

超椭圆柱面梯度线圈设计

王亮 曹英晖 贾峰 刘震宇

Design of gradient coils on super-elliptical cylindrical surfaces

Wang Liang Cao Ying-Hui Jia Feng Liu Zhen-Yu

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica 63, 238301 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.238301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.238301>

当期内容 View Table of Contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/volumn/home.shtml>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

黏弹性问题的改进的复变量无单元 Galerkin 方法

彭妙娟, 刘茜

2014, 63(18): 180203. 全文: [PDF](#) (325KB)

压缩感知理论在矩量法中的应用

王哲, 王秉中

2014, 63(12): 120202. 全文: [PDF](#) (1088KB)

用于脉冲等离子体推力器烧蚀过程仿真的新型机电模型

张华, 吴建军, 张代贤, 张锐, 何振

2013, 62(21): 210202. 全文: [PDF](#) (459KB)

时域磁场积分方程时间步进算法稳定性研究

李金艳, 聂在平, 赵延文

2013, 62(9): 090206. 全文: [PDF](#) (1104KB)

结合振动控制的柱面纵向梯度线圈目标场设计方法

胡格丽, 倪志鹏, 王秋良

2014, 63(1): 018301. 全文: [PDF](#) (1282KB)

超椭圆柱面梯度线圈设计*

王亮¹⁾²⁾ 曹英晖¹⁾ 贾峰³⁾ 刘震宇^{1)†}

1)(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033)

2)(中国科学院大学, 北京 100039)

3)(弗莱堡大学医学院放射与医学物理系, 弗莱堡 79106)

(2014年6月10日收到; 2014年7月31日收到修改稿)

超椭圆柱设计表面能够减小线圈与目标的距离, 提高空间利用率, 扩大成像区域的有效范围. 提出利用流函数法及柱面的可展性在超椭圆柱面上设计核磁共振成像系统中的梯度线圈. 根据 Biot-Savart 定律建立磁场强度与流函数的表达式, 采用最小二乘法和 Tikhonov 正则化方法构造了双目标设计函数. 利用柱面的可展性提高了基于分片离散流函数计算电磁场的数值精度, 通过 L-曲线方法实现了正则参数的合理选取. 通过引入适当的流函数边界约束条件, 把梯度线圈的优化问题转化为适定线性方程组的直接求解问题. 通过数值算例验证了超椭圆柱面展开求解方法的正确性. 优化结果显示, 在满足线性度误差小于 5% 的设计约束下, 该方法在设计超椭圆柱面线圈驱动电流分布的同时有效控制了梯度线圈的能耗.

关键词: 梯度线圈, 流函数, 超椭圆柱面, 可展曲面

PACS: 83.85.Fg, 02.60.Cb, 02.30.Zz, 84.32.Hh

DOI: 10.7498/aps.63.238301

1 引言

磁共振成像(magnetic resonance imaging, MRI) 系统是一种很有发展前景和潜力的高科技医学影像系统, 可做任何方向的体层检查, 可反映人体分子水平的生理、生化等方面的功能特性. MRI 系统主要由主磁体、梯度磁场、射频系统、计算机操作系统四部分组成. 主磁体产生均匀静磁场, 是主要组成部分. 梯度磁场提供质子的三维空间信息, 便于重建图像. 射频系统实施激励与接收磁共振(magnetic resonance, MR) 信号. 计算机操作系统控制梯度磁场与射频脉冲, 实现图像显示. 梯度线圈为系统提供线性度满足要求的、可快速开关的梯度磁场, 以提供 MR 信号的空间位置信息, 实现成像体素的空间定位^[1]. 本文就梯度线圈的设计进行研究讨论.

