI:** 10.7498/aps.63.219701

## 1 引言

X 射线脉冲星导航是实现航天器长时间高精度自主导航最有希望取得突破的技术, 具有重要的工程应用价值和战略研究意义, 备受国际航天机构关注<sup>[1]</sup>. 2004 年, 美国国防部提出 X 射线脉冲星导航研究计划(XNAV), 目前已完成可行性论证、关键技术攻关与地面实验验证, 即将在国际空间站和高轨卫星上开展空间飞行实验<sup>[2-4]</sup>. 此外, 欧洲空间局(ESA)、俄罗斯、德国、日本、英国、印度和澳大利亚等国家和组织也启动了 X 射线脉冲星导航理论方法和地面实验验证研究<sup>[5-9]</sup>. 国内在脉冲星导航方面的研究相对较晚. 2005 年, 我国开始关注脉冲星导航技术, 跟踪国外最新研究动态, 对脉冲星理论<sup>[10-12]</sup>、脉冲星自主导航原理<sup>[13-16]</sup>和导航算法<sup>[17-24]</sup>都进行了系统的研究, 同时开展了 X 射线探测器和地面实验系统等关键技术的攻关<sup>[25-30]</sup>. 其中, 构建 X 射线脉冲星导航地面实验系统, 开展 X 射线脉冲星导航关键技术测试, 评估定位、定时和姿态测量精度指标, 是脉冲星导航的基础研究

任务.

由于地球大气对 X 射线有强吸收作用, 因此在地面上无法接收到脉冲星辐射的 X 射线信号; 同时, 针对脉冲星导航系统关键技术的地面实验验证, 以及方案设计可行性定量论证的需求, 突破脉冲星模拟源, 大尺度时空基准、高稳定度脉冲波形调制和时间保持等关键技术, 构建地面分布式、全通路、半物理、闭环测试验证系统<sup>[26-30]</sup>. 其中脉冲星模拟源是通过数学仿真系统平台, 产生航天器探测到的脉冲星辐射 X 射线光子信号, 发送至信号控制设备转换成电脉冲信号, 以此控制光管输出光脉冲信号; 被探测器子系统接收, 读出包含大尺度动态效应的光子到达时间序列; 实现在地面实验系统对主导航算法、轮廓折叠算法等关键技术的测试验证. 因此, 脉冲星辐射信号模拟是脉冲星导航地面实验系统的核心组成部分, 直接为该项目的总体设计和系统建设提供前提和保障.

目前常用的脉冲星信号模拟方法主要是基于泊松模型<sup>[3,4,26]</sup>和递推模型<sup>[31]</sup>. 前一种方法是在脉冲星 X 射线辐射信号满足非齐次泊松过程的假

† 通讯作者. E-mail: xiaominbei@gmail.com

设条件下, 对每个最小分辨时间间隔段内求存在光子的概率. 该方法推导简洁, 但存在仿真适应性窄、仿真速度慢和时间分辨率低等缺陷. 后一种方法由于分布函数的解析形式一般情况下很难求解, 因此该方法不适合实际工程应用. 本文首先提出了一种全新的基于统计物理模型的脉冲星信号模拟方法, 该方法能够克服前两种方法的不足, 实现对任意随机过程的脉冲星辐射信号进行快速仿真; 随后, 针对非齐次泊松过程的特性, 本文又提出了一种基于优化统计模型的脉冲星信号模拟方法, 该方法可以将仿真速度可提高至少30倍左右, 甚至4个数量级(低流量脉冲星), 同时由于该方法与时间分辨率无关, 因此可以克服常用泊松模型模拟方法难以在高时间分辨率下进行模拟的缺陷, 产生纳秒级时间分辨率的信号模拟; 最后, 本文通过构建脉冲星导航地面实验系统, 对这几种算法进行了算例分析.

## 2 基于统计物理的脉冲星信号模拟

### 2.1 统计物理模型

脉冲星属于高速旋转的中子星, 距离太阳系十分遥远, 达到几千光年以上. 脉冲星辐射的光子, 在漫长的传播过程中不断与星际介质相互作用, 衰减为极弱信号, 因此可以用统计理论来描述. 在本节将利用等概率原理构建统计物理模型, 其本质上是流量函数 $\lambda(t)$ 在给定时间段内的积分(光子数)对应于该时间段内所有可能的微观状态数; 而脉冲星辐射经星际衰减后到达航天器的一个光子, 对应于一个可能的微观态, 其相应的时间即为光子到达时间.

在统计物理中, 对于 $E$ 到 $E + dE$ 的能量范围内, 自由粒子可能的微观状态数为<sup>[32]</sup>

$$\Omega(E) = D(E)dE, \quad (1)$$

其中 $D(E)$ 表示单位能量间隔内的可能微观状态数. 利用能量和时间的相易性<sup>[32]</sup>, 相应对于 $t$ 到 $t + dt$ 的时间范围内, 自由粒子可能的微观状态数为

$$\Omega(t) = D(t)dt, \quad (2)$$

其中 $D(t)$ 为态密度函数, 表示单位时间间隔内的可能微观状态数.

