用于随机解调器压缩采样的重构判定方法

郑仕链[1)2)†] 杨小牛[1)2)] 赵知劲[3)]

1) (西安电子科技大学通信工程学院, 西安 710071)

2) (通信信息控制和安全技术重点实验室, 嘉兴 314033)

3) (杭州电子科技大学通信工程学院, 杭州 310018)

(2014 年 3 月 17 日收到; 2014 年 7 月 3 日收到修改稿)

提出了一种随机解调器压缩采样重构成败的判定方法. 该方法利用两次连续重构所得稀疏信号支撑之间的相关性来判断重构是否成功, 其计算复杂度低, 易于实现. 仿真结果表明, 该方法能准确判断随机解调器压缩采样重构成败, 用于宽带频谱感知中能够显著降低信号不稀疏时对主用户的干扰概率.

关键词: 认知无线电, 频谱感知, 随机解调器, 压缩采样

PACS: 84.40.Ua **DOI:** 10.7498/aps.63.228401

1 引 言

频谱感知[1,2]是认知无线电的一项关键技术, 其目的在于检测当前未被主用户占用的频谱空穴, 以供认知无线电使用. 频谱感知需要在很宽的频段内对主用户进行检测, 该问题也被称为宽带频谱感知. 一种理想的宽带频谱感知解决架构是采用超高速率的模数转换器对整个带宽进行采样, 然后在数字域完成频谱分析. 但是目前商用模数转换器往往无法达到这么高的采样速率. 因此有研究人员提出了应用压缩采样 (也称为压缩感知)[3]来解决该问题.

目前针对模拟信号的压缩采样方式主要有两种: 随机解调器采样 (random demodulator, RD)[4]以及调制宽带转换器采样[5], 除此之外, 还有其他一些压缩采样方法, 比如Nyquist 折叠系统[6]、标志位采样[7]等. 文献[8]将RD用于宽带频谱感知, 讨论了其性能界, 并讨论了单步阈值法的接近最优性能. RD采样应用于频谱感知的一个基本前提就是频谱是稀疏的, 即只有部分子信道被主用户占用. 一旦确定了RD采样系统的参数, 其所能接受的频谱稀疏程度也就确定. 但是, 由于无线频谱环境的复杂性, 并不能保证待感知的频段一定满足RD的稀疏度要求. 由此就出现了一个重要问题: 在频谱不稀疏时, 该如何处理?

针对该问题, Zhang 等[9]提出了一种协作压缩频谱感知中通过相邻认知无线电交换重构所得的模型参数, 计算这些参数的相关性来判断频谱稀疏度是否满足. 如果不满足, 则丢弃感知结果, 不利用任何检测到的频谱空穴进行通信, 从而避免对主用户造成有害干扰. Zhang 等提出的方法需要认知节点之间相互协作才能完成. 本文则提出一种无须协作的RD压缩采样重构成败的判定方法, 认知节点自身通过连续两次重构结果之间的相关性来判断重构结果是否值得信赖(即稀疏度是否在RD采样系统的接受范围内). 本文提出的方法计算简单, 而且无须认知节点之间交互信息, 降低了信息交互量和实现复杂度. 最后通过仿真验证了该方法的有效性.

2 RD压缩采样

RD框图如图1所示. 伪随机发生器产生离散时间序列$\varepsilon_0, \varepsilon_1, \cdots$, 其值以等概率取自$\pm 1$, 用来

† 通讯作者. E-mail: lianshizheng@126.com

产生信号 $p_c(t)$. 经过滤波的信号每隔 $1/R$ s 采一个点, 得到采样序列 $\{y_m\}$. RD 最为关键的一点在于 R 要远远小于 Nyquist 速率 W (即其为压缩采样). RD 针对的信号模型为多音模型. 令 Nyquist 频率 $f_{\mathrm{NYQ}} = W$, 假设 K 为单音数目. 则包含各个单音信号的信号模型为

$$x(t) = \sum_{f\in F} a_f \,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f t} \quad t \in [0,1), \tag{1}$$

其中, F 表示 K 个频率(值为整数)集合, $F \subset \{0, \pm1, \pm2, \cdots, \pm(W/2-1), W/2\}$, $\{a_f : f \in F\}$ 为复值幅度集合.

