

一种考虑电磁波驱动效应的等离子碰撞频率分段计算方法

刘智惟 包为民 李小平 刘东林

**A segmentation calculation method for plasma collision frequency considering the electromagnetic wave driving effect**

Liu Zhi-Wei Bao Wei-Min Li Xiao-Ping Liu Dong-Lin

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica 63, 235201 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.235201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.235201>

当期内容 View Table of Contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/volumn/home.shtml>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[霍尔推进器壁面材料二次电子发射及鞘层特性](#)

段萍, 覃海娟, 周新维, 曹安宁, 刘金远, 卿少伟

2014, 63(8): 085204. 全文: [PDF](#) (515KB)

[电子温度对霍尔推进器等离子体鞘层特性的影响](#)

段萍, 曹安宁, 沈鸿娟, 周新维, 覃海娟, 刘金远, 卿绍伟

2013, 62(20): 205205. 全文: [PDF](#) (407KB)

[电子温度各向异性对霍尔推力器中等离子体与壁面相互作用的影响](#)

卿绍伟, 鄂鹏, 段萍

2012, 61(20): 205202. 全文: [PDF](#) (373KB)

[斜磁场作用下碰撞电负性等离子体鞘层的玻姆判据](#)

邱明辉, 刘惠平, 邹秀

2012, 61(15): 155204. 全文: [PDF](#) (299KB)

[等离子体浸没离子注入非导电聚合物的适应性及栅网诱导效应的研究](#)

黄永宪, 冷劲松, 田修波, 吕世雄, 李垚

2012, 61(15): 155206. 全文: [PDF](#) (1140KB)

# 一种考虑电磁波驱动效应的等离子碰撞频率分段计算方法\*

刘智惟 包为民 李小平† 刘东林

(西安电子科技大学空间科学与技术学院, 西安 710071)

(2014年6月9日收到; 2014年7月10日收到修改稿)

针对高速飞行器等离子鞘套碰撞频率的经验公式忽略电子-带电粒子碰撞以及电磁波对粒子碰撞的驱动效应对碰撞频率计算的影响问题, 提出了一种考虑电磁波驱动效应的碰撞频率分段计算方法. 该算法以等离子动力论为基础, 综合考虑了电子-中性粒子碰撞、电子-带电粒子碰撞以及电磁波驱动效应对碰撞频率计算的影响, 定义了一种新参数——电离热运动比来判断两类碰撞对碰撞频率计算的影响程度, 并根据这一参数值的大小分段计算碰撞频率. 理论分析和仿真结果表明: 所提出的算法在电离热运动比大于5时比经验公式更接近碰撞频率的真实情况, 有助于高速飞行器等离子鞘套碰撞频率的计算和诊断以及电波传播特性的计算.

**关键词:** 等离子鞘套, 碰撞频率, 经验公式, 电波传播

**PACS:** 52.40.Kh, 52.20.Fs, 52.25.Dg, 52.40.Db

**DOI:** 10.7498/aps.63.235201

## 1 引言

高速飞行器在大气层中飞行时会与空气强烈摩擦产生等离子鞘套. 当电磁波在等离子鞘套中传播时, 电磁波的交变电场驱动鞘套内粒子运动和碰撞, 造成电磁波的反射、吸收和折射等效应, 从而导致天线无法有效辐射和接收电磁波. 等离子鞘套内粒子碰撞频繁程度由等离子碰撞频率表征<sup>[1-3]</sup>, 但如何得到碰撞频率一直是一个难题.

等离子碰撞频率获取方法分为诊断和理论计算两类. 已见报道的诊断方法包括微波谐振腔法、探针法、微波透射法等<sup>[4,5]</sup>. 由于诊断原理和飞行器流场环境的限制, 这些方法均无法实际应用于高速飞行器等离子鞘套碰撞频率的诊断.

为了计算高速飞行器等离子鞘套的碰撞频率, 提出了经验公式( $1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$ ) 并广泛应用于等离子鞘套中电磁波传播特性的研究<sup>[1,6-9]</sup>:

$$\nu = 5.8 \times 10^{12} T^{-1/2} [K] P [\text{atm}]. \quad (1)$$

包括桑迪亚国家实验室的电磁信号损耗计算程序(electro-magnetic signal loss)<sup>[9]</sup>、气动热反应 Poly 迭代计算程序(Poly iterative reacting aerothermal evaluation program)<sup>[10]</sup> 以及 Aerotherm 公司开发的边界层矩阵积分计算程序(boundary layer integral matrix procedure code)<sup>[11]</sup> 和边界层矩阵积分计算程序(real gas axisymmetric zero incidence blunt body program)<sup>[12]</sup> 在内的多种高速飞行器流场仿真项目均采用这一公式. 该经验公式将碰撞频率近似为电子-中性粒子碰撞频率, 适用于 2000—6000 K 的纯净空气. 但等离子体实际包含电子、离子和中性粒子三类粒子, 这三类粒子之间以及自身均会发生碰撞. 由于电子质量小、速度快, 电子碰撞是影响等离子碰撞频率的主要因素. 电子碰撞不仅包括电子-中性粒子碰撞, 还包括电子-电子碰撞和电子-离子碰撞. 当等离子体为弱电离状态时, 电子密度低, 用电子-中性粒子碰撞频率近似计算等离子碰撞频率是合理的. 但随着温度的增高, 等离子体加剧电离, 电子-电子碰撞和电子-离

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2014CB340205)和国家自然科学基金(批准号: 61301173)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: xpli@xidian.edu.cn

子碰撞对碰撞频率的影响不断增大. 当达到合适条件, 例如在飞行器再入过程的头部驻点区、火箭发动机喷焰等环境中, 空气剧烈电离, 电离度急剧提高, 电子-电子碰撞和电子-离子碰撞会严重影响等离子碰撞频率的计算, 忽略这两类碰撞会引起等离子碰撞频率计算的偏差.