对于到达航天器的脉冲星X射线辐射, 通常用光子流量函数 $\lambda(t)$ (单位时间间隔内的光子数)来描

述. 对应 $t$ 到 $t + dt$ 的时间范围内, 所有的光子数为

$$N(t) = \lambda(t)dt. \quad (3)$$

对比(2)式和(3)式, 不妨将流量函数等效于态密度函数 $\lambda(t) = D(t)$ , 则该时间段内所有的光子数对应于所有的微观状态数 $N(t) = \Omega(t)$ ; 而脉冲星辐射经星际衰减后到达航天器的一个光子, 对应于一个可能的微观态, 其相应的时间即为光子到达时间. 对于给定的观测时间间隔 $(t_0, t_f)$ 内, 所有的微观状态数为

$$\Omega(t_f - t_0) = \int_{t_0}^{t_f} D(t)dt = \int_{t_0}^{t_f} \lambda(t)dt. \quad (4)$$

利用等概率原理<sup>[32]</sup>, 该系统各个可能微观状态出现的概率相等, 记为

$$\rho = \frac{1}{\Omega(t_f - t_0)}. \quad (5)$$

在给定的观测时间间隔 $(t_0, t_f)$ 内, 显然出现概率为常数 $\rho = \text{const}$ ; 在时间段 $(t_0, t)$ 内微观状态函数为

$$\Omega(t) = \rho \cdot (t - t_0), \quad t \in (t_0, t_f). \quad (6)$$

对(6)式求导, 可得

$$\frac{d\Omega(t)}{dt} = \rho = \text{const}. \quad (7)$$

从等(6)式和(7)可以看出, 微观状态数函数 $\Omega(t)$ 是满足均匀分布的. 因此可以通过均匀分布的性质, 直接生成满足该分布的一个随机变量 $\Omega_i$ , 其对应于, 脉冲星辐射经星际衰减后到达航天器的一个光子. 利用每一个光子对应于一个随机变量 $\Omega_i$ , 生成一组微观状态函数的随机序列 $\{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n\}$ . 同时, 由(4)式可得

$$\Omega_i = \int_{t_0}^{t_i} \lambda(t)dt, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (8)$$

由于流量函数 $\lambda(t) \geq 0$ , 因此微观状态函数是单调不减函数. 也就是说微观状态数函数值与光子到达时间序列一一对应. 因此, 通过对(8)式求反函数, 得到光子到达时间序列 $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ . 具体的到达函数的实现算法将在下节中详细叙述.

### 2.2 基于统计物理模型的模拟方法

到达航天器的脉冲星辐射X射线信号可以用光子流量函数 $\lambda(t)$ 来描述, 表示单位时间间隔内的光子数. 因此, 在时间间隔 $\tau_d$ 内存在的可能的光子数为 $\lambda(t)\tau_d$ (微观状态数), 在观测时间段 $(t_0, t_f)$ 内

所有可能的光子数(微观状态)为  $m_f = \int_{t_0}^{t_f} \lambda(\tau) d\tau$ . 不妨令

$$f_T(t) = \frac{\lambda(t)}{m_f}, \quad t \in (t_0, t_f). \quad (9)$$

显然  $f_T(t) \in [0, 1]$ , 其表示光子流量函数  $\lambda(t)$  对应的概率密度函数, 其中  $T$  为随机变量,  $t$  为任意实数, 相应的分布函数为

$$\begin{aligned} F_T(t) &= \int_{t_0}^t f_T(\tau) d\tau \\ &= \frac{1}{m_f} \int_{t_0}^t \lambda(\tau) d\tau, \\ t &\in (t_0, t_f). \end{aligned} \quad (10)$$

由于流量函数  $\lambda(t) \geq 0$ , 因此分布函数  $F_T$  是单调不减函数, 且存在反函数, 取值范围为  $F_T(t) \in [0, 1]$ . 不妨令  $y = F_T(t)$ , 由于  $F_T$  是单调函数, 因此  $Y = F_T(T)$  也是连续随机变量, 则随机变量  $Y$  的分布函数为

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= P(Y \leq y) = P(F_T(T) \leq y) \\ &= P(X \leq F_T^{-1}(y)) = F_T(F_T^{-1}(y)) = y. \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $P$  表示概率. 上式的第一个等号利用了分布函数的定义; 第二个等号是利用了  $Y = F_T(T)$ ; 第三个等号成立是利用了  $F_T$  函数单调不减的性质; 第四个的等号成立时利用了分布函数的定义; 第五个等号是利用了反函数的定义. 因此随机变量  $Y$  的分布函数可写为

$$F_Y(y) = \begin{cases} y, & y \in [0, 1]; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (12)$$

对应随机变量  $Y$  的概率密度函数为

$$f_Y(y) = \frac{dF_Y(y)}{dy} = \begin{cases} 1, & y \in [0, 1]; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (13)$$

因此随机变量  $Y$  在  $[0, 1]$  上服从均匀分布, 记为  $Y \propto U(0, 1)$ .

将观测时间间隔  $(t_0, t_f)$  根据时间分辨率  $\tau_d$  等分成  $m$  份, 即  $\hat{t}_0, \hat{t}_1 = \hat{t}_0 + \tau_d, \dots, \hat{t}_m = \hat{t}_0 + m \cdot \tau_d$ , 由于分布函数  $F_T(t)$  为单调函数, 因此相应的  $y$  轴上对应的序列为  $\hat{y}_0, \hat{y}_1, \dots, \hat{y}_m$ . 同时, 由于随机变量  $Y$  服从均匀分布, 可得

$$y = y(t_0) + m_f \cdot u, \quad (14)$$

其中

$$u \propto U(0, 1), \quad (15)$$

是随机数发生器产生  $U(0, 1)$  的随机变量. 为简化起见不妨令  $t_0 = \hat{t}_0$ , 同时由分布函数的定义可知

$$y(t_0) = \int_{t_0}^{t_0} \lambda(\tau) d\tau = 0,$$

因此上式简化为

$$y = m_f \cdot u. \quad (16)$$

最后, 由于单位时间间隔内的光子数  $\lambda(t)$  存在涨落, 使得在观测时间段内的光子数  $N_f$  存在涨落,  $m_f$  为观测时间段内的光子数平均值,  $E[N_f] = m_f$ ; 该涨落与流量函数  $\lambda(t)$  或概率密度函数  $f_T(t)$  的形式无关; 可以用平均值为  $m_f$  的  $R$  分布来描述, 其中  $R$  分布为任意分布 (Poisson 分布 [3,4,26], Gauss 分布 [31,33] 等), 物理上表示均值为  $m_f$  的光子数涨落. 因此航天器探测到的光子数存在涨落且满足  $R$  分布,  $R$  分布的随机变量值为观测时间段内光子数. 利用 (16) 式, 可得到分布函数随机数; 同时, 取  $R$  分布的随机变量值得到观测时间段内光子数, 对应于取随机数的次数. 从而可以得到  $N_f$  个分布函数随机数, 即

