

气体放电系统中多臂螺旋波的数值分析*

白占国[†] 李新政 李燕 赵昆

(河北科技大学理学院, 石家庄 050018)

(2014年5月21日收到; 2014年6月29日收到修改稿)

采用Purwins的三变量模型, 在二维空间对气体放电系统中多臂螺旋波的形成和转化进行了数值研究. 通过分析方程参数对系统空间的影响, 确定了系统获得稳定螺旋波的参数空间; 得到了斑图由简单静态六边形到螺旋波的演化过程, 分析了螺旋波的形成机制和时空特性; 进一步获得六种不同臂数的多臂螺旋波斑图(例如: 双臂、三臂、四臂、五臂、六臂和七臂螺旋波). 结果表明: 螺旋波斑图出现在图灵-霍普夫(Turing-Hopf)空间, 是Turing模和Hopf模相互竞争、相互作用的结果; 不同臂数的螺旋波波头均在持续地旋转运动, 其运动速度随螺旋波臂数的增加而增大; 随着螺旋波臂数的增加, 其波头的运动形式愈加复杂; 由于受微扰及边界条件的影响, 多臂螺旋波可以向臂数少一的螺旋波发生转变, 数值模拟结果与实验结果符合较好.

关键词: 螺旋波, 数值模拟, 气体放电**PACS:** 82.40.Ck, 05.65.+b, 52.80.Tn**DOI:** 10.7498/aps.63.228201

1 引言

时空斑图是一种在延展系统中自组织形成的时空有序结构, 其中螺旋波斑图是自然界中最常见和最基本的一种时空结构, 它广泛地存在于自然界和各实验系统中. 从太空星云中的螺旋星系, 到液晶中的伊辛-布洛赫相变; 从反应扩散中的化学波, 到黏性霉菌的自组织; 从心脏中的电信号, 到卵细胞中钙离子波, 都可以观察到螺旋波的踪迹^[1-6]. 大量的理论和实验研究表明: 螺旋波的动力学行为存在着跨系统的普适性规律, 深入研究和掌握这些规律对揭示生命的奥秘和解释自然界诸多现象都具有极其重要的意义.

螺旋波按臂数不同可分为单臂螺旋波和多臂螺旋波. 目前, 人们对单臂螺旋波的性质及其动力学行为已经有了较为详细的研究, 并且系统地研究了螺旋波的破缺机制和控制方法^[7-13]. 然而, 多臂螺旋波的动力学行为及形成机制与单臂螺旋波相

比具有很大的区别. 人们对多臂螺旋波的认识还非常有限: 例如, Hagan^[14]于1982年指出, 在金兹堡朗道方程中只有单臂螺旋波是稳定的, 多臂螺旋波总是不稳定的; 直至1996年稳定的多臂螺旋波才由Plapp和Bodenschatz^[15]在瑞利-贝纳德系统中首次获得. 近年来, 由于多臂螺旋波在二维的心肌组织中被发现^[16], 并且研究表明多臂螺旋波的形成与再入性心动过速密切相关, 其潜在的生物学价值引起国内外学者的极大关注^[17-19]. 2009年, 文献^[17]报道了多臂螺旋波在外加电场中的稳定性问题; Hu等^[18]研究了规则神经元网格中的多臂螺旋波的选择机制, 结果表明, 螺旋波的臂数依赖与外加应力流的空间分布和神经元网格可激发性的差异; He等^[19]理论研究了多臂螺旋波之间的相互作用, 得到了非常有意义的结果. 但是由于稳定的多臂螺旋波很难在实验系统获得, 人们对于多臂螺旋波的研究多集中于有外加场的条件下, 比如外加电场、外加应力流场等. 据我们所知, 对无外场系统多臂螺旋波的自由选择和演化研究较少.

* 国家自然科学基金青年科学基金(批准号: 51201057)、河北省自然科学基金(批准号: A2014208171) 和河北科技大学科研基金(批准号: QD201225, SW09) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: baizg2006163@163.com

气体放电系统是研究时空斑图的理想实验系统,能在高级分叉点附近研究多种复杂时空斑图的形成与演化^[20-25].德国的Purwins小组^[22]在直流驱动气体放电中得到了单臂螺旋波;通过创建新型液体电极放电装置,河北大学研究小组在交流气体放电中观察到了多种新型的复杂螺旋波斑图^[23-25],并对其表现出的动力学行为进行了详细的研究,实验发现:螺旋波斑图的基本构成单元为放电丝,而且同一电压下,不同臂数的螺旋波斑图之间可以相互转化.为了深入理解多臂螺旋波的性质,本文采用三变量的Purwins模型,对气体放电系统中的多臂螺旋波的形成与转化过程进行了数值研究,数值模拟与实验结果符合较好.该结果对于深入理解及控制螺旋波斑图具有一定的参考意义.

2 Purwins 的三变量模型

2.1 螺旋波斑图放电特性及 Purwins 模型

目前,气体放电实验中斑图的形成与演化的控制主要是通过调节外加驱动电压来实现,外加驱动电压不同,则气体击穿后的电流特性不同,导致系统出现的斑图种类和演化机制均不相同.因此,斑图的电压和电流特性非常重要.图1给出了螺旋波斑图的电压和电流的特征曲线.观察发现:对于螺旋波斑图,电压每半个周期只有一个脉冲,其脉冲宽度约为200 ns,几乎等同于氩气中单个放电丝的放电寿命,每个放电丝大约包含 10^{21} 个带电粒子;进一步的研究发现,交流气体放电之所以能形成包含多臂螺旋波在内的种类丰富的时空斑图,壁电荷与放电丝的相互作用是重要因素之一^[26].从图2电极结构和壁电荷示意图可得到极板间电压和电流与壁电荷的关系式如下:

$$V_d(r, t) = \int_0^d E_d(r, t) \cdot dl,$$

其中

$$E_d = E_1 - E_2,$$

$$i_d(r, t) = i_1(r, t) + i_2(r, t),$$

$$i_1(r, t) = e(j_P(r, t) - j_e(r, t)),$$

$$i_2(r, t) = \frac{\partial q}{\partial t} = S\varepsilon \frac{\partial E_2}{\partial t}$$