此外, 电磁波驱动粒子运动和碰撞所引起的速度分布偏离平衡态麦克斯韦分布的效应也会影响等离子碰撞频率. 经验公式忽略了这种影响, 这在电磁波频率远大于碰撞频率时是严格成立的. 但高速飞行器等离子鞘套的碰撞频率最高可达 GHz 量级, 此时的碰撞频率可能会接近甚至超过电磁波频率, 电磁波的驱动效应会影响碰撞频率的计算, 进而影响电磁波传播特性的计算 [13,14].

针对上述问题, 本文根据等离子动力论原理, 分析了电子-电子碰撞、电子-离子碰撞、电子-中性粒子碰撞以及电磁波驱动效应对等离子碰撞频率计算的影响, 定义了一种新的参数电离热运动比来判断三种粒子碰撞对碰撞频率计算的影响, 并以此判据分段计算等离子碰撞频率. 本文方法所需参数均为高速飞行器等离子鞘套常用或易于检测的参数, 有助于高速飞行器等离子碰撞频率的计算、诊断以及电磁波传播特性研究.

## 2 忽略电磁波驱动效应的等离子鞘套碰撞频率分段计算方法

### 2.1 碰撞频率动力论表达式的简化

理论推导是获得碰撞频率的重要途径之一. 根据等离子动力论原理 [15,16], 各向同性的等离子体中, 假设粒子的分布只依赖于速度的绝对值而与方向无关的情况下, 电子-电子碰撞频率、电子-离子碰撞频率和电子-中性粒子碰撞频率可表示为

$$\begin{cases} \nu_{e-m} = \frac{4\pi}{3} a^2 N_m v, \\ \nu_{e-i} = \frac{2\pi N_i e^4 Z^2}{m_e^2 v^3} \ln(1 + \Lambda), \\ \nu_{e-e} = \frac{4\pi N_e e^4}{m_e^2 v^3} \ln \Lambda, \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\nu_{e-m}$  为电子-中性粒子碰撞频率;  $\nu_{e-i}$  为电子-离子碰撞频率;  $\nu_{e-e}$  为电子-电子碰撞频率;  $N_m$  为中性粒子密度;  $N_i$  为离子密度;  $N_e$  为电子密度;  $e$  为电子带电量;  $eZ$  为离子带电量;  $m_e$  为电子质

量;  $v$  为电子速度, 是与电子温度有关的分布函数;  $\Lambda$  为碰撞参量;  $a$  为电子-中性粒子的碰撞半径.

根据粒子碰撞有无库仑力的作用, 将等离子碰撞频率分为电子-中性粒子碰撞频率  $\nu_m$  和电子-带电粒子碰撞频率  $\nu_e$  ( $\nu_e = \nu_{e-e} + \nu_{e-i}$ ) 两类. 用空气平均分子碰撞半径  $\bar{a}$  ( $\bar{a} = 1.2 \times 10^{-8}$  cm) 代替  $a$  [16]、电子平均速度  $\bar{v}$  代替电子速度函数  $v$ , 并假设电子温度  $T_e$  与离子温度  $T_i$  相等, 即  $T_e = T_i = T$ . 当电磁波频率远大于碰撞频率时, 可以忽略电磁波驱动效应对碰撞频率的影响. 根据等离子体准中性条件和等离子体以一次电离为主, 等离子碰撞频率可简化为

$$\begin{cases} \nu = \nu_m + \nu_e, \\ \nu_m = \frac{4\pi}{3} \bar{a}^2 \bar{v} N_m, \\ \nu_e = \frac{2\pi e^4}{(kT)^2} \bar{v} N_e \ln \left( 0.37 \frac{kT}{e^2 N_e^{1/3}} \right), \\ \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}, \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $\nu$  为等离子碰撞频率,  $k$  为玻尔兹曼常数.

根据理想气体状态方程  $P = NkT$  [17] ( $P$  为压强,  $N$  为总粒子密度) 以及粒子数守恒  $N \approx N_m + 2N_e$ , (3) 式可化为

$$\begin{cases} \nu = \nu_m + \nu_e, \\ \nu_m = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2\pi kT}{m_e}} \bar{a}^2 \left( \frac{P}{kT} - 2N_e \right), \\ \nu_e = 4e^4 \sqrt{\frac{2\pi}{(kT)^3 m_e}} N_e \ln \left( 0.37 \frac{kT}{e^2 N_e^{1/3}} \right). \end{cases} \quad (4)$$

### 2.2 $\nu_e$ 和 $\nu_m$ 对碰撞频率计算的影响以及电离热运动比

由 (4) 式可知, 根据  $\nu_e$  和  $\nu_m$  的关系, 可分三类情况计算等离子碰撞频率. 当  $\nu_m \gg \nu_e$  时, 等离子碰撞频率由电子-中性粒子碰撞决定, 可由  $\nu = \nu_m$  计算碰撞频率. 当  $\nu_e \gg \nu_m$  时, 等离子碰撞频率由电子-带电粒子碰撞决定, 可由  $\nu = \nu_e$  计算碰撞频率. 当  $\nu_e$  与  $\nu_m$  接近时, 等离子碰撞频率由电子-带电粒子碰撞和电子-中性粒子碰撞共同决定, 碰撞频率由  $\nu = \nu_e + \nu_m$  计算.

由于  $\nu_m \gg \nu_e$ ,  $\nu_e$  与  $\nu_m$  接近时的等离子体处于弱电离状态,  $P/kT \gg N_e$  是严格成立的 [15,16].