$$\{y_i, i = 1, 2, 3 \dots n\}, \quad (17)$$

其中

$$y_i = m_f u, \quad n = N_f. \quad (18)$$

将  $N_f$  个分布函数随机数利用线性差值法得到相应的光子到达时间随机数, 即当  $y_i$  落在  $(\hat{y}_{k-1}, \hat{y}_k]$  区间时, 取对应的时间为光子达到时间

$$t_i = \hat{t}_{k-1} + \frac{y_i - \hat{y}_{k-1}}{\hat{y}_k - \hat{y}_{k-1}} \tau_d. \quad (19)$$

最后, 对利用光到达时间随机数的大小进行排序, 最终得到光子达到时间随机序列

$$\{t_i, i = 1, 2, 3 \dots n\}. \quad (20)$$

从上可知, 本方法取随机数的次数即为生成光子数; 而常用的基于泊松模型的脉冲星信号模拟方法, 其取随机数的次数为最小分辨时间间隔数. 脉冲星导航具有辐射信号流量低和探测器时间分辨率高等特征, 使用本方法可大量的节约仿真时间. 同时,  $R$  分布可取任意分布函数, 因而本方法可以应用于任意随机过程的信号模拟.

## 2.3 基于优化统计模型的模拟方法

针对满足非齐次泊松过程的脉冲星辐射信号. 由于光子流量函数  $\lambda(t)$  是含时非周期性函数, 对应的均值函数反函数  $\Lambda^{-1}$  的解析表达式一般情况下很难求解. 因此, 递推模型<sup>[31]</sup>的模拟方法不适合实际工程应用. 但我们可以用齐次泊松过程导出的到达时间递推表达式, 对2.2节提出的算法进行优化处理, 得到基于优化统计模型的脉冲星信号模拟方法. 该算法不但提高了运算速度, 而且可实现高时间分辨率下的光子到达时间模拟. 首先, 利用齐次泊松过程的特有性质导出到达时间的递推表达式, 得到最大的光子到达时间序列集, 然后利用基于统计物理模型的模拟方法再从这个最大集中筛选出满足脉冲星X射线流量函数的光子达到时间序列.

假设到达航天器的脉冲星辐射X射线信号满足非齐次泊松过程, 两个光子到达时间的递推表达式为<sup>[31]</sup>

$$\tilde{t}_{i+1} = \Lambda^{-1}(\Lambda(\tilde{t}_i) - \ln u), \quad (21)$$

其中

$$\Lambda(\tilde{t}_i) = \int_{t_0}^{\tilde{t}_i} \lambda(\tau) d\tau, \quad (22)$$

表示光子数累加函数.  $\Lambda^{-1}$  为其相应的反函数; 第  $i$  个光子到达时间为  $\tilde{t}_i$ , 则相邻两个光子到达时间间隔为  $\tilde{t}_{i+1} - \tilde{t}_i$ . 当取流量为常数, 且恒等于最大值  $\lambda(\tau) \equiv \lambda_{\max}$  时 (均值为  $\lambda_{\max}$  的齐次泊松过程), 由(22)式可知累加函数简写为

$$\Lambda(\tilde{t}_i) = \lambda_{\max}(\tilde{t}_i - \tilde{t}_0). \quad (23)$$

将(23)式代入(21)式, 得到递推表达式为

$$\tilde{t}_{i+1} = \tilde{t}_i - \frac{1}{\lambda_{\max}} \ln u. \quad (24)$$

从而可得光子到达时间序列  $\{\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \dots, \tilde{t}_n\}$  和流量函数为  $\{\lambda(\tilde{t}_1), \lambda(\tilde{t}_2), \dots, \lambda(\tilde{t}_n)\}$ ; 由于分布函数  $F_T(t)$  为单调函数, 因此相应的  $y$  轴上对应的序列为  $\{\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n\}$  可表示为

$$\begin{aligned} \tilde{y}_0 &= 0, \\ \tilde{y}_1 &= \lambda(\tilde{t}_1), \\ \tilde{y}_2 &= \tilde{y}_1 + \lambda(\tilde{t}_2), \\ &\dots \\ \tilde{y}_n &= \tilde{y}_{n-1} + \lambda(\tilde{t}_n). \end{aligned} \quad (25)$$

同时, 由(25)式和(11)可知, 随机变量  $Y$  服从均匀分布, 利用2.2节基于统计物理模型的模拟方法, 不妨令  $\tilde{m}_f = \tilde{y}_n$  表示观测时间段内的光子数平均值. 利用(18)式得到分布函数随机数; 取  $R$  分布的随机变量值得到取随机数的次数. 从而可以得到  $\tilde{N}_f$  个分布函数随机数, 即

$$\{y_j, j = 1, 2, 3, \dots, n\}, \quad n = \tilde{N}_f. \quad (26)$$

其中  $y_j = \tilde{m}_f u$ , 表示第  $j$  分布函数随机变量. 将  $\tilde{N}_f$  个分布函数随机数利用线性差值法得到相应的光子到达时间随机数, 即当  $y_j$  落在  $(\tilde{y}_{k-1}, \tilde{y}_k]$  区间时, 取对应的时间为光子达到时间

$$t_j = \tilde{t}_k - \frac{\tilde{y}_k - y_j}{\tilde{y}_k - \tilde{y}_{k-1}} \tau_d. \quad (27)$$