对于 RD, 有以下重要公式成立

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{s}, \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{y}$ 为由采样序列 $\{y_m\}$ 组成的向量; $\boldsymbol{s}$ 为 $W \times 1$ 维未知幅度向量,

$$s_f = a_f\left(\frac{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f/W}}{\mathrm{j}2\pi f}\right),$$
$$f = 0, \pm1, \pm2, \cdots, \pm(W/2-1), W/2;$$

$R \times W$ 维矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 称为 RD 矩阵, $\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{HDE}$, $\boldsymbol{H}$ 为 $R \times W$ 维矩阵, $\boldsymbol{H}$ 的第 r 行元素从第 $rW/R+1$ 列开始有 W/R 个连续的 1, 其余均为 0, 其中 $r = 0, 1, \cdots, R-1$; $\boldsymbol{D}$ 为 $W \times W$ 对角矩阵:

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \varepsilon_{W-1} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

$\boldsymbol{E}$ 为 $W \times W$ 矩阵,

$$\boldsymbol{E} = \left\{\frac{1}{\sqrt{W}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n f/W}\right\}_{n,f},$$

其中

$$n = 0, 1, \cdots, W-1,$$
$$f = 0, \pm1, \pm2, \cdots, \pm(W/2-1), W/2.$$

RD 压缩采样的重构问题即为根据已知的采样序列 $\boldsymbol{y}$ 以及 RD 矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$, 求解未知向量 $\boldsymbol{s}$ 的问题. 由于 $R \ll W$, 该问题为欠定问题, 但是当未知向量 $\boldsymbol{s}$ 满足稀疏性条件时, 该问题可以得到惟一的最优解. 该重构问题在数学上可以表示为

$$\hat{\boldsymbol{s}} = \arg\min ||\boldsymbol{v}||_0, \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{y}. \tag{4}$$

压缩感知领域中, 已有大量的重构算法可以用来求解该问题 [10–12].

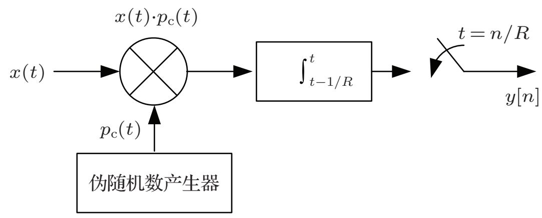

图 1 RD 采样框图

3 重构成败判定方法

采用 RD 的频谱感知需要利用重构结果 $\hat{\boldsymbol{s}}$ 来判断主用户的频率位置, 因此其依赖于重构结果的正确性. 然而, 无论是采用哪种重构算法, 均需要信号的稀疏性满足重构的要求. 一旦信号不稀疏, 则重构结果不正确, 由此得到的频谱空穴也不是真实的频谱空穴. 如果认知用户使用这些"频谱空穴", 则会对主用户造成严重干扰. 本文提出一种判定 RD 压缩采样重构成败的方法来解决该问题.

为方便讨论, 本文将重构成败标志 τ 定义成二元函数, 即

$$\tau = \begin{cases} 1, & \text{重构成功} \\ 0, & \text{重构失败} \end{cases}. \tag{5}$$

本文提出的方法基于以下基本思想: 即频谱环境相对于重构时间来说是慢变的, 由此, 如果重构成功, 那么相邻两次重构得到的信号的支撑(即 $\boldsymbol{s}$ 中非零元素的标号)应该是非常接近一致的; 而如果重构失败, 那么由于算法的随机性, 相邻两次重构得到的信号的支撑将有很大差别. 因此, 可以利用连续两次重构所得信号支撑之间的相关性对重构是否成功进行判决.