等离子碰撞频率可由下式表达:

$$\nu = \begin{cases} \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2\pi kT}{m_e}} \bar{a}^2 \frac{P}{kT} & (\nu_m \gg \nu_e), \\ 4e^4 \sqrt{\frac{2\pi}{(kT)^3 m_e}} N_e \ln \left( 0.37 \frac{kT}{e^2 N_e^{1/3}} \right) & (\nu_m \ll \nu_e), \\ \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2\pi kT}{m_e}} \bar{a}^2 \frac{P}{kT} + 4e^4 \sqrt{\frac{2\pi}{(kT)^3 m_e}} \times N_e \ln \left( 0.37 \frac{kT}{e^2 N_e^{1/3}} \right) & \text{(其他)}. \end{cases} \quad (5)$$

因此,  $\nu_e$  和  $\nu_m$  的比例关系影响等离子碰撞频率的计算. 这一比例关系如下式所示:

$$\begin{aligned} \nu_e/\nu_m &= 4.02 \times 10^{-7} \frac{N_e[\text{cm}^{-3}]}{P[\text{Pa}]T[\text{K}]} \\ &\quad \times \ln \left( 0.37 \frac{kT}{e^2 N_e^{1/3}} \right) \\ &= 10^G \times (\delta - \theta) \times 4.02 \times 10^{-7}, \\ G &= \lg(N_e[\text{cm}^{-3}]/(P[\text{Pa}]T[\text{K}])), \\ \delta &= \ln(0.37kT/e^2), \\ \theta &= \ln N_e^{1/3}. \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式中的参数  $G$ ,  $\delta$ ,  $\theta$  受高速飞行器流场环境的影响. 关于典型高速飞行器的流场数据的文献 [18—23] 指出, 等离子鞘套的压强、温度和电子密度大致范围分别为  $10^2$ — $10^5$  Pa, 1000—20000 K 和  $10^6$ — $10^{16}$   $\text{cm}^{-3}$ . 因此  $\delta$  的变化范围大致为 12.31—15.30,  $\theta$  为 4.61—12.28,  $G$  为 -4—11. 由 (6) 式可知  $G$  对  $\nu_e/\nu_m$  的影响远大于  $\delta$  和  $\theta$ .

因此, 可将  $G$  作为判断  $\nu_e$  和  $\nu_m$  对等离子碰撞频率计算影响程度的指标.  $G$  的物理含义如下.

根据热力学温度的定义, 电子平均动能与温度存在如下关系:

$$E_e = \frac{3}{2} kT, \quad (7)$$

其中,  $E_e$  代表电子热运动的平均动能,  $E_e = (1/2)m_e v^2$ .

将  $P = NkT$  和 (7) 式代入  $N_e/(PT)$  得

$$\frac{N_e}{PT} = \frac{N_e/N}{v^4} \frac{16}{9} \frac{k}{m_e}. \quad (8)$$

观察 (7) 式,  $N_e/N$  即为电离度. 由此可知,  $N_e/(PT)$  代表了等离子电离度与电子热运动之间的一种比例关系. 电离度增大, 电子密度增大, 中性粒子密度减小, 从而电子-带电粒子碰撞频率

增大、电子-中性粒子碰撞频率减小. 电子速度增大, 电子-中性粒子碰撞频率增大, 但电子-带电粒子碰撞频率减小. 这是由于电子-中性粒子碰撞无库仑力作用, 碰撞截面为定值, 电子-中性粒子碰撞频率正比于电子速度. 电子-带电粒子碰撞有库仑力作用, 碰撞截面与电子速度的四次方成反比, 碰撞截面的迅速减小造成电子-带电粒子碰撞频率的减小. 在电子-中性粒子碰撞频率与电子-带电粒子碰撞频率的此消彼长中, 影响等离子碰撞频率计算的碰撞类型也随之变化.

电离度和电子热运动共同影响等离子碰撞频率的计算. 为了便于使用, 电子密度的单位取等离子鞘套研究中常用的单位  $\text{cm}^{-3}$ , 并对  $N_e/(PT)$  取对数处理得到 (6) 式中参数  $G$  的表达式, 将  $G$  称为电离热运动比. 根据  $G$  的值可以判断  $\nu_e$  和  $\nu_m$  对碰撞频率计算的影响, 进而分段计算碰撞频率.

### 2.3 碰撞频率的分段计算方法

令  $\nu_m = \nu_e$  时  $G = G_{cp}$ , 考察  $\nu$  随  $G$  变化的关系, 结果如图 1 所示. 由图 1 可知:  $G < G_{cp} - l$  时  $\nu = \nu_m$ ,  $G > G_{cp} + l$  时  $\nu = \nu_e$ ,  $G_{cp} - l < G < G_{cp} + l$  时  $\nu = \nu_e + \nu_m$ .  $l$  在 0.5—0.7 之间取值.

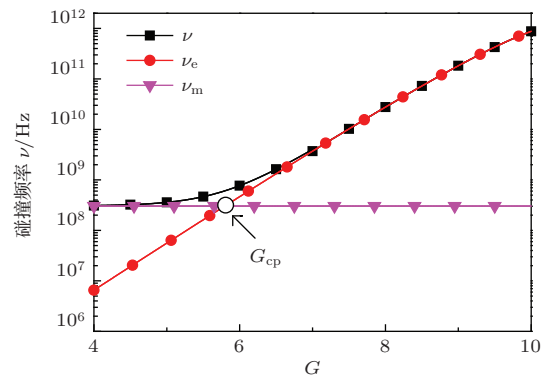


图 1 等离子碰撞频率  $\nu$  与  $G$  的关系 ( $P = 500$  Pa,  $T = 2000$  K)

根据  $G$  与  $G_{cp}$  的大小关系, 可对碰撞频率进行分段计算. 由于  $G_{cp}$  受等离子体温度和压强共同作用, 随温度和压强呈非线性变化关系. 因此, 需要考察  $G_{cp}$  在高速飞行器环境中的范围. 根据典型飞行器压强和温度的范围分别为  $10^2$ — $10^5$  Pa 和 1000—20000 K, 考察  $G_{cp}$  的值. 图 2(a) 给出了在三种典型温度下  $G_{cp}$  随压强的变化, 图 2(b) 给出了三种不同压强下  $G_{cp}$  随温度变化曲线. 由图 2 可知, 温度越高  $G_{cp}$  越低, 压强越大  $G_{cp}$  越低.

