

优化模式物理参数的扩展四维变分同化方法

王云峰 顾成明 张晓辉 王雨顺 韩月琪 王耘锋

Expanded four-dimensional variational data assimilation method to optimize model physical parameters

Wang Yun-Feng Gu Cheng-Ming Zhang Xiao-Hui Wang Yu-Shun Han Yue-Qi Wang Yun-Feng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **63**, 240202 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.240202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2014/V63/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于跟驰模型列车运行优化控制模拟研究

[Simulation of optimal control of train movement based on car-following model](#)

物理学报.2014, 63(7): 070202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.070202>

群体智能优化中的虚拟碰撞: 雨林算法

[Pseudo-collision in swarm optimization algorithm and solution: rain forest algorithm](#)

物理学报.2013, 62(19): 190202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.190202>

基于梯度响应面模型的优化设计

[Gradient-based response surface approximations for design optimization](#)

物理学报.2013, 62(19): 190201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.190201>

非定常动态演化伴随优化设计方法

[Unsteady dynamic evolution adjoint design method](#)

物理学报.2012, 61(20): 200206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.200206>

优化模式物理参数的扩展四维变分同化方法*

王云峰^{1)†} 顾成明¹⁾ 张晓辉¹⁾ 王雨顺²⁾ 韩月琪¹⁾ 王耘锋¹⁾

1) (解放军理工大学气象海洋学院, 南京 211101)

2) (南京师范大学数学科学学院, 南京 210046)

(2014年7月15日收到; 2014年8月14日收到修改稿)

数值模拟的一个重要误差来源是模式物理参数, 为提高模拟准确率, 如何改进模式物理参数是亟需解决的问题. 本文对经典四维变分同化技术进行了改进, 提出了一种新的利用观测资料来同时优化模式初始场和物理参数的扩展四维变分同化方法, 并以 Ekman 边界层模式和 Lorenz 模式为例进行了数值试验. 结果表明, 利用本文提出的新方法, 通过对观测资料的变分同化, 可以在实现对模式初始场进行优化的同时, 纠正了模式物理参数中的误差, 从而有效提高了模式的模拟准确率. 该方法对于改进数值模式物理参数有着重要的促进意义.

关键词: 四维变分同化, 观测资料, 模式参数, 优化

PACS: 02.60.Pn, 92.60.Fm

DOI: 10.7498/aps.63.240202

1 引言

数值预报中, 造成预报结果产生误差的原因主要有初始场的误差和预报模式本身的误差. 数值预报水平的不断提高就是围绕改进这两个方面进行的.

对于初始场的改进, 先后提出了逐步订正法、张弛逼近法、最优插值法和变分同化法等, 这些方法在很大程度上提高了初始场的质量, 从而提高了预报水平. 而在数值模式自身的改进方面, 由准地转模式发展到原始方程模式再发展到更精确的原始方程的谱模式, 数值模式描述的物理过程更接近于实际, 由此数值预报水平也得了大幅度提高. 但是, 这个过程并不能一直无限地进行下去. 有时我们会发现, 数值模式复杂一些, 似乎考虑的物理过程更全面, 但实际上预报效果反而更差, 原因可能是种种对模式的进一步不合理的参数化和某些不确定的因素引人, 使模式物理参数本身存在较大

误差, 从而导致预报结果更不理想. Chou^[1] 提出可以结合动力学模型的统计模拟分析方法, 利用大量的历史数据来降低复杂模式的模型误差. Wang 等^[2] 提出通过遗传算法和神经网络交替组合的方式来纠正系统性误差. 可见, 为了提高模拟准确率, 如何合理改进模式参数并降低模式本身误差, 是一个亟待解决的问题.

大量研究表明, 四维变分方法 (4 dimensional variational data assimilation, 4DVAR) 对于初值的修正是非常有效的^[3,4]. 该方法可以充分利用观测到的信息, 为数值模式提供一个热力和动力上相互协调的最优初始场, 因此已成为资料同化应用的热点. 欧洲中期预报中心 (ECMWF) 于 1997 年 11 月 25 日率先业务运用四维变分方法, 其数值预报水平也远高于其他国家. 国内的很多研究者也做了许多有意义的工作^[5-8].

本文的研究发现, 通过对四维变分同化技术进行扩展改进, 将模式物理参数视为一种特殊的初始控制变量, 改进之后的四维变分同化技术可以用来

* 国家自然科学基金 (批准号: 41375106, 11271195, 41230421)、国际科技合作项目 (批准号: 2010DFA24650) 和江苏省自然科学基金 (批准号: BK20131065) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: wangyf@mail.iap.ac.cn

对模式物理参数进行优化. 通过对观测资料的变分同化, 可以在实现对模式初始场进行优化的同时, 将模式物理参数中的误差也纠正过来, 从而有效提高了模式的模拟准确率. 扩展改进以后的四维变分同化原理在本文第二部分给出, 第三部分是数值试验, 第四部分给出结论.

