基于压缩感知超分辨鬼成像*

李龙珍¹⁾²⁾ 姚旭日¹⁾²⁾ 刘雪峰¹⁾ 俞文凯¹⁾²⁾ 翟光杰^{1)†}

1)(中国科学院空间科学与应用研究中心,中国科学院复杂航天系统电子信息技术重点实验室,北京 100190)

2)(中国科学院大学,北京 100190)

(2014年4月29日收到;2014年6月24日收到修改稿)

分辨率是成像系统的一个重要参数,获得高分辨率图像一直是鬼成像系统的一个目标.本文提出了以成 像系统点扩散函数作为先验知识,基于稀疏测量的超分辨压缩感知鬼成像重建模型.搭建了一套计算鬼成像 实验装置,用于验证该模型对于提高鬼成像系统分辨率的有效性,并与传统的鬼成像计算模型进行了对比. 实验表明,利用该模型可突破成像系统衍射极限分辨率的限制,得到超分辨鬼成像.

关键词:鬼成像,压缩感知,超分辨,稀疏测量 PACS: 42.15.Eq, 42.30.-d, 42.30.Va, 42.30.Wb

DOI: 10.7498/aps.63.224201

1引言

鬼成像 (ghost imaging, GI), 是一种通过光场 强度关联测量恢复物体信息的技术.由于其具有 区别于传统成像的特殊性质, 受到很多研究者的关 注^[1-7].在热光鬼成像中, 光源发出的光被分成两 路:一路作为参考光, 一路作为信号光.参考光不 经过物体, 在经过一定距离的自由传播后, 其强度 分布信息被一具有空间分辨能力的探测器所探测. 信号光照射到待成像物体, 透射光或反射光被一不 具有空间分辨能力的桶探测器收集并记录总光强 值.通过对两路光场的强度值进行关联计算, 即可 恢复出物体的信息.由于鬼成像具有抗湍流扰动 能力以及可实现无透镜成像等优点^[8,9], 因而其在 对地观测^[10,11]、雷达成像^[12]、生命科学^[13]、保密通 信^[14]等领域具有广泛的应用价值.

分辨率是评价鬼成像性能的一个关键参数,实现高分辨率的成像,对鬼成像投入实际应用具有重要的促进作用,如何提高鬼成像的分辨率也成为研究的热点^[15-17].热光鬼成像的分辨率由光场的相干长度决定,光场的相干长度越小,成像分辨率越

高^[18].由于真热光的相干时间很短,探测难度较 大^[19-21],热光鬼成像较多地使用激光经过旋转的 毛玻璃等散射体产生的赝热光作为光源.有研究表 明,对于赝热光源,在散射体表面光场的相干长度 最小,随着光场的传播,相干长度逐渐增大^[22,23]. 因此要实现高分辨率的鬼成像,可使用计算鬼成像 的光路系统^[24-26],将散射体表面的光场成像到物 体表面.然而,此时成像系统的衍射极限决定了物 体表面光场的最小相干长度,限制了鬼成像分辨率 的进一步提高.

近年来, Donoho 等^[27] 和 Candès 等^[28] 提出的 压缩感知理论提供了一种新型的信号重建方法.该 理论指出,只要信号是可压缩的或在某个变换域下 是稀疏的,可通过随机的观测矩阵将高维信号投影 到低维空间上,并通过求解一个优化问题从少量的 投影值重建原始信号.韩申生等^[29-33] 提出通过引 入稀疏约束,利用压缩感知理论可实现超分辨鬼 成像.

本文提出使用稀疏测量的探测方法,并引入成 像系统的先验知识,利用压缩感知理论实现超越衍 射极限的鬼成像,得到高于传统稀疏约束鬼成像的 分辨率.我们利用数字微镜阵列(digital mircomir-

* 国家重大科学仪器设备开发专项(批准号: 2013YQ030595)和国家高技术研究发展计划(批准号: 2013AA122902)资助的课题.

© 2014 中国物理学会 Chinese Physical Society

http://wulixb.iphy.ac.cn

[†]通讯作者. E-mail: gjzhai@nssc.ac.cn

ror device, DMD)搭建了计算鬼成像的光路系统, 并通过实验验证了这一方法提高鬼成像分辨率的 作用.