总的来说, 高速飞行器典型的  $G_{cp}$  值处于 5.6—6.3 区间内.

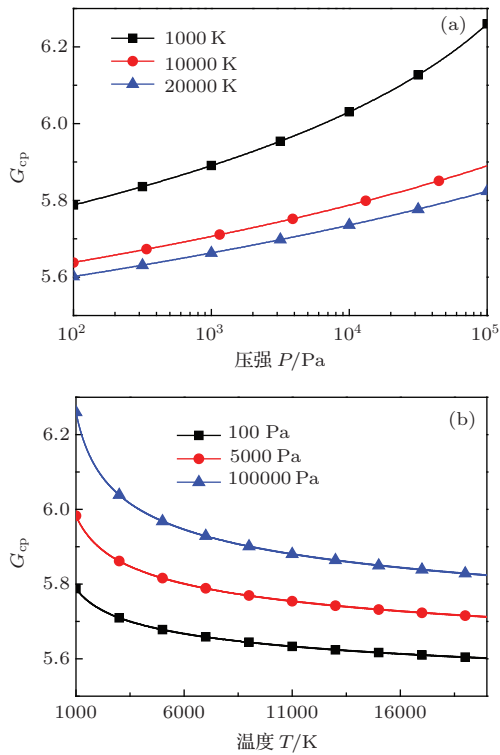


图2  $G_{cp}$  与温度、压强的关系 (a)  $G_{cp}$  随压强变化; (b)  $G_{cp}$  随温度变化

为了方便计算, 考虑到  $l$  的范围, 取  $G_{cp} - l \approx 5$ ,  $G_{cp} + l \approx 7$ . 因此,  $G < 5$  时  $\nu = \nu_m$ ,  $G > 7$  时  $\nu = \nu_e$ ,  $5 < G < 7$  时  $\nu = \nu_e + \nu_m$ . 结合 (5) 式得等离子体碰撞频率的分段计算方法:

$$\nu = 2.71 \times 10^7 P[\text{Pa}]T[\text{K}]^{-1/2} \quad (G < 5), \quad (9a)$$

$$\nu = [2.71 \times 10^7 + 1.09 \times 10^{G+1}(\delta - \theta)] \times T[\text{K}]^{-1/2} P[\text{Pa}] \quad (5 < G < 7), \quad (9b)$$

$$\nu = 1.09 \times 10^{G+1} T[\text{K}]^{-1/2} \times P[\text{Pa}] (\delta - \theta) \quad (G > 7). \quad (9c)$$

### 2.4 分段算法各式的适用范围

为了确定 (9a)—(9c) 式的适用范围, 考察  $G < 5$ ,  $5 < G < 7$  和  $G > 7$  的范围如图 3 所示. 图 3 中纵坐标为  $P[\text{Pa}] \times 10^{10} / N_e [\text{cm}^{-3}]$ . 实际上,  $G > 5$  仅出现在  $N_e > 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  时,  $G > 7$  仅出现在  $N_e > 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  时. 因此, 当电子密度小于  $10^{10}$

$\text{cm}^{-3}$  时, 只需用 (9a) 式计算碰撞频率即可. 当电子密度大于  $10^{10} \text{ cm}^{-3}$ , 小于  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$  时, 算式需在 (9a) 和 (9b) 式中适当选取. 当电子密度大于  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$  时, 算式需在 (9a), (9b) 和 (9c) 式中适当选取. 表 1 列出了不同电子密度下出现  $G = 5$  和  $G = 7$  情况时压强的量级范围以方便算式的选取.

考虑到高速飞行器等离子鞘套中的电子密度与压强并不是完全独立的两个变量, 两者会有一定的耦合关系. 建议  $N_e$  在  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$  以下时使用 (9a) 式, 在  $10^{11}—10^{12} \text{ cm}^{-3}$  时使用 (9b) 式, 在  $10^{13}—10^{14} \text{ cm}^{-3}$  时根据情况使用 (9b) 式或 (9c) 式, 达到或超过  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$  时使用 (9c) 式.

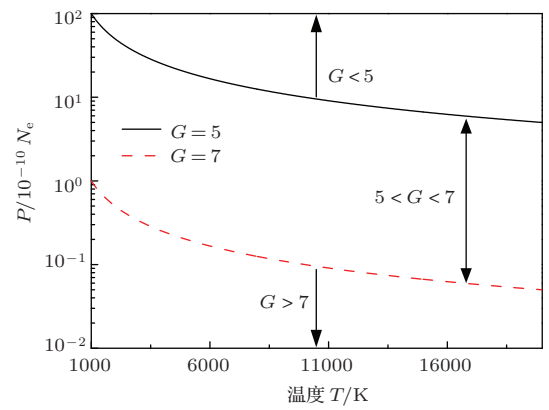


图3 出现  $G < 5$ ,  $5 < G < 7$  和  $G > 7$  情况的区域

表1 不同电子密度下,  $G = 5, 7$  时压强量级的范围 ( $\infty$  表示压强达到或超过  $10^6$  量级; — 表示不存在这种情况)