2 扩展四维变分资料同化原理

2.1 原理介绍

经典的四维变分资料同化方法就是寻找一个最优的初始条件 (IC), 使模式解最大限度地符合不同类型的观测值. 这种观测值可能是在某一特定的时间间隔中的下投式探空仪观测的资料, 或机载多普勒雷达回波数据, 或高空卫星资料等, 也许是定时的, 也许是不定时的.

本文提出的扩展四维变分资料同化方法将模式系数视为一种特殊的模式控制变量, 利用观测值进行优化.

假设模式的预报方程可以写成

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} = H(\mathbf{Y}), \quad (1)$$

其中 $\mathbf{Y}(t)$ 是状态矢量, 可以包含 u, v, w 等模式控制变量和 a, b, c 等模式参数, 即写成 $\mathbf{Y} = (u, v, w, a, b, c)^T$, 上标 T 表示对向量的转置; H 是 Hilbert 空间 $\Omega \rightarrow \Omega$ 的非线性算子. 经典四维变分同化方法中, $\mathbf{Y}(t)$ 中只包含模式控制变量而不包含模式参数. 而本文提出的扩展四维变分同化方法, 将模式参数与控制变量放到等同的地位. 如果初始场是完美的, 只存在模式参数误差, 那么状态矢量可以退化为 $\mathbf{Y} = (a, b, c)^T$; 反之, 如果模式参数是完美的, 只存在初始场误差, 那么状态矢量可以退化为 $\mathbf{Y} = (u, v, w)^T$, 这就是经典的四维变分同化技术.

对于预报方程 (1), 只要给定初始值和模式参数, 即给定 $\mathbf{Y}(t_0) = (u_0, v_0, w_0, a, b, c)^T$, 在一定的边界条件下, 就可以得到一系列包括初始值在内的预报值 $\mathbf{Y}(t_0), \mathbf{Y}(t_1), \mathbf{Y}(t_2), \dots, \mathbf{Y}(t_n)$ 等. 不过在模式积分过程中, 模式参数是定常值, 这是模式参数相较于控制变量的特殊之处. 假设 $\hat{\mathbf{Y}}(t_0), \hat{\mathbf{Y}}(t_1), \hat{\mathbf{Y}}(t_2), \dots, \hat{\mathbf{Y}}(t_n)$ 等是对应时刻的观测值, 而预报值和观测值之间一般会存在偏差, 所以我们定义一

个目标函数 J 来表示这种偏差:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n w_i(t_i) \langle \mathbf{Y}(t_i) - \hat{\mathbf{Y}}(t_i), \mathbf{Y}(t_i) - \hat{\mathbf{Y}}(t_i) \rangle, \quad (2)$$

其中 $W_i(t_i)$ 是权重系数, 反映了观测资料的质量的可信度. 符号 $\langle \rangle$ 表示内积, 最简单的形式可以写成

$$\langle \mathbf{P}, \mathbf{Q} \rangle = \int_{\Omega} \mathbf{P}^T \mathbf{Q} d\Omega. \quad (3)$$

使用不同的 $\mathbf{Y}(t_0)$, 可以得到不同的 J . 如何得到最优的初始值和模式参数值, 使 J 最小, 是四维变分资料同化技术的中心内容. 事实上, 与经典四维变分同化方法一样, 求最优初始值 $\mathbf{Y}(t_0)$ 的过程是一个变分问题, 数学上可以用某类最优控制算法 (如最速下降法和共轭梯度法) 去实现, 即写成如下形式:

$$\mathbf{Y}^{\nu+1}(t_0) = \mathbf{Y}^{\nu}(t_0) - \rho \nabla J, \quad (4)$$

其中 ν 是迭代次数, ρ 是优化步长, 可以通过单维搜索法或其他方法求得, 它能影响迭代收敛的速度. ∇J 是 J 相对于初始值 $\mathbf{Y}^{\nu}(t_0)$ 的梯度, 可以通过反向积分伴随模式得到.

与经典四维变分同化不同的是, 模式的控制变量和物理参数在伴随模式中都有对应的伴随变量, 因此, 虽然建成伴随模式的原理相同, 但建成后的伴随模式本身是不同的. 本文采用的优化方法是有限内存拟牛顿算法 (limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, 即 L-BFGS), 该方法具有收敛速度快、计算简便的优点.

2.2 同化系统的结构图

图 1 是扩展四维变分同化系统的结构图. 从图中可以看出, 优化过程的步骤可总结为:

- 1) 给定模式初始场和模式物理参数值, 向前积分模式 (即正向积分模式), 记录下各时间段模式的要素场, 然后算出目标函数 J ;
- 2) 积分伴随方程 (即反向积分模式), 算出目标函数 J 关于初始场和模式物理参数的梯度;
- 3) 用某种下降算法计算出新的初始场和模式物理参数, 使梯度和目标函数逐渐变小 (即优化迭代过程);
- 4) 根据目标函数 J 或它的梯度是否小于给定的一个临界值, 来判断初值是否到达最优. 如果达到最优, 终止; 否则循环 1)—3).