最后, 对利用光到达时间随机数的大小进行排序, 最终得到光子达到时间随机序列

$$\{t_j, j = 1, 2, 3 \dots n\}. \quad (28)$$

由上可知, 这一基于优化统计模型的脉冲星信号模拟方法, 其本质上就是, 首先利用齐次泊松过程对光子到达时间初次筛选; 然后再用基于统计物理模型的模拟方法, 从初次筛选的光子到达时间中再选择出X射线脉冲星辐射的光子达到时间序列. 与2.2节方法相比, 本方法优点是由于利用泊松过程的特性进行了初筛, 从而极大的提高仿真速度; 不足之处是, 由于初筛时建立在齐次泊松过程的基础上, 因此本优化方法仅适用非齐次泊松过程的信号模拟.

## 3 模型算例分析

本节我们将首先简述X射线地面实验系统, 然后利用该系统对本文提出的这两种模拟算法进行算例分析和实验验证.

### 3.1 地面实验系统

为克服地面无法接收脉冲星辐射的X射线信号困难, 我们搭建了一套地面分布式、全通路、半物理、闭环测试验证系统, 该系统通过逼真模拟大尺度动态环境下脉冲星X射线光子信号辐射特征, 闭环测试脉冲星导航探测器性能, 考查脉冲星导航算法以及验证脉冲星导航系统方案设计可行性, 为脉冲星导航技术空间飞行实验奠定基础. 该系统目前已搭建完成, 并完成相关测试工作. 其系统整体组成如图1所示.

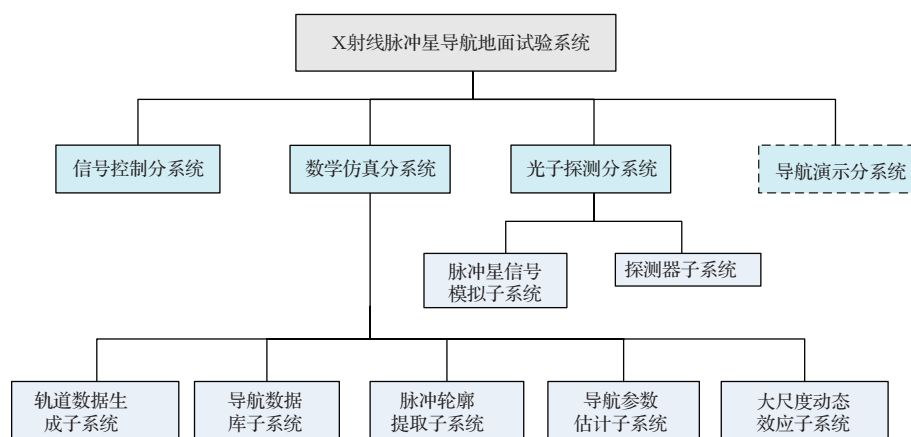


图1 脉冲星导航地面实验系统的组成图

基于该X射线脉冲星导航地面实验系统, 脉冲星信号模拟的实现方法为: 首先将时间延迟信号加载到脉冲星轮廓数据中; 之后对调制后的实时脉冲轮廓进行随机采样, 模拟生成光子到达时间序列; 以此控制脉冲星信号模拟源的光脉冲输出, 从而实现在地面对不同脉冲星辐射信号模拟. 其具体工作流程如下:

1) 轨道数据生成子系统每次根据任务不同, 分别调用地球卫星轨道模块、月球探测模块、火星探测轨道模块其中的一个, 输出相应的理论导航参数(位置、速度、姿态和时间)到大尺度动态效应子系统;

2) 在大尺度动态效应子系统的大尺度时间延迟模块中输入理论导航参数, 并从导航数据库中提取脉冲星星历表和太阳系行星星历, 调用时间延迟模型算法, 获得相应的时间延迟数值信号;

3) 在大尺度动态效应子系统的大尺度动态调制模块中输入时间延迟数值信号, 并从导航数据库中提取脉冲星标准轮廓数据, 调用大尺度动态调制算法, 将延迟信号加载到标准轮廓数据中, 输出调制脉冲轮廓数值信号;

4) 大尺度动态效应子系统的脉冲星数值信号数值模拟模块根据调制后的脉冲轮廓信号、脉冲星特征参数和探测器参数, 调用脉冲星信号模拟算法(泊松算法、统计物理算法或优化统计算法), 模拟生成光子到达时间序列;

5) 信号控制子系统接收模拟生成的光子到达时间序列, 调用信号控制硬件设备, 输出电脉冲信号, 并以此控制脉冲星信号模拟子系统输出光脉冲信号;

6) 脉冲星信号模拟子系统根据输入的电脉冲

信号, 控制X射线光管的光脉冲输出, 获得X射线光脉冲信号, 通过真空通道, 最终被探测器子系统接收, 从而实现对脉冲星信号模拟.