$N_e/\text{cm}^{-3}$	$G = 5$		$G = 7$	
	$P_{\text{max}}/\text{Pa}$	$P_{\text{min}}/\text{Pa}$	$P_{\text{max}}/\text{Pa}$	$P_{\text{min}}/\text{Pa}$
$1 \times 10^{10}$	$10^2$	$10^1$	—	—
$1 \times 10^{11}$	$10^3$	$10^2$	—	—
$1 \times 10^{12}$	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$
$1 \times 10^{13}$	$10^5$	$10^4$	$10^3$	$10^2$
$1 \times 10^{14}$	$\infty$	$10^5$	$10^4$	$10^3$
$1 \times 10^{15}$	$\infty$	$\infty$	$10^5$	$10^4$
$1 \times 10^{16}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$10^5$

表 2 和表 3 列出了  $\delta$  和  $\theta$  的典型值以方便出现  $5 < G < 7$  和  $G > 7$  情况时碰撞频率的计算.

表2 不同温度下  $\delta$  的典型值

$\delta$	$T/\text{K}$				
	1000	5000	10000	15000	20000
$\delta$	12.31	13.92	14.61	15.02	15.30

表3 不同电子密度下  $\theta$  的典型值

$\theta$	$N_e/\text{cm}^{-3}$						
	$1 \times 10^{10}$	$1 \times 10^{11}$	$1 \times 10^{12}$	$1 \times 10^{13}$	$1 \times 10^{14}$	$1 \times 10^{15}$	$1 \times 10^{16}$
$\theta$	7.68	8.44	9.21	9.98	10.75	11.51	12.28

### 3 考虑电磁波驱动效应的等离子鞘套碰撞频率计算方法

在基于统计物理原理的等离子体动力学中, 粒子状态以分布函数  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  来表示. 其中,  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  和  $t$  分别为位置、速度和时间. 在等离子体中, 粒子的状态是不断变化的. 因此, 等离子体可以由粒子状态变化的方程来描述:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_c, \quad (10)$$

其中,  $\frac{\partial f}{\partial t}$  表示  $f$  随时间的变化;  $\mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}$  表示由于粒子以速度  $\mathbf{v}$  运动引起的坐标改变而导致  $f$  的变化;  $\frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}$  表示由于外力  $\mathbf{F}$  作用引起速度改变而导致  $f$  的变化;  $\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_c$  为碰撞项, 是内外场共同作用下粒子随机运动和碰撞造成  $\frac{\partial f}{\partial t}$  偏离

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0$$

状态所引起的效应的总称.

在不考虑  $\mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}$  项、外场只有电磁场时, 令电场  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j\omega t}$ , 则等离子体的总电流密度为<sup>[16]</sup>

$$J = e \int \mathbf{v} f d\mathbf{v} = \frac{8e^2 N_e \mathbf{E}}{3\sqrt{\pi} m_e} \int_0^\infty \frac{u^4 e^{-u^2}}{j\omega + \nu(u)} du, \quad (11)$$

$$u = \sqrt{\frac{m_e}{2kT}} v,$$

式中碰撞频率  $\nu(u)$  是关于电子随机运动速度的分布函数. 在无外场作用时, 电子随机运动服从平衡态的麦克斯韦分布. 在电磁波交变电场驱动下, 电子随机运动偏离平衡态分布, 碰撞频率分布也随之偏离平衡态分布.

在经典电动力学中, 等离子体的总电流密度为

$$J = j\omega \varepsilon_0 \left[ 1 - \frac{e^2 N_e}{\varepsilon_0 m_e \omega (\omega - j\bar{\nu})} \right] \mathbf{E}, \quad (12)$$

式中碰撞频率  $\bar{\nu}$  是一种描述电子动量变化率的平均量.

(11) 式显然要比 (12) 式复杂得多. 因此, 为了便于研究电磁波传播特性, 等离子体动力学引入等离子体有效碰撞频率  $\nu_{\text{eff}}$  来处理 (11) 式, 使电流密度具有像 (12) 式一样的表达方式:

$$J = j\omega \varepsilon_0 \left[ 1 - \frac{e^2 N_e}{\varepsilon_0 m_e \omega (\omega - j\nu_{\text{eff}})} \right] \mathbf{E}. \quad (13)$$

由 (11) 和 (13) 式可以得到等离子体有效碰撞频率  $\nu_{\text{eff}}$ . 显然  $\nu_{\text{eff}}$  是关于  $\omega$  的复杂函数, 难以直接计算. 因此需要根据具体情况对  $\nu_{\text{eff}}$  进行简化. 例如, 当  $\omega \gg \nu_{\text{eff}}$  时, 电磁波的驱动效应可以忽略,  $\nu_{\text{eff}}$  就简化为 (3) 式. 为了得到从  $\omega \gg \nu_{\text{eff}}$  至  $\omega \ll \nu_{\text{eff}}$  全范围内的  $\nu_{\text{eff}}$ , 本文将借鉴等离子体的磁流体现象研究中的成果.

根据磁流体力学中的广义欧姆定律, 等离子体的总电流密度为

$$J = (\sigma + j\omega \varepsilon_0) \mathbf{E}, \quad (14)$$

式中  $\sigma$  就是通常所说的等离子体电导率.

Shkarofsky<sup>[24]</sup> 曾提出一种等离子体电导率的表达式:

$$\sigma = \frac{N_e e^2}{m_e} \frac{1}{g\nu_\omega + jh\omega}, \quad (15)$$

式中,  $\nu_\omega$  是  $\omega \gg \nu_{\text{eff}}$  时计算得到的碰撞频率, 可采用 (9) 式计算;  $g$  和  $h$  是关于  $\omega/\nu$ ,  $\nu_{e-m}/\nu_{e-e}$  和  $\nu_{e-i}/\nu_{e-e}$  的复杂函数, 详细分析可参考文献<sup>[24]</sup>.