设 $\hat{\boldsymbol{s}}_1$ 和 $\hat{\boldsymbol{s}}_2$ 为连续两次重构得到的稀疏信号的估计. 由于 $\hat{\boldsymbol{s}}_1$ 和 $\hat{\boldsymbol{s}}_2$ 中可能包含噪声, 首先将 $\hat{\boldsymbol{s}}_1$ 和 $\hat{\boldsymbol{s}}_2$ 中幅度过小的元素置为 0, 即判断 $|\hat{s}_{ik}| < \eta$ 是否成立, 若是, 则令 $\hat{s}_{ik} = 0$, 其中 $i = 1, 2$, $1 \leqslant k \leqslant W$, η 为某一门限. 由此完成 $\hat{\boldsymbol{s}}_1$ 和 $\hat{\boldsymbol{s}}_2$ 的更新后, 将 $\hat{\boldsymbol{s}}_1$ 中非零元素对应的下标集(即支撑集)记为 Δ_1, 将 $\hat{\boldsymbol{s}}_2$ 中非零元素对应的下标集记为 Δ_2. 计算集合 Δ_1 和 Δ_2 的交集 $\Lambda = \Delta_1 \cap \Delta_2$, 并计算集合 Δ_1 和 Δ_2 的并集 $V = \Delta_1 \cup \Delta_2$. 如果 $V \neq \varnothing$, 计算判决统 计量

$$\xi = \frac{|\Lambda|}{|V|}, \tag{6}$$

其中 $|\Lambda|$ 和 $|V|$ 分别表示 Λ 和 V 中的元素个数. ξ 度量的是 Δ_1 和 Δ_2 的相似性. 如果重构成功, 显然,

$\varDelta_1$ 和 $\varDelta_2$ 将非常接近, 因此 ξ 将接近于1, 而如果重构失败, 则 $\varDelta_1$ 和 $\varDelta_2$ 将相差较大, 因此 ξ 接近于0. 所以本文采用如下判决规则: 如果 $\xi > \gamma$, 认为重构成功, 否则, 认为重构失败, 其中 γ 为判决门限. 另外, 需要对 $V = \varnothing$ 的情况进行处理. 如果 $V = \varnothing$, 意味着 $\varDelta_1 = \varnothing$ 且 $\varDelta_2 = \varnothing$, 即两次重构得到的支撑集均为空, 这种情况出现在输入信号仅为噪声的情况. 由于两次连续重构均正确给出了判决, 所以此时判定重构成功.

综上所述, 本文提出的RD压缩采样重构成败判定方法流程如下.

步骤1 根据采样序列 $\boldsymbol{y}_1$ 重构得到稀疏向量 $\hat{\boldsymbol{s}}_1$.

步骤2 根据采样序列 $\boldsymbol{y}_2$ 重构得到稀疏向量 $\hat{\boldsymbol{s}}_2$.

步骤3 判断 $|\hat{s}_{ik}| < \eta$ 是否成立, 若是, 则令 $\hat{s}_{ik} = 0$, 其中 $i = 1, 2$, $1 \leqslant k \leqslant W$.

步骤4 将 $\hat{\boldsymbol{s}}_1$ 中非零元素对应的下标集记为 $\varDelta_1$, 将 $\hat{\boldsymbol{s}}_2$ 中非零元素对应的下标集记为 $\varDelta_2$.

步骤5 计算集合 $\varDelta_1$ 和 $\varDelta_2$ 的交集 $\varLambda = \varDelta_1 \cap \varDelta_2$, 并计算集合 $\varDelta_1$ 和 $\varDelta_2$ 的并集 $V = \varDelta_1 \cup \varDelta_2$.