(式中 V_d 为极板间隙电压, E_d 为极板间电场, i_d 为极板间电流, i_1 为放电电流, i_2 为壁电荷位移电流).从表达式可以看出,壁电荷 q 与间隙电压 V_d 、放电电流 i_1 及内建电场 E_2 有着密切的关系. Purwins等发现:在双变量反应扩散系统,只有单个脉冲是稳定的,第二个脉冲出现后,首先出现的脉冲很快衰退,至少两个脉冲之间没有相互作用,因此利用双变量的反应扩散模型只得到了条纹和六边形两种静态结构斑图^[27];在考虑极板上沉积的壁电荷对放电丝的影响后,他们于1997年提出一个三变量的反应扩散模型,成功地解决了系统出现双脉冲的稳定性问题,并通过双脉冲的相互作用得到了一种动态斑图(时空斑图)——运动六边形^[28].

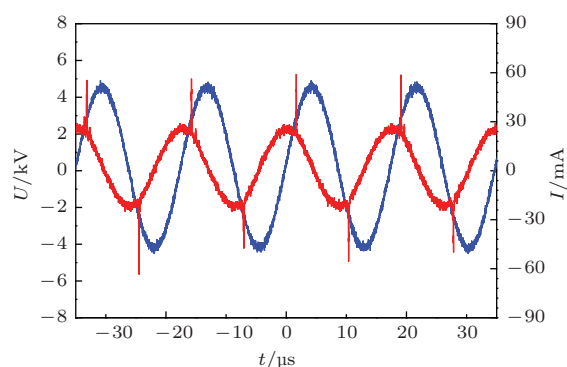


图1 介质阻挡放电中螺旋波斑图的电压和电流特性

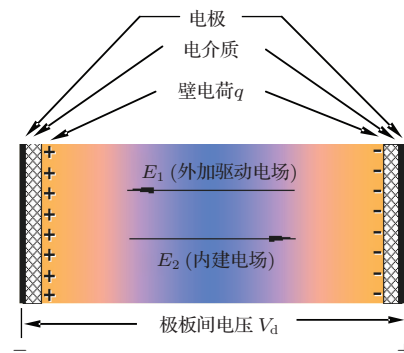


图2 电极结构与壁电荷的作用示意图

本文采用Purwins等^[28]提出的三变量的反应扩散模型,其无量纲的形式如下:

$$U_t = D_u \nabla^2 U + \lambda U - U^3 - V - \kappa_3 W + \kappa_1, \quad (1a)$$

$$\tau V_t = D_v \nabla^2 V + U - V, \quad (1b)$$

$$\theta W_t = D_w \nabla^2 W + U - W, \quad (1c)$$

其中, U 为放电电流, 作为活化子; V 表示放电间隙

的电压降, 作为一个禁阻子; W 表示壁电荷对放电电流的阻碍作用, 作为第二个禁阻子, 来近似地模拟气体放电中的螺旋波斑图; D_u, D_v, D_w 分别表示三个变量的扩散系数; τ 和 θ 分别表示 U 与 W 的时间尺度; λ 为无量纲参数, 反映实验电路中极板内外电阻关系; κ_1 为具有电流的量纲, 反映禁阻子间隙电压降对放电电流的影响; κ_3 反映壁电荷对放电电流的影响, 三者决定了系统的零线图 and 色散关系.

2.2 线性稳定性分析

根据线性稳定性分析可以得到系统的分岔类型, 并以此得到系统可能选择的斑图类型. 系统如果经历 Turing 分岔, 则得到时间上静止、空间上呈周期性分布的 Turing 斑图; 如果系统经历 Hopf 分岔, 系统形成空间上均匀、时间上周期性振荡的整体振荡模式; 而当系统经历短波分岔时, 就会产生时间上和空间上都具有周期性的驻波斑图. Purwins 三变量系统的均匀定态解 $(U, V, W) = (U_0, V_0, W_0)$, 满足 $f(U_0, V_0, W_0) = 0$, $g(U_0, V_0, W_0) = 0$ 和 $h(U_0, V_0, W_0) = 0$, 对此定

态解做一个微扰, 令 $U = U_0 + u, V = V_0 + v, W = W_0 + w$, 代入上述方程可得线性微扰方程:

$$\begin{pmatrix} u_t \\ v_t \\ w_t \end{pmatrix} = \mathbf{J} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} + \mathbf{D} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix},$$

其中雅克比矩阵为

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} -3U_0^2 + \lambda & -1 & -\kappa_3 \\ 1/\tau & -1/\tau & 0 \\ 1/\theta & 0 & -1/\theta \end{pmatrix},$$

扩散系数矩阵为

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} D_u & 0 & 0 \\ 0 & D_v/\tau & 0 \\ 0 & 0 & D_w/\theta \end{pmatrix}.$$

将此微扰在傅里叶空间展开, 令

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \sum_k \begin{pmatrix} c_k^1 \\ c_k^2 \\ c_k^3 \end{pmatrix} \exp(\lambda_k t + i k x),$$

代入微扰方程, 得到特征方程:

$$\lambda_k \begin{pmatrix} c_k^1 \\ c_k^2 \\ c_k^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3U_0^2 + \lambda - k^2 D_u & -1 & -\kappa_3 \\ 1/\tau & -1/\tau - k^2 D_v/\tau & 0 \\ 1/\theta & 0 & -1/\theta - k^2 D_w/\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_k^1 \\ c_k^2 \\ c_k^3 \end{pmatrix}.$$