2 理 论

2.1 计算鬼成像

图1为计算鬼成像原理图.激光照射在空间 光调制器 (spatial light modulator, SLM)上,空间 光调制器对照在其上的光进行强度调制,成像透镜 L1将调制后的具有光强分布 A(x,y)的光场照射到 物体表面,透镜 L2 对透过物体的所有光进行收集, 由探测器 Dt 探测其总光强.与传统鬼成像相比, 计算鬼成像光路的特殊之处在于,参考光路光强分 布通过计算预先得知,因而可省略参考光路.计算 鬼成像只需一无空间分辨能力的桶探测器收集总 光强,通过计算光场的光强分布和桶探测器得到的 总光强值的二阶关联,即可得到对物体的成像.



图 1 计算鬼成像原理图 SLM, 空间光调制器; L1, L2, 透镜; Dt, 桶探测器

成像时, SLM 进行 N 次随机调制, 每次调制产 生强度分布为 A_i(x, y) 的散斑场, A_i(x, y) 表示第 *i* 次探测时坐标为(x, y) 处的光强值. 桶探测器 Dt 记录与每次随机调制对应的 N 个总光强值 Y_i. 将 散斑场的强度分布 A 与光强测量值 Y 进行关联运 算, 得到二阶关联函数:

$$G^{(2)}(x,y) = \langle A_i(x,y), Y_i \rangle - \langle A_i(x,y) \rangle \cdot \langle Y_i \rangle, \qquad (1)$$

其中 $\langle\rangle$ 表示取平均值运算; $i = 1, 2, \dots, N$, $G^{(2)}(x, y)$ 即可给出物体的像.

由于光源的涨落性质, GI的信噪比较低. Ferri 等^[34]提出差分鬼成像 (differential GI, DGI) 模型 用于提高成像信噪比, 在桶探测器后用差分值代替 光强值, 去除光场的平均强度涨落, 可以明显地抑 制背景噪声,提取有效的物体信息.

$$G_{\text{DGI}}^{(2)}(x,y) = \langle A_i(x,y), Y_i \rangle - \frac{\langle Y_i \rangle}{\langle \mathbf{R} \rangle} \cdot \langle A_i(x,y), R_i \rangle, \quad (2)$$

其中 $R_i = \sum_{x,y} A_i(x,y)$ 表示每次探测时, 探测矩阵 值的总和, $i = 1, 2, \dots, N$, $\langle \rangle$ 表示取平均值运算.

2.2 基于压缩感知的鬼成像

压缩感知理论是由 Donoho, Candès 和 Tao 等 提出的全新的数学理论. 压缩感知理论指出,长度 为n 的信号 X 在某个已知的变换域 Ψ 下稀疏,利用 一个维度为 $m \times n(m \ll n)$ 的与变换基底 Ψ 不相关 的观测矩阵 Φ ,对信号在变换域下的系数进行线性 观测,得到维度为 $m \times 1$ 的观测值Y.由于观测值 的维度小于未知信号的维度,在传统信号恢复理论 中,信号无法精确求解. 而根据压缩感知理论,利 用观测值Y,变换基底 Ψ 和观测矩阵 Φ ,通过求解 优化问题可以精确重构出原始信号X^[35].数学模 型如下:

$$\min_{x} \left\| \Psi^{\mathrm{T}} X \right\|_{1} \text{ s.t.} Y = \boldsymbol{\Phi} \Psi^{\mathrm{T}} X.$$
 (3)

如果原始信号在原域上是稀疏的,则不需要通过变换,模型简化为

$$\min \|X\|_1 \quad \text{s.t.} Y = \boldsymbol{\Phi} X. \tag{4}$$

将压缩感知重建模型引入到鬼成像系统中,得 到基于压缩感知的鬼成像模型:

$$T_{\rm CS} = |T|,$$

$$\min_{T} ||T||_1 \quad \text{s.t.} Y = AT,$$
 (5)

其中

$$Y_i = \int \mathrm{d}x \,\mathrm{d}y \,\mathrm{d}x_0 \,\mathrm{d}y_0 A_i(x, y)$$
$$\times |T(x_0, y_0)|, \quad i = 1, 2, \cdots, N_i$$

*i*为探测次数,*T*为待成像物体的透射函数,*A*为探测矩阵.