梯度线圈的设计属于优化问题, 即在非交叉设计表面上优化电流密度分布, 从而在设计表面内部的感兴趣区域(region of interest, ROI) 内获得指定的梯度磁场分布. 梯度磁场的强度决定了空间分辨率, ROI 决定了成像区域的有效范围^[2]. 理想梯度磁场的线性度误差一般不超过 5%^[1]. 线圈设计主要以规则设计表面为主, 如圆柱面^[3-10] 和双平面^[10-19] 已得到广泛应用. 由于圆柱设计表面具有封闭性, 所以其空间分布率高. 双平面因其开放性, 空间分布率低, 但间距便于调整, 利于改善目标区域的场强. 挤压圆柱表面, 减小线圈与检测对象间的距离, 使其保持圆柱表面性质的同时兼具双平面性质, 这具有重要意义. 本文提出在超椭圆柱表面(横截面如图 1 所示) 上进行线圈设计, 减小线圈与检测对象间距离的同时有利于提高空间利用率, 扩大成像区域的有效范围^[3].

梯度线圈设计的主要方法有目标场法、流函数

* 国家自然科学基金(批准号: 51275504)、吉林省科技发展计划(批准号: 20140519007JH) 和欧盟研究署‘RANGEMRI’ 启动项目(批准号: 282345) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liuzy@ciomp.ac.cn

法. 目标场法通过 Biot-Savart 解析表达式对感兴趣区域内的磁感应强度做级数展开, 最先由 Turner^[3] 提出. Moon 等^[20] 提出先在圆柱面上进行优化设计, 再通过保角映射 (conformal mapping)^[19] 将圆柱面上的优化结果映射至超椭圆柱面上. 根据柱面的可展性以及便于灵活设计的流函数法^[5], 本文提出在超椭圆柱面的展开平面上进行线圈设计.

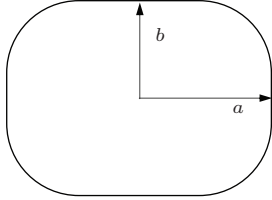


图 1 超椭圆柱面横截面

2 理论方法

2.1 流函数法

根据右手螺旋定则, x, y, z 轴方向的电流产生相应的磁感应强度 B_x, B_y, B_z . 梯度线圈的设计是逆向求解, 已知所需产生的磁感应强度 \mathbf{B} , 求解电流密度 \mathbf{J} 以及线圈的构型. 由于直接求解电流密度矢量 \mathbf{J} 的分布较困难, 为此引入标量流函数 ψ . 设计表面上的电流密度 \mathbf{J} 用流函数 ψ 表示为^[11]

$$\mathbf{J} = \nabla \times (\psi \cdot \mathbf{n}_e), \quad (1)$$

其中, \mathbf{n}_e 为线圈设计表面 Γ_{coil} 的单位法向量, 表面电流密度 \mathbf{J} 满足连续性方程 $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$, 即散度为零. 此外, 流函数 ψ 有如下性质^[8,21]: 1) 流函数的等值线与表面电流密度平行; 2) 等距的流函数线形通过的电流相等; 3) 与电流的大小关系满足 $I = (\max \psi - \min \psi)/N$, 其中 N 为线圈匝数.

2.2 磁感应强度 B_z

取超椭圆柱面母线平行于 z 轴, 则其在直角坐标系中的标准方程为

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{m}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{n}} = 1,$$

对应的参数方程为

$$\begin{cases} x = a |\cos \theta|^m \text{sign}(\cos \theta), \\ y = b |\sin \theta|^n \text{sign}(\sin \theta), \end{cases}$$

其中, a, b 分别为超椭圆的长短半轴的半轴长, 决定了纵横比; $m, n \in (0, 1]$, 决定了超椭圆柱面的曲

率^[22,23]. 超椭圆柱面的参数形式可保证采样点的空间均布率^[20,24].

本文根据柱面的可展性, 在超椭圆柱面展开面上计算磁感应强度 B_z , 相比圆柱面展开^[5], 计算难度有所增加, 计算模型更加复杂. 根据 Biot-Savart 定律, 积分区域为展开平面. 设计表面与其对应展开面如图 2 所示.