解此特征方程可以得到色散关系:

$$\lambda_k^3 - T\lambda_k^2 + F\lambda_k - H = 0,$$

这是一个一元三次方程, 采用数值代入的方法可得到其色散关系. 选定参数:

$$D_u = 0.001, \quad D_v = 0.0048,$$

$$D_w = 0.064, \quad a = 1.65, \quad b = 2,$$

$$\kappa_3 = 3, \quad f = 48, \quad g = 1,$$

得到均匀定态解 (0.4534, 0.4534, 0.4534), 系统相应的零线图和色散关系曲线如图 3 所示 (横坐标为波数 k , 纵坐标为本征值的实部). 由零线图 3(a) 可知: 通过改变 κ_3 , 可以改变方程定态解的位置, 从而改变系统空间性质与分岔类型; 从色散关系图 3(b) 中可以看出, 在本工作选定的参数下, 系统同时经历了 Hopf 分岔和 Turing 分岔, 因此得到的

斑图应该是时间上振荡、空间上呈周期性分布的斑图.

3 数值模拟结果

3.1 单臂螺旋波的形成

数值模拟实验中, 将二维系统分成 100×100 个网格点, 空间步长 $\Delta x = \Delta y = 0.03$, 时间步长 $\Delta t = 0.01$, 设定初始条件为均匀定态解外加一个随机微扰, 边界条件设为非开流边界条件, 为了与前面分析一致, 系统参数保持不变. 从图 3(b) 中的色散关系可以看出, 系统的 Turing 模的增长速度要大于 Hopf 模的增长速度. 图 4 给出了系统的时空演化以及单臂螺旋波的形成过程. 在初始阶段, 由于 Turing 模的增长速度比较快, 所以系统首先呈现出时间上几乎不变, 而空间上呈周期性分布的静态

斑图——类六边形斑图. 随着时间的推移, Hopf 模逐渐变得显著起来, 表现为系统的静态结构看似移动, 由原来的类六边形转变为运动的条纹斑图. 由于 Turing 模和 Hopf 模之间的竞争和相互作用, 造成系统斑图失稳, 从而使运动的条纹斑图不断自行变化, 最后自组织成为一个稳定的单臂螺旋波斑图, 如图 4(a1)—(d1) 所示. 图 4(a2)—(d2) 为气体放电实验中观察到的六边形到单臂螺旋波的演化过程. 通过仔细比较两组图片, 可以看出: 数值模拟的单臂螺旋波演化过程与实验结果具有较好的相似性.

在图 5 中进一步分析了单臂螺旋波的时空特性. 任意选取 A(70, 70) 点, 得到了该点 U , V , W 三个变量随时间的变化曲线 (图 5(b) 所示), 三者均随时间做周期性振荡, 且活化子电流密度 U 具有自催化作用, 率先达到峰值; 第一个禁阻子放电间隙的电压降 V 具有较大的时间尺度, 相对电流密度 U 有一定的延迟, 其扩散速度较大, 很快达到峰值. 与 V 相比, 第二个禁阻子壁电荷 W 具有非常快的时间尺度和非常大的扩散速率, 迅速扩散在整个区域, 包围在活化子电流密度周围, 与其同时达到峰值, 电荷密度的脉冲宽度较大, 在放电丝放电期间, 放电气体被击穿, 积累到介质层的壁电荷迅速导走, 壁电荷迅速减少, 很快完成一次周期性振荡, 等下一次放电来临, 重复上述过程. U , V , W 三个变量在空间上也是周期性分布的, 峰值出现的位置并不相同 (图 5(c) 所示), 其原因与时间特性密切相关: 由于三者具有不同的时间尺度和扩散速度, 当

U 传播到达某空间位置时, V , W 还没有到达, 因而三个变量不能在相同的空间位置出现峰值. 上述的时空特性与前面的分析结果一致, 螺旋波斑图是一种时间上振荡, 空间上呈周期性分布的时空斑图.

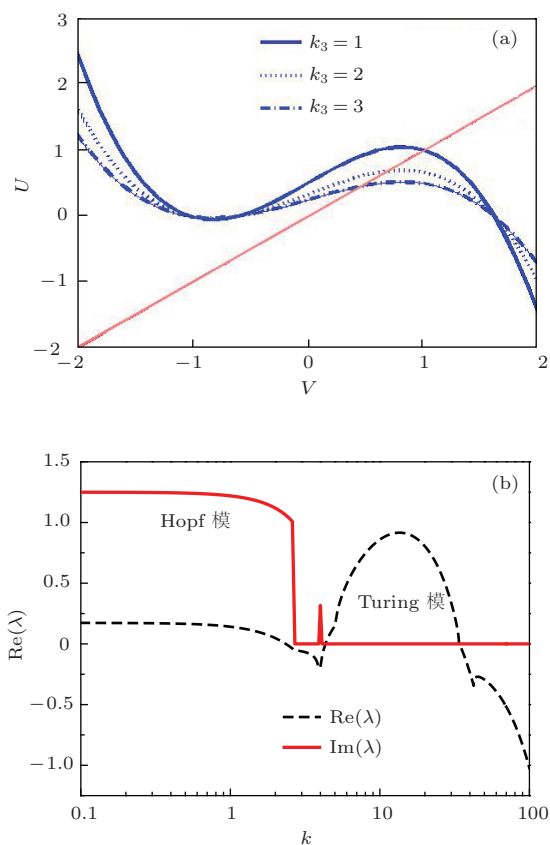


图3 系统零线图和色散关系曲线 (a) 系统零线图; (b) 色散关系; 模拟参数 $a = 1.65$, $b = 2.0$, $k_3 = 3.0$, $f = 48$, $g = 1.0$, $D_u = 0.001$, $D_v = 0.0048$, $D_w = 0.064$