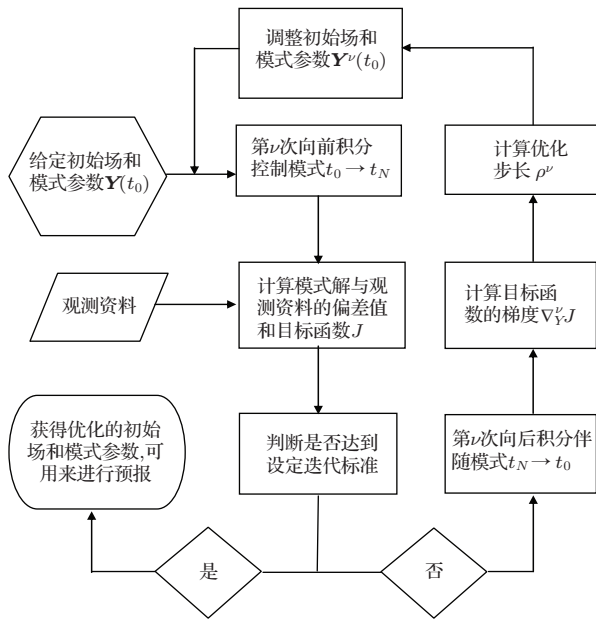


图1 扩展四维变分同化系统结构图

3 数值试验

业务用的数值天气预报模式一般很复杂, 为了方便起见, 下面分别采用 Ekman 边界层模式和 Lorenz 模式作为预报模式来进行数值试验. 通过这两个试验, 可以检验该方法在模式参数优化方面的有效性.

3.1 Ekman 边界层模型中湍流系数的优化

由于人类活动主要是在大气边界层中, 而且边界层中湍流输送作用对地-气物质能量循环起着至关重要的作用, 因此各种时空尺度的大气模式和污染物扩散模式都必须对大气边界层问题进行足够精确的刻画. 大气湍流问题是一个远未解决的自然科学难题, 所以大气边界层数值模拟和业务数值预报模式以及许多研究工作对于湍流摩擦这一物理过程均采用了经验参数化的方法, 即通过大量试验给出大气湍流系数的某种经验形式^[9-11]. 事实上, 湍流系数是一个很难确定的物理参数, 它与大气的动力、热力结构密切相关. 因此给出大气湍流系数合理的计算方法无论对于发展理论研究还是改进业务数值天气预报、污染物扩散计算都是非常迫切和重要的.

本文运用扩展四维变分方法, 结合 L-BFGS 方法和伴随方法, 利用模拟的观测资料对大气边界 Ekman 层的湍流系数进行了优化试验, 并对数值

结果进行了讨论分析, 为实际利用观测资料反演 Ekman 层湍流系数提供了理论基础与技术保证.

3.1.1 正演模式

湍流系数 k 随时间不变, 大气边界层运动方程组为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f(v - v_g) = \frac{du}{dt}, \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial v}{\partial z} \right) - f(u - u_g) = \frac{dv}{dt}, \end{cases} \quad (5)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} (u, v)|_{z=0} &= (0, 0), \\ (u, v)|_{z=H} &= (u_g^H, v_g^H), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 k 为湍流系数; u, v 为水平风场纬向、经向分量; u_g, v_g 为地转风纬向、经向分量; f 为科氏参数; u_g^H, v_g^H 为边界层顶地转风纬向、经向分量; H 为边界层顶高度.

在已知探空观测风场资料 u^{obs}, v^{obs} 的情况下, 可以对湍流系数 k 进行优化. 地转风场 u_g, v_g 可以由水平气压分布计算得到, 因此这里地转风作为已知物理量. 由于对参数也要进行优化, 所以将参数也当作一种特殊的模式变量. 为此, 取目标泛函为

$$\begin{aligned} J(k, u_0, v_0) &= \frac{1}{2} \int_0^H [W_u(u - u^{obs})^2 + W_v(v - v^{obs})^2 \\ &\quad + W_k(k - k^{obs})^2] dz, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 W_u, W_v 和 W_k 分别是变量 u, v 和 k 的权重系数.