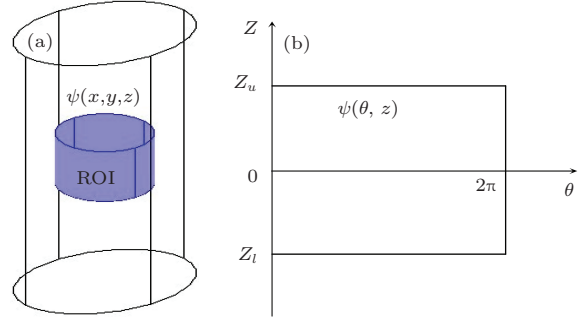


图 2 (a) 电流设计表面 Γ_{coil} 和感兴趣区域 ROI; (b) 柱面展开面

在直角坐标下, 线圈设计表面 Γ_{coil} 的单位法向量^[22]

$$\mathbf{n}_e = \mathbf{n} / |\mathbf{n}|,$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= (n_x, n_y, 0), \\ |\mathbf{n}| &= \sqrt{n_x^2 + n_y^2}, \\ n_x &= bn |\cos \theta|^{2-m} \text{sign}(\cos \theta), \\ n_y &= am |\sin \theta|^{2-n} \text{sign}(\sin \theta). \end{aligned}$$

从而由 (1) 式得到表面电流密度 \mathbf{J} 的 x, y 分量

$$\begin{aligned} J_x(\theta, z) &= -\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{n_y}{|\mathbf{n}|}, \\ J_y(\theta, z) &= \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{n_x}{|\mathbf{n}|}. \end{aligned}$$

ROI 内某点 (r_i, θ_i, z_i) 的磁场 B_z 用 Biot-Savart 定律计算如下^[25]:

$$\begin{aligned} B_z(r_i, \theta_i, z_i) &= \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{z_i}^{z_u} \int_0^{2\pi} \frac{J_y(\theta, z) R_C - J_x(\theta, z) R_S}{(R_C^2 + R_S^2 + (z - z_i)^2)^{\frac{3}{2}}} dl dz, \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} R_S &= b |\sin \theta|^n \text{sign}(\sin \theta) - r_i \sin \theta_i, \\ R_C &= a |\cos \theta|^m \text{sign}(\cos \theta) - r_i \cos \theta_i, \\ dl &= \left\{ (am \sin \theta)^2 |\cos \theta|^{2m-2} \right. \end{aligned}$$

$$+ (bn \cos \theta)^2 |\sin \theta|^{2n-2} \}^{1/2} d\theta,$$

z_u, z_l 分别是超椭圆柱 z 轴向的上下边界。

本文对展开面上的流函数 ψ 进行四边形网格划分, 并用拉格朗日线性元插值 [26]:

$$\psi = \sum_{j=1}^f \psi_j N_j,$$

其中, ψ_j 为各节点值, N_j 为插值函数, f 为设计表面 Γ_{coil} 上的节点总数。

3 线圈优化设计模型

3.1 目标函数

采用最小二乘目标函数法 [27] 表示磁感应强度 B_z 与目标磁感应强度 B_{z0} 之间的误差

$$F_1 = \int_{\Omega_{\text{ROI}}} (B_z - B_{z0})^2 d\Omega_{\text{ROI}}, \quad (2)$$

由于最小二乘目标函数的优化解可能不惟一 [28], 引入线圈功耗作为辅助目标函数 [5,7,18]

$$F_2 = \frac{\rho}{t} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} |\mathbf{J}|^2 d\Gamma_{\text{coil}}, \quad (3)$$

其中, ρ 为线圈材料电阻率, $\rho = 1.667 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$; t 为导电层厚度, $t = 3 \text{ mm}$. 采用 Tikhonov 正则化方法构建目标函数 [29,30]

$$F = F_1 + \beta F_2, \quad (4)$$

其中, β 为正则参数, 且满足 $\beta > 0$.

3.2 灵敏度分析

对 ROI 取样, 目标函数 F_1 离散为

$$F_1^* = \sum_{i=1}^p \omega_i (B_{zi} - B_{z0i})^2, \quad (5)$$

其中, p 表示采样点的个数; ω_i 是离散取样点 (r_i, θ_i, z_i) 的权重, 本文取为 1. 目标函数 F_2 离散为

$$F_2^* = \frac{\rho}{t} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} \left[\nabla \times \left(\sum_{j=1}^f \psi_j N_j \cdot \mathbf{n}_e \right) \right]^2 d\Gamma_{\text{coil}}, \quad (6)$$