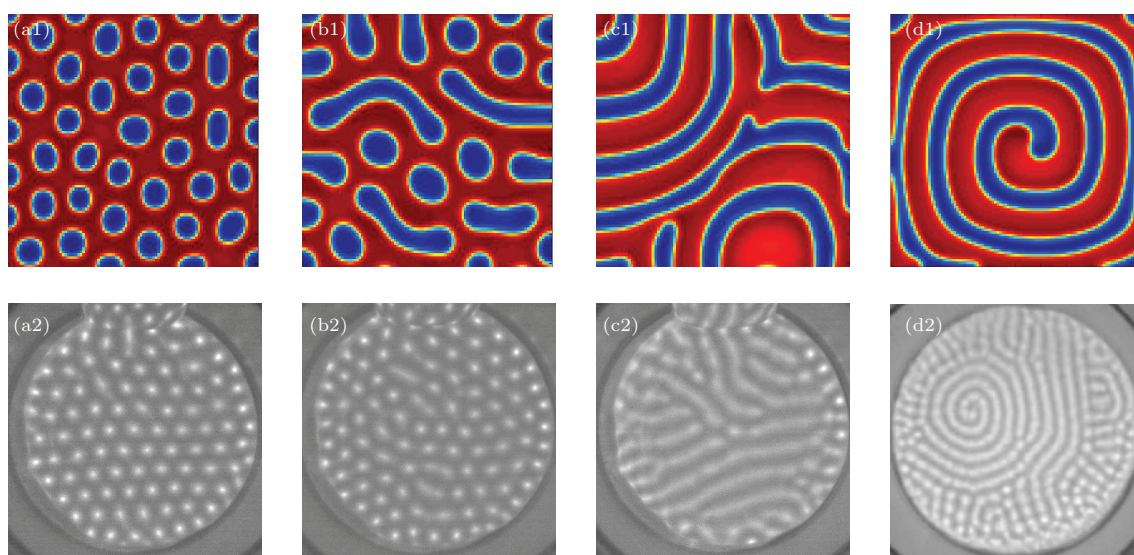


图4 (网刊彩色) 螺旋波的形成过程 (a) 六边形; (b) 变形点; (c) 弯曲条纹; (d) 螺旋波; ((a1)—(d1) 为数值模拟斑图, 对应时间顺序为: 348, 447, 505, 735, 模拟参数 $k_3 = 2.78$, 其他参数同图 3; (a2)—(d2) 为实验斑图), 驱动电压 $U = 4.2$ kV, 引自文献 [23]

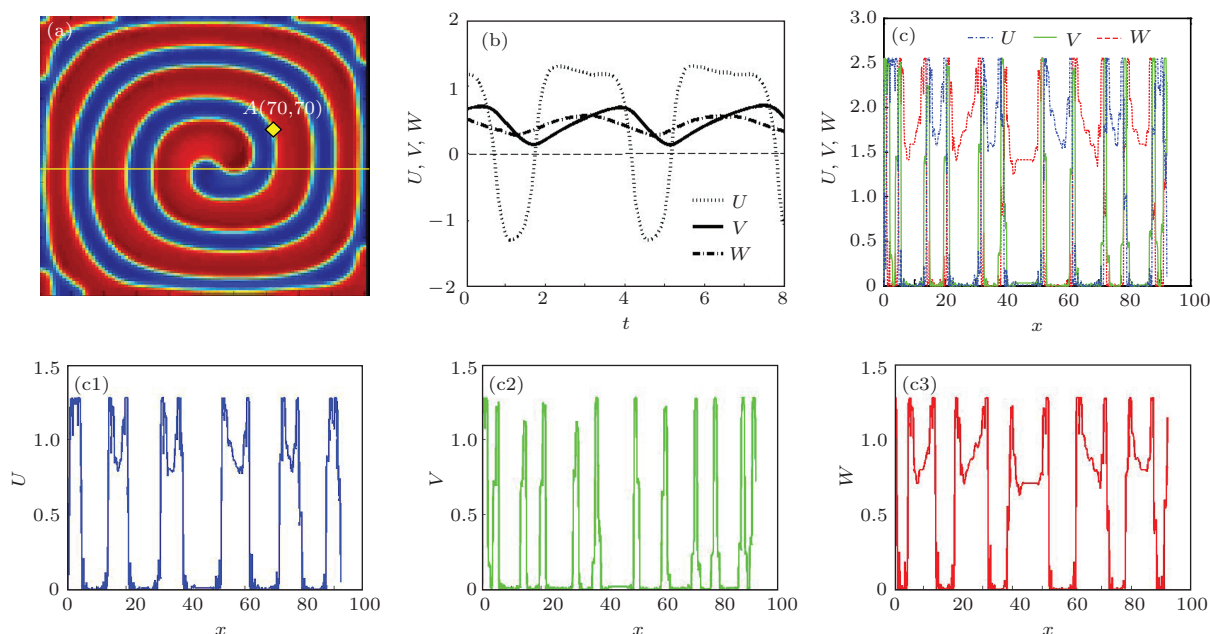


图5 (网刊彩色) 螺旋波斑图的时空分布 (a) 螺旋波; (b) 标注 A 点的时间分布; (c) 横线标注的空间分布; (c1), (c2), (c3) 分别为 U , V , W 分图

3.2 多臂螺旋波的形成与转化

通过仔细调节模型方程中反映壁电荷作用的参数 k_3 , 确定了螺旋波斑图出现的参数空间: 当 k_3 小于临界值 2.56 时, 系统选择定态弯曲条纹斑图; k_3 大于临界值 3.98 时, 螺旋波破碎为混沌态; 在 $2.56 \leq k_3 \leq 3.98$ 的范围内, 在数值模拟实验中获得了多种不同臂数的螺旋波斑图, 例如单臂、双臂、三臂乃至更多臂的螺旋波, 在气体放电实验中最多发现了具有 8 个臂的螺旋波结构, 并且螺旋波中心可以为顺时针或逆时针旋转. 实验结果表明, 螺旋波的臂数越多, 其中心动力学行为就越复杂. 图 6(a1)—(f1) 为模拟获得的三臂到七臂的螺旋波斑图, 图 6(a2)—(f2) 为气体放电实验中观测到的三臂到七臂的螺旋波斑图. 通过对比两组图可以看出: 螺旋波中心区域的半径均随臂数的增加逐渐增大, 且受边界条件的影响, 这与 Plapp 和 Bodenschatz 等^[15] 在瑞利-贝纳德系统中发现的结果相一致.