2.3 基于稀疏测量的超分辨鬼成像

有研究表明,测量矩阵的稀疏性对压缩感知图 像恢复的效果有影响^[36].测量矩阵越稀疏,图像恢 复的精确度越高,这是由于使用高稀疏度矩阵进行 测量时,各次测量获得的信息重叠度低,图像恢复 时各像素点之间的干扰变小.同时稀疏测量能够更 清晰地体现出图像本身的稀疏性,更有利于压缩感 知算法进行稀疏信号的求解.

实际上,高分辨率图像的获取也来源于图像的 精确恢复.要清晰地分辨图像的细节,就要求图像 中相邻像素点的干扰减小,并且对图像中细节的分 辨往往意味着恢复出的图像具有更高的稀疏性.因 此,可以通过提高测量矩阵的稀疏度来提高鬼成像 的分辨率.传统压缩感知鬼成像使用0-1等概率分 布的伯努利矩阵,并不具有很高的稀疏性.为了获 得尽可能高的成像分辨率,我们提出使用扫描的方 式对物体进行测量.这是因为扫描时每一次的测量 矩阵中理论上只有一个像素的值为1,其他像素均 为0,达到了最高的测量矩阵稀疏度.

另一方面,在计算鬼成像中,成像透镜分辨率 受瑞利衍射极限限制,照射在物体表面的真正实现 测量矩阵功能的光场强度分布与SLM上预设的光 场强度调制并不完全相同.因此,在重建模型中引 入成像系统的点扩散函数*h*(*x*, *y*; *x*₀, *y*₀),可以在一 定程度上消除衍射受限成像系统对测量矩阵的影 响,实现超分辨鬼成像.基于稀疏测量和点扩散函 数的鬼成像模型:

$$T_{h-CS} = |T|,$$

$$\min_{\mathcal{T}} ||T||_1 \quad \text{s.t.} Y = S_{\mathrm{H}}T, \tag{6}$$

其中

$$Y_{i} = \int dx dy dx_{0} dy_{0} S_{i}(x, y)$$

$$\otimes h(x, y; x_{0}, y_{0}) |T(x_{0}, y_{0})|,$$

$$S_{H} = S_{i}(x, y)$$

$$\otimes h(x, y; x_{0}, y_{0}), \quad i = 1, 2, \cdots, N, \quad (7)$$

*i*为探测次数, *T*为待成像物体的透射函数, *S*为 SLM预置的稀疏测量矩阵, *S*_H为经过光学系统点 扩散函数作用的真实测量矩阵, ⊗表示卷积运算.

3 实验与讨论

为验证我们提出的超分辨鬼成像方法,利用 DMD的可控性,搭建了基于稀疏测量的计算超分 辨鬼成像实验装置,如图2所示.

卤素灯与DMD组合构成具有时间和空间涨落 特性的热光源.卤素灯经过中心波长为550 nm的 滤光片后,经过透镜L1汇聚到DMD上32×32 的像 素区域内,每个像素尺寸为27.36 μm × 27.36 μm. DMD 对每个像素上的光进行独立调制,按照预 设矩阵将部分像素的光反射到光路系统中. 经过 DMD 调制后的反射光经过2*f*-2*f* 成像系统成像 到物体表面,成像透镜L2的直径*d* = 2 mm, 焦距 *f* = 400 mm. 透过物体的光被汇聚透镜L3收集, 利用 CCD (charge-coupled devices) 作为桶探测器 探测总光强. 需要强调的是,透镜L3只是用来汇聚 所有光,没有成像功能,而CCD 只是用来测量总光 强,并没有利用其空间分辨能力,对物体的成像只 需要桶探测器即可实现.



图 2 实验装置图 L1, L2, L3, 透镜; Dt, 桶探测器

实验中的待成像物体为双缝,如图3(a1)所示. 双缝缝宽为100 μm,缝中心间距为200 μm缝高度 为780 μm.将图中各列求和,得到物体的一维图 像,归一化处理之后,如图3(a2)所示.根据成像透 镜L2的孔径和焦距,通过计算可以得到成像系统 的瑞利衍射极限分辨率为268.4 μm,成像物体双缝 在此成像系统中无法被区分.DMD上一个像素经 过成像系统后到达物体表面的衍射光斑如图3(b1) 所示,截面图归一化之后,如图3(b2)所示,其半高 宽为259.1 μm,与计算得到的极限分辨率基本一 致.为获得准确的点扩散函数形式,我们根据点扩 散函数的半高宽,利用sinc函数对其进行拟合,得 到成像系统点扩散函数*h*(*x*, *y*; *x*₀, *y*₀)的具体表达 形式.