步骤6 如果 $V = \varnothing$, 判定 $\tau = 1$(重构成功). 如果 $V \neq \varnothing$, 执行以下运算: 计算判决统计量 $\xi = |\varLambda|/|V|$, 如果 $\xi > \gamma$, 判定 $\tau = 1$, 否则, 判定 $\tau = 0$, 其中 γ 为判决门限.

在频谱感知应用中, 通过上述步骤判断 $\tau = 1$ 或 $\tau = 0$. 如果 $\tau = 1$, 则认知无线电相信重构结果, 根据重构结果判断主用户是否存在, 进而利用频谱空穴; 如果 $\tau = 0$, 则认知无线电抛弃重构结果, 不利用任何信道, 以避免对主用户造成干扰.

4 仿真分析

仿真中假设频谱被划分成105个信道, $W = 210$, $R = 70$, $W/R = 3$. 仿真中, a_f 在[3, 10]之间随机取值, 由此, 幅度向量 $\boldsymbol{s}$ 中元素的幅度最小可能值为

$$s_{\min} = \mathrm{abs}(3 \cdot (1 - \exp(-\mathrm{j}2\pi f/W) - 1)/(\mathrm{j}2\pi f))|_{f=W/2},$$

门限 η 取值应该满足 $\eta < s_{\min}$(否则所得支撑集中可能会去除信号对应的标号). 噪声幅度服从均值为0、方差为某些值的正态分布. 支撑重构采用正交匹配(orthogonal matching pursuit, OMP)方法[13].

图2给出了信号稀疏和不稀疏两种情况下重构得到的支撑集, 其中图2(a)是8个信道被占用的情况(此时频谱稀疏, 重构成功), 图2(b)是25个信道被占用的情况(此时频谱不稀疏, 重构失败). 显然, 图2(a)中连续两次重构得到的支撑集完全相同, 而图2(b)则有较大差别. 另外, 我们对1000次独立实验得到的相关性进行了统计平均, 8个信道被占用时, 平均相关性为1; 25个信道被占用时, 平均相关性为0.384. 两种情况下相关性差别较大, 从而说明了可以利用两次重构所得支撑的相关性对重构是否成功进行判决.

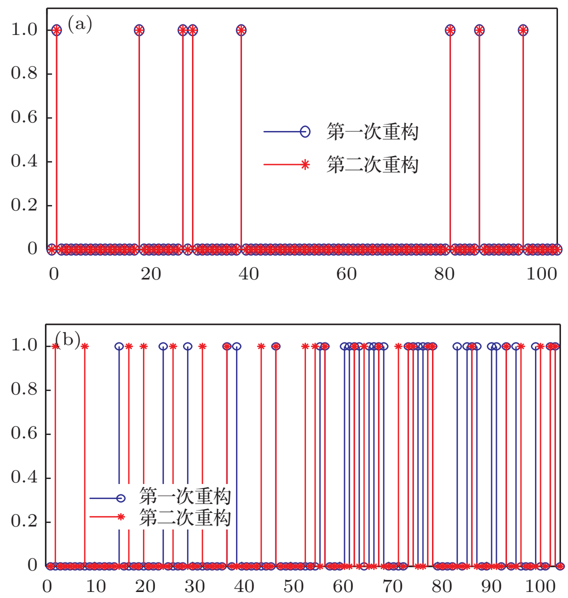

图2 重构所得支撑集

图3给出了本文方法对重构成败的判定正确率, 同时给出OMP重构概率作为参照. $\eta = \dfrac{1}{2}s_{\min}$, $\gamma = 0.95$. 噪声方差为0.0016. 随着主用户信道占用数目的增加, 频谱变得越来越不稀疏, 因此, OMP重构概率越来越小. 在信道占用数目为16附近时, 重构概率在0.5左右, OMP算法本身可能重构成功, 也可能重构失败, 因此前后两次重构结果很有可能会不一致. 由于本文重构成败的判定方法依赖于前后两次重构结果支撑的相关性, 所以在信道占用数目为16附近时, 本文方法对重构成败的判断正确率有所降低, 但也都高于0.9. 在信道占用数目较小(例如小于10)或较大(例如大于20)时, 本文方法对重构成败的判断正确率都非常接近于1, 说明了本文方法的有效性.