在数值模拟中观察了螺旋波的中心(波头)的运动, 记录了不同时刻多臂螺旋波的闪图. 数值模拟实验发现, 各种臂数的螺旋波均在持续地运动, 而且不同臂数波头运动规则不同(图 7 所示). 双臂螺旋波的动力学行为相对比较简单(图 7(a) 所示), 螺旋波中心绕着同一个圆环做周期性运动, 且该两个中心总是处于此圆环的同一个直径上, 这就意

味着双臂螺旋波的两个中心的相对距离始终保持不变; 三臂螺旋波的中心具有非常复杂的动力学过程, 螺旋波失去了旋转不变对称性, 它的三个中心端点不是共用一个轨迹, 而是两两相互碰撞, 此过程与振荡沙盘系统中的三臂螺旋波有着相似的动力学行为(如图 7(b) 所示); 四臂螺旋波波头运动更为复杂, 四个波头不同地碰撞、远离(图 7(c) 所示). 五臂到七臂的螺旋波波头运动(图 7(d)—7(f) 所示)与四臂螺旋波类似, 均比较复杂; 仔细观察螺旋波波头的运动发现, 二臂和三臂螺旋波波头沿顺时针方向运动, 四臂到七臂螺旋波波头沿逆时针方向运动, 并且随着臂数的增加, 螺旋波波头的运动速度增大, 只有三臂螺旋波行为存在反常现象, 与气体放电实验的结果类似. 在同一模拟条件下经历一段时间后, 由于某种微扰使得多臂螺旋波的中心向边界偏离, 多臂螺旋波逐渐失去了空间旋转不变对称性, 它的中心端点也在不断地相互作用, 在边界的作用下会逐渐失去一个旋转臂, 从而形成了一个新的少一臂数的螺旋波(图 8 所示). 从图中可以看出: 随臂数的增加, 螺旋波中心波头的旋转及相互碰撞运动更加复杂, 在波头旋转运动的同时整个螺旋波会发生漫游, 其中的一个旋转臂会在运动过程中逐渐远离中心, 在边界条件的限制下逐渐消失. 其原因主要是由于微扰的作用或者其他条件的影响, 使位错的拓扑荷符号与螺旋波的拓扑荷符号