为了进行数值计算, 首先对方程 (5) 进行差分离散, 在垂直方向将边界层平均分为 $n + 1$ 层, 即地面为第 0 高度, 边界层顶为第 $n + 1$ 高度, 边界条件给在这两个高度上, 显然每层高度为 $h = H/(n + 1)$. 将湍流系数 k 写在半格点上, 其余量都写在整格点上, 即 $k_i = k[(i - 0.5)h]$, $u(i) = u(ih)$, 其余量以此类推, 所以有

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial u}{\partial z} \right)_i \\ &= \frac{1}{h} \left(k_{i+1} \frac{u_{i+1} - u_i}{h} - k_i \frac{u_i - u_{i-1}}{h} \right) \\ &= \frac{1}{h^2} [k_i u_{i-1} - (k_i + k_{i+1}) u_i + k_{i+1} u_{i+1}], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{h} \left(k_{i+1} \frac{v_{i+1} - v_i}{h} - k_i \frac{v_i - v_{i-1}}{h} \right) \\
 &= \frac{1}{h^2} [k_i v_{i-1} - (k_i + k_{i+1})v_i + k_{i+1}v_{i+1}]. \quad (9)
 \end{aligned}$$

如此代入整理可得初始方程组的离散格式:

当 $i = 2, \dots, n-1$ 时,

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{h^2} [k_i u_{i-1} - (k_i + k_{i+1})u_i + k_{i+1}u_{i+1}] \\
 &+ f(v_i - v_{gi}) = \frac{u_{t+1} - u_t}{\Delta t}, \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{h^2} [k_i v_{i-1} - (k_i + k_{i+1})v_i + k_{i+1}v_{i+1}] \\
 &- f(u_i - u_{gi}) = \frac{v_{t+1} - v_t}{\Delta t}; \quad (11)
 \end{aligned}$$

当 $i = 1$ 时,

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1}{h^2} [(k_1 + k_2)u_1 + k_1 u_2] + f(v_1 - v_{g1}) \\
 &= \frac{u_{t+1} - u_t}{\Delta t}, \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1}{h^2} [(k_1 + k_2)v_1 + k_1 v_2] - f(u_1 - u_{g1}) \\
 &= \frac{v_{t+1} - v_t}{\Delta t}; \quad (13)
 \end{aligned}$$

当 $i = n$ 时,

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{h^2} [k_n u_{n-1} - (k_n + k_{n+1})u_n + k_{n+1}u_{nT}] \\
 &+ f(v_n - v_{gn}) = \frac{u_{t+1} - u_t}{\Delta t}, \quad (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{h^2} [k_n v_{n-1} - (k_n + k_{n+1})v_n + k_{n+1}v_{nT}] \\
 &- f(u_n - u_{gn}) = \frac{v_{t+1} - v_t}{\Delta t}; \quad (15)
 \end{aligned}$$

其中 $u_T = u_g^H$, $v_T = v_g^H$ 为边界层顶地转风纬向、经向分量. 对方程的前向时间积分采用欧拉后插, 时间步长取为 10 s.

3.1.2 试验设计

设边界层上界高度 $H = 2000$ m, 取北纬 40° 科氏参数 $f = 0.0000937442 \text{ s}^{-1}$, 在垂直方向将边界层平均分为 80 层. 为了对上面的算法进行检验, 类似于有关文献选取湍流系数模拟真值 (后面均称其为真值) 为如下表达式^[12]:

$$k^t(z) = \begin{cases} 2 \times 10^{-8} z^3 - 1.23 \times 10^{-4} z^2 \\ + 0.685z + 4 & (z < 500 \text{ m}) \\ \frac{2500}{z - 250} & (z \geq 500 \text{ m}) \end{cases}, \quad (16)$$

$k^t(z)$ 的单位为 $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, 上标 t 表示真值. 地转风随高度线性变化为

$$\begin{cases} u_g(z) = 4 + \frac{z}{2000}(10 - 4), \\ v_g(z) = 1.5 + \frac{z}{2000}(6 - 1.5), \end{cases} \quad (17)$$

其中地转风的单位为 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. 在这些条件下, 求解定常状态下的 Ekman 方程式^[13], 即 (5) 式右端为 0 时的 u, v 值, 作为向前积分的初始场 u_0, v_0 . 使用欧拉后差时间积分方案, 以前面求得的 k, u_g, v_g 作为参数初始值 k_0, u_{g0}, v_{g0} , 模式向前积分, 得到 u, v 的模拟真值 (后面均称其为真值), 记作 $w^t = (u_i^t, v_i^t)^T$. 当然, 实际上这里的 k, u_g, v_g 是不随时间变化的特殊模式变量. 本文在模式初始值和模式参数基础上加上一定的扰动倍数, 这里取扰动倍数为 $\varepsilon = 0.1$, 即初始场为 $u = u_0 + \varepsilon \cdot u_0$, $v = v_0 + \varepsilon \cdot v_0$; 而模式参数初始值为 $k = k_0 + \varepsilon \cdot k_0$, $u_g = u_{g0} + \varepsilon \cdot u_{g0}$, $v_g = v_{g0} + \varepsilon \cdot v_{g0}$; 模式向前积分得到预报值, 记作 $w = (u_i, v_i)^T$.