则 (4) 式的离散形式表示为

$$F^* = F_1^* + \beta F_2^*. \quad (7)$$

为了使目标函数取最小值, 对 (7) 式求一阶导数, 得到目标函数关于设计变量 ψ 的灵敏度表达式:

$$\frac{\partial F^*}{\partial \psi_j} = \sum_{i=1}^p 2 (B_{zi} - B_{z0i}) \frac{\partial B_{zi}}{\partial \psi_j}$$

$$+ 2\beta \sum_{k=1}^f P_{jk} \psi_k, \quad (8)$$

其中,

$$\frac{\partial B_{zi}}{\partial \psi_j} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{z_l}^{z_u} \int_0^{2\pi} dl dz \times \frac{\partial N_j}{\partial z} (n_{ex} R_C + n_{ey} R_S) \times \frac{1}{(R_C + R_S + (z - z_i))^{3/2}}, \quad (9)$$

$$P_{jk} = \frac{\rho}{t} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} \nabla \times (N_j \cdot \mathbf{n}_e) \cdot \nabla \times (N_k \cdot \mathbf{n}_e) d\Gamma_{\text{coil}}. \quad (10)$$

3.3 约束条件

本文设计的线圈满足以下性质 [5].

1) 封闭性: 设计表面边界上的流函数 ψ 取相同值. 本文上下边界流函数 ψ 取值为零.

2) 对称性: 本文选取整个柱面作为设计表面, 满足左右边界对称. 虽然与选取部分柱面作为设计表面相比, 计算成本高, 但其具有一般性. 设计表面 Γ_{coil} , ROI、网格划分不变, 则 (9),(10) 式不变, 计算一次并将其存储. 对于同一模型, 只需更改目标函数和灵敏度的对称约束, 提高了运算效率.

3.4 方程组的建立

约束处理后, 矩阵 \mathbf{P} 为对称正定矩阵, 其 Cholesky 分解惟一 [31].

令灵敏度 $\frac{\partial F^*}{\partial \psi_j} = 0$ ($j = 1, 2, \dots, f$), 代入 (8) 式得

$$\left(\sum_{i=1}^p \left(\frac{\partial B_{zi}}{\partial \psi_j} \right)^2 + \beta \sum_{k=1}^f P_{jk} \right) \psi_j = \sum_{i=1}^p B_{z0i} \frac{\partial B_{zi}}{\partial \psi_j}. \quad (11)$$

直接法求解线性方程组 (11), 得展开面上流函数值 ψ_j ($j = 1, 2, \dots, f$), 获得线圈的构型.

3.5 正则参数的确定

(7) 式对应 Tikhonov 正则化的一般式 [32]

$$\min \left\{ \|B_z - B_{z0}\|_2^2 + \beta \|D\psi\|_2^2 \right\},$$

其中, 矩阵 \mathbf{D} 满足 $\mathbf{D}^T \mathbf{D} = \mathbf{P}$, 由 \mathbf{P} 的 Cholesky 分解所得. 正则参数 β 值通过 L-曲线方法 [32,33] 求得, 不同的几何模型 β 值不同. L-曲线是以自然对

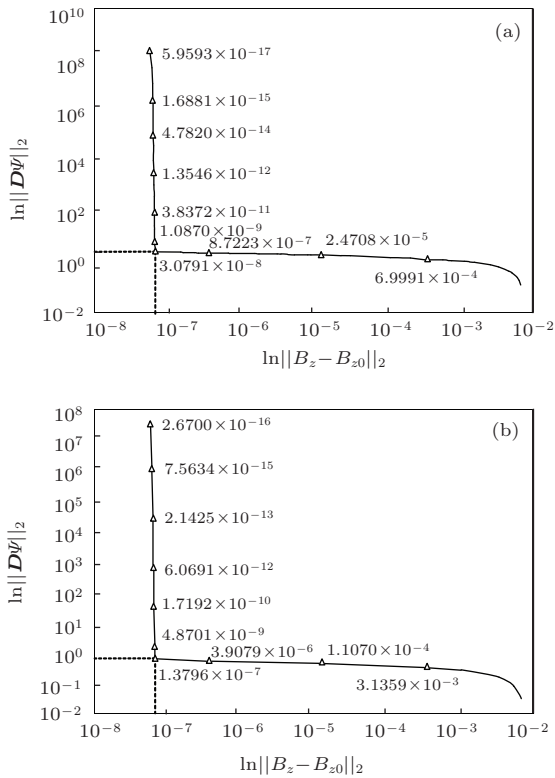


图3 椭圆柱面正则参数 β 值的 L-曲线图解 (a) 椭圆柱面展开平面, 平衡点正则参数 $\beta = 1.8168 \times 10^{-8}$; (b) 三维椭圆柱面, 平衡点正则参数 $\beta = 8.1401 \times 10^{-8}$