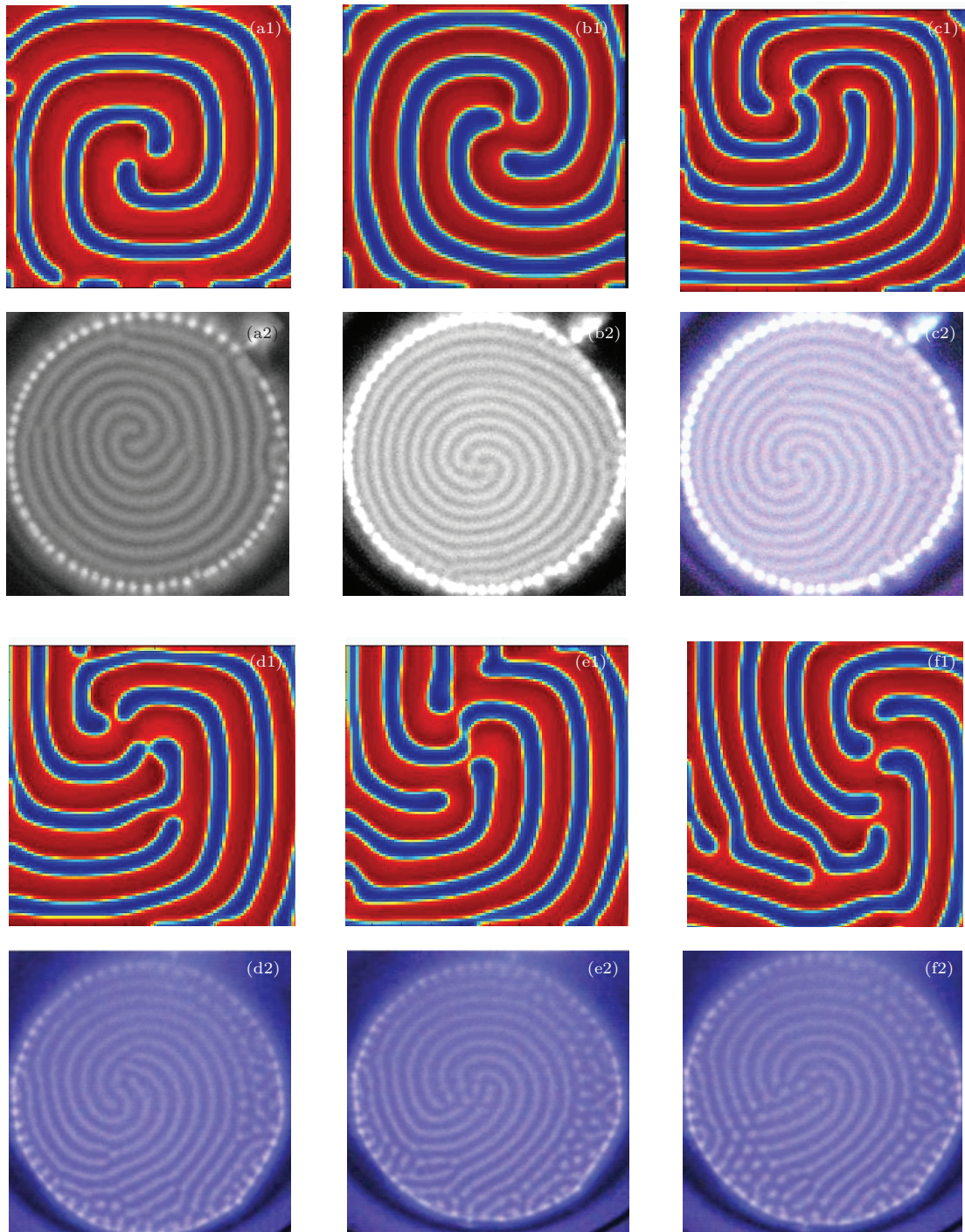


图6 (网刊彩色) 不同臂数螺旋波斑图 (a) 双臂螺旋波; (b) 三臂螺旋波; (c) 四臂螺旋波; (d) 五臂螺旋波; (e) 六臂螺旋波; (f) 七臂螺旋波; (a1)—(f1) 是数值模拟的斑图, 其相应模拟参数分别为 $k_3 = 2.82$, $k_3 = 2.91$, $k_3 = 2.97$, $k_3 = 3.0$, $k_3 = 3.15$, $k_3 = 3.23$; (a2)—(f2) 为实验结果, 驱动电压 $U = 4.2$ kV, 引自文献 [23,24]

相反造成的. 图中多臂螺旋波为顺时针走向, 其拓扑符号应为负值, 但螺旋波波头的相位运动为逆时针, 因此位错的拓扑符号为正值. 螺旋波转化过程的时刻记录显示, 六臂 $\rightarrow$ 五臂, 五臂 $\rightarrow$ 四臂, 四臂 $\rightarrow$ 三臂, 其转化过程对应模拟时间间隔分别为 64, 160 和 250 个时间单位, 随着臂数减少, 螺旋波转化过程需要的时间越长. 模拟过程中多臂螺旋

波向低级臂数螺旋波的转变过程与气体放电实验中观察到的双臂向到单臂的转变过程非常类似 [23].

气体放电系统中的多臂螺旋波存在一个有趣的现象: 获得单臂到八臂螺旋波电压条件完全相同, 对这一现象未能给出合理的解释. 在数值模拟中发现: 七种螺旋波可以出现在 k_3 微小变化、其他参数相同的一组参数空间, 而且同一参数下, 不同