可见, 湍流系数 k 是不随时间变化的常数, 是在原来的真值基础上加入了 10% 的误差作为 k 的含误差的值; u, v 是利用 (5) 式向前积分得出的, 当初始值不存在误差时, 计算得出的是 u, v 的真值; 当初始值存在 10% 的误差时计算得出的是含误差的 u, v 值. 将湍流系数作为未知参量进行反演, 与湍流系数真值 (即模拟真值) 进行对比, 来检验上述方法的可行性及效果.

3.1.3 试验结果

此处初始值与前面提到的初始值意义有所区别, 是通过在真值上加一个很小的人为扰动误差得到的 (后面同此), 将其放到数值模式中进行迭代优化, 分析与真值的偏差, 进而检验模拟效果. 初始值和真值的偏差较大, 而经过了数次优化迭代的优化值与真值十分接近, 可以看出模拟效果非常好.

为进一步检验模拟效果, 图 3 分析了真值与优化值的偏差.

由图 3 可见, 通过优化迭代得到的优化值与真值之间的大部分偏差值在放大 10^6 倍之后仍然很小. 不足之处在于: 同其他高度相比, 600 m 以下和 1900—2000 m 处, 优化值与真值存在一定偏差, 这是下一步需要改进的重点.

大多数同化方法冗长而烦琐, 数据迭代次数过多, 导致数据在计算过程中产生大量误差. 为对比

扩展四维变分同化技术较其他方法的性能改进情况, 分析了该技术在同等迭代条件下的优化模拟效果.

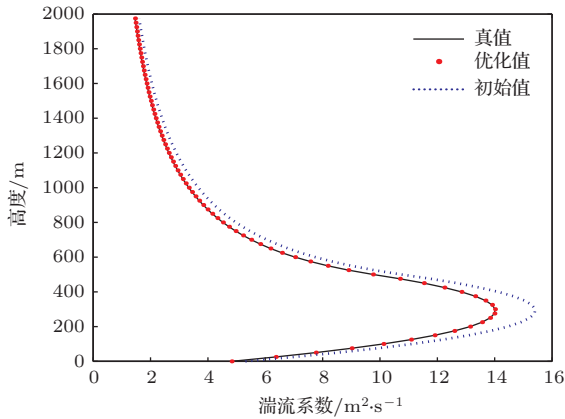


图2 湍流系数的真值、初始值与优化值的比较

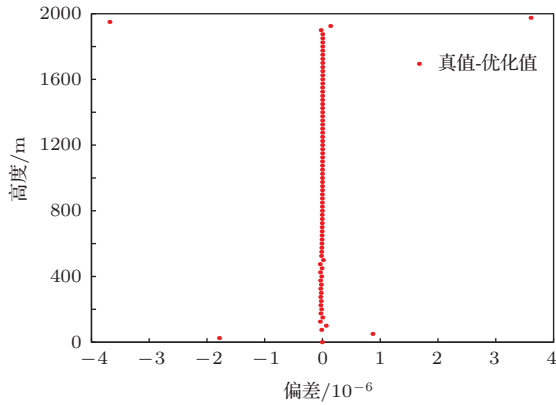


图3 湍流系数真值与优化值的偏差

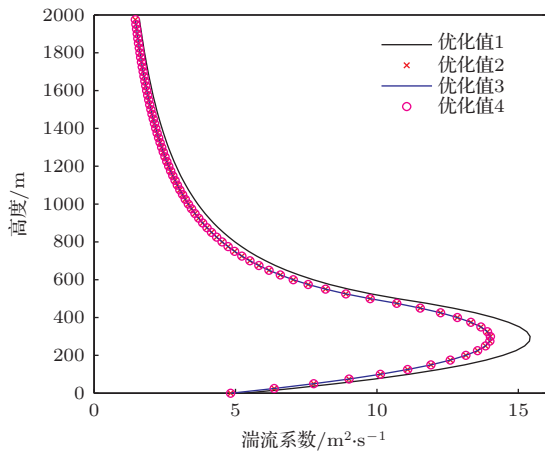


图4 每次迭代产生的优化值比较

图4中, 优化值1是初始值, 优化值4是最终得出的优化值. 由图可见, 3次迭代优化的模拟效果就已经十分接近真值, 并且经过第1次迭代之

后的优化值就已经很接近最终的优化值, 说明用L-BFGS方法来进行下降计算收敛速度很快.

上文提到, 数值预报的误差主要来自模式物理参数和初始场. 上述结果分析已表明扩展四维变分同化技术对模式参数具有较好的优化效果. 另外, 对初始场的优化也应该是扩展四维变分技术的一个重要应用方面.

图5是对 u, v 的初始场优化结果的分析对比, 可以发现, 真值和优化值几乎一致, 模拟效果非常好. 说明扩展四维变分同化技术在纠正模式物理参数中误差的同时, 对初始场也进行了很好的优化.