传统计算鬼成像实验结果如图4 所示,测量 矩阵为0-1等概率分布的二值随机矩阵,采样次数 为1024次,得到1024个随机矩阵*A* 以及对应的强 度值*Y*.分别利用DGI和压缩感知的算法对数据 进行恢复,得到结果如图4(a1),(b1),图4(a2)和 (b2)分别为将各列求和得到的一维图像,图4(a2) 和(b2)纵坐标值已归一化处理.图中可见,两种算 法恢复的图像都无法分辨出双缝.这是由于受成 像系统衍射受限的影响,物体表面测量矩阵的分辨

率超出了双缝的中心间距,虽然在计算中已经引入 了系统的点扩散函数,但在普通的非稀疏测量下, 各次测量值包含的信息重叠度过高,并不能准确获 取物体每个部分的信息, DGI和压缩感知都无法对 物体图像进行准确的恢复. 有研究表明, 在单像素 相机实验中, 通过普通的非稀疏测量, 利用压缩感 知和点扩散函数依然可以实现超分辨成像^[31].在 单像素相机光路中,物体经过衍射受限系统成像到 DMD上, DMD上的测量矩阵是准确且不受系统干 扰的. 而本文的鬼成像光路中, DMD上的测量矩 阵经过衍射受限系统到达物平面时,已严重模糊 平滑,无法有效提取物体信息.本文受衍射受限系 统影响的是测量矩阵,而不是待成像的物体,因而 无法实现超分辨. 由此说明, 与模糊化物体相比, 压缩感知成像的分辨率对测量矩阵的模糊程度更 敏感.



始双缝; (b1) 点扩散函数; (a2), (b2) 为 (a1), (b1) 各列求 和得到的一维结果

为实现稀疏测量,将DMD设置为每次调制时 只将DMD上1个像素的光向光路中反射,依次反 射32×32像素区域内每个像素的光,采样次数为 1024次.由于此时进行了扫描探测,将测量得到的 强度值按像素位置排列,即可直接得到物体的图 像,如图5(a1),(a2),由于成像系统分辨率的限制, 显然扫描结果是无法分辨双缝的.引入点扩散函 数,使用DGI算法对扫描数据进行恢复,得到结果 如图5(b1),(b2).由于传统鬼成像的二阶关联计 算是一种基于统计平均的算法,而不是对原始图像 的精确求解,在引入稀疏测量和点扩散函数的情况 下,DGI仍然无法获得较高分辨率的成像结果.使 用压缩感知算法对扫描数据进行恢复,得到结果如 图5(c1),(c2).可明显看出,使用压缩感知算法进 行恢复的双缝清晰分辨,实现了超越衍射极限分辨 率的成像.与图4(b1),(b2)相比可以看出,稀疏测 量在实现超分辨鬼成像上具有重要的作用,通过稀 疏测量可以得到比传统压缩感知测量成像结果更 高的分辨率.



(b1) 压缩感知重建; (a2), (b2) 为 (a1), (b1) 各列求和得到的一维结果

根据本文提出的基于压缩感知的超分辨方法, 在稀疏测量方式下可实现超分辨鬼成像. 通过最稀 疏的稀疏测量方式——逐点扫描,实验验证了该方 法. 随机稀疏矩阵同样满足稀疏测量的方式, 根据 本文方法依然可以实现超分辨鬼成像. 我们通过 仿真实验来验证该问题,并探讨随机稀疏矩阵的稀 疏性与超分辨成像质量之间的关系.有研究表明, 基于压缩感知的超分辨重建算法对于灰度物体依 然有效^[37].本文提出的基于稀疏测量的压缩感知 超分辨方法并没有对物体的透过函数进行限制,针 对灰度物体同样适用.因此,在仿真实验中,我们 设计有灰度的双缝,透过率分别为1和0.5,缝宽为 28 μm, 中心间距为140 μm, 如图 6 (a). 系统点扩 散函数半高宽为182.5 μm, 利用 sinc 函数对其进 行模拟. 设计随机矩阵, 比较五种不同稀疏度下压 缩感知超分辨重建的结果,稀疏度(每次测量中非 零点的个数)依次为1,5,50,250,500. 仿真结果如 图6所示.