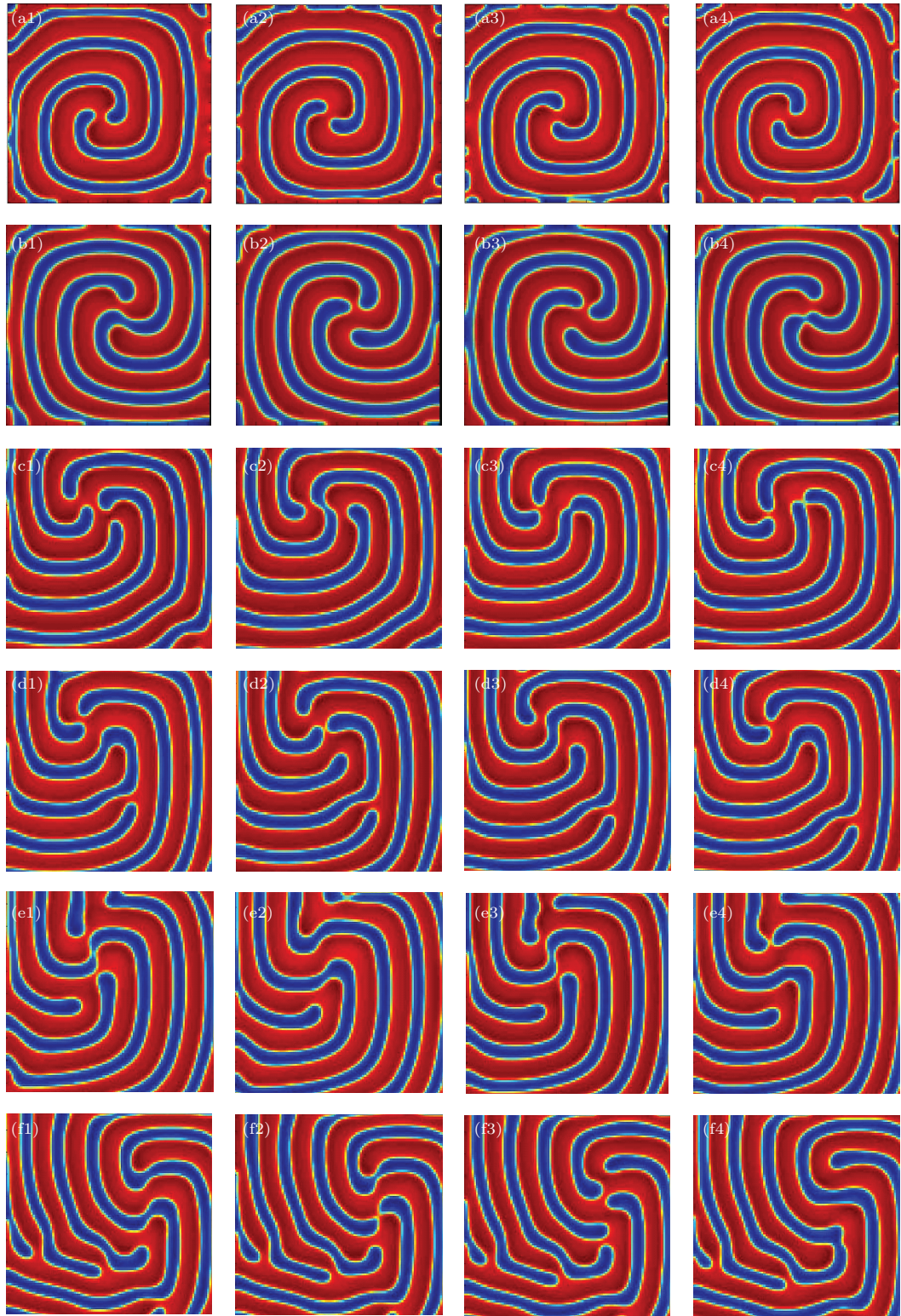


图7 (网刊彩色) 不同臂数螺旋波波头的运动 (a) 双臂螺旋波, 对应时间顺序为 1089, 1106, 1120, 1138; (b) 三臂螺旋波, 对应模拟时间顺序为 1215, 1223, 1247, 1258; (c) 四臂螺旋波, 对应时间顺序为 1348, 1380, 1394, 1533; (d) 五臂螺旋波, 对应时间顺序为 1193, 1214, 1231, 1258; (e) 六臂螺旋波, 对应时间顺序为 1215, 1223, 1247, 1258; (f) 七臂螺旋波, 对应时间顺序为 740, 746, 753, 761

臂数螺旋波之间可以转化. 通过对比理论模拟与实验结果, 分析其原因可能有二: 一方面, 组成螺旋波斑图的基本单元放电丝 (大约包含 10^{21} 个带电粒

子) 是一个介观结构, 既具有宏观确定性特征, 同时还具有微观的量子特征 (不连续性和随机特性), 在该组参数下系统处在确定的 Turing-Hopf 空间, 具

有时空振荡的螺旋波结构被选择, 由于受微观量子特征影响, 该结构还可以精细地分为几个不同的量子态, 每个量子态对应一个臂数的螺旋波, 系统最终选择的量子态则具有随机性的特征; 另一方面, 在气体放电实验中, 外加驱动电压改变, 则极板间的放电电流和壁电荷也随之改变, 即使在同一驱动

电压的实验条件下, 放电电流和壁电荷也随时间而变化, 故放电电流和壁电荷不方便单独调节, 二者却是影响气体放电时空斑图的重要因素. 在数值模拟中则不受此限制, 各个方程参数均可比较方便地单独调节, 可以详细研究各种参数对斑图选择的影响.

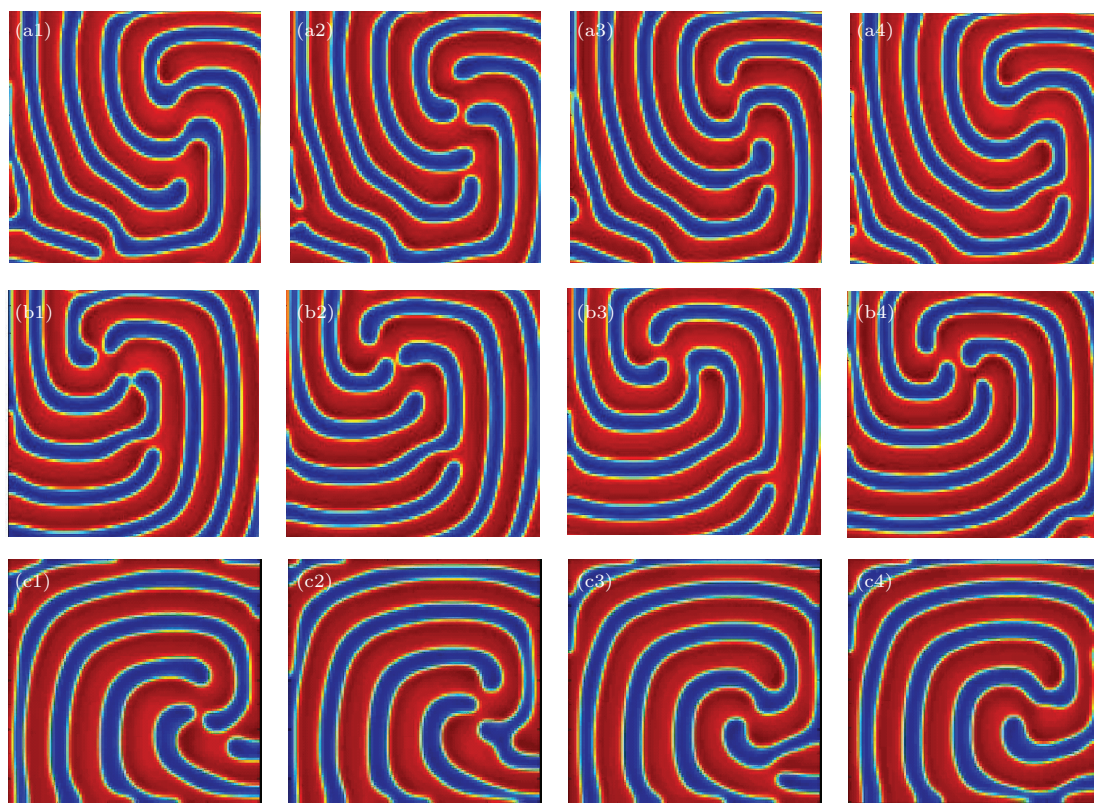


图8 (网刊彩色) 不同臂数螺旋波向低臂螺旋波的转化过程 (a) 六臂 $\rightarrow$ 五臂, 对应模拟时间顺序为 808, 825, 848, 872; (b) 五臂 $\rightarrow$ 四臂, 对应模拟时间顺序为 1180, 1214, 1268, 1348; (c) 四臂 $\rightarrow$ 三臂, 对应模拟时间顺序为 1648, 1716, 1811, 1898

4 结 论

利用 Purwins 小组提出的三变量反应扩散模型, 唯象地数值模拟了交流气体放电中螺旋波的形成过程, 解决了气体放电实验中壁电荷不方便单独调节的限制, 得到了多臂螺旋波的参数变化范围, 从而能够对时空斑图更深入地理解和控制. 结果发现: 时空斑图形成的条件是系统同时经历 Turing 分岔和 Hopf 分岔; 螺旋波斑图是从六边形转化而成, 是 Turing 模和 Hopf 模之间的相互竞争、相互作用和系统自组织的结果; 不同臂数的螺旋波处于相同的参数空间, 都是复杂的时空斑图, 其波头均在不停地旋转, 运动速度随螺旋波的臂数的增加而增大; 在同一模拟条件下, 多臂螺旋波可以向少一臂