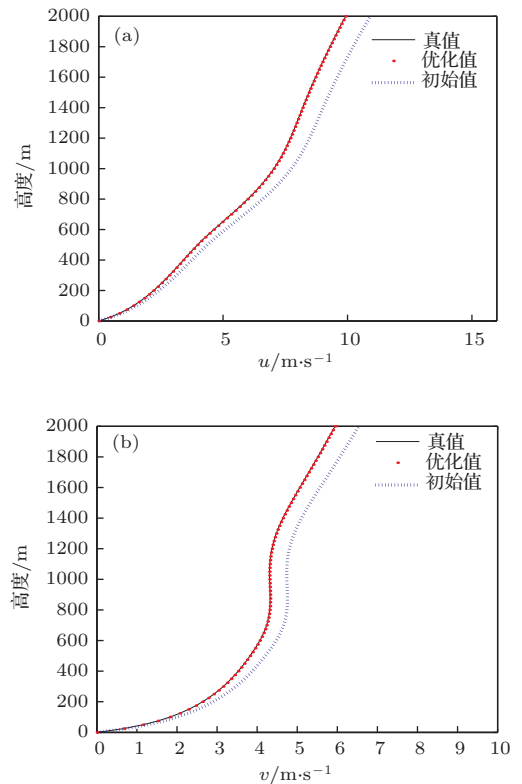


图5 风廓线的真值、初始值与优化值的比较 (a) u 分量; (b) v 分量

3.2 Lorenz 模型中系数的优化

1963年美国麻省理工学院的气象学家Lorenz在对天气预报动力学模型进行数值计算时, 发现了一个由非线性微分方程组所描述的著名的Lorenz方程^[14], 这是一个有三个变量的模式, 是对流非周期模式的简化, 同时也是混沌理论的原型个例. 与Lorenz原来的具有12个变量的模式类似, 这个具有三个变量的模式是一个耗散系统, 与Hamilton系统所具有的总能量守恒或其他类似流动特性守恒形成对比. 这个系统是非线性的(包括应变量的

乘积)自治系统(系数不随时间变化). 由于在天气、对流、斜坡等现象以及水轮机、发电机、激光机等真实物理系统中发现, Lorenz 方程可以作为许多现实混沌运动的精确模型, 因此对 Lorenz 方程的特性的研究受到很多人的关注 [15-17].

Lorenz 方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a(y - x), \\ \frac{dy}{dt} = cx - y - xz, \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz, \end{cases} \quad (18)$$

其中 $a > 0, b > 0$; 参数 a, c, b, t 分别表示 Prantl 数、Rayleigh 数、对流尺度联系的参数与时间; x 是对流强度, y 是最大温度差, z 是对流引起的层变化 [18]. 微分方程组在时间上积分得到的解称为流(flow), 参数 a, c, b 在积分过程中保持为常数, 但为了产生由微分方程组定义的动力系统的一组解, 它们可以改变. Lorenz 选择的特殊参数值为: $a = 10, b = 8/3, c = 28$, 从而产生混沌解, 之后许多文章中广泛地引用和研究了这些参数值 [19]. 本文也是采取这些参数值作为初始值.

3.2.1 试验设计

采用欧拉时间离散方法, 步长设为 0.001, 时间窗口为 $[t_1, t_N]$, 共 N 个时间观察点, 取 $N = 10000$. Lorenz 模型离散后的方程如下:

$$\begin{cases} \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t} = a(y_i - x_i), \\ \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} = cx_i - y_i - x_i z_i, \\ \frac{z_{i+1} - z_i}{\Delta t} = x_i y_i - bz_i. \end{cases} \quad (19)$$

对于观测值的产生, 把 $a_0 = 10, b_0 = 8/3, c_0 = 28$, 作为模式参数的初始值, 把 $x_0 = 1, y_0 = 2, z_0 = 3$,

作为模式三个变量的初始值, 将模式向前积分做预报, 把预报结果作为观测值, 也就是真实值, 记作 $w^{\text{obs}} = (x_i^{\text{obs}}, y_i^{\text{obs}}, z_i^{\text{obs}})^T$. 对于预报值的产生, 由于是检验资料同化方法是否具有对参数的优化能力, 所以要人为引入初始场误差和模式误差. 本文在模式初始值和模式参数基础上加上一定的扰动倍数, 这里取扰动倍数为 $\varepsilon = 0.1$, 即初始场为 $x = x_0 + \varepsilon \cdot x_0, y = y_0 + \varepsilon \cdot y_0, z = z_0 + \varepsilon \cdot z_0$; 而模式参数初始值为 $a = a_0 + \varepsilon \cdot a_0, b = b_0 + \varepsilon \cdot b_0, c = c_0 + \varepsilon \cdot c_0$. 模式向前积分得到预报值, 记作 $w = (x_i, y_i, z_i)^T$.