由图 6 可知,随机稀疏测量方式下,利用本文的方法可以在一定程度上实现超分辨成像,对于灰度物体同样适用.并且,随机测量矩阵的稀疏性对

超分辨成像质量有一定的影响.测量矩阵越稀疏, 采样点之间的距离大于系统点扩散函数宽度的概 率越大,每次测量采集到的信息重叠度较低,保证 了测量矩阵对物体信息的准确采集,因而能够较好 地实现超分辨鬼成像. 当测量矩阵稀疏度较低,如 图 6 (b), (c) 中为1或5时, 能够较好地满足这一要 求, 因而超分辨成像质量较好. 当稀疏度增大时, 重建质量明显变差, 如图 6 (d), (e), (f) 所示. 由此 说明, 测量矩阵越稀疏, 基于压缩感知的超分辨鬼 成像重建质量越高.



图 5 稀疏测量下的实验结果 (a1) 扫描结果; (b1) 差分鬼成像重建; (c1) 压缩感知重建; (a2), (b2), (c2) 为 (a1), (b1), (c1) 各列求和得到的一维结果



图 6 不同稀疏度下随机稀疏矩阵仿真结果 (a) 原始有灰度的双缝; (b), (c), (d), (e), (f) 随机稀疏矩阵稀疏度为 1, 5, 50, 250, 500 下的压缩感知重建结果; 图片大小为 50 × 50 像素, 采样数为 2500

4 结 论

本文在以成像系统点扩散函数作为先验知识 的条件下,提出了基于稀疏测量的压缩感知鬼成像 重建模型.基于DMD搭建了计算超分辨鬼成像光 路系统,实验验证了在稀疏测量方式下,该模型可 突破成像系统瑞利衍射极限,实现超分辨鬼成像, 促进了鬼成像的实用化进展.考虑到采样次数对于 实现实时应用的限制,今后的工作将围绕着压缩采 样超分辨成像进行,研究亚采样情况下基于压缩感 知的超分辨成像.

参考文献

- Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, Sergienko A V 1995 Phy. Rev. A 52 R3429
- [2] Gatti A, Brambilla E, Bache M, Lugiato L A 2004 Phy. Rev. Lett. 93 093602
- [3] Cai Y J, Zhu S Y 2005 Phy. Rev. E 71 056607
- [4] Valencia A, Scarcelli G, Angelo M D, Shih Y H 2005
 Phy. Rev. Lett. 94 063601
- [5] Cao D Z, Xiong J, Wang K G 2005 Phy. Rev. A 71 013801
- [6] Liu X F, Yao X R, Li M F, Yu W K, Chen X H, Sun Z B, Wu L A, Zhai G J 2013 Acta Opt. Sin. 62 184205 (in Chinese) [刘雪峰, 姚旭日, 李明飞, 俞文凯, 陈希浩, 孙志斌, 吴令安, 翟光杰 2013 物理学报 62 184205]
- [7] Zhao S M, Zhuang P 2014 Chin. Phys. B 23 054203
- [8] Cheng J 2009 Opt. Express 17 7916
- [9] Cheng J, Han S S 2004 Phy. Rev. Lett. 92 093903
- [10] Shi D F, Fan C Y, Zhang P F, Zhang J H, Shen H, Qiao C H, Wang Y J 2012 Opt. Express 20 27992
- [11] Yu W K, Li S, Yao X R, Liu X F, Wu L A, Zhai G J 2013 Appl. Opt. 52 7882
- [12] Zhao C Q, Gong W L, Chen M L, Li W R, Wang H, Xu W D, Han S S 2012 Appl. Phys. Lett. 101 141123
- [13] Liu X F, Yao X R, Chen X H, Wu L A, Zhai G J 2012 J. Opt. Soc. Am. A 29 1922