结合 (13), (14) 和 (15) 式可得考虑电磁波驱动效应时的碰撞频率分段算法:

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{g(\omega/\nu, \nu_m/\nu_e)}{h(\omega/\nu, \nu_m/\nu_e)} \nu = K\nu, \quad (16)$$

式中  $\nu$  由本文第二部分提出的忽略电磁波驱动效应的碰撞频率分段方法即 (9) 式计算. 表 4 列出了  $K$  的部分取值.

表 4 不同情况下  $K$  的取值

$\omega/\nu$	$\nu_m/\nu_e$			
	0	0.1	10	$\infty$
0	0.4257	0.5951	0.9069	0.7543
0.01	0.4257	0.5951	0.9069	0.7543
0.1	0.4272	0.6007	0.9088	0.7656
1	0.4727	0.6160	0.9414	0.9061
10	0.7372	0.8321	1.0000	1.0000
100	0.9993	1.0000	1.0000	1.0000
$\infty$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

### 4 碰撞频率分段算法下等离子鞘套电磁波传播常数的计算及分析

电磁波在等离子体中传播时与等离子体相互作用, 造成电磁波的幅度衰减和相位延迟<sup>[25]</sup>.

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2}} \sqrt{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}\right)^2 + \left(\frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}\right)^2} - 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}},$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2}} \sqrt{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}\right)^2 + \left(\frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}\right)^2} + 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}}, \quad (17)$$

式中,  $\alpha$  为衰减系数, 反映了电磁波传播过程中的幅度衰减;  $\beta$  为相位系数, 反映了电磁波传播过程中的相位延迟;  $\mu_0, \varepsilon_0$  分别为真空磁导率和真空介电常数;  $\omega, \omega_p$  和  $\nu$  分别为电波频率、等离子体频率和等离子体碰撞频率,  $\omega_p = \sqrt{e^2 N_e / (\varepsilon_0 m_e)}$ .

分别采用忽略电磁波驱动效应的分段算法(9)式和考虑驱动效应的分段算法(16)式计算 GPS 波段、北斗波段和 Ka 波段电磁波在等离子体中的传播常数并与经验公式(1)进行对比, 结果如图 4 所示.