3.2.2 试验结果分析

采用 L-BFGS 法进行初始场和系数的优化迭代, 其主要作用是计算优化步长和调整模式初始场及参数. 如表 1 所示, 一共进行了 7 次迭代, 第 0 次迭代时的值表示模式初始场和物理参数的初始值, 均比真值大 10%. 随着迭代次数的增加, 无论是初始场还是模式参数均与真值逼近, 特别是最后三次迭代, 基本上使初始场和模式参数的优化值与真值达到了一致, 目标函数也变得相当小. 可见使用该方法进行迭代时, 收敛速度比较快. 所以用 L-BFGS 法来进行优化迭代计算的效果很好.

为了更直观地看出求解的最优值的预报能力, 积分 10000 次, 分别做出 3 个预报分量的比较, 如图 6 所示. 其中, 横坐标表示积分次数, 纵坐标表示预报的分量; 蓝色细线表示利用真实初始值和参数前向积分得到的模式真解, 红色粗线表示在对加入模式误差的初始值和模式参数在进行优化迭代之后得出的优化值积分得到的优化解. 由图 6 可见, 求解出来的最优值具有很好的模拟能力, 利用优化出的初始值和参数来进行预报能很好地使预报值与真值达到几乎一致.

表 1 每次迭代之后产生的初始场和模式系数

迭代次数	x	y	z	a	b	c
0	1.10000000	2.20000000	3.30000000	11.00000001	2.93333342	30.80000004
1	0.19321601	0.81618746	3.15818071	10.74214675	2.80727182	30.33586416
2	0.99391841	1.99131854	3.00528925	10.00073591	2.65988956	27.98667501
3	1.00009846	2.00019025	2.99999943	10.00000120	2.66646177	27.99993152
4	1.00000104	2.00000116	2.99999861	9.99999983	2.66666939	28.00000319
5	0.99999998	1.99999996	3.00000000	10.00000000	2.66666679	28.00000001
6	1.00000000	2.00000000	3.00000000	10.00000000	2.66666675	28.00000000
7	1.00000000	2.00000000	3.00000000	10.00000000	2.66666675	28.00000000

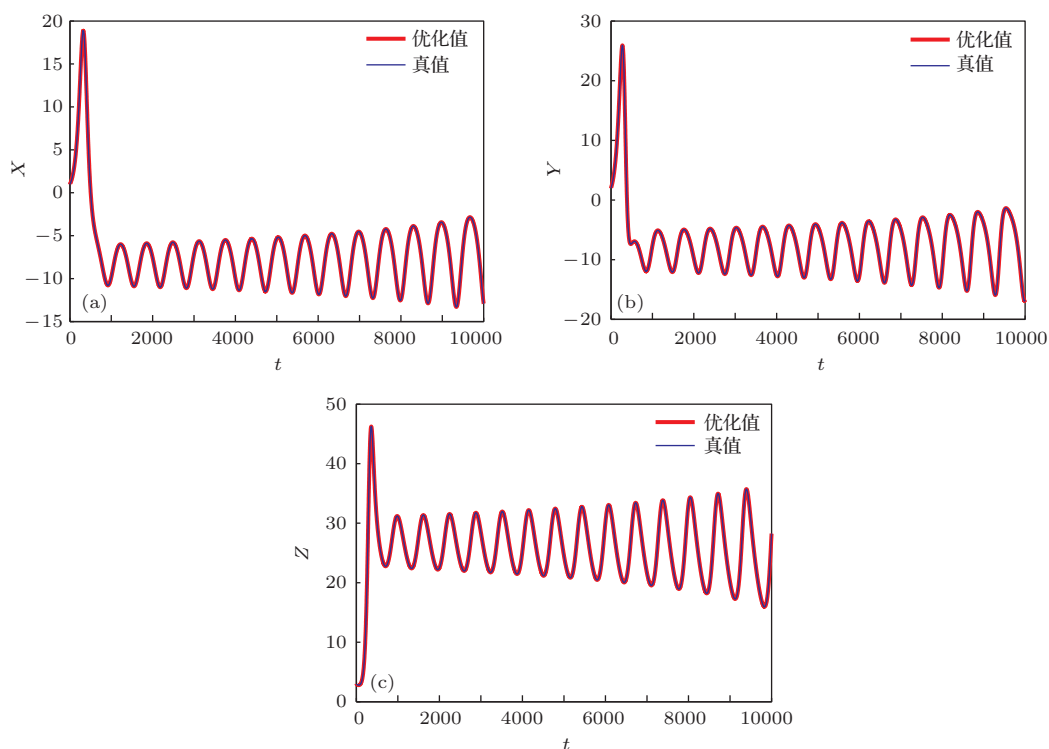


图6 3个分量的比较 (a) X分量比较; (b) Y分量比较; (c) Z分量比较

4 结 论

本文对经典四维变分同化技术进行了扩展改进, 将模式物理参数当作特殊的控制变量和初始场放在一起进行优化. 使用新的扩展四维变分同化方法, 可以在实现对模式初始场进行优化的同时, 将模式物理参数中的误差也纠正过来, 从而有效提高了模式的模拟准确率.