图4给出了不同γ取值下的判断正确率, 其余参数同上. 由图可知, 门限γ的取值对信号不稀疏时的判断正确率有所影响. 为保证更高的判断正确率, 门限γ取值不宜过小.

图5给出了不同噪声方差下的算法性能, 其中被占用信道数目为6, 门限γ取0.9. 随着噪声方差的增大, 门限η的取值对性能影响明显. 过小的η可能会将噪声判成信号, 导致结果不正确. 由图可知, $\eta = 0.9s_{\min}$是比较好的选择.

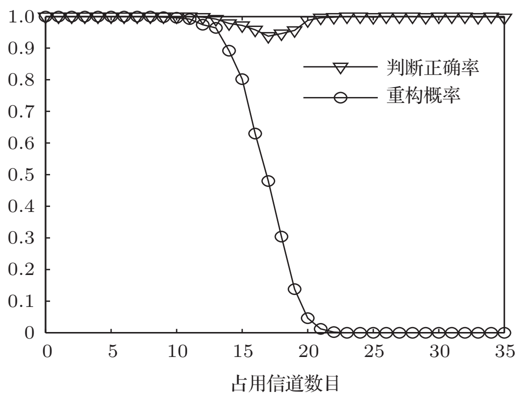

图3 重构结果判断正确率

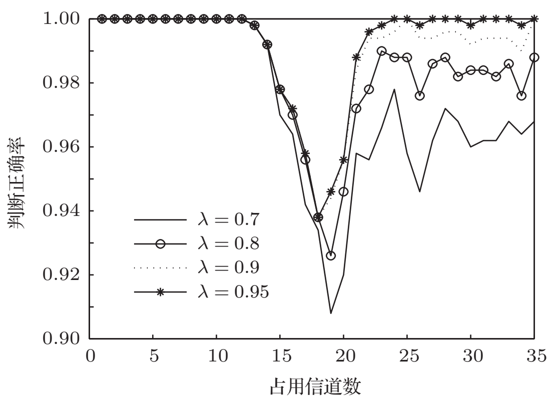

图4 不同判决门限下算法性能

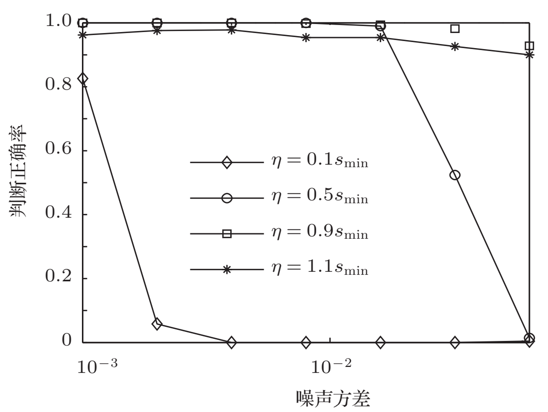

图5 不同噪声方差下算法性能

图6给出了对主用户的干扰概率(只要有一个主用户信道受干扰, 就认为被干扰; 所有信道均不被干扰时, 认为不受干扰). 从图中可以看出, 直接利用重构结果的传统方法缺少对重构成败的判断, 随着占用信道数目的增加, 频谱变得越来越不稀疏, 重构概率也越来越低, 因此, 对主用户的干扰概率越来越高. 而采用本文方法, 则能够将对主用户的干扰概率维持在接近于0的水平, 基本上避免了由于重构结果的不准确导致的对主用户的干扰, 这对于降低主用户干扰来说具有重要的意义.