数为底的双对数图, 通常形如“L”, 其横向对应 $\ln \|B_z - B_{z0}\|_2$ 随 β 值变化的敏感程度, 其纵向对应 $\ln \|D\psi\|_2$ 随 β 值变化的敏感程度. 正则参数 β 值的选取是对 $\min \|B_z - B_{z0}\|_2$ 与 $\min \|D\psi\|_2$ 二者

进行权衡. L-曲线的拐点为平衡点 [33], 图 3 中虚线的交点即为拐点.

4 算例

设定 ROI 内目标场的梯度为 $10 \text{ mT}\cdot\text{m}^{-1}$, 场强沿 y 轴变化, 即 Y 梯度线圈设计.

4.1 椭圆柱面线圈优化设计

椭圆柱面及圆柱面是特殊的超椭圆柱面, 可由改变超椭圆柱面的参数获得, 也可三维直接建模. 特别的是, 圆柱面弧长与角度成线性关系 [5]. 为了验证超椭圆柱面展开平面求解的正确性, 此处将椭圆柱面展开平面求解与椭圆柱面三维直接求解做比较. 选取椭圆柱面的参数 $a = 56 \text{ mm}$, $b = 42 \text{ mm}$, 指数 $m = 1$, $n = 1$, 高为 270 mm . ROI 是半径为 30 mm , 高为 60 mm 的圆柱体. ROI 用规则网格离散, 共有 2301 个节点.

4.1.1 椭圆柱面展开平面

设计表面 Γ_{coil} 的展开平面用矩形网格离散, 共有 1519 个节点. 正则参数 $\beta = 1.8168 \times 10^{-8}$, 对应的 L-曲线图解如图 3 (a) 所示. 线圈匝数 $N = 26$ 的 Y 梯度线圈构型如图 4 所示. 图 4 (a) 是展开平面上的线圈构型, 将图 4 (a) 投射到三维椭圆柱面上得到图 4 (b).

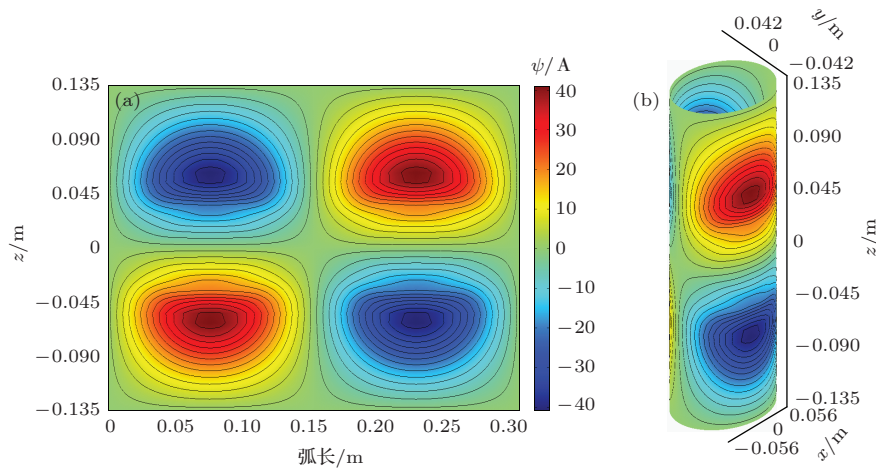


图4 (网刊彩色) Y 梯度线圈构型 (a) 椭圆柱面展开平面; (b) 投影椭圆柱面, 对应电流为 3.1716 A , 线性度误差为 1.9298% , 能耗为 0.1398 W