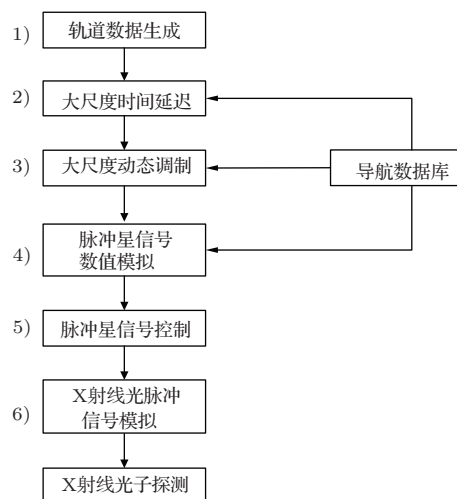


图2 脉冲星信号模拟流程图

## 3.2 算例验证与分析

### 3.2.1 算例1: 脉冲轮廓比对实验

在本例中将在地面实验系统, 以PSR B0531+21 (Crab 脉冲星)为例, 分别利用统计物理和优化统计这两种模型算法获得模拟数据与RXTE的实测数据进行比对实验, 测试脉冲星模拟信号在脉冲辐射流量和轮廓细节等方面与实测数据是否相符. 实测数据选用RXTE卫星正比计数器对Crab脉冲星的观测数据.

实验中Crab脉冲星特征参数<sup>[3]</sup>, 如见表1. RXTE探测器轨道参数和特征参数: 轨道周期约为100 min, 有效探测面积6500 cm<sup>2</sup>, 最高时间

分辨率  $1\ \mu\text{s}$ . 实测和模拟数据的初始参考历元  $t_0 = 50849.000000544$  (MJD), 数据段总长度为 60 s. 为了便于比较, 我们将折叠后的脉冲轮廓进行归一化, 得到归一化的脉冲轮廓曲线. 图 3、图 4 和图 5 分别是将 RXTE 实测数据得到归一化脉冲轮

廓、基于统计物理的大尺度动态模拟数据得到归一化脉冲轮廓和基于优化统计的大尺度动态模拟数据得到归一化脉冲轮廓. 从这 3 个图中看出模拟信号的脉冲辐射流量, 累积脉冲轮廓的波形、幅度和相位, 同实测信号相符合.

表 1 Crab 脉冲星特征参数

序号	脉冲星编号	周期/s	脉冲比例/%	脉冲宽度/s	辐射流量/(ph/s·cm <sup>-1</sup> )	赤经/(°)	赤纬/(°)
1	B0531+21	0.033085	0.70	0.001670	1.54	83.6332	22.0145

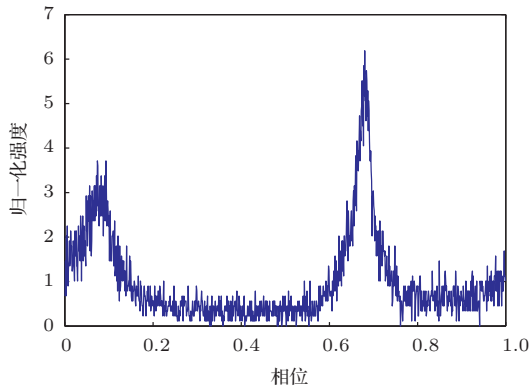


图 3 RXTE 实测数据生成光子折叠 Crab 轮廓

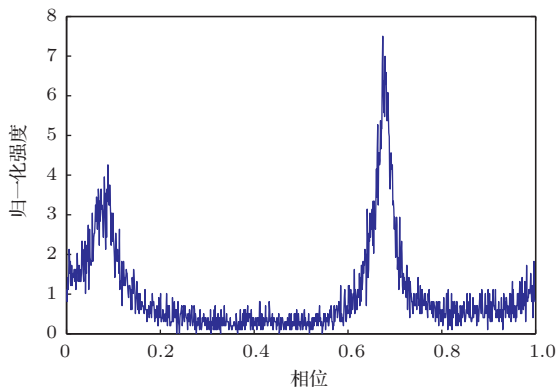


图 4 统计物理模型生成光子折叠 Crab 轮廓

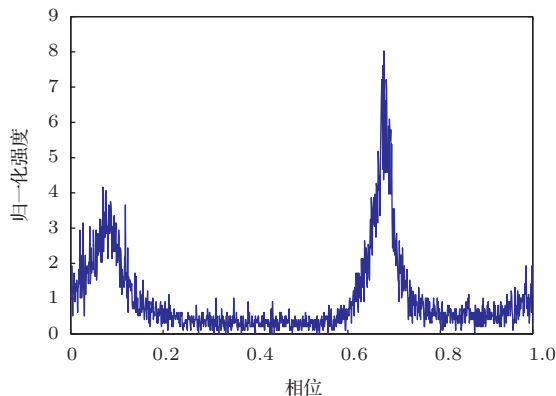


图 5 优化统计模型生成光子折叠 Crab 轮廓

### 3.2.2 算例 2: 仿真速度测试

为考察脉冲星信号模拟中泊松算法、统计物理算法和优化统计算法这三种基于不同模型模拟方法的仿真速度特性, 在本算例中将以 PSR B0531+21(Crab 脉冲星) 特征参数、RXTE 探测器的特征参数和轨道参数为输入参数, 使用泊松算法、统计物理算法和优化统计算法, 按照如下步骤进行实验:

- 1) 利用 PSR B0531+21(Crab 脉冲星) 数据库在 SSB 处的标准脉冲轮廓和其他特征参数, 获得 SSB 处脉冲星的流量函数;
- 2) 调用大尺度动态模拟模型, 生成 Crab 脉冲星在 SSB 处的光子到达时间序列;
- 3) 利用理论轨道数据, 进行大尺度时间转换, 得到光子到达航天器的 PT 时;
- 4) 根据航天器的估计位置, 将光子到达航天器的 PT 时转换回光子到达 SSB 的 TDB 时, 进行轮廓折叠得到模拟脉冲轮廓, 并利用调用计时函数得到模拟时间;
- 5) 重复上述步骤进行 20 次独立实验, 求取平均值;
- 6) 设置不同仿真长度: 1 s, 10 s, 20 s, 40 s, 60 s, 80 s, 100 s, 200 s, 500 s 和 1000 s 进行实验;
- 7) 获得这 3 种模型算法在不同仿真长度的模拟时间, 如见表 2.