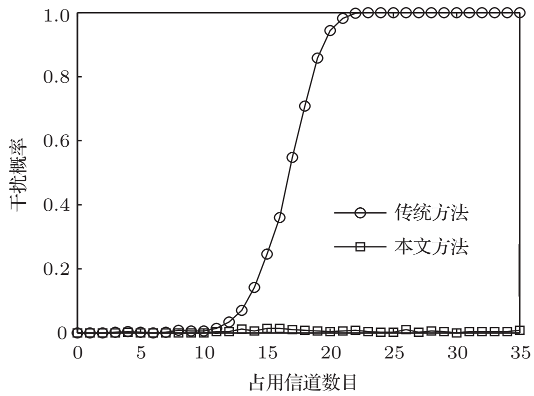

图6 干扰概率

5 结 论

本文提出了一种利用两次连续重构所得稀疏信号支撑之间的相似性来判断RD压缩采样重构成败的方法, 该方法无须多个节点进行协作, 降低了实现复杂度. 仿真结果表明, 该方法能准确判断随机解调器压缩采样重构成败, 用于宽带频谱感知中能够显著降低对主用户的干扰概率. 这对于降低对主用户的有害干扰、保护主用户系统的正常运行这一目标来说具有重要的意义. 需要说明的是, 本文中门限η和门限γ通过仿真进行确定, 后续研究可以考虑这两个参数与判断正确率、噪声功率等的理论关系式, 从而简化门限的选取过程.

参考文献

[1] Haykin S 2005 *IEEE J. Select. Areas Commun.* **23** 201

[2] Zheng S L, Lou C Y, Yang X N 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3611 (in Chinese) [郑仕链, 楼才义, 杨小牛 2010 物理学报 **59** 3611]

[3] Donoho D 2006 *IEEE Trans. Inform. Theory* **52** 1289

[4] Tropp J A, Laska J N, Duarte M F, Romberg J K, Baraniuk R G 2010 *IEEE Trans. Inform. Theory* **56** 520

[5] Mishali M, Eldar Y C 2010 *IEEE J. Select. Topics in Signal Process.* **4** 375

[6] Fudge G L, Bland R E, Chivers M A, Ravindran S, Haupt J, Pace P E 2008 *Proc. 42nd Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers* p541

[7] Sun B, Jiang J J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110701 (in Chinese) [孙彪, 江建军 2011 物理学报 **60** 110701]

[8] Harms A, Bajwa W U, Calderbank R 2012 *Proc. 46th Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers* p1940

[9] Zhang Z, Li H, Yang D, Pei C 2011 *Electron. Lett.* **47** 519

[10] Ning F L, He B J, Wei J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 174212 (in Chinese) [宁方立, 何碧静, 韦娟 2013 物理学报 **62** 174212]

[11] Sun Y L, Tao J X 2014 *Chin. Phys. B* **23** 078703

[12] Wang L Y, Li L, Yan B, Jiang C S, Wang H Y, Bao S L 2010 *Chin. Phys. B* **19** 088106

[13] Tropp J, Gilber 2007 *IEEE Trans. Inform. Theory* **53** 4655

Reconstruction verification for random demodulator based compressed sampling

Zheng Shi-Lian[1)2)†] Yang Xiao-Niu[1)2)] Zhao Zhi-Jin[3)]

1) (*School of Telecommunications Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

2) (*Science and Technology on Communication Information Security Control Laboratory, Jiaxing 314033, China*)

3) (*School of Telecommunications Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China*)

(Received 17 March 2014; revised manuscript received 3 July 2014)

Abstract

A reconstruction failure detection method for random demodulator based compressed sampling is proposed, which utilizes the correlation between two consecutive reconstructed supports of the sparse signal. The method is easy to realize because of its low-computational complexity. Simulations show that the proposed method can judge whether the reconstruction is successful with high accuracy and it can reduce the interference probability with primary users when the signal is not that sparse.

Keywords: cognitive radio, spectrum sensing, random demodulator, compressed sampling

PACS: 84.40.Ua **DOI:** 10.7498/aps.63.228401

† Corresponding author. E-mail: lianshizheng@126.com