4.1.2 三维椭圆柱面

用边界四边形网格 [8] 划分三维椭圆柱面, 网格数与展开面相同, 共有 1488 个节点. 正则参数

$\beta = 8.1401 \times 10^{-8}$, 对应的 L-曲线图解如图 3 (b) 所示. 约束条件仅满足封闭性, 即上下边界流函数 ψ 取零值. 线圈匝数 $N = 26$ 的 Y 梯度线圈网格划分

及对应线圈构型如图5所示. 由椭圆柱面展开平面求解及三维直接求解的仿真结果可知, 同样的线圈匝数, 两者的计算结果相符, 验证了超椭圆柱面展开平面计算的正确性.

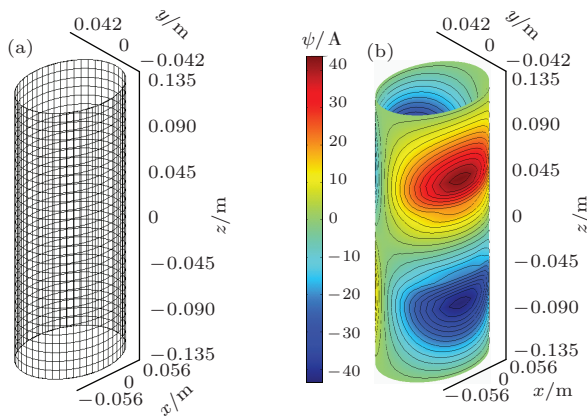


图5 (网刊彩色) 椭圆柱面 (a) 网格划分; (b) Y 梯度线圈构型, 对应电流为 3.3698 A, 线性度误差为 0.9722%, 能耗为 0.1658 W

4.2 超椭圆柱面线圈优化设计

这里直接采用超椭圆柱面展开平面进行线圈优化设计. 取超椭圆柱面的参数为 $a = 45 \text{ mm}$, $b = 36 \text{ mm}$, $m = 1/2$, $n = 1/2$. 正则参数 $\beta = 9.1061 \times 10^{-8}$, 对应的 L-曲线图解如图6所示.

网格划分与椭圆柱面展开平面相同. 线圈匝数 $N = 26$ 的 Y 梯度线圈构型如图7所示. 图7(a)是超椭圆柱面展开平面上的线圈构型, 将图7(a)投

射到三维超椭圆柱面上得到图7(b).

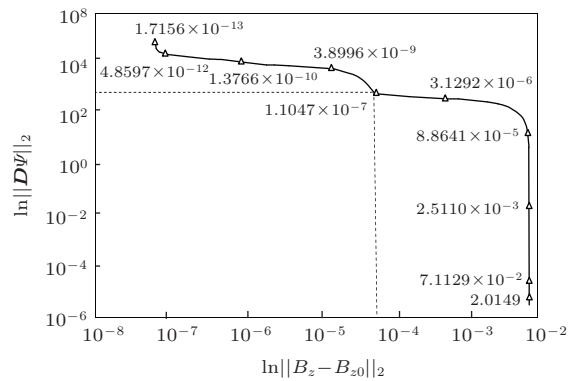


图6 超椭圆柱面展开平面正则参数 β 值的 L-曲线图解 (平衡点正则参数 $\beta = 9.1061 \times 10^{-8}$)

5 结 论

本文通过理论分析提出超椭圆柱面展开平面上的线圈构型设计, 为 MRI 系统中超椭圆柱面上线圈构型设计提供了一种有效的方法. 通过对比椭圆柱面的展开平面求解与三维直接求解, 验证了应用流函数法和柱面的可展性, 在超椭圆柱面展开平面上进行线圈设计的正确性. 通过采用 L-曲线方法简化了正则参数的选取. 优化结果显示, 在满足线性度小于 5% 的条件下, 可获得驱动电流和能耗较优的超椭圆柱面线圈. 此外, 本文提出的方法同样适用于性能要求相同、截面形状为圆形、椭圆以及超椭圆柱面等线圈构型设计, 并同时兼顾电流值与能耗的性能表现.