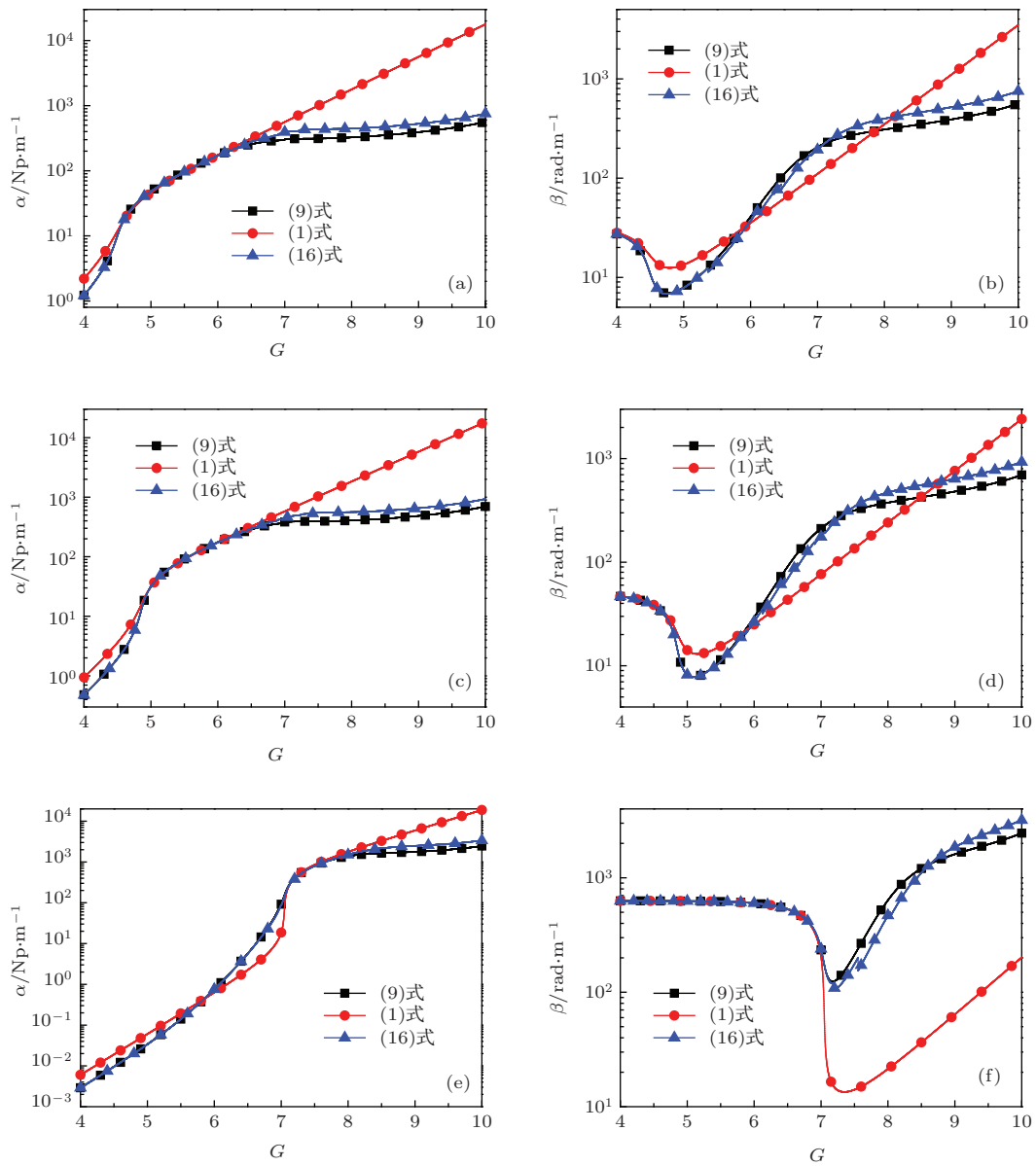


图 4 不同碰撞频率算法下电磁波传播常数的对比 ( $T = 2000 \text{ K}, P = 500 \text{ Pa}$ ) (a)  $\alpha$  ( $f = 1.575 \text{ GHz}$ ); (b)  $\beta$  ( $f = 1.575 \text{ GHz}$ ); (c)  $\alpha$  ( $f = 2.4 \text{ GHz}$ ); (d)  $\beta$  ( $f = 2.4 \text{ GHz}$ ); (e)  $\alpha$  ( $f = 30 \text{ GHz}$ ); (f)  $\beta$  ( $f = 30 \text{ GHz}$ )

由图 4 可得,  $G < 5$  时, 采用 (9) 和 (16) 式计算得到的电磁波传播常数与经验公式计算结果接近, 变化趋势一致.  $G > 5$  时, 本文算法与经验公式在计算电磁波传播常数时出现明显差异. 其中,  $5 < G < 7$  时, GPS 和北斗波段的相频特性差异明显, 最大可达 0.5 个量级, 幅频特性几乎无差异. Ka 频段的相频特性和幅频特性的差异均不明显.  $G > 7$  时, GPS、北斗和 Ka 波段的幅频特性和相频特性的差异均比较显著, 最大可以超过一个量级. 其中, GPS、北斗和 Ka 波段幅频特性的差异随  $G$  增大而增大, GPS 和北斗波段相频特性的差异  $G$  增大呈现先减小后增大的趋势. 而 Ka 波段相频特性的差异最大, 始终保持接近一个量级的程度.

由于分段算法综合考虑了电子-带电粒子碰撞和电子-中性粒子碰撞对碰撞频率计算的影响, 在  $G > 5$  时计算得到的碰撞频率比经验公式更接近真实情况. 对比分段算法和经验公式用于电磁波传播常数计算时的差异可得: 当  $G > 5$  时忽略电子-带电粒子碰撞对碰撞频率计算的影响会引起电磁波传播常数计算结果与真实传播情况的偏差, 这种偏差在  $G > 7$  时尤为明显.

在计算电磁波传播特性时, 根据给定的温度和压强条件由经验公式计算碰撞频率, 并将  $N_e$  作为变量来研究电磁波传播特性的变化是一种常见的做法. 但结合对图 4 的分析可知, 这种做法在物理原理上存在缺陷. 因为在定温定压条件下,  $N_e$  与  $G$  线性正相关,  $N_e$  的变化可等价为  $G$  的变化. 当  $N_e$  足够大使  $G > 5$  时, 电子-带电粒子碰撞对碰撞频率计算的影响不能忽略, 等离子碰撞频率会随  $N_e$  变化, 将碰撞频率视为经验公式所计算的定值会造成传播特性计算的偏差, 在  $G > 7$  时偏差尤为明显.

在 GPS、北斗和 Ka 波段, 采用忽略电磁波驱动效应的碰撞频率算法 (9) 式和考虑驱动效应的算法 (16) 式计算得到的传播常数的差距在 0.2 个量级以内. 考虑到高速飞行器流场的激波、湍流等剧烈波动对电磁波的干扰造成的不确定性会淹没两式的差别, 研究 GPS、北斗或 Ka 波段电磁波在等离子鞘套中的传播特性时 (9) 和 (16) 式均可采用.

## 5 结 论

本文根据等离子动力学原理, 在综合考虑电子-带电粒子碰撞、电子-中性粒子碰撞以及电磁波对等离子体运动和碰撞的驱动效应的基础上, 提出了考虑电磁波驱动效应的等离子鞘套碰撞频率

分段计算方法. 分段算法定义了一个新的参数电离运动比  $G$ , 并根据  $G < 5$ ,  $5 < G < 7$  和  $G > 7$  的分段计算碰撞频率. 通过物理分析电子-中性粒子碰撞和电子-带电粒子碰撞对碰撞频率计算的影响可知, 本文所提出的方法在  $G > 5$  时比经验公式更接近粒子碰撞的真实情况.

将分段算法与经验公式分别用于计算电磁波传播常数, 并对结果进行比较得: 对于  $5 < G < 7$  时 GPS 和北斗波段的相频特性以及  $G > 7$  时 GPS、北斗和 Ka 波段的幅频特性和相频特性的计算, 分段算法的结果与经验公式差异较大, 由于分段算法更接近粒子碰撞的真实情况, 此时使用分段算法更合适.

综上所述, 本文提出的方法有助于高速飞行器等离子鞘套碰撞频率的计算和诊断以及等离子鞘套电磁波传播特性的计算. 寻找合适的实验手段诊断碰撞频率, 结合更加详细的真实流场数据对本文所提计算方法进行修正将是接下来工作的重点和难点.