从表 2 可以看出: 1) 泊松算法的模拟时间远远大于仿真长度, 尤其是在仿真长度达到 1000 s 时模拟时间达到约 12 h, 不适用于地面实验. 2) 统计物理算法比泊松算法仿真速度在仿真长度较短时为 10 s, 仿真速度提升至 154% 左右, 随着仿真长度的加长, 其仿真速度提高越来越明显, 在 1000 s 速度提升至 286% 左右. 3) 优化统计算法的模拟时间比泊松算法大幅减少, 在仿真长度较短时, 其仿真速度提高约 20 倍, 同样仿真速度随仿真长度加长差

异更明显, 在 1000 s 仿真速度提高约 35 倍. 因此在仿真速度方面, 统计物理算法和优化统计算法有明显的优势, 对于非齐次泊松过程信号, 优化统计算法是最佳选择, 对于其他随机过程信号, 用统计物理算法较为适宜.

表 2 不同仿真长度的模拟时间

仿真 长度/s	泊松 算法/s	统计 物理算法/s	优化 统计算法/s
1	26.80	17.92	1.11
10	276.08	176.82	11.37
20	576.48	360.77	22.94
40	1308.61	720.42	45.62
60	1894.93	1067.51	68.57
80	2480.60	1413.85	91.43
100	3068.74	1740.41	114.27
200	6176.37	3567.27	229.8.6
500	16504.52	7609.15	600. 59
1000	43061.83	15070.94	1221. 74

### 3.2.3 算例 3: 时间分辨率测试

脉冲星导航的最终目标是建立一个提供定轨精度 10 m、定时精度 1 ns、姿态测量精度 3 as 的导航网络, 以满足未来军用导航、通信和侦察卫星以及天基武器平台持续高精度自主导航的应用需求. 现有的 X 射线天文观测卫星, 如钱德拉 X 射线天文卫星时间分辨率为 16  $\mu\text{s}$ , XMM-Newton 卫星时间分辨率为 7  $\mu\text{s}$ ; 未来脉冲星导航中探测器的时间分辨率为 ns 量级. 因此, 地面实验中需要模拟不同时间分辨率的脉冲星探测信号, 以满足现有和未来航天器中对 X 射线光子探测过程的模拟.

在本算例中将以 PSR B0531+21(Crab 脉冲星) 脉冲星特征参数、RXTE 探测器的特征参数和轨道参数为输入参数, 仿真长度为 10 s, 设置不同时间分辨率: 1 ms, 100  $\mu\text{s}$ , 10  $\mu\text{s}$ , 1  $\mu\text{s}$ , 100 ns, 10 ns 和 1 ns 进行 7 组实验; 其中每组进行 20 次独立实验, 求取平均值; 获得这 3 模型算法在不同时间分辨率的模拟时间, 如见表 3.

从表 3 看出: 1) 当时间分辨率高于 10  $\mu\text{s}$  时, 泊松算法的模拟时间远高于统计物理算法和优化统计算法; 2) 在时间分辨率为 1 s 时, 单位周期内的最小分辨时间间隔数远小于光子数, 因此泊松算法的模拟时间占优势, 但时间分辨率太低不适用于

脉冲星导航; 3) 统计物理算法与泊松算法在不同时间分辨率的模拟时间相比, 在较低时间分辨率 (100  $\mu\text{s}$ ) 时约为 63%, 高时间分辨率时 (1 ns) 约为 44%; 4) 优化统计算法, 与时间分辨率无关, 在不同时间分辨率下的模拟时间保持在 11.39 s 左右.

因此, 对于非齐次泊松过程信号, 优化统计算法是最佳选择, 尤其适合于高时间分辨率的光子模拟, 对于其他随机过程信号, 用统计物理算法较为适合.

表 3 时间分辨率的模拟时间

时间 分辨率/ $\mu\text{s}$	泊松 算法/s	统计 物理算法/s	优化 统计算法/s
1000	0.35	0.39	11.42
100	3.90	2.05	11.39
10	34.52	18.40	11.34
1	276.08	176.82	11.37
0.1	2398.50	1563.61	11.35
0.01	25071. 85	12574. 93	11.41
0.001	346434.03	151240.15	11.33

### 3.2.4 算例 4: 不同脉冲星的模拟测试

X 射线脉冲星导航的基本原理是: 以同一个脉冲信号到达太阳系质心的时间与到达航天器的时间差为观测量, 构造 X 射线脉冲星导航测量方程; 通过同时探测 4 颗以上的 X 射线脉冲星, 求解 4 个未知数, 获得航天器位置和时钟的偏差, 实现航天器自主导航. 因此, 在地面试验系统中需要对多颗不同的脉冲星进行模拟测试. 首先, 通过调用脉冲星导航数据库 (如见表 4) 中脉冲星的特征参数, 获得相应的时间延迟数值信号; 然后, 利用大尺度动态调制技术将延迟信号加载到轮廓数据中, 分别利用泊松算法、统计物理算法和优化统计算法, 模拟生成光子到达时间序列; 以此控制脉冲星信号模拟源的光脉冲输出, 使其达到不同脉冲星信号模拟的效果.

在本算例中将以 RXTE 卫星的探测器特征参数和轨道参数为输入参数, 仿真长度为 100 s, 利用脉冲星导航数据库中这 10 颗不同脉冲星, 进行 10 组实验; 其中每组进行 20 次独立实验, 求取平均值; 获得这 3 模型算法在不同脉冲星的模拟时间, 如表 5 所示.