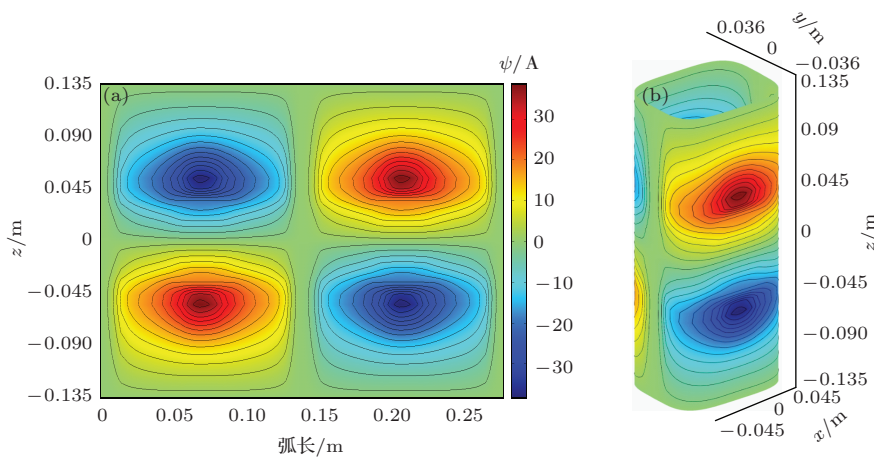


图7 (网刊彩色) Y 梯度线圈构型 (a) 超椭圆柱面展开平面; (b) 投影超椭圆柱面, 对应电流为 2.9769 A, 线性度误差为 3.2087%, 能耗为 0.1076 W

参考文献

- [1] Xu Y, Liang B L 2009 *Medical Imaging Equipment* (Beijing: People's Medical Publishing House) pp162–195 (in Chinese) [徐跃, 梁碧玲 2009 医学影像设备学 (北京: 人民卫生出版社) 第 162—195 页]
- [2] Wang H Z, Zhang X L, Wu J 2008 *Experiment Study of Magnetic Resonance Imaging* (Beijing: Science Press) pp3–29 (in Chinese) [汪红志, 张学龙, 武杰 2008 核磁共振成像技术试验教程 (北京: 科学出版社) 第 3—29 页]
- [3] Turner R 1986 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **19** L147
- [4] Alsop D C, Connick T J 1996 *Magn. Reson. Med.* **35** 875
- [5] Liu Z Y, Jia F, Hennig J, Korvink J G 2012 *IEEE Trans. Magn.* **48** 1179
- [6] Liu W T, Zu D L, Tang X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 018701
- [7] Poole M, Bowtell R 2007 *Concepts Magn. Reson. B: Magn. Reson. Eng.* **31B** 162
- [8] Peeren G N 2003 *J. Comput. Phys.* **191** 305
- [9] Tomasi D 2001 *Magn. Reson. Med.* **45** 505
- [10] Jia F, Liu Z Y, Zaitsev M, Hennig J, Korvink J 2014 *Struct. Multidis. Optim.* **49** 523
- [11] Pissanetzky S 1992 *Meas. Sci. Technol.* **3** 667
- [12] Liu H Y 1998 *IEEE Trans. Magn.* **34** 2162
- [13] Tomasi D, Caparelli E C, Panepucci H, Foerster B 1999 *J. Magn. Reson.* **140** 325
- [14] Liu W T, Zu D L, Tang X, Guo H 2007 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **40** 4418
- [15] Zhu M H, Xia L, Liu F, Crozier S 2008 *IEEE Trans. Magn.* **44** 2035
- [16] Feng Z K, Hu G L, Xu Y, Zhu G, Zhou F, Dai Y M, Wang Q L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 230701 (in Chinese) [冯忠奎, 胡格丽, 许莹, 朱光, 周峰, 戴银明, 王秋良 2013 物理学报 **62** 230701]
- [17] Forbes L K, Brideson M A, Crozier S 2005 *IEEE Trans. Magn.* **41** 2134
- [18] Wang L Q, Wang W M 2014 *Chin. Phys. B* **23** 028703
- [19] Moon S M, Goodrich K C, Hadley J R, Parker D L 2009 *Concepts Magn. Reson. B: Magn. Reson. Eng.* **35B** 23
- [20] Moon S M, Goodrich K C, Hadley J R, Kim S, Zeng G L, Morrell G R, McAlpine M A, Chronik B A, Parker D L 2011 *Magn. Reson. Med.* **65** 863
- [21] Brideson M A, Forbes L K, Crozier S 2002 *Concepts Magn. Reson.* **14** 9
- [22] Barr A H 1981 *IEEE Comput. Graph. Appl.* **1** 11
- [23] Franklin W R, Barr A H 1981 *IEEE Comput. Graph. Appl.* **1** 41
- [24] Pilu M, Fisher R 1995 *Proceedings of the British Machine Vision Conference* Birmingham, British, September 11–14, 1995 p257
- [25] Jackson J D 1998 *Classical Electrodynamics* (New York: Wiley) pp174–224
- [26] Ungersma S E, Xu H, Chronik B A, Scott G C, Macovski A, Conolly S M 2004 *Magn. Reson. Med.* **52** 619
- [27] Shi F, Ludwig R 1998 *IEEE Trans. Magn.* **34** 671
- [28] Cheng Y P, Zhang K Y, Xu Z 1989 *The Theory of Matrices* (Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press) pp360–370 (in Chinese) [程云鹏, 张凯院, 徐仲 1989 矩阵论 (西安: 西北工业大学出版社) 第 360—370 页]
- [29] Hu G L, Ni Z P, Wang Q L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 018301 (in Chinese) [胡格丽, 倪志鹏, 王秋良 2014 物理学报 **63** 018301]
- [30] Xu W L, Zhang J C, Li X, Xu B Q, Tao G S 2013 *Chin. Phys. B* **22** 010203
- [31] Li Q Y, Wang N C, Yi D Y 2008 *Numerical Analysis* (Beijing: TsingHua University Press) pp202–208 (in Chinese) [李庆阳, 王能超, 易大义 2008 数值分析 (北京: 清华大学出版社) 第 202—208 页]
- [32] Hansen P C, Nagy J G, O'Leary D P 2006 *Deblurring Images: Matrices, Spectra, and Filtering* (Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics) pp71–100
- [33] Hansen P C 1994 *Numer. Algorithms.* **6** 1