## 参考文献

- [1] Chang Y 2009 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [常雨 2009 博士学位论文 (长沙: 国防科学技术大学)]
- [2] Rybak J P, Churchill R J 1971 *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **AES-7** 879
- [3] Zhao H Z, Wu S J, Dong N H 1983 *Chin. J. Geophys.* **26** 9 (in Chinese) [赵汉卓, 吴是静, 董乃涵 1983 地球物理学报 **26** 9]
- [4] Xu J Z, Shi J J, Zhang J, Zhang Q, Nakamura K, Sugai H 2010 *Chin. Phys. B* **19** 075206
- [5] Ma M R, Chen Y L, Wang L M, Wang C 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1854
- [6] Le J L 2005 *Reentry Physics* (Beijing: National Defence Industry Press) p28 (in Chinese) [乐嘉陵 2005 再入物理 (北京: 国防工业出版社) 第 28 页]
- [7] Lin T C, Sproul K 1995 *26th Plasmadynamics and Lasers Conference* San Diego, USA, June 19–22, 1995 AIAA 95-1942
- [8] Liu S B 2004 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [刘少斌 2004 博士学位论文 (长沙: 国防科学技术大学)]
- [9] Potter D L 2006 *37th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference* San Francisco, USA, June 5–8, 2006 p3239
- [10] Russo A J 1964 *Interaction of Plane Electromagnetic Waves with a Fully Ionized Plasma* (Albuquerque: Sandia National Laboratories) SC-TM-64-64A
- [11] Murray A L 1988 *Further Enhancements of the BLIMP Computer Code and User's Guide* (Mountain View: Aerotherm Corporation) AFWAL-TR-88-3010



- [12] Abbett M J 1971 *Finite Difference of the Subsonic/Supersonic Inviscid Flowfield About a Supersonic Axisymmetric Blunt Body at Zero Incidence-Analysis and User's Manual* (Mountain View, CA: Aerotherm Corporation) UM-71-34
- [13] Zheng L, Zhao Q, Luo S G, Ma P, Liu S Z, Huang C, Xing X J, Zhang C Y, Chen X L 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 155203 (in Chinese) [郑灵, 赵青, 罗先刚, 马平, 刘述章, 黄成, 邢晓俊, 张春艳, 陈旭霖 2012 物理学报 **61** 155203]
- [14] Yang M, Li X P, Liu Y M, Shi L, Xie K 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 085201 (in Chinese) [杨敏, 李小平, 刘彦明, 石磊, 谢楷 2014 物理学报 **63** 085201]
- [15] Gurevich A V (translated by Liu X M, Zhang X X) 1986 *Nonlinear Phenomena in the Ionosphere* (Beijing: Science Press) pp16–140 (in Chinese) [古列维奇 A V 著 (刘选谋, 张训械译) 1986 电离层中的非线性现象 (北京: 科学出版社) 第 16—140 页]
- [16] Ginzburg V L (translated by Qian S X) 1978 *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas* (Beijing: Science Press) pp65–84 (in Chinese) [金兹堡 V L 著 (钱善璿译) 1978 电磁波在等离子体中的传播 (北京: 科学出版社) 第 65—84 页]
- [17] Liu X M, Song Y H, Wang Y N 2011 *Chin. Phys. B* **20** 065205
- [18] Dunn M G, Kang S W 1973 *Theoretical and Experimental Studies of Reentry Plasmas* (Washington: National Aeronautics and Space Administration) NASA-CR-2232
- [19] Jones W L, Cross A E 1972 *Electrostatic-Probe Measurements of Plasma Parameters for Two Reentry Flight Experiments at 25000 Feet Per Second* (Hampton: Langley Research Center) NASA-TN-D-6617
- [20] Gnoffo P A, Gupta R N, Shinn J L 1989 *Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium* (Hampton: Langley Research Center) NASA-TP-2867
- [21] National Aeronautics and Space Administration 1965 *Conference on Langley Research Related to Apollo Mission* Hampton, USA, June 22–24, 1965 NASA-SP-101
- [22] Howe John T 1989 *Hypervelocity Atmospheric Flight: Real Gas Flow Fields* (Moffett Field: Ames Research Center) NASA-TM-101055
- [23] National Aeronautics and Space Administration *The Entry Plasma Sheath and Its Effects on Space Vehicle Electromagnetic Systems Volume I* Hampton, Virginia October 13–15, 1970 NASA-SP-252
- [24] Shkarofsky I P 1961 *Can. J. Phys.* **39** 1619
- [25] Yuan Z C, Shi J M 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 095202 (in Chinese) [袁忠才, 时家明 2014 物理学报 **63** 095202]

# A segmentation calculation method for plasma collision frequency considering the electro-magnetic wave driving effect\*

Liu Zhi-Wei Bao Wei-Min Li Xiao-Ping<sup>†</sup> Liu Dong-Lin

(School of Aerospace Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

( Received 9 June 2014; revised manuscript received 10 July 2014 )

## Abstract

An empirical formula of collision frequency has been used for years to calculate the collision frequency of aircraft plasma sheath. But the formula ignores the influences of electron-electron impact, electron-ion impact, and electro-magnetic (EM) wave driving effect on the collision frequency. To remedy these deficiencies, this paper proposes a segmentation calculation method. Based on the plasma kinetic theory, combined with real flow conditions and synthesizing the influences of electron-electron impact, electron-ion impact and EM wave driving effect together, this method defines a new parameter, ionization-to-thermal motion ratio, to calculate the collision frequency segmentally. Theoretical analysis and simulation results demonstrate that this method is closer to the truth than the empirical formula when ITR is greater than 5.

**Keywords:** plasma sheath, collision frequency, empirical formula, wave propagation

**PACS:** 52.40.Kh, 52.20.Fs, 52.25.Dg, 52.40.Db

**DOI:** [10.7498/aps.63.235201](https://doi.org/10.7498/aps.63.235201)

---

\* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2014CB340205) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61301173).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [xpli@xidian.edu.cn](mailto:xpli@xidian.edu.cn)