表4 脉冲星导航数据库序号

序号	脉冲星编号	周期/s	脉冲比例/%	脉冲宽度/s	辐射流量/(ph/s·cm <sup>-2</sup> )	赤经/(°)	赤纬/(°)
1	B0531+21	0.033085	0.70	0.001670	1.54	83.6332	22.0145
2	B1509-58	0.150658	0.65	0.016000	$1.62 \times 10^{-2}$	228.4818	-59.1358
3	B0540-69	0.050499	0.67	0.002500	$5.15 \times 10^{-3}$	85.0465	-69.3316
4	J1617-5055	0.069340	0.10	0.003500	$1.37 \times 10^{-3}$	244.3721	-50.9203
5	B1744-24A	0.01160	0.600	0.000925	$1.10 \times 10^{-3}$	267.0098	-24.7747
6	B1821-24	0.003054	0.98	0.000055	$1.93 \times 10^{-4}$	276.1334	-24.8698
7	B1957+20	0.001610	0.60	0.000035	$8.31 \times 10^{-5}$	299.9032	20.8042
8	J0218+4232	0.002323	0.73	0.000350	$6.65 \times 10^{-5}$	34.5265	42.5382
9	J0437-4715	0.057570	0.28	0.000969	$6.65 \times 10^{-5}$	69.3162	-47.2525
10	B1937+21	0.001558	0.86	0.000021	$4.99 \times 10^{-5}$	294.9107	21.5831

表5 不同脉冲星的模拟时间

序号	脉冲星 (PSR)	泊松 算法/s	统计 物理算法/s	优化 统计算法/s
1	B0531+21	3068.74	1740.41	114.27
2	B1509-58	9740.54	7419.09	1.86
3	B0540-69	10559.53	7739.70	3.87
4	J1617-5055	1032684	8047.47	0.68
5	B1744-24A	4817.62	3361.84	0.26
6	B1821-24	9965.56	7765.43	0.73
7	B1957+20	10363.59	8057.62	0.58
8	J0218+4232	9795.55	8047.36	1.48
9	J0437-4715	10329.04	8058.46	0.64
10	B1937+21	10066.57	8079.87	0.35

由表5看出: 1) 不同的脉冲星利用泊松算法得到的模拟时间, 最小为3068.74 s (B0531+21), 最大为10559.53 s (B0540-69), 一般情况约为10000 s, 远高于统计物理算法和优化统计算法; 2) 统计物理算法与泊松算法相比, 对于不同的脉冲星, 其仿真速度平均提升大约25%; 3) 优化统计算法, 在高流量脉冲星 (B0531+21), 其仿真速度提高约30倍, 在低流量脉冲星 (B1937+21), 其仿真速度提高了约4个量级.

因此, 对于不同的脉冲星, 统计物理算法和优化统计算法有明显的优势. 对于非齐次泊松过程信号, 优化统计算法是最佳选择, 尤其适合于低流量脉冲星的信号模拟, 但对于其他随机过程信号, 用

统计物理算法较为适当.

4 结论

由于脉冲星辐射的产生机理和传播机理具有一定的复杂性, 不同的脉冲星又存在差异性, 因此统一用理想非齐次泊松过程来描述是存在不足的. 本文我们将从统计物理的最基本等概率原理出发, 导出基于统计物理模型的脉冲星信号模拟方法, 该方法克服了非齐次泊松过程的约束, 可应用于任意随机过程的信号模拟, 并提高了仿真速度. 同时, 针对满足非齐次泊松过程的脉冲星辐射信号, 我们提出了基于优化统计模型的脉冲星信号模拟方法, 该方法与常用的基于泊松模型的脉冲星信号模拟方法相比, 仿真速度可提高至少30倍, 甚至4个数量级 (低流量脉冲星), 而且算法本身与时间分辨率无关, 适合未来对ns量级高时间分辨率地面实验的光子级仿真.

参考文献

[1] Shuai P, Li M, Chen S L, Huang Z 2009 *Principles and Techniques of X-ray Pulsar-Based Navigation System* (Beijing: China Astronautic Publishing House) p14 (in Chinese) [帅平, 李明, 陈绍龙, 黄震 2009 X射线脉冲星导航系统原理与方法 (北京: 中国宇航出版社) 第14页]  
[2] Hanson J E 1996 *Ph. D. Dissertation* (Stanford: Stanford University)  
[3] Sheikh S I 2005 *Ph. D. Dissertation* (Maryland: University of Maryland)