数的螺旋波发生转化的原因是螺旋波位错的拓扑荷符号与螺旋波的拓扑荷符号相反, 模拟结果同实验观测结果相符合. 文中关于气体放电系统中组成螺旋波的基本单元是介观结构, 多种不同臂数螺旋波可能是螺旋波不同量子态的分析为气体放电系统中斑图的实验和数值模拟提供了一个新的研究思路. 此外, 介质阻挡放电实验中观察到的八臂螺旋波和双臂到三臂和三臂到四臂的螺旋波臂数增加的转变过程未在模拟过程中得到, 说明方程还有待于进一步改进, 这将是本课题组下一步的研究工作.

参考文献

- [1] Thakur P, Ann H B, Jiang I 2009 *Astrophys. J.* **69** 3586

- [2] Cysyk J, Tung L 2008 *Biophys. J.* **94** 1533
- [3] Sawai S, Thomason P A, Cox E C 2005 *Nature* **433** 323
- [4] Vasiev B, Siegert F, Weijer C 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 2489
- [5] de Bruyn J R, Lewis B C, Shattuck M D, Swinney H L 2001 *Phys. Rev. E* **63** 041305
- [6] Zaritski R M, Pertsov A M 2002 *Phys. Rev. E* **66** 066120
- [7] Guo H Y, Li L, Ouyang Q 2003 *J. Chem. Phys.* **118** 5038
- [8] Zhang H, Ruan X S, Hu B, Ouyang Q 2004 *Phys. Rev. E* **70** 016202
- [9] Aranson L S, Aranson L, Kramer L, Weber A 1992 *Phys. Rev. A* **46** R2992
- [10] Zaikin A N, Zhabotinsky A M 1970 *Nature* **225** 535
- [11] Bruyn J R, Lewis B C S, Swinney H L 2001 *Phys. Rev. E* **63** 041305
- [12] Gao J H, Wang Y, Zhang C, Yang H P, Ge Z C 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 020503 (in Chinese) [高继华, 王宇, 张超, 杨海朋, 戈早川 2014 物理学报 **63** 020503]
- [13] Wang C N, Ma J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084501 (in Chinese) [王春妮, 马军 2013 物理学报 **62** 084501]
- [14] Hagan P S 1982 *Siam. J. Appl. Math.* **42** 762
- [15] Plapp B B, Bodenschatz E 1996 *Phys. Scripta.* **67** 111
- [16] Bursac N, Aguel F, Tung L 2004 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **101** 15530
- [17] Deng L Y, Zhang H, Li Y Q 2009 *Phys. Rev. E* **79** 036107
- [18] Hu B, Ma J, Tang J 2013 *Plos One* **8** 0069251
- [19] He Y F, Ai B Q, Liu F C 2013 *Phys. Rev. E* **87** 052913
- [20] Li B, Dong L F, Zhang C, Shen Z K, Zhang X P 2014 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **47** 055205
- [21] Dong L F, Shen Z K, Li B, Bai Z G 2013 *Phys. Rev. E* **87** 042914
- [22] Astrov Y A, Müller I, Ammelt E, Purwins H G 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 5341
- [23] Dong L F, Wang H F, Liu F C, He Y F 2007 *New J. Phys.* **9** 330
- [24] Dong L F, Li B, Shen Z K, Liu L 2012 *Phys. Rev. E* **86** 056217
- [25] Dong L F, Liu F C, Liu S H, He Y F, Fan W L 2005 *Phys. Rev. E* **72** 046215
- [26] Yin Z Q, Wang L, Dong L F, Li X C, Chai Z F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 929 (in Chinese) [尹增谦, 王龙, 董丽芳, 李雪辰, 柴志方 2003 物理学报 **52** 929]
- [27] Radehaus C, Willebrand H, Dohmen R, Niedernostheide F, Bengel G, Purwins H 1992 *Phys. Rev. A* **45** 2546
- [28] Schenk C P, Or-Guil M, Bode M, Purwins H 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3781

Numerical analysis on multi-armed spiral patterns in gas discharge system^{*}

Bai Zhan-Guo[†] Li Xin-Zheng Li Yan Zhao Kun

(College of Sciences, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang 050018, China)

(Received 21 May 2014; revised manuscript received 29 June 2014)

Abstract

The process of formation or transformation of multi-armed spiral patterns in gas discharge system is investigated numerically by using H.-G. Purwins model with three components. The parameter space is obtained through analyzing the influence of system parameters on system space, where a stable spiral appears. Besides, the formation mechanism and spatiotemporal characteristics of spiral pattern are studied. In addition, the evolution process of pattern from simple hexagon to spiral wave is numerically simulated, and various kinds of spirals are obtained (including two-armed, three-armed, four-armed, five-armed, six-armed, and seven-armed spirals). It is found that the stable spiral only survives in Turing-Hopf space, which is the result of interaction between Turing mode and Hopf mode. Furthermore, the spiral tips constantly rotate for various spiral patterns, and the velocity increases with the number of spiral arm increasing. For the influences of perturbation and boundary conditions, the multi-armed spiral pattern can lose one arm and become a new spiral in the rotating process. In conclusion, the numerical simulation results are in good agreement with those obtained in gas discharge experiment.

Keywords: spiral pattern, numerical simulation, gas discharge

PACS: 82.40.Ck, 05.65.+b, 52.80.Tn

DOI: 10.7498/aps.63.228201

^{*} Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51201057), the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. A2014208171), and the Foundation of Hebei University of Science and Technology, China (Grant Nos. QD201225, SW09).

[†] Corresponding author. E-mail: baizg2006163@163.com