将此方法应用到Ekman边界层模式和Lorenz模式中, 对模式物理参数进行优化以检验其效果. 数值试验结果表明, 不论是对模式物理参数还是初始场, 扩展四维变分同化方法都可以将其误差纠正, 使之与真值十分接近. 同时试验结果还表明, 采用L-BFGS法来进行优化迭代, 收敛速度比较快, 使计算快捷、方便.

参考文献

[1] Chou J F, Li J P, Gao L 2006 *Chin. Phys. B* **15** 882
 [2] Wang T T, Li W L, Chen Z H, Miao L 2010 *Chin. Phys. B* **19** 076401
 [3] Lewis J M, Derber J C 1985 *Tellus* **37** 309

[4] LeDemit F, Talagrand O 1986 *Tellus* **38** 97
 [5] Chu K K, Tan Z M, Ming X 2007 *Adv. Atmos. Sci.* **24** 281
 [6] Zhao J, Wang B, Liu J J 2011 *Adv. Atmos. Sci.* **28** 207
 [7] Wang Y F, Wang B, Fei J, Han Y Q, Ma G 2013 *Acta Meteor. Sin.* **27** 415
 [8] Zhong J, Fei J F, Huang S X, Du H D 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 149203 (in Chinese) [钟剑, 费建芳, 黄思训, 杜华栋 2012 物理学报 **61** 149203]
 [9] Berger B W, Grisogono B 1998 *Bound. Layer Meteorol.* **87** 363
 [10] Masson V 2000 *Bound. Layer Meteorol.* **94** 357
 [11] Grimmond C S B, Oke T R 2002 *J. Appl. Meteorol.* **41** 792
 [12] Zhao M 1978 *Adv. Atmos. Sci.* **4** 233
 [13] Han Y Q, Zhong Z, Wang Y F, Du H D 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 049201 (in Chinese) [韩月琪, 钟中, 王云峰, 杜华栋 2013 物理学报 **62** 049201]
 [14] Lee J S, Chang K S 1996 *J. Proc. Cont.* **6** 2
 [15] Du C L, Huang X Y, Yu X D 2005 *Meteor. Mon.* **31** 23 (in Chinese) [杜川利, 黄向宇, 俞小鼎 2005 气象 **31** 23]
 [16] Li S W, Shi J W, Zhang P 2008 *J. Grey. Syst.* **20** 109
 [17] Hall M C G 1986 *J. Atmos. Sci.* **43** 2644
 [18] Li J P, Chou J F 2003 *Chin. J. Atmos. Sci.* **27** 653 (in Chinese) [李建平, 丑纪范 2003 大气科学 **27** 653]
 [19] Chou J F, Gao J D 1995 *Acta Meteor. Sin.* **53** 471 (in Chinese) [丑纪, 范郇吉东 1995 气象学报 **53** 471]

Expanded four-dimensional variational data assimilation method to optimize model physical parameters*

Wang Yun-Feng^{1)†} Gu Cheng-Ming¹⁾ Zhang Xiao-Hui¹⁾ Wang Yu-Shun²⁾
Han Yue-Qi¹⁾ Wang Yun-Feng¹⁾

1) (*Institute of Meteorology and Oceanography, People's Liberation Army University of Science and Technology, Nanjing 211101, China*)

2) (*School of Mathematical Sciences, Nanjing Normal University, Nanjing 210046, China*)

(Received 15 July 2014; revised manuscript received 14 August 2014)

Abstract

A critical error in numerical simulation stems from the physical parameters in the model. To better assess the accuracy of the numerical stimulation, a method of improving physical parameters is urgently desired. By modifying the four-dimensional variational data assimilation 4DVAR technique, in this paper a new method is proposed based on the use of observational data to optimize initial field and subsequent physical model. Ekman boundary layer model and Lorenz model are taken for example to conduct numerical experiment. The results show that through the variations in observational data, physical parameters and initial field are improved, thus effectively enhancing the accuracy of the model. This method improves the numerical model and physical parameters.

Keywords: four-dimensional variational data assimilation, observational data, model parameters, optimize

PACS: 02.60.Pn, 92.60.Fm

DOI: [10.7498/aps.63.240202](https://doi.org/10.7498/aps.63.240202)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41375106, 11271195, 41230421), the International Scientific and Technological Cooperation Project (Grant No. 2010DFA24650), and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK20131065).

† Corresponding author. E-mail: wangyf@mail.iap.ac.cn