- [14] Yu W K, Li M F, Yao X R, Liu X F, Wu L A, Zhai G J 2014 Opt. Express 22 7133
- [15] Ferri F, Magatti D, Gatti A, Bache M, Brambilla E, Lugiato L A 2005 Phys. Rev. Lett. 94 183602
- [16] Zhang P L, Gong W L, Shen X, Huang D J, Han S S 2009 Opt. Lett. 34 1222
- [17] Zhou Y, Liu J B, Simon J, Shih Y H 2012 J. Opt. Soc. Am. B 29 377
- [18] Gatti A, Bache M, Magatti D, Brambilla E, Ferri F, Lugiato L A 2006 J. Mod. Opt. 53 739
- [19] Zhang D, Zhai Y H, Wu L A, Chen X H 2005 Opt. Lett. 30 2354
- [20] Chen X H, Liu Q, Luo K H, Wu L A 2009 Opt. Lett. 34 695
- [21] Liu X F, Chen X H, Yao X R, Yu W K, Zhai G J, Wu L A 2014 Opt. Lett. 39 2314
- [22] Gatti A, Magatti D, Ferri F 2008 Phys. Rev. A 78 063806
- [23] Magatti D, Gatti A, Ferri F 2009 Phys. Rev. A 79 053831
- [24] Shapiro J H 2008 Phys. Rev. A 78 061802
- [25] Bromberg Y, Katz O, Silberberg Y 2009 Phys. Rev. A 79 053840
- [26] Liu X F, Li M F, Yao X R, Yu W K, Zhai G J 2013 AIP Adv. 3 052121
- [27] Donoho D L 2004 IEEE Trans. Inf. Theory 52 1289
- [28] Candès E J, Romberg, Tao T 2006 IEEE Trans. Inf. Theory 52 489
- [29] Du J, Gong W L, Han S S 2012 Opt. Lett. 37 1067
- [30] Gong W L, Han S S 2012 Phys. Lett. A 376 1519
- [31] Chen J, Gong W L, Han S S 2013 Phys. Lett. A 377 1844
- [32] Bai X, Li Y Q, Zhao S M 2013 Acta Phys. Sin. 62 044209
 (in Chinese) [白旭, 李永强, 赵生妹 2013 物理学报 62 044209]
- [33] Cheng J, Han S S, Yan Y J 2006 Chin. Phys. B 15 2002
- [34] Ferri F, Magatti D, Lugiato L A, Gatti A 2010 Phys. Rev. Lett. 104 253603
- [35] Candès E J 2006 Proceedings of the International Congress of Mathematicians 3 1433
- [36] Chen M L, Li E R, Wang H, Shen X, Gong W L, Han S S 2012 Acta Opt. Sin. 32 0503001
- [37] Gong W L, Han S S 2014 Appl. Phys. Express 7 062503

Super-resolution ghost imaging via compressed sensing^{*}

Li Long-Zhen¹⁾²⁾ Yao Xu-Ri¹⁾²⁾ Liu Xue-Feng¹⁾ Yu Wen-Kai¹⁾²⁾ Zhai Guang-Jie^{1)†}

 (Key Laboratory of Electronics and Information Technology for Space Systems, Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

2) (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 29 April 2014; revised manuscript received 24 June 2014)

Abstract

Achieving high resolution images is of great importance in ghost imaging. We present a super-resolution image reconstruction algorithm with sparse measurements based on the theory of compressed sensing and the prior knowledge of the point spread function of the ghost imaging system. A computational ghost imaging experimental setup with a digital mirror device is built to verify the effect of this algorithm on increasing the resolution of the ghost imaging system. In addition, we compare the result with that from the traditional ghost imaging algorithm. The experiments show that we can obtain super-resolution images by this algorithm with the sparse measurements. This approach can break through the Rayleigh limit of the imaging system and obtain super-resolution images.

Keywords: ghost imaging, compressed sensing, super resolution, sparse measurementPACS: 42.15.Eq, 42.30.-d, 42.30.Va, 42.30.WbDOI: 10.7498/aps.63.224201

^{*} Project supported by the National Major Scientific Instruments Development Project of China (Grant No. 2013YQ030595) and the Hi-Tech Research and Development Program of China (Grant No. 2013AA122902).

[†] Corresponding author. E-mail: gjzhai@nssc.ac.cn