- [4] Emadzadeh A A, Speyer J L 2011 *Navigation in space by X-ray pulsars* (Berlin: Springer)
- [5] Sala J, Urruela A, Villares X 2004 *ARIADNA Study* **03** 4202
- [6] Neutron stars to become space guides. <http://rt.com/news/sci-tech/neutron-stars-to-become-space-guides/2013-02-14>
- [7] Bernhardt M G, Prinz T, Becker W 2010 *In: Proc of High Time Resolution Astrophysics IV, PoS (HTRA-IV) 050*, Agios Nikolaos, Crete, Greece, 2010: 1–5
- [8] Bernhardt M G, Becker W, Prinz T, 2011 *In: IEEE Proc of 2nd International Conference on Space Technology Athens, Greece, 2011: 1–4*
- [9] Becker W 2009 *X-ray emission from pulsars and neutron stars*, in *neutron stars and pulsars* (Berlin: Springer, 2009: 91–140)
- [10] Zhu J, Ji P Y 2008 *Chin. Phys. B* **17** 356
- [11] Zhang L, Bian X, Mei D C 2001 *Chin. Phys.* **10** 662
- [12] Xu C X, He H L, He H H, Chen Y Z, Li H D, Jiang Y L 1999 *Chin. Phys.* **8** 63
- [13] Zhao M, Huang T Y 2009 *Science in China (G)* **39** 1671 (in Chinese) [赵铭, 黄天衣 2009 中国科学: 物理学力学天文学 **39** 1671]
- [14] Fei B J, Sun W J, Pan G T, Ji C X 2010 *Chin. J. Space. Sci.* **30** 85 (in Chinese) [费保俊, 孙维瑾, 潘高田, 季诚响 2010 空间科学学报 **30** 85]
- [15] Li J X, Ke X Z 2009 *Sci. Sin. G: Physica, Mechanica & Astronomica* **39** 311 (in Chinese) [李建勋, 柯熙政 2009 中国科学 G 辑: 物理学, 力学, 天文学 **39** 311]
- [16] Huang L W, Liang B, Zhang T, et al. 2012 *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy* **55** 527
- [17] Sun S M, Zheng W, Tang G J, Li M 2009 *Acta Astron. Sin.* **50** 325 (in Chinese) [孙守明, 郑伟, 汤国建, 李满 2009 天文学报 **50** 325]
- [18] Mao Y 2009 *Ph. D. Dissertation* (Zhengzhou: PLA Information Engineering University) (in Chinese) [毛悦 2009 博士学位论文 (郑州: 解放军信息工程大学)]
- [19] Zhou Q Y, Ji J F, Wang T 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 019701 (in Chinese) [周庆勇, 姬剑锋, 任红飞 2013 物理学报 **62** 019701]
- [20] Huang L W, Liang B, Zhang T 2013 *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy* **56** 848
- [21] Huang L W, Liang B, Zhang T 2013 *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy* **56** 848
- [22] Wang W B, Zhang X D, Wang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 069701 (in Chinese) [王文波, 张晓东, 汪洋莉 2013 物理学报 **62** 069701]
- [23] Wang L, Xu L P, Zhang H, Luo N 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 139702 (in Chinese) [王璐, 许录平, 张华, 罗楠 2013 物理学报 **62** 139702]
- [24] Wang W B, Wang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 209701 (in Chinese) [王文波, 汪洋莉 2013 物理学报 **62** 209701]
- [25] Hu H J, Zhao B S, Sheng L Z, Sai X F, Yan Q R, Chen B M, Wang P 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 019701 (in Chinese) [胡慧君, 赵宝升, 盛立志, 赛小锋, 鄢秋荣, 陈宝梅, 王朋 2012 物理学报 **61** 019701]
- [26] Su Z, Xu L P, Wang T 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 119701 (in Chinese) [苏哲, 许录平, 王婷 2011 物理学报 **60** 119701]
- [27] Hu H J, Zhao B S, Sheng L Z, Yan Q R 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 029701 (in Chinese) [胡慧君, 赵宝升, 盛立志, 鄢秋荣 2011 物理学报 **60** 029701]
- [28] Sun H F, Xie K, Li X P, Fang H Y, Liu X P, Fu L Z, Sun H J, Xue M F 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 109701 (in Chinese) [孙海峰, 谢楷, 李小平, 方海燕, 刘秀平, 傅灵忠, 孙海建, 薛梦凡 2013 物理学报 **62** 109701]
- [29] Sheng L Z, Zhao B S, Wu J J, Zhou F, Song J, Liu Y A, Shen J S, Yan Q R, Deng N Q, Hu H J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 129702 (in Chinese) [盛立志, 赵宝升, 吴建军, 周峰, 宋娟, 刘永安, 申景诗, 鄢秋荣, 邓宁勤, 胡慧君 2013 物理学报 **62** 129702]
- [30] Zheng W, Sun S M, Tang G J 2010 *1st China Satellite Navigation Conference Beijing China, May 18–22, 2010* (in Chinese) [郑伟, 孙守明, 汤国建 2010 第一届中国卫星导航学术年会北京 **2010** 5月 18–22]
- [31] Emadzadeh A A, Speyer J L 2010 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **58** 4484
- [32] Landau L D, Lifshitz E M 1968 *Statistical Physics* (Part 1) (New York: Pergamon)
- [33] Du Y J, Qiao G J, Han J L, Wang W 2012 *ApJ* **84** 748,

# A new method for the pulsar signals simulation

Bei Xiao-Min<sup>1)</sup> Shuai Ping<sup>1)†</sup> Huang Liang-Wei<sup>1)</sup> Sun Hai-Feng<sup>2)</sup>  
Wu Yao-Jun<sup>1)</sup> Zhang Qian<sup>1)</sup>

1) (*Qian Xuesen Laboratory of Space Technology, Beijing 100094, China*)

2) (*School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

( Received 20 May 2014; revised manuscript received 16 June 2014 )

## Abstract

Since X-ray pulsar signals cannot be detected on the ground, the pulsar signals need be simulated using the ground experiments. In this paper, two new simulation methods to obtain the time of arrival are put forward. The first method is based on a statistical physics model, which should overcome the shortcomings of narrow adaptation, low speed, and low time resolution in normal simulation method. This method has a high time-resolution and rapid simulation for any random pulse signals. 23 Another one is for the optimization of statistical models that satisfy signals in non-homogeneous Poisson process. The is second method has an improved simulation speed at least 30 times higher than the common Poisson model, even achieves four orders of magnitude greater than that for low flow pulsars, and this method also achieves a nanosecond time resolution simulation.

**Keywords:** pulsar navigation, nonhomogeneous Poisson process, X-ray pulsar signal

**PACS:** 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.05.Fb

**DOI:** [10.7498/aps.63.219701](https://doi.org/10.7498/aps.63.219701)

---

† Corresponding author. E-mail: [xiaominbei@gmail.com](mailto:xiaominbei@gmail.com)