Design of gradient coils on super-elliptical cylindrical surfaces*

Wang Liang¹⁾²⁾ Cao Ying-Hui¹⁾ Jia Feng³⁾ Liu Zhen-Yu^{1)†}

1) (*Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

3) (*Department of Diagnostic Radiology, Medical Physics, University Medical Center Freiburg, Freiburg 79106, Germany*)

(Received 10 June 2014; revised manuscript received 31 July 2014)

Abstract

A super-elliptical cylinder surface can shorten the distance between coils and target, enhance the space utilization, and enlarge the homogeneous imaging volumes. This paper proposes a method to design magnetic resonance imaging (MRI) gradient coils using the stream function and the developable property of the super-elliptical cylindrical surface. Based on the Biot-Savart law, the relationship between the magnetic flux density and stream function is established firstly, and the objective is chosen in the least-square form with the additional Tikhonov regularization term. Numerical accuracy of the magnetic flux density in the region of interest is maintained through transforming the cylindrical surface to the corresponding flat surface, and the value of regularization coefficient of the dissipated powers is chosen automatically by using the L-curve method. Via imposing specified boundary conditions to the stream function on the developed surface, the optimization of gradient coils is gained by directly solving well-posed linear algebraic equations. Numerical examples illustrate the feasibility of the proposed design method. The designed coils on the super-elliptical cylindrical surface show that the electric current and the dissipated powers are adequately optimized under the condition that the linear gradient deviation is less than 5%.

Keywords: gradient coils, stream function, super-elliptical cylindrical surface, developable surface

PACS: 83.85.Fg, 02.60.Cb, 02.30.Zz, 84.32.Hh

DOI: 10.7498/aps.63.238301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51275504), the Science and Technology Development Plan of Jilin Province, China (Grant No. 20140519007JH), and the European Research Council Starting Grant 'RANGEMRI' (Grant No. 282345).

† Corresponding author. E-mail: liuzy@ciomp.ac.cn